

数学教育における課題学習に関する一考察

- 課題の要件と事例の開発 -

李 淳也
指導教官：矢部敏昭

・研究の目的と方法

卒業研究のテーマを決めるにあたって，私は，「数学科課題学習の教材集」という文献を目にした。中学校の数学の学習において，私はただの計算や，練習問題を解くといった学習よりも，文献に載せられているような問題の解決に数学の学習のおもしろさを感じ，解決の中にあられる数学に驚いたり，感動した経験があった。今回文献を読み進めるにあたって，そのような問題が「課題学習」という物の中で扱われていることを知ることができた。

そこで，「課題学習」とは何なのかという疑問を抱き，課題学習に用いられる教材について自分なりに考えていけないだろうかと思い，研究の課題とすることとした。

研究の目的については

- ・「課題学習」とは何なのか。
- ・「課題学習」に用いられる教材とはどんなものなのか。

これらのことについて考察していきたいと思う。研究の方法は，第 2 章では，「中学校学習指導要領」や正田氏の「課題学習の構想と展開」等の文献をもとに，「課題学習」とは何なのかについて考察していく。第 3 章では，課題学習に用いられる事例の考察を行い，これをもとに，第 4 章で「主体的な学習」，「数学的な見方や考え方について考察していく。第 5 章では，前章までで考察したことを教材の開発に向けて検討していく。

・本論文の構成

- 第 1 章 はじめに
 - 1-1 研究の動機
 - 1-2 研究の目的
 - 1-3 研究の方法
- 第 2 章 課題学習とは何か
 - 2-1 「課題学習とは」

- 2-2 課題学習のねらい位置づけ
- 第 3 章 課題の事例の考察
 - 3-1 各領域の内容を総合した課題「乘法九九表」事例の考察
 - 3-2 日常の事象を数学的にとらえる課題「カレンダー」の事例の考察
 - 3-3 自ら課題を見つける課題「ペグゲーム」の事例の考察
- 第 4 章 課題学習における研究の視点
 - 4-1 数学的な見方考え方と課題学習
 - 4-2 主体的な学習と課題学習
- 第 5 章 課題学習の授業構想案
 - 5-1 課題の満たすべき要件
 - 5-2 課題の開発

・研究の概要

- 第 3 章 課題の事例の考察
 - 3-3 自ら課題を見つける課題「ペグゲーム」の事例と考察

「自らの課題を見つける課題とは，はじめは与えられた課題であっても，そこから解決に向けて，各自が自分なりの課題を設定し，それを自分なりの方法で解決していくという主体的な学習をする態度の育成にねらいが置かれている課題なのではないだろうか。

ここでは，「自ら課題を見つける課題」として，「ペグゲーム」の事例における解決過程の考察を行いどのような課題なのかを考えていきたい。

「ペグゲーム」における解決過程として第一に考えられることは，実際に駒を動かして回数を数える活動ではないだろうか。この活動を通して，例えば，回数をうまく数えることができなかつたり，結果として出てきた答えに自信がもてないというような経験をするのではないかと考える。そして，このような経験から「うまく数えるにはどうしたらよいだろうか」，「正

題目：問 2 色の駒がある。中央に 1 駒分だけの空間をつくり左右に 5 個ずつ 1 列に並べる。1 回にどちらか 1 つの駒を進め，途中で相手の駒を 1 度に 1 個だけとんでよい。左右の状態が，始めと逆になるようにするには，最小限何回駒を動かせばよいか。

図 1

図 2

しい結果を求めるにはどうしたらよいだろうか」と考え、それを自分の課題としてとらえ、解決していこうとする活動へと向かうのではないかと考える。

「うまく数えるにはどうしたらよいだろうか」という課題から、それを解決する手段の1つとして、どのように動かしたら分かるように表に記録するといった活動が考えられるだろう(表1参照)。

