

砂土の粒径加積曲線に関する実験式とその特徴

井上光弘*・野村安治*

Experimental Equation and Its Characteristic of the Grain Size Accumulation Curve for Sandy Soil

Mitsuhiro INOUE* and Yasuji NOMURA*

Summary

In order to investigate the fundamental physical properties of sampling soil distributed in fields, it is necessary to examine the soil texture, the soil grading, the three phases of soil, and the soil hardness.

In this paper, a modified mechanical analysis of soil in a sand dune field is described, and the grain size frequency distribution and the grain size accumulation curve of ten sandy soils are discussed. From the results obtained by the fitting technique of Pearson's frequency distribution curve, it is recognized that the grain size frequency distribution of sandy soil is not always the logarithmic normal distribution of grain size diameter D . On the other hand, for the grain size accumulation curve of sandy soil, a new experimental equation is proposed as follows:

$$W = \frac{100}{\{1 + a \left(\log_e \frac{2}{D}\right)^b\}^c}$$

where W is mass percentage through the grain size diameter D , and the constants a , b , c are determined using the non-linear regression analysis.

Characteristic of the new experimental equation and its constants is discussed. As a result, it is clear that $W=100/(a+1)^c$ is corresponding to $D=0.7358$, and $W=100\{c/(1+c)\}^c$ is the point of inflection of the grain size accumulation curve. Making a comparison between the constants and the properties of the grain size accumulation curve, the correlation coefficient between the value of $-\log_e a$ and the reciprocal of the grain size diameter corresponding to $W=50\%$, between the value of b and the gradient of grain size accumulation curve, and between the value of $1/(bc)$ and the coefficient of curvature of grain size accumulation curve are 0.966, 0.971 and 0.957, respectively. The correlation coefficient between the value of $-\log_e a$ and the coefficient of uniformity, and between the value of

*鳥取大学農学部農業水利学研究室

*Laboratory of Irrigation and Drainage Engineering, Tottori University

$100/(a+1)^c$ and the grain size diameter corresponding to $W=30\%$, are -0.969 and -0.978 , respectively. Relationship between the value of c and the value of $1/b \cdot \exp(a^{-1/b})$ is shown in Eq. (20) and its correlation coefficient is 0.992. From the good agreement between the measured value and the estimated value of the grain size accumulation curve, it is recognized that new experimental equation proposed in this paper is sufficient for practical use.

まえがき

砂地圃場の土壌水分動態と水理特性を検討した結果、比較的均一と考えられる砂地圃場でも、各実験区で土壌水分特性曲線や不飽和透水係数が異なること³⁾、また同一実験区でも各深さで保水性が異なり、定常浸潤状態の水分プロファイルと土壌断面の乾燥密度との間に強い相関があること⁴⁾が明らかになった。

砂地圃場に分布する砂丘砂は、ピペット法による粒径分析では、国際法ですべて『砂土』(砂85%以上、シルト15%以下、粘土5%以下)に分類される。しかしながら、シルトや粘土の含有量を精度高く測定することが容易でないために、この砂・シルト・粘土の含有量の割合によって、砂地圃場の場所的な土壌物理特性を的確に表わすことは困難である。そこで、砂地圃場の採土地点の特色を知るために、土性や三相分布、土壌硬度の他に、砂丘砂の粒度試験によって、砂の粒径組成を詳しく把握する必要がある。

本研究は、10ヶ所から採集した砂土に対して、精

度の高い粒径分析を行い、粒径度数分布と粒径加積曲線を求め、さらに粒径加積曲線に対して実験式のあてはめを試み、新たな知見を得ようとしたものである。

供試土壌と実験方法

砂地圃場の土壌水分動態に関する実験^{2),3),4)}は、鳥取大学農学部附属砂丘利用研究施設内の放射性同位元素使用区域の5つの圃場(以下R I 圃場という)で遂行されてきた。そのひとつの実験区⁴⁾の土壌断面において、乾燥密度が著しく異なる深さ60cmと深さ150cmの土壌、及び表土を供試土壌として選定した。また、粒径分布が異なると考えられる砂土の供試土壌を鳥取市近辺から採集した。これらの供試土壌に対して、採集地点、真比重と仮比重の平均値と標準偏差、及び粒度試験によって得られたシルト・粘土の含有率(粒径0.074mm以下)を第1表に示した。

粒度試験に関する実験は、土質工学会の方法¹⁾(JIS A1204-1980)に規定されている。しかしなが

第1表 供試土壌の採集地点

試料番号	採 集 地 点	真 比 重	仮 比 重	シルト・粘土含有率(%)
No. 1	砂丘研RI圃場の表土	2.657±0.004	1.513±0.016	0.894
No. 2	砂丘研RI圃場の深さ60cm	2.672±0.004	1.415±0.016	0.605
No. 3	砂丘研RI圃場の深さ150cm	2.666±0.004	1.519±0.013	0.624
No. 4	砂丘研正門東側の砂丘表土	2.678±0.004	1.565±0.063	0.512
No. 5	砂丘研ウェイイングライシメータ圃場	2.661±0.005	1.515±0.055	2.952
No. 6	砂丘研アリッドトロン大型ガラスハウス内	2.678±0.005	1.534±0.059	0.978
No. 7	鳥取市十六本松の砂地	2.664±0.005	1.525±0.035	0.561
No. 8	砂丘子供の国・林の中の表土	2.659±0.004	1.420±0.051	1.490
No. 9	鳥取大学学生寮・北斗寮前の表土	2.665±0.004	1.624±0.054	0.291
No. 10	八頭郡古用瀬・千代川の川砂	2.659±0.005	1.468±0.061	0.708

