

## 各種土壌の水分特性曲線の統一的表示について

矢野友久\*・井上光弘\*\*・筑紫二郎\*\*\*

# Unified Representation of the Soil Water Characteristic Curves of the Different Textured Soils

Tomohisa YANO,\* Mitsuhiro INOUE\*\* and Jiro CHIKUSHI\*\*\*

### Summary

In order to investigate the spatial variability of the soil water properties, possibility for unified representation of the soil water characteristic curves of loamy sand, loam and silty clay using a scaling technique is discussed. The van Genuchten-type equation to express the S-type or the reverse J-type curve fitted well into the soil water characteristic data. Scaling coefficients were determined by minimizing sum squares of deviation for the effective saturation. It was possible to unify the different soil water characteristic curves of the same textured soils with spatial variability when the curves were expressed as the scaled matric suction versus the effective saturation relationships. Scaling for all the data of the different textured soils was not relatively effective and presented two different shaped curves. When the scaling coefficients were determined by minimizing sum squares of deviation for the matric suction instead of the effective saturation, the matric suction data in the range of high values were well scaled but those in the range of low values gave noticeable scatter.

### ま え が き

マトリックサクションと土壌水分量との関係を表わす土壌水分特性曲線は、土壌の種類によって、その形状が異なる。両者の関係を理論的に表わすこと

が困難なために、種々の実験式が提案され、使用されてきた。

Miller and Miller<sup>6)</sup> は、土壌内部の微視的特性長 ( $\lambda$ ) が互いに相似である相似体について、それぞれの  $\lambda$  を用いることによって、土壌水分の保持およ

\* 砂丘利用研究施設水文かんがい部門

\*\* 鳥取大学農学部農業水利学研究室

\*\*\* 鳥取大学農学部農地造成学研究室

*\* Division of Hydrology and Irrigation, Sand Dune Research Institute.*

*\*\* Laboratory of Irrigation and Drainage Engineering, Tottori University.*

*\*\*\* Laboratory of Land Reclamation Engineering, Tottori University.*

び移動を表わすのに必要な変数やパラメータを無次元表示できることを示した。例えば、マトリックサククション水頭 ( $h$ ) および不飽和透水係数 ( $K$ ) の無次元式は、それぞれ、次のように表わされる。

$$h_* = \frac{\lambda \cdot \rho \cdot g \cdot h}{\sigma} \dots\dots\dots (1)$$

$$K_* = \frac{\eta \cdot K}{\lambda^2 \cdot \rho \cdot g} \dots\dots\dots (2)$$

ここで、 $\rho$  : 土壌中の水の密度、 $\sigma$  : 水の表面張力、 $g$  : 重力の加速度、 $\eta$  : 水の粘性係数。\*印は無次元化されたパラメータを意味する。対象とする土壌において、 $\rho, g, \sigma, \eta$  がそれぞれ等しいとすれば、(1) および(2)式は、それぞれ、次のように表わされる。

$$h_m = \alpha_r \cdot h_r \dots\dots\dots (3)$$

$$K_m = \alpha_r^2 \cdot K_r \dots\dots\dots (4)$$

すなわち、それぞれの地点  $r$  において、ある特定な土壌水分量 (例えば、体積含水率、 $\theta$ ) に対応する  $h_r$  および  $K_r$  の値は、(3)および(4)式を用いて、それらの平均値  $h_m$  および  $K_m$  に変換できる。ここで、係数  $\alpha_r$  はスケーリング係数と呼ばれる。(3)式および(4)式は、土壌が相似体である限り、土壌の種類に応じた形状を有する  $h \sim \theta$  曲線あるいは  $K \sim \theta$  曲線が単一の  $h \sim \theta$  曲線あるいは  $K \sim \theta$  曲線で表わせることを意味する。

1950年代においては、ガラスビーズや人工的に調整した砂に対して、 $h \sim \theta$  曲線あるいは  $K \sim \theta$  曲線を統一的に表示するための研究<sup>2,5,12)</sup> が行われ、良好な結果が得られている。しかしながら、一般土壌に対する研究結果はその間見当らず、1970年代に入ってようやく報告され始めた。これらの研究の中で、Warrick ら<sup>11)</sup> および Simmons ら<sup>9)</sup> による研究は、最小自乗法によってスケーリング係数を決定した例であり、彼らは、 $\theta$  の代りに飽和度 ( $S$ ) を用いて、 $h \sim S$  曲線および  $K \sim S$  曲線を統一的に表示することを試みた。 $\theta$  の代りに  $S$  を用いる理由は次のとおりである。対象とする土壌が相似体であれば、飽和水分量 ( $\theta_s$ ) はすべて同一の値を示すが、非相似体である実際の土壌では、 $\theta_s$  がすべて等しいことはまずあり得ない。したがって、非相似体に対しては、 $\theta = \theta_s$  において、(3)式が成立しないことになる。そこで、 $\theta$  を  $\theta_s$  で除して、 $\theta$  の代りに  $S$  で表示することによって、非相似体への(3)式の適用が可能になる。

