# 嘘・真実・パラドクス

田　畑　博　敏*

## はじめに

パラドクスは、論理と哲学の両方に関わる問題がせめぎ合い、争点が顕わになる結節点である。パラドクスをどう定式化し、どのように回避し、どのような展望の下に新しい観点を提示できるかをめぐって、論理に関わる哲学的な発展が期待され、現に、そのような発展が生み出されてきた。小論では、「嘘つきのパラドクス」に代表される、いわゆる意味論的パラドクスを復習し（第１節)、ついで、それらの解決法をラッセルとタルスキ（第２節)、およびクリプキ（第３節）のアプローチを手がかりに検討する。その際、注目すべき論点は、パラドクスを形式的に阻止する方法がもたらす結果や、その方法に伴う哲学的方針の有効性である。パラドクスを阻止するには何らかの制限が必要となるが、それが言語（＝表現手段）に及ぼす結果や効力において、強すぎても弱すぎてもよくない。また、哲学的方針は言語や論理に不自然な観点を強要するものであってはならない。このような論点から見ると、上記の解決法にも問題が残っていることが示される。さらに（第４節)、直接には「真偽」の概念が出現しないパラドクスを瞥見する。ここでは、真理論や量化の解釈など広範囲の問題圏に関わることになる。最後に（第５節)、現在においても、パラドクスは「論理と哲学の両方に関わる問題がせめぎ合う」場所であることを再確認する。

## 1.「嘘つき」とそれに関連するパラドクス

本節では、まず、「嘘つきのパラドクス」と呼ばれる古典的なパラドクスと、それに関連するパラドクスの復習から始める[(1)]。

典型的な「嘘つきのパラドクス」は以下のような文（S）によって与えられる：

（S）この文（S）は偽である。

もし文（S）が真ならば、（S）が主張する内容（命題）が成り立つ。主張内容とは、この文自身が偽である、ということである。よって、文（S）は偽である（言い換えると文（S）は真ではない)。逆に、もし文（S）が偽（言い換えると真でない）ならば、（S）の主張内容は成り立たない。よって、文（S）は偽ではない（言い換えると（S）は真である)。こうして、文（S）が真であるときかつそのときのみ（S）は偽である。もし「偽」が「真でない」を、「真」が「偽でない」を意味する（言い換えると、真理値に関して２値原理を採用する）ならば、文（S）が真のときかつそのときにかぎり（S）は真でない、となる。これは、古典命題計算により、文（S）は真でありかつ偽