ら、砂丘砂の場合には、粗砂と細砂が粒径組成の約95%以上を占めているので、粒度試験のフルイ分け作業を若干変更する必要がある。そこで、本研究では、次のような手順で粒径分析を行った。すなわち、まず、ある地点で採集した試料を炉乾燥し、質量約100gの供試土壌を500ccの振とう瓶に入れる。分散剤としてカルゴンを使用し、往復振とう機で2時間振とうさせて土粒子を分散させる。次に、呼径0.074mmのフルイと洗浄瓶を用いて、粒径0.074mm以下のシルト分と粘土分を水で洗い流す。呼径0.074mmのフルイに残留した砂（粗砂と細砂）を炉乾燥し、その質量を測定する。この砂を市販の呼径1,000mmから0.088mmまでの計15種類のフルイにかける。このとき、各々の呼径のフルイ分けに5から15分¹⁾ではなく、1時間から2時間以上かけて、慎重に手でフルイ分け試験を行った。最後に、それぞれのフルイに残留した土粒子をアルミ皿に採集して、炉乾燥し、その土粒子の質量を測定する。

粒度度数分布と粒径加積曲線

いま、RI圃場の深さ60cmで採集した試料番号No.2の砂丘砂について、実験データの整理手順を具体的に述べながら、実験結果をまとめてみよう。

粒径分析の結果は、一般に片対数紙上にプロットされる。つまり、横軸には対数で土粒子の直径Dがとられ、縦軸には与えられた粒径よりも小さい土粒子の通過質量百分率Wがとられる。この曲線は粒径加積曲線と呼ばれる。もし、横軸のある区間内に含まれる粒径組成の百分率をとるならば、その分布は粒度度数分布と呼ばれる。

これらの粒度度数分布や粒径加積曲線の方程式を選定するために、数理統計学⁷⁾で用いられるピアソン系の度数曲線をあてはめる方法を採用することにした。フルイの呼径は2の8分の1乗を公比とする等比級数を分級目盛りとして採用している⁵⁾ので、

$$\phi = A - \frac{\ln D}{\ln 2^k} \dots\dots\dots(1)$$

なる式で、フルイの呼径Dをφに変換し、粒度度数分布や粒径加積曲線の横軸を等間隔になるようにする。ここで、lnは自然対数log_eを意味し、さらに、

D=2のとき、φ=0となるようにAの値を決定すると、A=8となる。計算手順として、まず度数分布の平均φ̄を求め、平均まわりの第2次、第3次、第4次の各積率μ₂、μ₃、μ₄を求める。次に、β₁=μ₂²/μ₃²とβ₂=μ₄/μ₂を計算し、さらにK={β₁(β₂+3)²}/ {4(4β₂-3β₁)(2β₂-3β₁-6)}を求め、得られたβ₁、β₂、Kの値で、度数分布曲線の方程式を選定する⁷⁾。この手順に従って、試料番号No.2の実験結果と計算結果を第2表及び第3表の1部に示した。

第2表 粒径分析の実験結果(試料番号No.2の場合)

フルイ呼径 D(mm)	変換粒径 φ	粒度組成含有量 G(g)	質量百分率 Ms(%)	通過質量百分率 W(%)
2.000	0			100.000
		0.01	0.009	
1.000	8			99.991
		0.02	0.019	
0.840	10			99.972
	11	0.02	0.019	
0.710	12			99.953
	13	0.51	0.475	
0.590	14			99.478
	15	1.42	1.322	
0.500	16			98.156
	17	8.06	7.505	
0.420	18			90.651
	19	10.21	9.507	
0.350	20			81.144
	21	19.65	18.298	
0.297	22			62.846
	23	24.09	22.432	
0.250	24			40.414
	25	24.63	22.935	
0.210	26			17.479
	27	11.28	10.504	
0.177	28			6.975
	29	4.93	4.591	
0.149	30			2.384
	31	1.01	0.941	
0.125	32			1.443
	33	0.68	0.633	
0.105	34			0.810
	35	0.15	0.140	
0.088	36			0.670
	37	0.07	0.065	
0.074	38			0.605
	—	0.65	0.605	
計	—	107.39	100.000	—