「駒の個数が左右5個ずつを考えるのは難しい」という課題から、それを解決する手段の1つとして、駒の個数を減らして簡単な場合から考えてみようとする活動も考えられるだろう(表2参照)。

駒の動かし方に間違いがないことが分かれば、この問題は解決できたことになる。しかし、「駒の個数が左右6個ずつの場合はいかが」、「駒の個数が左右10個ずつの場合はいかが」と考えると、「回数を数えるのが大変だ」と感じるのはないだろうか。そこで、これまでの活動を振り返り、「駒の個数と移動回数には何か関係がありそうだ」と考えたり、「駒の移動の仕方には規則性がありそうだ」ということに気づき、それを明らかにしていこうとする活動へとつながるのではないかと考える。

例えば、駒の個数と移動回数の関係を見つけるために、表に表し、それから解の見当をつけようとする活動が考えられるだろう(表3)。

また、駒の動かし方の規則性を明かにしようとする手段の1つとして、

- ・駒が左に移動した場合を()と表そう
- ・駒が右に移動した場合を()と表そう
- ・連続して同じ方向に移動した場合、その移動回数をまとめて表そう

とする活動が考えられるだろう(図1参照)。

この活動を通して、見いだした規則性として次のことが考えられるのではないだろうか。

- ・中央の数に対して対称に並んでいる。
- ・左右n個ずつとすると、中央の数はn、あられる最大の数はn。
- ・1, ..., n, n, n, ..., 1と並んでいる。

これらの規則性から、

- ・左右6個ずつの場合の移動回数は

$$1+2+3+4+5+6+6+6+5+4+3+2+1 \\ = (1+2+3+4+5+6) \times 2 + 6 \\ = 48$$

- ・左右n個ずつの場合の移動回数は

$$1+2+3+4+\dots+n+n+n+\dots+4+3+2+1 \\ = (1+2+3+4+\dots+n) \times 2 + n \\ = 1/2n(n+1) \times 2 + n \\ = n(n+2)$$

というように、数式で表したり、一般的に文字式で表そうとする活動へとつながることも考え

られるのではないだろうか。

今回「自ら課題を見つける課題」の考察として、「ペグゲーム」の事例を取り上げた。この事例の考察を通して、「自ら課題を見つける課題」とは、はじめは与えられた課題であっても、そこから解決に向けて、各自が自分なりの課題を設定し、それを自分なりの方法で解決していこうとする主体的な学習をする態度の育成が望める課題ではないかと考える。さらに、今回は課題がどのように解決されていくかという過程を考えていったが、解決過程には様々な数学的な見方や考え方があらわれることが考えられ、主体的な学習をする態度の育成と同時に数学的な見方や考え方の育成も望める課題ではないかと考える。

・研究の結果

課題の満たすべき要件

「主体的な学習を促す」、「数学的な見方や考え方を育成する」という課題学習のねらいが達成されるためには、課題学習に用いられる課題とはどのような要件を満たしているものがよいかを、第2章から第4章までで考えてきたこと、考察してきたことをもとに課題の満たすべき要件について考えていこうと思う。

1. 生徒にあった追求ができるような深さや幅がある課題

それぞれの生徒が持っている既習の知識やアイデアは、学習内容の習熟の程度の違いなどから、差があり、様々である。それぞれの生徒が持っている知識やアイデアで一応の解決ができ、また同時に、簡単に解決できてしまった生徒にもある程度の困難性を感じさせることができるような課題が望ましいと考える。このような課題を与えることによって、それぞれの生徒が「自分にもできそうだという見通し」を持てたり、解決できたときの成功感や成就感といった体験ができるのではないだろうか。そして、これらの体験により、主体的に学習しようとする意欲を喚起できるのではないだろうか。

ペグゲームの課題例についていえば、単に駒を動かし操作することで移動回数を調べる活動や、最小移動回数を調べる活動など、その生徒の能力に合った課題を設定し、それを解決していこうとする様々な解決活動があることである。