---

*鳥取大学大学教育総合センター（哲学・論理学専攻）

である、あるいは、文（S）は真でありかつ真でない、と同値である。つまり、このような形での矛盾が生じた訳である。

このような「嘘つきのパラドクス」のヴァリエーションとして、以下の文が考えられる：

次の文は偽である。直前の文は真である。

また、「はがきのパラドクス(postcard paradox)」と呼ばれる以下のパラドクスも「嘘つき」のヴァリエーションと見なすことができる：

（表）裏に書いてあることは偽である。

（裏）表に書いてあることは真である。

さらに、これを一般化して、同様のパラドクスを生み出す以下の文連鎖を作ることができる(2)：

（$S_1$）文$S_2$は真である。

（$S_2$）文$S_3$は真である。

・・・

（$S_{n-1}$）文$S_n$は真である。

（$S_n$）文$S_1$は偽である。

「嘘つきのパラドクス」とそのヴァリエーションにおいては、「真」と「偽」の概念が中心的役割を演じているが、これに関連して、「グレリング(Grelling)のパラドクス」と呼ばれるものがある。これは、形容詞が表す特性が当てはまるか(true of) 当てはまらないか(false of)、に関わるパラドクスである。例えば、「日本語である」は日本語であり、「短い」は（単語の長さとしては）短いが、「英語である」は英語ではなく、「長い」は長くない。このように、自らが表現している特性がそれ自身に当てはまるような形容詞を「自己形容的である(autological)」と呼び、当てはまらない形容詞を「非自己形容的である(heterological)」と呼ぼう。上の例では、「日本語である」や「短い」はそれが表す特性がそれら自身に当てはまるので自己形容的であるが、「英語である」や「長い」は当てはまらないので非自己形容的である。いま、あらゆる形容詞は自己形容的かまたは非自己形容的かのいずれかに分類される、と仮定しよう。ところで、「自己形容的である」や「非自己形容的である」も、通常の形容詞に対して当てはまるか否かの特性を表す形容詞（形容詞についての形容詞、つまりメタ形容詞）と見なすことができよう。さて、そこで、

形容詞「非自己形容的である」は自己形容的か非自己形容的か？

という問いを考えよう。もし、「非自己形容的である」が自己形容的ならば、「自己形容的である」ということの定義により、それが表現する特性（この場合は「非自己形容的であること」）がそれ自身に当てはまるから、「非自己形容的である」は非自己形容的である（言い換えると、自己形容的ではない)。逆に、もし「非自己形容的である」が自己形容的ではない（つまり非自己形容的である）ならば、「非自己形容的である」の定義により、それが表現する特性はそれ自身に当てはまらないから、「非自己形容的である」は非自己形容的ではない、ということになる。こうして、「非自己形容的である」は自己形容的であるときかつそのときにかぎり非自己形容的である。

また、「定義可能性」に関連するパラドクスとして、「ベリーのパラドクス」や「リシャールのパラドクス」と呼ばれるものがある。「ベリー(Berry)のパラドクス」は以下の語句によって表される：

１８文字以下では表現できない最小数。

この語句は１７文字で表現されている！「リシャール(Richard) のパラドクス」は、有限個の語彙によって表現可能な小数の総数は非可算であることを示すものである。いま、Ｅを、有限個の語彙で表現できる小数の集合で、各要素に１、２、３、・・・と番号を付したものとする。さて、有限個

の語彙によって、小数N（$0<N<1$）を以下のように定義する：

Nの小数点以下第n位の数は、もしn番目のEの要素の小数第n位の数mが0以上8以下ならばm+1であり、もしn番目のEの要素の小数第n位の数mが9ならば0である。

この定義は、0．$a_1a_2a_3$・・・という十進法による小数展開中の、小数点以下各位の数：$a_1$、$a_2$、$a_3$、・・・の決め方を指定することによって、Nを定義しようとしている。明らかに、小数Nはこの定義において有限個の語彙によって定義されているから、Eの要素である、すなわち$N\in E$である。従って、Nには番号が付されている筈である。その番号をkとする。すると、Nについての上記の定義から、以下の文が、n=kの事例として、導かれる：

Nの小数店以下第k位の数（これをhとする）は、もしk番目のEの要素（すなわちN）の小数第k位の数すなわちh（いまm=h）が0以上8以下ならばh+1であり、もしk番目のEの要素（すなわちN）の小数第k位の数h(=m)が9ならば0である。

こうして、h=h+1またはh=9=0という矛盾を含む文が導かれた。

この「リシャールのパラドクス」は、NがEの要素ではないこと、すなわち、$N\notin E$であること、を示すものとも見なし得る。言い換えると、上の議論は、有限個の語彙で表現（定義）できる小数の総数は非可算であることの（背理法による）論証である、とも見なし得る。実際に、ゲーデル(Gödel)は、不完全性定理で重要な補題をなす「対角化定理」を証明する際、「リシャールのパラドクス」に現れるものと類似した論法を用いている。