第3表 粒径度数分布の特性値

試料番号	No. 1	No. 2	No. 3	No. 4	No. 5	No. 6	No. 7	No. 8	No. 9	No. 10	
粒径度数分布に対して	$\bar{\phi} \pm \sqrt{\mu_2}$	22.7±3.5	23.0±3.5	22.8±3.3	21.5±4.1	22.6±3.5	21.3±4.4	19.2±4.5	23.9±3.4	19.4±4.6	15.6±4.9
	$\sqrt{\beta_1}$ (歪度)	0.0216	0.0285	0.0887	0.541	0.0932	0.147	0.00959	0.237	0.161	0.986
	β_2 (尖度)	3.57	3.29	3.57	3.32	3.51	3.07	2.50	4.14	2.85	4.18
	K	0.000310	0.00106	0.00534	-0.997	0.00658	0.194	-0.000698	0.0207	-0.0525	-1.95
	$2\beta_2 - 3\beta_1 - 6$	1.14	0.576	1.12	-0.236	0.998	0.0836	-0.996	2.11	-0.373	-0.445
$5\beta_2 - 6\beta_1 - 9$	8.85	7.44	8.80	5.85	8.51	6.24	3.51	11.4	5.11	6.29	
粒径加積曲線に対して	$\bar{\phi} \pm \sqrt{\mu_2}$	16.5±4.8	16.5±4.8	16.4±4.7	16.1±4.8	16.8±5.3	16.1±4.9	15.3±4.5	17.1±5.2	15.3±4.4	14.5±4.8
	$\sqrt{\beta_1}$ (歪度)	0.653	0.556	0.581	0.814	0.939	0.877	0.955	0.638	0.897	1.69
	β_2 (尖度)	3.36	3.00	3.14	3.56	4.21	3.83	4.20	3.29	3.77	6.57
	K	-0.641	-0.271	-0.376	-0.672	-3.74	-1.05	-2.45	-0.519	-0.834	-2.65
	$2\beta_2 - 3\beta_1 - 6$	-0.553	-0.928	-0.734	-0.866	-0.216	-0.657	-0.343	-0.650	-0.873	-1.38
$5\beta_2 - 6\beta_1 - 9$	5.26	4.14	4.67	4.83	6.78	5.51	6.51	4.99	5.03	6.80	

第2表中で、粒度組成含有量 $G(g)$ は、フルイ分け実験の生データで、例えば、 $G = 4.93g$ は、呼径 $0.177mm$ のフルイを通過し、呼径 $0.149mm$ のフルイに残留した土粒子の質量である。質量百分率 M_s は、粒度組成含有量 G の百分率であり、通過質量百分率 W は次の式で求まる。

$$W = \sum_0^D M_s \dots\dots\dots (2)$$

また、フルイの呼径 D を(1)式で変換した ϕ の値に対して、それぞれ W と M_s をプロットしたものは、第2表の結果から明らかなように、横軸を等間隔とした度数分布となり、これらの分布は、粒径加積曲線と粒径度数分布に対応する。そこで、次にこれらの度数分布をピアソン系の度数曲線であてはめるために、 β_1, β_2, K を求めた。その結果、第3表に示すように試料番号No.2に対して、粒径加積曲線については、 $\beta_1 = 0.310, \beta_2 = 3.00, K = -0.271, 2\beta_2 - 3\beta_1 - 6 = -0.928, 5\beta_2 - 6\beta_1 - 9 = 4.14$ 、粒径度数分布については、 $\beta_1 = 0.000812, \beta_2 = 3.29, K = 0.00106$ であった。つまり、粒径加積曲線については、

$$W = W_0 \left(1 + \frac{\phi}{n}\right)^m \dots\dots\dots (3)$$

の方程式、粒径度数分布については、 $\beta_1 = 0, \beta_2 = 3, K = 0$ とみなして、 ϕ に対して正規分布であることが認められる。

本研究で取扱った10種の砂土に対して、 β_1, β_2, K などの粒径度数分布の特性値を第3表にまとめてみた。その結果、粒径加積曲線については、すべて $K < 0, 2\beta_2 - 3\beta_1 - 6 < 0, 5\beta_2 - 6\beta_1 - 9 > 0$ となり、(3)式で表わされることが認められる。しかしながら、粒径度数分布については、歪度、尖度、 K の値から判断して、必ずしも、 ϕ に対して正規分布であるとは言えない。つまり、必ずしも、すべての砂土の試料が、粒径 D に対して対数正規分布とはならないことが認められる。

粒径加積曲線の実験式

砂土の粒径分析の結果をより一般的に記述するためには、粒径度数分布あるいは粒径加積曲線の方程式を決定することが必要である。前節で述べたように、ピアソン系の度数曲線のあてはめを試みた結果、粒径加積曲線については、(3)式の形の方程式で表現できることがわかった。(1)式は、 $\phi = 8 \cdot \ln(2/D) / \ln 2$ となるので、(3)式は、

$$W = W_0 \left(1 + \alpha \ln \frac{2}{D}\right)^m \dots\dots\dots (4)$$

と変形できる。ここで、 $\alpha = 8 / (n \ln 2)$ である。

このような考え方で実験式を見出したものが、既往の研究にも見られる。ロジャーナとラムレルは、ピアソン系の度数曲線のあてはめから、穀物に対す

る粒径加積曲線が、次の式で表わされることを提案した⁶⁾。

$$W=100 \left[1 - \exp \left\{ - \left(\frac{D}{a} \right)^b \right\} \right] \dots\dots\dots(5)$$