また、乗法九九表やカレンダーの課題例についていえば、比較的簡単な規則性から、複雑な規則性まで多様な規則性があり、それぞれの生徒に合った探究活動ができることである。このような意味で幅のある課題と考えたい。

次に、ペグゲームの課題例のように、具体的に駒を操作する活動を通して、また、乗法九九表やカレンダーの課題例のように規則性を観察するこ

とを通して、そこから課題の中に存在する数学的な部分へと掘り下げていけるような課題が望ましいと考える。

例えば、ペグゲームについての最小移動回数が確かだという根拠が、また、乗法九九表やカレンダーについての規則性が成り立つことの根拠が数学によって明らかにされる。操作や観察が楽しかっただけで終わるのではなく、数学によって根拠が明らかになっていくことが、数学の学習として意味のあるものとなるのではないだろうか。

ペグゲームの課題例についていえば、様々な数学的な見方や考え方によって、駒の移動の仕方に規則性を見いだせたり、解の見当をつけることができることなどであると考ええる。

また、乗法九九表やカレンダーの課題例についていえば、文字式を用いるという数学的な見方や考え方によって、規則性が証明できることなどであると考ええる。

このような意味で、深さのある課題と考えたい。

2. 数学的な見方や考え方が表れ、その良さが分かるような課題

ペグゲーム、乗法九九表、カレンダーの課題例の考察から、課題を解決していく過程には、様々な数学的な見方や考え方が表れることが考えられた。

・ペグゲームの課題例について

(例)

- ・駒が移動する過程を表に記録する
- ・駒や動かす方向を記号で表す
- ・移動回数を数式で表す

思考過程を簡潔・明確に表すことができる

- ・乗法九九表、カレンダーの課題例について

(例)

- ・規則性を文字を用いて表す
すべての場合について、一般的に簡潔・明確に表すことができる

課題を解決していく過程で、様々な数学的な見方や考え方が発揮される学習を通して、数学的な見方や考え方の良さというものが体験できれば、数学的な見方や考え方の育

成につながるのではないだろうか。

3. 発展性のある課題

2. において、「数学的な見方や考え方があられ、そのよさが分かるような課題」が望ましいと考えたが、数学的な見方や考え方のよさが納得できたあとで、今度は、その数学的な見方や考え方が活かせる場のある課題が望ましいと考える。

発展性があるということをおの場合、条件変更により発展できるという意味で考えたい。

ペグゲームの課題例についていえば、「左右5個ずつの場合」の最小移動回数を求める問題から、「左右10個ずつの場合」、「左右n個ずつの場合」と条件を変えることである。この課題例では、「左右5個ずつの場合」で見いだされた駒の移動の規則性やその規則性の発見に至るまでに用いられた数学的な見方や考え方を「左右10個ずつの場合」、「左右n個ずつの場合」についても容易に活かすことができると考える。

乗法九九表やカレンダーの課題例についていえば、例えば「 2×2 の方形に潜む規則性」を証明する問題から、「 3×3 の方形に潜む規則性」と条件を変えることである。これらの課題例についても「 2×2 の方形に潜む規則性」を証明するときの見方や考え方を「 3×3 の方形に潜む規則性」についても活かすことができると考える。

このような体験を通して、数学的な見方や考え方より自分のものとして、そして、活用できるものとして生徒たちに身につくのではないかと考える。

引用・参考文献

- ・中学校学習指導要領.(平成10年12月).文部省.
- ・中学校数学指導資料指導計画の作成と工夫.文部省.
- ・課題学習の構想と展開.正田寛.明治図書.
- ・数学的な考え方の具体化.片桐重男.明治図書.
- ・数学科課題学習の教材集.筑波大学附属中学校数学教育研究会.明治図書.

資料

(図1)

・左右1個ずつの場合

1 1 1

3回

・左右2個ずつの場合

1 2 2 2 1

8回

・左右3個ずつの場合

1 2 3 3 3 2 1

15回