さて、以上のパラドクスは「意味論的パラドクス」と呼ばれるが、それは、これらのパラドクスが「真」「偽」「定義可能性」「表現可能性」といった意味論的概念に関わるものだからである。それに対して、「ラッセルのパラドクス」や「カントールのパラドクス」、「ブラリ・フォルティのパラドクス」などは「集合」「メンバー性」「濃度」「順序数」といった集合論の概念に関わるため、「集合論的パラドクス」と呼ばれる。そうして、パラドクスをこれら二つに分類することは、ペアノ(Peano)やラムゼイ(Ramsey)以来、多くの論者が採用している見方ではあるが、しかし、絶対的なものではない。例えば、ラッセル自身は、二つの種類の独自性よりむしろ両者に共通する原因と彼が見なす「悪循環原理(Vicious Circle Principle)」の違反を重視することによって、パラドクスを解こうとしている。また、両方の構造が共通することを示すことで、この分類が絶対的ではないことを示そうとする議論もある。例えば、ラッセルのパラドクスでは、「自分自身の要素でない集合全体の集合」が登場する。これをラッセルに因んでRとすると、$R=\{x : x\notin x\}$となる。すると、このRの定義から、

$$(\forall x)(x\in R\Leftrightarrow x\notin x)$$

という論理式が導かれる。ここで、全称量化子∀はすべての集合全体の上を動く(range over)とする。他方、上で見た「グレリングのパラドクス」では、「非自己形容的である(heterological)」という形容詞が登場し、これが自分自身を形容するか（言い換えると自分自身に述語づけられるか）が問題となった。そこで、P(x,y)を「xはyによって形容される（yはxの述語となる）」を表現するとすると、xが形容詞「非自己形容的である」(Her)によって形容される――つまりP(x,Her)である――のは、xが（それが表現する特性を持たないことにより）xに形容されない：$\neg P(x,x)$とき、かつそのときにかぎるから、

$$(\forall x)(P(x,Her)\Leftrightarrow\neg P(x,x))$$

が導かれる。ここで、全称量化子∀はすべての形容詞の上を動くとする。これら二つの論理式を比

べると、左辺で二項述語の一項を個体のアーギュメントが占めており、右辺では二項述語が自己否定の形の一項述語になっている、という同じ構造になっていることが分かる。そこで、これらの共通の構造を表す論理式として、

$$(\forall x)(F(x,c)\Leftrightarrow\neg F(x,x))$$

を取り出すことができる[3]。こうして、共通の構造を示すことで、「意味論的パラドクス」と「集合論的パラドクス」の「対照性」(「対立性」) は相対化され、弱められる。

## 2. 解決法（その1）

さて、つぎに、前節で取り上げた類のパラドクス（または論理的矛盾）を解決するにはどうしたらよいか、について検討する。ここでいう「解決」は、

（1）パラドクスの出現を何らかの手段で食い止める、

ということだけに尽きるのではなく、

（2）パラドクスの出現という事態から独立した原理・原則を提示する、

ということをも含まねばならないだろう。（1）に関わる手段の開発だけでは、往々にして、ad hoc な対処療法に終わってしまいがちだからである。さらに、（1）に関連して注意すべきことは、パラドクスを食い止める「手段」が強すぎる（禁じる対象範囲が広すぎる）ことなく、同時に、弱すぎる（狭すぎる）ことがない、ということである[4]。例えば、「嘘つき」にみられる「自己言及性」に着目して、自己言及文を全面的に禁止したとしよう。この手段は一見有効であるように思えるが、禁止対象領域が広すぎて、かつ狭すぎる。広すぎる理由は、「この文は日本語で書かれている」や「この文は黒インクで印刷されている」といった無害な、またゲーデル文のような有用な、自己言及文が使えなくなるからである（まさに「角を矯めて牛を殺す」ことになる）。狭すぎる理由は、自己言及文でないパラドクス、例えば「はがきのパラドクス」つまり「表：裏面は偽である / 裏：表面は真である」が許されてしまうからである（ここに自己言及は現れていない）。

同様の理由で、「嘘つきのパラドクス」のような真でも偽でもある（見方によっては真でも偽でもない）文に対して、「真偽不定」という第三の真理値（または不定値）を与えるやり方も、問題を含む[5]。なぜなら、このような第三の値を与えることにより、通常の初等古典論理が変更される（つまり強すぎる）し、他方で、以下のような「強められた嘘つき文」を排除できないことで弱すぎるからである。