ここで、 a, b は実験常数で、 $D=a$ のとき $W=63.21\%$ 、 $D \rightarrow 0$ のとき $W \rightarrow 0$ 、 $D \rightarrow \infty$ のとき $W \rightarrow \infty$ となる。さらに、(5)式は、

$$\log \left[\ln \left(\frac{100}{100-W} \right) \right] = -b \log a + b \log D \dots\dots\dots(5')$$

なる式に変形され、最小二乗法によって、実験常数 a, b が決定される。

一方、砂土の粒径加積曲線は、一般に、ゆるやかなS字型の曲線を呈している。そこで、S字型となる実験式についても検討してみよう。

よく知られている曲線として、ロジスティク曲線がある。ロジスティク曲線は、一般に、

$$Y = \frac{L}{1 + \exp \{ f(t) \}} \dots\dots\dots(6)$$

で表わされる。この曲線の最も簡単な場合は、 $f(t) = a_0 + a_1 t$ で、 $Y=W$ 、 $t=D$ おき、 $D=\infty$ のとき $L=100$ となることから、 $a_1 = -a$ 、 $a_0 = ab$ とおくと、(6)式は、

$$W = \frac{100}{1 + \exp \{ -a(D-b) \}} \dots\dots\dots(7)$$

となる。ここで、 a, b は実験常数で、 $D=b$ のとき、 $W=50\%$ 、 $D \rightarrow \infty$ のとき $W \rightarrow 100$ 、 $D=0$ のとき $W=100 / \{ 1 + \exp(ab) \}$ となる。一般には(6)式のロジスティク曲線は非線形であるが、境界条件から、 $L=100$ となり、(7)式は、

$$\ln \left[\frac{100}{W} - 1 \right] = ab - aD \dots\dots\dots(7')$$

なる式に変形され、最小二乗法によって、実験常数 a, b が決定される。

次に、 $D=a$ のとき $W=50\%$ 、 $D \rightarrow \infty$ のとき $W \rightarrow 100$ 、 $D \rightarrow 0$ のとき $W \rightarrow 0$ となるようなべき関数として、次の式が考えられる。

$$W = \frac{100}{1 + \left(\frac{a}{D} \right)^b} \dots\dots\dots(8)$$

同様に、この(8)式も、

$$\log \left[\frac{100}{W} - 1 \right] = b \log a - b \log D \dots\dots\dots(8')$$

なる式に変形され、最小二乗法によって、実験常数 a, b が決定される。

さらに、(8)式の D の代りに $\ln D$ を考え、 $D=2$ のとき $W=100\%$ 、 $D \rightarrow 0$ のとき $W \rightarrow 0$ となるように、べき関数を導くと、

$$W = \frac{100}{1 + a \left(\ln \frac{2}{D} \right)^b} \dots\dots\dots(9)$$

となる。本研究で用いた砂土の土粒子がすべて呼径 2mm のフルイを通過したことを考えると、(9)式は妥当な式と言えよう。この(9)式も、

$$\log \left[\frac{100}{W} - 1 \right] = \log a + b \log \left[\ln \frac{2}{D} \right] \dots\dots\dots(9')$$

なる式に変形され、最小二乗法によって、実験常数 a, b が決定される。

以上、(5)式のロジーナ・ラムレルの式、(7)式のロジスティク曲線、(8)式の D に対するべき関数、(9)式の $\ln D$ に対するべき関数について、最小二乗法によって、つまり、通過質量百分率の実測値を W_m 、その推定値を W_e とするとき、通過質量百分率 W に対する残差平方和

$$SSQ = \sum_{i=1}^N (W_m - W_e)^2 \dots\dots\dots(10)$$

が最小となるように、実験常数 a, b を決定した。このとき同時に相関係数 r も計算し、さらに、第2表に示すように、データ数 N を16個として、標準誤差 ϵ を次の式で計算した。

$$\epsilon = \sqrt{\frac{SSQ}{N-K}} \dots\dots\dots(11)$$

ここで、 K は推定すべき実験常数の数である。

本研究で用いた10種の砂土に対して、以上4つの実験式のあてはめの結果を第4表に示した。その結果、残差平方和 SSQ 、あるいは標準誤差 ϵ が小さくなる実験式は、(9)式のべき関数で、続いて(8)式のべき関数であることが認められる。(8)式や(9)式の直線性を調べてみると、わずかにS字型あるいはJ字型の滑かな曲線となっていた。そこで、(8)式や(9)式に、新たに実験常数 C を付け加え、それぞれ

$$W = \frac{100}{\left\{ 1 + \left(\frac{a}{D} \right)^b \right\}^c} \dots\dots\dots(12)$$

$$W = \frac{100}{\left\{ 1 + a \left(\ln \frac{2}{D} \right)^b \right\}^c} \dots\dots\dots(13)$$