Warrick らおよび Simmons らは、非相似体である実際の土壌を対象として、 $h \sim S$  曲線および  $K \sim S$  曲線についてスケーリングを行い、良好な結果を得ている。著者ら<sup>14)</sup> は、ガラスビーズとふるい分けした砂ならびに砂質ロームの2種類の多孔体の水分特性曲線について、スケーリング係数を決定した。その結果、飽和水分量が土壌あるいは多孔体の種類によってそれぞれ異なると同様に、残留水分量 ( $\theta_r$ ) もそれぞれ異なるために、飽和度よりも有効飽和度 ( $S_e$ ) を用いる方がよい結果が得られることを見出した。

上記の研究では、いずれも相似体に近い多孔体あるいは同一の土性に属する土壌を対象にしており、土性の異なる土壌について検討を試みた例はまだ見当らない。本研究では、公表された壤質砂土、壤土およびシルト質粘土の水分特性曲線のデータ<sup>1)</sup> に対してスケーリングを行い、それぞれ異なる曲線をどの程度統一的に表示し得るかについて検討を加えた。

### スケーリング係数の決定方法

最小自乗法によってスケーリング係数を決定するための残差平方和 ( $SS$ ) の対象として幾つか考えられるが、ここでは、次の2つを用いることとした。

$$SS = \sum_{r,i} (Se_m - Se_{r,i})^2 \dots\dots\dots (5)$$

$$SS = \sum_{r,i} (h_m - \alpha_r \cdot h_{r,i})^2 \dots\dots\dots (6)$$

ここで、添字  $m, r$  は、それぞれ、平均値、各地点における値を意味し、 $\sum_{r,i}$  は各地点のデータ ( $i = 1, 2, \dots, n_r$ ) をすべての地点 ( $r = 1, 2, \dots, R$ ) に対して合計することを意味する。

有効飽和度の平均値やマトリックサクシオンの平均値 ( $Se_m, h_m$ ) の計算に用いる実験式は、van Genuchten<sup>10)</sup> によって提案された次式を用いることとした。

$$Se = \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} = \left[ 1 + (a \cdot h)^n \right]^{-m} \dots\dots\dots (7)$$

ここで、 $a, m, n$  : 土壌の種類に応じて異なった値をとる定数。(7)式は、S字形あるいは逆J字形を呈する土壌水分特性曲線によく適合する<sup>4,10,13,14)</sup>。(7)式を  $h$  について書き直すと、次式が得られる。

$$h = \frac{1}{a} \left\{ \left( \frac{1}{S_e} \right)^{1/m} - 1 \right\}^{1/n} \dots\dots\dots (8)$$

初めに、(5)式のSSを最小にすることによってスケーリング係数を決定する方法<sup>14)</sup>を述べる。S<sub>e</sub>の平均値(S<sub>em</sub>)はhの平均値(h<sub>m</sub>)を(7)式のhに代入して得られる値である。(7)式のa・hは、(3)式の関係からa・α<sub>r</sub>・h<sub>r</sub>となる。ここで、a・α<sub>r</sub>をa<sub>r</sub>とすれば、a<sub>r</sub>は各地点ごとに異なる値をとることになる。したがって、スケーリング係数(α<sub>r</sub>)を求めるためには、未知のパラメータa<sub>r</sub>、m、nをまず決定しなければならない。パラメータの決定は最小自乗法によって行うが、(7)式はパラメータに関して線形でないので、普通の線形回帰法は適用できない<sup>3)</sup>。したがって、まず、(7)式をテラー展開によって線形化しなければならない。(7)式を関数fとして一般的に表わすと、

$$\hat{S}_{e_r} = f(h_r; a_r, m, n) \dots\dots\dots (9)$$

ここで、 $\hat{S}_{e_r}$ : h<sub>r</sub>によるS<sub>e</sub>の推定値。(9)式をテラー展開し、高次項を省略すると、

$$f(h_r; a_r, m, n) = f(h_r; a_r^0, m^0, n^0) + (a_r - a_r^0) f_a + (m - m^0) f_m + (n - n^0) f_n \dots\dots\dots (10)$$