（※）この文は偽かまたはパラドキシカルである。

実際、（※）が真であれば、（※）は偽かパラドキシカル（第三の値をとる）であるから、真ではなくなる。逆に、（※）が真でないならば、つまり偽またはパラドキシカルならば、（※）は真となる。こうして、（※）は真であるときかつそのときのみ真でない、となる。

以上のような観点に留意して、本節では、ラッセルとタルスキの解決法を検討する。まず、ラッセルの解決法である。

ラッセルは、**単純タイプ理論**(the simple theory of types)において、対象の間にタイプの区別を設定することで、階層の差異によってパラドクスの表現そのものを禁じた。すなわち、個体のタイプはタイプ0であり、個体の集合のタイプはタイプ1であり、個体の集合の集合のタイプはタイプ2である、等々とする。そして、$x\in y$ という表記において、$y$ のタイプは $x$ のタイプより丁度1だけ高くなければならないという構文規則を定めることで、$x\notin x$ という表記そのものを、構文論的に非

文(ill-formed)として禁じた。さらに、**分岐タイプ理論**(the ramified theory of types)において、オーダー(order)の区別により、命題（および命題関数）間に階層差を設けた。すなわち、いかなる命題（命題関数）も、それ自身のオーダーに等しいかそれより高いオーダーを持つ命題（命題関数）の上を動く量化子を含んではならない。そうして、「真」や「偽」といった真理述語も、それらが適用される命題のオーダーに応じて、階層を示す添え字(index)を付される。例えば、オーダーn の命題に適用される真理述語は「真 $_{n+1}$」か「偽 $_{n+1}$」である。こうして、「自分自身が偽である」と主張する「嘘つき文」は、そもそも表現できないことになる。というのは、嘘つき文：

（S）この文Sは偽である

のオーダーが n だとすると、（S）について述語づけられている「偽である」という真理述語のオーダーは n+1 であるから、（S）そのもののオーダーは n+1 である筈であり、最初の仮定に反するからである[6]。

ラッセルの解決法は、形式的な観点から、パラドクスの阻止には成功している、と言える。では、哲学的にはどうか？すでに見たように、ラッセルは、「集合論的」「意味論的」というパラドクスの分類を重視しない。むしろ、両者に共通するパラドクス出現の原因としての「悪循環原理」違反に注目する。「悪循環原理(vicious circle principle)」とは、（さまざまな言い方でラッセルは表現するが、そのうちの一つの定式化として）

「集まりが一つの全体となるためには、その集まり全体に言及すること無しには定義できないような要素を、その集まりは含んではならない」

というものである。「悪循環原理」の厳守という哲学的方針は、ラッセルの場合、形式的理論を展開する動機をも与えるものであり、それによって、整成的でない（つまり文法違反である=ill-formed）論理式は無意味である(meaningless, nonsense)とされる。しかし、このような哲学的方針はやや強すぎる側面がある。例えば、タイプの制限のために、「自然数の無限性」の証明といった、通常の数学に必要な証明にさえ支障をきたす。そこで、ラッセルは、「無限公理」や「還元公理」を改めて要請せざるを得ない。しかし、これらの公理の要請は、いかにも ad hoc なやり方という印象を与える。こうして、「論理的」として遇するには問題の残る上記の二つの公理の要請により、「算術は論理に還元できる」という彼の「論理主義」に対する信頼が揺ぎかねない。もっと深刻な問題は、「角を矯めて牛を殺す」ことにならないか、という問題である。「チームの中で最も高い打率をマークしている選手」といった表現さえ許されない（無意味である）とすると、日常生活でのコミュニケーションにも支障をきたすであろう[7]。

このように見てくると、ラッセルの解決法は必要以上に強すぎるのではないか、と疑われる。つぎに、タルスキの解決法を検討しよう[8]。

ラッセルは対象の階層をタイプの区別によって設定し、命題の階層をオーダーの区別によって設定したが、タルスキは言語そのものの階層を対象言語とメタ言語の区別に求めた。タルスキの診断によれば、意味論的パラドクスが生じる原因は、以下の二つの仮定を認めることにある：