第4表 粒径加積曲線の実験式とその実験常数

試験式 W =		試験番号									
		No. 1	No. 2	No. 3	No. 4	No. 5	No. 6	No. 7	No. 8	No. 9	No. 10
(5)式 $100\left[1-\exp\left\{-\left(\frac{D}{a}\right)^b\right\}\right]$	a	0.3854	0.3752	0.3725	0.3985	0.3600	0.4178	0.5028	0.3320	0.4900	0.7243
	b	3.098	3.316	3.408	3.170	2.626	2.848	3.073	2.964	3.250	2.380
	r	0.977	0.979	0.982	0.992	0.978	0.990	0.982	0.985	0.989	0.994
	SSQ	1826.8	1926.5	1627.1	512.8	818.2	657.4	774.1	1223.8	699.3	99.1
	ε	11.42	11.73	10.78	6.05	7.64	6.85	7.44	9.35	7.07	2.66
(7)式 $\frac{100}{1+\exp\{-a(D-b)\}}$	a	14.52	16.98	20.35	15.49	13.91	12.65	11.48	19.78	12.02	7.899
	b	0.3436	0.3264	0.3152	0.3542	0.3118	0.3828	0.4767	0.2786	0.4704	0.6325
	r	-0.967	-0.979	-0.985	-0.988	-0.978	-0.984	-0.969	-0.990	-0.966	-0.983
	SSQ	1940.3	1549.0	843.1	550.8	634.8	1214.8	1948.1	499.9	1934.8	383.9
	ε	11.77	10.52	7.76	6.27	6.73	9.32	11.80	5.98	11.76	5.24
(8)式 $\frac{100}{1+\left(\frac{a}{D}\right)^b}$	a	0.2542	0.2417	0.2357	0.2617	0.2314	0.2842	0.3706	0.2078	0.3628	0.5818
	b	5.141	5.919	6.477	5.339	4.796	4.396	4.052	6.537	4.295	2.752
	r	-0.987	-0.984	-0.961	-0.982	-0.972	-0.985	-0.986	-0.943	-0.994	-0.987
	SSQ	469.9	745.6	1530.1	1577.0	1680.3	480.6	58.2	2119.6	68.0	197.9
	ε	5.79	7.30	10.45	10.61	10.96	5.86	2.04	12.30	2.20	3.76
(9)式 $\frac{100}{1+a\left(\ln\frac{2}{D}\right)^b}$	a	0.003481	0.001033	0.0002360	0.002968	0.002987	0.01221	0.05256	0.0001468	0.04148	0.4575
	b	8.927	10.38	12.24	9.430	8.463	7.727	7.054	11.87	7.424	4.829
	r	0.987	0.993	0.983	0.998	0.987	0.997	0.988	0.986	0.990	0.997
	SSQ	416.4	178.7	19.4	23.2	204.3	179.6	722.1	95.5	660.5	114.8
	ε	5.45	3.57	1.18	1.29	3.82	3.58	7.18	2.61	6.87	2.86
(12)式 $\frac{100}{\left\{1+\left(\frac{a}{D}\right)^b\right\}^c}$	a	0.2675	0.2505	0.2761	0.3742	0.3041	0.3303	0.3445	0.2618	0.3774	0.6832
	b	5.522	5.298	6.127	6.614	6.222	4.596	3.743	6.414	4.194	4.253
	c	1.158	1.338	1.004	0.5055	0.7036	0.873	1.285	0.8352	0.987	0.6432
	SSQ	12.5	9.1	6.1	16.6	32.1	17.4	33.0	17.4	16.3	8.9
	ε	0.94	0.81	0.66	1.09	1.57	1.16	1.59	1.16	1.12	0.83
(13)式 $\frac{100}{\left\{1+a\left(\ln\frac{2}{D}\right)^b\right\}^c}$	a	0.0006409	0.0004930	0.0004127	0.003775	0.0008267	0.006685	0.004019	0.0001682	0.01382	0.1591
	b	9.198	8.971	10.28	9.288	10.27	6.581	4.647	11.42	5.266	3.536
	c	2.392	3.086	1.830	0.9351	1.120	2.182	16.30	1.314	3.684	2.445
	SSQ	11.7	8.3	5.5	14.9	30.7	11.8	16.1	18.4	8.0	10.2
	ε	0.92	0.77	0.62	1.03	1.54	0.95	1.11	1.19	0.78	0.89

なる実験式を検討してみることにした。(12)式と(13)式は、いずれも非線形であるが、それぞれ、(8)式と(9)式の実験常数 a, b の値と c = 1 を初期値として、非線形最小二乗法によって、パーソナルコンピュータを用いて、容易に実験常数 a, b, c を決定することができる。この2つの実験式(12)式、(13)式のあてはめについても、その結果を第4表に示した。実験常数

が1つ付け加えられたので、いずれの砂土に対しても、残差平方和が著しく小さくなることは当然であるが、標準誤差が1.57%以下までも小さくなることが認められた。また、(12)式よりも、(13)式の方が、わずかに残差平方和が小さい傾向にある。さらに、(13)式と、前節で検討したピアソン系の度数分布曲線(4)式とを比較すると、(4)式は、(13)式で a = α, b = 1,

$C = -m$, $W_0 = 100$ としたものに相当すること、つまり、(13式)は(4式)をも包含するより一般的な式であることがわかる。

新しい実験式と実験常数の性質

以上の理由に加えて、(13式)は $D = 2$ のとき $W = 100\%$ 、 $D \rightarrow 0$ のとき $W \rightarrow 0$ となる境界条件を満足しており、残差平方和が非常に小さくなる実験式のひとつであると考えられる。そこで、本研究においては、種々の実験式の中から、(13式)を砂土の粒径加積曲線の実験式として採用した。(8式)の a と、(7式)の b は、式の性質上、粒径 D_{50} (通過質量百分率50%に対応する粒径) に相当するという物理的意味を有している。しかしながら、(13式)の実験式が実験常数に対して非線形であるために、直接、(13式)の個々の実験常数 a, b, c について物理的意味は見い出せなかった。

そこで、(13式)の実験式を変形して、式の性質を探ってみよう。(13式)は非線形であるが、 c を固定すると、(13式)は、

$$\ln \left[\left(\frac{W}{100} \right)^{-\frac{1}{c}} - 1 \right] = \ln a + b \ln \left[\ln \frac{2}{D} \right] \quad (14)$$

と変形され、 $\ln \left[\ln \left(\frac{2}{D} \right) \right]$ と $\ln \left[\left(\frac{W}{100} \right)^{-\frac{1}{c}} - 1 \right]$

をプロットしたとき、 $\ln a$ は、 $\ln \left[\left(\frac{W}{100} \right)^{-\frac{1}{c}} - 1 \right]$ 軸との切片であり、 b は勾配を意味する。また、(14式)において、 $\ln \left[\ln \frac{2}{D} \right]$ を $(W/100)$ で微分すると、

$$\frac{d \left[\ln \left(\ln \frac{2}{D} \right) \right]}{d \left(\frac{W}{100} \right)} = \frac{\left(\frac{W}{100} \right)^{-1}}{b c \left[\left(\frac{W}{100} \right)^{-\frac{1}{c}} - 1 \right]} \quad \dots\dots (15)$$

となり、右辺の $1 / (bc)$ は、ひとつの重要なパラメーターとなろう。さらに、(15式)を $(W/100)$ で微分すると、

$$\frac{d^2 \left[\ln \left(\ln \frac{2}{D} \right) \right]}{d \left(\frac{W}{100} \right)^2} = \frac{[C - (1 + C) \left(\frac{W}{100} \right)^{-\frac{1}{c}}] \left(\frac{W}{100} \right)^{-2}}{b c^2 \left[\left(\frac{W}{100} \right)^{-\frac{1}{c}} - 1 \right]^2} \quad \dots\dots (16)$$

となり、(16式)がゼロとなる変曲点では、

$$W = 100 \left(\frac{C}{1 + C} \right)^c \quad \dots\dots (17)$$

なる関係式が成り立つ。また、(14式)において、 $\ln \left[\ln \left(\frac{2}{D} \right) \right] = 0$ 、あるいは、 $\ln \left[\left(\frac{W}{100} \right)^{-\frac{1}{c}} - 1 \right] = 0$ の条件で、 D と W の関係を調べると、

$$D = 0.7358 \text{ のとき } W = 100 (a + 1)^{-c} \quad \dots\dots (18)$$

$$D = \frac{2}{\exp \left[a^{-\frac{1}{b}} \right]} \text{ のとき } W = 100 \left(\frac{1}{2} \right)^c \quad \dots\dots (19)$$

なる関係が導かれ、これらの式も、(13式)の実験式のひとつの性質である。

第5表 粒径加積曲線の特性値

試料番号	有効径 D_{10}	D_{30}	$2/D_{50}$	$10/(D_{60} - D_{50})$	均等係数	曲率係数
No. 1	0.192	0.239	7.220	476.2	1.552	0.998
No. 2	0.188	0.233	7.407	500.0	1.543	0.996
No. 3	0.193	0.240	7.246	500.0	1.534	1.008
No. 4	0.190	0.265	6.309	384.6	1.805	1.078
No. 5	0.180	0.238	7.143	476.2	1.672	1.045
No. 6	0.190	0.258	6.309	303.0	1.842	1.001
No. 7	0.224	0.303	5.291	227.3	1.884	0.971
No. 8	0.172	0.218	7.937	588.2	1.564	1.027
No. 9	0.223	0.304	5.305	238.1	1.879	0.989
No. 10	0.298	0.463	3.373	144.9	2.221	1.087

次に、(13式)の実験常数 a, b, c の性質を探ってみよう。そこで、まず実験常数 a, b, c と粒径加積曲線の特性値との関係を検討してみた。10種の砂土に対して、有効径 D_{10} 、及び D_{30} 、 $2/D_{50}$ 、 D_{50} 付近の粒径加