(i) 意味論的に閉じている。すなわち、それ自身に言及できる手段を持ち、「真」「偽」という述語をもつ。

(ii) 古典２値の論理が成り立つ。

この二つのうち、二番目の仮定を捨てることはできないと考えて、タルスキは最初の仮定を修正する。すなわち、意味論的に閉じた自然言語に替えて、意味論的に開いた人口言語・形式言語を考える。意味論的に閉じていれば、真・偽の概念は、それらが適応される文（命題）とレベル上の区別

がなくなり、容易にパラドクスが出現する。そこで、意味論的に開いた、階層性のある、形式的に整備された言語をタルスキは提案する。まず、基底となる対象言語(object language)Oを置く。言語Oについてのメタ言語(meta-language)Mは、言語Oの表現に言及できる手段を持ち、「Oにおいて真」「Oにおいて偽」という真理述語を含む。さらに、Mについても、そのメタ言語（Oのメタメタ言語）$M_1$ を持つ。$M_1$もMの表現に言及できる手段と、「Mにおいて真」「Mにおいて偽」という真理述語を含む。以下、同様の階層を持つ開いた言語があると見なす。

この階層化された言語においては、あるレベル n の真理に対してはつぎのレベル n+1 の真理述語が述語づけられる。従って、「嘘つき文」は、

（S）この文（S）はOで偽である

という形で表現される。このとき、この文（S）そのものは言語Mに属する（つまりMの文である）。よって、もしこれが真ならば、「Oで真である」とはならず、「Mで真である」となる。すると、この文はOで偽である、が成立するが、これは誤りである、つまり「Mで偽である」ことになる。要するに、文（S）は（Mで）端的に偽であるにすぎず、パラドキシカルではない。

こうして、言語階層の区別により、パラドクスの出現は食い止められる。しかし、タルスキのこのような言語の再編に対しては、パラドクス阻止から独立な直観的正当性を持つのか、という点での批判がある。というのは、意味論的に閉じた言語からはパラドクスが生じるという理由以外に、階層の区別をして意味論的に開いた言語にする理由が見つからないからである。階層に相対的に真偽を決めることによって、(外見上は）同一である文が、それが属する階層ごとに、階層に相対的な異なる「意味」や異なる「真理値」を持つことになる。これは、日常の言語感覚からすれば不自然である、との印象を否めないだろう。

ラッセルもタルスキも、対象や言語にレベルの区別を持ち込んでパラドクスを食い止めようとする点で、共通した戦略を採用している、と言えよう。だが、「強すぎる制限」や「不自然さ」という欠点を、それぞれが抱えている。

## 3. 解決法（その2）

さて、本節では、タルスキの形式理論を重視する傾向は引き継ぎながら、それが前提とする哲学的方針をより自然なものにしようとして提案されたS.クリプキの解決法を検討する(9)。

クリプキは、パラドクスの起源を説明しながら、それを克服するための形式的な真理論を提案している。まず、クリプキは、タルスキが前提する古典２値の原理、すなわち、文法的に正しい文（整成文 well-formed sentence）はすべて真または偽である、という原理を捨てる。「嘘つき」のようなパラドキシカルな文に対しては、一種の真理値ギャップを認める。つまり、そのような文は（第三の真理値を持つのではなく）「真理値を持たない」文であると主張する。ただし、そのような文は意味をなさない(meaningless)わけではない。

パラドキシカルではない通常の文は真または偽の真理値を配分されるが、それは何らかの仕方で、その文が当の真理値を保有すべき根拠が与えられているからである。そのように、真理値が保証され、その真理値配分が根拠付けられた文を、クリプキは

「根拠づけられた文 grounded sentence」

と呼ぶ。人が「文Ｓは真である」と主張するのは、その人が（主張の正当な根拠を提示できることによって）その文を主張する資格が在る場合であるし、また、人が「文Ｓは偽である（真ではない）」

と主張するのは、その人が（主張の根拠を示し得ることによって）その文を否定できる場合である。例えば、「雪は白い」と主張する根拠を有している（よって主張する資格がある）場合に、人は「雪は白い」は真であると主張する。このように、真理値が（経験的に、または数学的公理のような一般原理に基づいて）付与された文、すなわち、「根拠づけられた文(grounded sentence)」がどのように生成されるのか、についての形式的・数学的理論をクリプキは提示しようとしている。

ここで、「根拠づけられた文」をめぐるクリプキの形式的議論（の一部）を辿ってみよう[10]。クリプキは、算術を含む（解釈された）古典的第一階の言語Ｌを採用する。Ｌには、有限個（または可算無限個）の述語が含まれる。個体変項がその上を動く非空の個体領域Ｄをとる。n 項述語はＤ上の n 項関係と解釈され、この解釈は固定されていると見なす。言語Ｌは、算術化等により、それ自身のシンタックスを含む程度には豊かであるとする。例えば、ゲーデル数を言語表現に付与することによって、各文（のゲーデル数）について、それが真なる文（のゲーデル数）と、そうでない文（のゲーデル数）とに、区分することができる。

さて、一項述語 T(x)（「x は真（なる文）である」と解される）を言語Ｌに追加することにより、Ｌを$\mathcal{L}$に拡大する。T(x)の解釈は、正式には、順序対（$S_1$,$S_2$）で与えられる。$S_1$は T(x)の外延（つまり真なる文の集合）であり、$S_2$は T(x)の反外延（偽なる文の集合）である。$S_1 \cup S_2$以外では、T(x)は解釈されない。他の述語の解釈はＬの解釈をそのまま踏襲する。$\mathcal{L}(S_1, S_2)$は、T(x)の解釈を（$S_1$,$S_2$）とすることから生じる、言語$\mathcal{L}$の解釈である。$S_1{}'$を$\mathcal{L}(S_1, S_2)$の真なる文（のゲーデル数）の集合とし、$S_2{}'$を$\mathcal{L}(S_1, S_2)$の文でないかまたは偽なる文（のゲーデル数）の集合とすると、$S_1{}'$と$S_2{}'$は（$S_1$,$S_2$）の選択によって一意に決まる。T(x)そのものを含む言語Ｌに対して、T(x)が真理集合として解釈されるべきならば、$S_1=S_1{}'$、$S_2=S_2{}'$でなければならない。いま、$\phi$を互いに素なＤの部分集合のすべての順序対（$S_1$,$S_2$）上で定義され、値が再びそこに戻る一項関数とする。すなわち、$\phi$は、アーギュメントとして T(x)の解釈（$S_1$,$S_2$）をとったとき、

$$\phi((S_1,S_2))=(S_1{}', S_2{}')$$

となるような一項関数である。このとき、

$$\phi((S_1,S_2))=(S_1,S_2)$$

となる順序対（$S_1$,$S_2$）を不動点(fixed point)と呼ぶ。

このようにして、真理述語を含む言語が拡大されることにより、階層化した言語$\mathcal{L}_\alpha$（$\alpha$は順序数）が得られる。$\alpha$がある順序数$\beta$の後者(successor)であれば（つまり$\alpha=\beta+1$であれば）、

$$\mathcal{L}_\alpha=\mathcal{L}(S_{1,\alpha}, S_{2,\alpha})$$

である。ここで、$S_{1,\alpha}$は$\mathcal{L}_\beta$の真なる文（のゲーデル数）の集合であり、$S_{2,\alpha}$は$\mathcal{L}_\beta$の偽なる文または文でないもの（のゲーデル数）の集合である。もし$\lambda$が極限順序数の場合、

$$\mathcal{L}_\lambda=\mathcal{L}(S_{1,\lambda},S_{2,\lambda})$$

である。ここで、$S_{1,\lambda}=\cup_{\beta<\alpha}S_{1,\beta}$、$S_{2,\lambda}=\cup_{\beta<\alpha}S_{2,\beta}$である[11]。