積曲線の勾配 $10 / (D_{60} - D_{50})$ 、均等係数 D_{60} / D_{10} 、曲率係数 $(D_{30})^2 / (D_{10} \cdot D_{60})$ を第5表に示し、これらの粒径加積曲線の特性値と、すでに第4表に示した(13式)の実験常数 a, b, c 及び前述の実験式の性質

において見い出されたパラメータとを比較した。種々検討した結果、 $[-\ln a]$ と $[2/D_{50}]$ 、及び $[b]$ と $[10/(D_{60}-D_{50})]$ 、 $[1/(bc)]$ と $[(D_{30})^2/(D_{10} \cdot D_{60})]$ との間に正の相関が認められ、これらの相関係数は、それぞれ、0.966, 0.971, 0.957であった。また、 $[100/(a+1)^c]$ と $[D_{30}]$ 、及び $[-\ln a]$ と $[D_{60}/D_{10}]$ との間に負の相関が認められ、それぞれ相関係数は、-0.978, -0.969であった。これらの関係の中で、(14)式において検討した勾配 b が D_{50} 付近の粒径加積曲線の勾配 $10/(D_{60}-D_{50})$ と高い相関にあること、また、(13)式の実験式の1階の微係数として得られたパラメータ $1/(bc)$ が曲率係数 $(D_{30})^2/(D_{10} \cdot D_{60})$ と高い相関にあることは、(13)式の実験式の性質上、理解できよう。

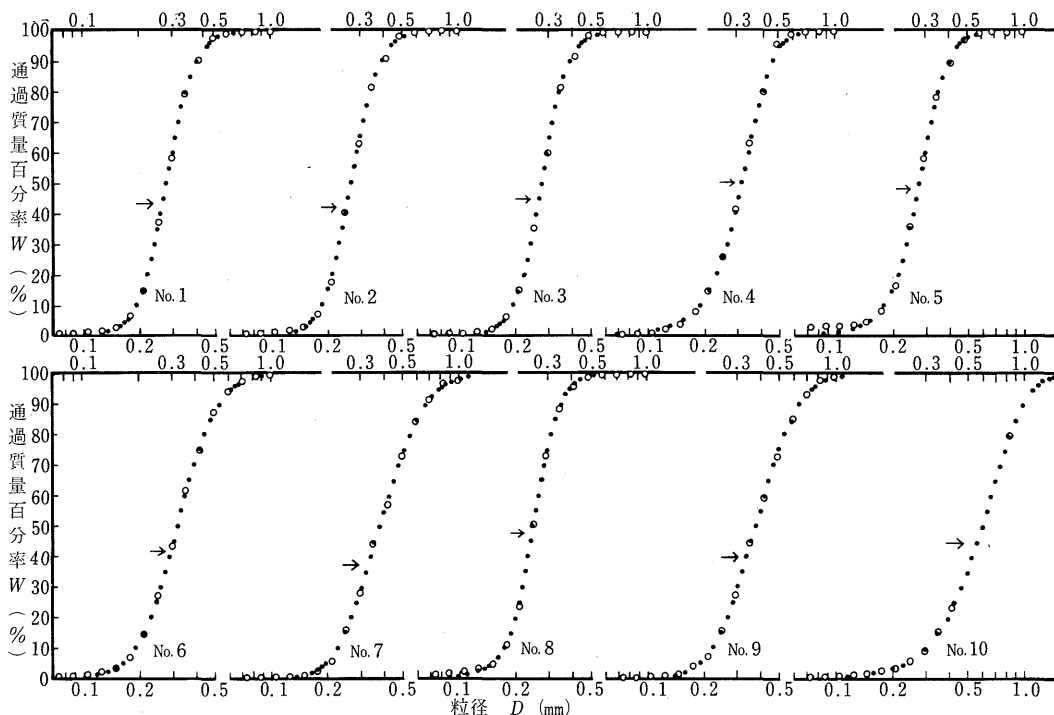
続いて、実験常数 a, b, c の相互の関係を検討してみた。その結果、パラメータ $1/(bc)$ とパラメータ $2/\exp(a^{-b})$ との間に正の相関が認められ、相関係数は0.952であった。さらに、式の変形などの結果から、

$$C = -1.107 + 3.003 \frac{1}{b} \exp(a^{-b}) \dots\dots\dots (20)$$

なる関係式が見い出された。このとき、 C と $1/b \cdot \exp(a^{-b})$ との間の相関係数は0.992であった。

以上、実験常数 a, b, c 及び粒径加積曲線の特性値との関係を検討してきたが、もしより適当な関係式が存在すれば、特性値から実験常数が決定できるので、今後さらに検討を深める必要があろう。

最後に、実験式と粒径加積曲線の実測値とを比較することによって、(13)式の実験式の妥当性を検討してみよう。つまり、残差平方和や標準誤差は非常に小さいけれども、実験式による推定値がある範囲で過大評価したり、過小評価する傾向はないかどうか、を検討してみることにした。そこで、第1図に10種の砂土に対して、粒径加積曲線の実測値と(13)式の実験式による推定値をプロットしてみた。ここで○印は実測値で、●印は実験式による粒径加積曲線の推定値である。また、矢印は、(17)式から計算された実験式の変曲点を示している。