このような階層化の枠組みの中で、不動点は以下のように位置づけられる。すなわち、あるレベルの順序数$\sigma$について、

$$(S_{1,\sigma}, S_{2,\sigma})=(S_{1,\sigma+1}, S_{2,\sigma+1})$$

であるとする。しかるに、

$$\phi((S_{1,\sigma}, S_{2,\sigma}))=(S_{1,\sigma+1}, S_{2,\sigma+1})$$

であるから、$(S_{1,\sigma}, S_{2,\sigma})$ は不動点である。また、「根拠づけられた」という概念の形式的定義もこの枠組の中で与えられる。インフォーマルに言えば、grounded な文が徐々に増加していく過程

は、人が言語を習得し、情報を蓄積していくことにより、真なる文が増加する過程に類似した仕方で与えられている。それ以上に真なる文が増えないステップは「不動点 fixed point」と呼ばれ、上記のように定義される。この「不動点」を用いて、「根拠づけられていること(groundedness)」が形式的に定義される。すなわち、

文Ｓが根拠づけられている(grounded)⇔Ｓが最小不動点で真理値を持つ、

文Ｓが根拠づけられていない(ungrounded)⇔Ｓが最小不動点では真理値を持たない、

と定義される。さらに、パラドキシカルな文は以下のように定義される：

文Ｓがパラドキシカルである⇔Ｓはいかなる不動点においても真理値を配分されない。

すると、パラドキシカルな文はすべて ungrounded であるが、ungrounded な文がすべてパラドキシカルというわけではない。例えば、クリプキの真理論の中で、

(※) この文は真である(This sentence is true)

は、奇妙ではあるが無矛盾な文である。文（※）が真ならば、「この文は真である」という（※）の主張内容がそのまま成り立つから、（※）は真である。逆に、文（※）が偽ならば、「この文は真である」という主張内容は成り立たない。従って、（※）は真ではない、つまり偽である（いまの場合、主張内容が成り立たないから真偽不定ではなく偽となる）。このような文には任意にどちらの真理値も付与できる。従って、ungrounded ではあるが、パラドキシカルではない。

以上のようなクリプキの、独自な真理論を伴うパラドクスの解決法は、厳密な数学的方法とわれわれの言語に対する自然な感覚とを調和的に取り入れようとしていることにより、評価できる新機軸を含むと思われる。しかし、言語の階層性に訴える点では、クリプキ自身も認めるように、タルスキ階層の亡霊を引きずっている(12)。「真（である）」や「偽（である）」といった、われわれの認識に関わる最も基本的な述語に関して、「階層性」のような、直観になじまない道具に訴えるしか説明の方策がない、という意味でわれわれは未だに無知である、ということになるのであろうか？最後に次節で、真理述語に関わらないパラドクスを検討しよう。

## 4. 真・偽なしのパラドクス

これまでの節で、われわれは「真」や「偽」に関わる、いわゆる意味論的パラドクスと呼ばれるパラドクスと、それに対するいくつかの解決法（対処法）を検討してきた。それらの解決法は、パラドクスの出現を食い止めるという点では有効であるものの、それに関連する言語や真理に関する哲学的方針は必ずしも満足のいくものでない、ということが判明した。ところで、「真」という概念についての考察の成果として、真理の「余剰説」がある。ここで、「余剰説」を詳しく検討する余裕はないが、これは、「言及」や量化子の「全称例化」の作用と、「真」という述語の作用の類似性に着目する真理論である。「真」や「偽」という概念は直接には現れないが、真理の「余剰説」の問題領域に現れるパラドクス、「言及」や「例化」に関わるパラドクスを考えよう。

いま、‘＄’を文(sentence)から項(term)を作る演算子とする。すなわち、‘the statement that・・・’（・・・と主張する言明）といった形で表現できる言語手段であるとする。さらに、‘c’は、‘１と名づけられた文によってなされた言明’という項(term)の短縮表現であるとする。ここで、以下の１を仮定する：

１．$(\forall P)\ (c = \$P \rightarrow \neg P)$.

すると、‘c’が上記１の文によってなされる言明の短縮表現であることにより、いわば経験的に、

つぎの２が成り立つ：

2．$c=\$(\forall P)(c=\$P\rightarrow\neg P)$.

１に全称例化を施して、

$(c=\$(\forall P)(c=\$P\rightarrow\neg P))\rightarrow\neg(\forall P)(c=\$P\rightarrow\neg P)$

が導かれる。ところが、２より、$c=\$(\forall P)(c=\$P\rightarrow\neg P)$ であるから、modus ponensにより、

$\neg(\forall P)(c=\$P\rightarrow\neg P)$

が導かれる。しかし、これは１に矛盾する。すなわち、１と２からは矛盾が導かれた。そこで、２を救って、背理法により、１を否定する（¬１）：$\neg(\forall P)(c=\$P\rightarrow\neg P)$。よって、

$(\exists P)(c=\$P\wedge P)$.

そこで、

$c=\$Q\wedge Q$

と仮定する。すると、２と $c=\$Q$ より、$\$(\forall P)(c=\$P\rightarrow\neg P)=\$Q$ であるから、

$(\forall P)(c=\$P\rightarrow\neg P)\Leftrightarrow Q$

である(13)。ところが、Qである。ゆえに、

$(\forall P)(c=\$P\rightarrow\neg P)$

つまり、１が成り立つ。こうして、$1\wedge\neg 1$ で矛盾である。

この上の議論で、$のような演算子が無くても、‘c’を項ではなく「Ｉという番号を付した文」の短縮形として、

Ⅰ．$(\forall P)((c\Leftrightarrow P)\rightarrow\neg P)$

と置き、短縮形を元に戻して、

Ⅱ．$c\Leftrightarrow(\forall P)((c\Leftrightarrow P)\rightarrow\neg P)$

と置くことからも、同様の矛盾が導かれる(14)。

こうして、直接に真理述語を介せずとも、文または命題に対する（第二階の）量化子と否定とからパラドクスが生じる。しかも、このパラドクスはタイプとしては「嘘つきのパラドクス」と酷似している。「偽」の役目は、成立と不成立を逆転させる「否定」が担い、「自己言及」のそれは「全称例化」での代入が担う。

ハーク(Haack) は、（第二階の）量化子が関与するパラドクスを食い止める方策として、全称量化子‘∀’の「代入解釈」に訴えることを提案している(15)。「代入解釈」とは、

$(\forall v)\ \phi(v)$ が真である ⇔ $\phi(s)$ なるすべての代入例が真である

と解釈するやり方である。このとき、定義条件として、代入項 s は元の量化文 $(\forall v)\ \phi(v)$ より少数の量化子しか含んでいてはならない、と定める。これによって、例えば、上記の二番目の例で、

$(\forall P)((c\Leftrightarrow P)\rightarrow\neg P)$

に「全称例化」を適用して $(c\Leftrightarrow P)\rightarrow\neg P$ の‘P’に（任意の）文を代入するとき、元の全称文 $(\forall P)((c\Leftrightarrow P)\rightarrow\neg P)$ そのものは代入できないことになる。ハークは、定義条件として上記の条件を課すことは、ad hocなやり方ではなく、量化子の解釈を定義する正当な定義条件と見なしている。そして、文変項に代入される文が含む文（命題）量化子（∀P）出現の個数に関する制限は、ラッセル流タイプ理論での「悪循環原理」によるオーダーの制限と類似した制限であることを指摘している(16)。「悪循環原理」を破ることは悪しき自己依存である。同様に、文量化子の例化として代入が許される文（命題）も、量化の秩序において下位の文（命題）に限られねばならない、というわけである。