第1図 砂土の粒径加積曲線の実測値と推定値との比較

その結果、第1図に示されるように、実測値と推定値とは、非常によく一致していることが認められる。強いて言えば、わずかに、No.5とNo.8の砂土に対して、通過質量百分率 W が5%以下の範囲で、推定値が若干過小評価となる傾向が見られる。このことは、この供試土壌が第1表に示したシルト・粘土含有率の比較的大きな砂土であり、今後、0.074 mm以下の詳細な粒径分析を追加することによって、実験式の実験常数を修正する余地があることを示唆している。しかしながら、全般的には、(13式)による推定値が実測値と非常によく一致していることから、(13式)の実験式を使用することが妥当であると考えられる。

ま と め

砂土の粒径分析を行い、粒径加積曲線に対する実験式のあてはめを試み、新しい実験式を提案した。さらに、その実験式と実験常数の特徴を検討した。その結果、次のことが要約される。

1) 本研究では、鳥取市近辺の10種の砂土を供試土壌として選定した(第1表)。粒径分析、に呼径1.000mmから0.088mmまでの計15種類のフルイを用い、各々のフルイ分けに1時間から2時間以上かけて、慎重に手でフルイ分け試験を行った。

2) 粒径度数分布や粒径加積曲線の方程式を選定するために、ピアソン系の度数曲線のあてはめを行った。このとき、(1式)によって粒径を変換し、度数曲線の横軸を等間隔となるようにした(第2表)。粒径度数分布は、粒径 D に対して対数正規分布であるとは言えなかったが、粒径加積曲線については、(4式)で表現できた(第3表)。

3) 粒径加積曲線の実験式として、(5式)のロジャー・ラムレルの式、(7式)のロジスティック曲線、(8式)の粒径 D に対するベキ関数、(9式)の $\ln D$ に対するベキ関数を選定し、実験式のあてはめについて検討した。その結果、(9式)のベキ関数、続いて(8式)のベキ関数が、通過質量百分率 W に対する残差平方和及びその標準誤差が小さくなった(第4表)。

4) さらに実験常数をひとつ付け加え、(12式)と(13式)の実験式についても検討した。その結果、(12式)や(13式)の標準誤差が非常に小さくなること、また、わ

ずかに(12式)よりも(13式)の方が標準誤差が小さくなるということが認められた(第4表)。しかも、(13式)の実験式は、ピアソン系の度数曲線のあてはめによって得られた(4式)をも包含しているより一般的な式であることがわかった。

5) (13式)の実験式について、実験式の性質を検討した結果、実験式の変曲点が(17式)で表わせること、また、(18式)や(19式)に示した関係が存在することが明らかになった。

6) 実験常数 a, b, c と第5表に示した粒径加積曲線の特徴値との関係を検討してみた結果、 $[b]$ と $[10 / (D_{60} - D_{50})]$ との間の相関係数が0.971となり、また $[1 / (bc)]$ と $[(D_{30})^2 / (D_{10} \cdot D_{60})]$ との間の相関係数が0.957となって、いずれも高い相関が得られた。ここで、前者は実験式の勾配を意味するもので、後者は実験式の曲率を意味するものである。

7) 実験常数 a, b, c の相互の関係を種々検討した結果、(20式)に示すように、 $[C]$ と $[1 / b \cdot \exp(a^{-1/b})]$ との間に、相関係数が0.992となる関係式が得られた。

8) 粒径加積曲線の実測値と、(13式)の新しい実験式による推定値とは非常によく一致し、本研究で提案した実験式を使用することが妥当であることが認められた(第1図)。

今後、この方法を砂土以外の砂質土壌にまで拡張し、粒径加積曲線の一般化特性を見出すことが必要であると思われる。最後に、実験に際して、終始根気をもって協力してくれた農業水理学専攻生高橋英俊君に深く感謝の意を表す。

引用文献

1. 土質工学会編. 1981. 土の試験実習書. pp. 43-54. 土質工学会.
2. 井上光弘・野村安治. 1978. 砂丘地圃場の透水性係数と水分拡散係数について. 鳥取大砂丘研報. 17: 25-30.
3. INOUE, M., Y. NOMURA, T. YANO and T. CHO. 1978. Evaluation of Soil-Water Properties determined using Neutron Moisture Meter in a Sand Dune Field. Report on the FAO/IA-

- EA research coordination meeting, Gent 148-59.
4. INOUE, M. 1985. Soil Water Regime in a Sand Dune Field without Crop. J. Fac. Agric., Tottori Univ. 20: 34-40.
5. 松浦義春. 1962. 砂の分級に対するフルイの選定. 農業土木研究別冊. 4: 1-5.
6. 大草重康訳. 1976. 新しい土質力学Ⅱ. pp. 117-146. 森北出版.
7. 佐藤良一郎. 1949. 数理統計学 (増補版). pp. 139-185. 培風館