ここで、a<sup>0</sup>, m<sup>0</sup>, n<sup>0</sup>: 各パラメータの初期推定値、f<sub>a</sub>, f<sub>m</sub>, f<sub>n</sub>: それぞれ、fのa<sub>r</sub>, m, nに関する偏導関数の、点a<sup>0</sup>, m<sup>0</sup>, n<sup>0</sup>における値。(10)式を(9)式に代入すると、

$$\hat{S}_{e_r} = \hat{S}_{e_r}^0 + (a_r - a_r^0) f_a + (m - m^0) f_m + (n - n^0) f_n \dots\dots\dots (11)$$

ここで、 $a'_r = a_r - a_r^0$ ,  $m' = m - m^0$ ,  $n' = n - n^0$ とし、(11)式を(5)式に代入すると、

$$SS = \sum_{r,i} [f_a \cdot a'_r + f_m \cdot m' + f_n \cdot n' - (S_{e_r} - \hat{S}_{e_r}^0)]^2 \dots\dots\dots (12)$$

パラメータa<sub>r</sub>、m'、n'の決定は、次のように、SSを最小にすることによって行う。

$$\sum_i [f_a \cdot a'_r + f_m \cdot m' + f_n \cdot n' - (S_{e_r} - \hat{S}_{e_r}^0)] f_a = 0 \quad r=1, 2, \dots, R \dots\dots\dots (13)$$

$$\sum_r \sum_i [f_a \cdot a'_r + f_m \cdot m' + f_n \cdot n' - (S_{e_r} - \hat{S}_{e_r}^0)] f_m = 0 \dots\dots\dots (14)$$

$$\sum_r \sum_i [f_a \cdot a'_r + f_m \cdot m' + f_n \cdot n' - (S_{e_r} - \hat{S}_{e_r}^0)] f_n = 0 \dots\dots\dots (15)$$

これは、a<sub>r</sub>(r=1, 2, ..., R), m', n'のR+2個の未知数を有する連立1次方程式である。初期値a<sup>0</sup>, m<sup>0</sup>, n<sup>0</sup>を与えると、導関数f<sub>a</sub>, f<sub>m</sub>, f<sub>n</sub>および初期値に対するS<sub>e</sub>の推定値( $\hat{S}_{e_r}^0$ )が計算され、(13)~(15)式を解

くと、a<sub>r</sub>, m', n'が求められる。a<sub>r</sub>=a<sub>r</sub>'+a<sub>r</sub><sup>0</sup>, m=m'+m<sup>0</sup>, n=n'+n<sup>0</sup>によって、第1次近似値a<sub>r</sub>, m, nが求められ、これを繰返すことによって、最終的なa<sub>r</sub>, m, nが決定される。スケーリング係数(α<sub>r</sub>)は、次の条件、

$$\sum_r \alpha_r / R = 1 \dots\dots\dots (16)$$

を付加すると、a<sub>r</sub>およびa<sub>r</sub>'の算術平均値(a<sub>m</sub>)とから、α<sub>r</sub>=a<sub>r</sub>'/a<sub>m</sub>'によって求められる。

上記の非線形最小自乗法によるパラメータのあてはめを手計算で行うことは困難であり、コンピュータの使用が必要である。計算に際しては、(10)式のように、線形化のための近似式を用いているために、残差平方和が各段階ごとに単調に減少するとは限らず、この場合には、得られた補正量a<sub>r</sub>', m', n'に適当な係数を乗じて修正し、残差平方和が前段階よりも減少する近似値a<sub>r</sub>, m, nを求めなければならない。また、初期値の適、不適によって、収束性が大きく左右されるので、収束性を考慮したアルゴリズムを確立することが必要である。

次に、(6)式のSSを最小にすることによってスケーリング係数を決定する方法<sup>11)</sup>を述べる。(16)式において、R番目の値、α<sub>R</sub>を除くR-1個のα<sub>r</sub>は互いに独立であるとすれば、α<sub>R</sub>はそれらに従属する。したがって、(6)式は、次の偏微分方程式によって最小化される。

$$\sum_i (\hat{h}_p - \alpha_p \cdot h_p) h_p + \sum_r (\hat{h}_R - \alpha_R \cdot h_R) h_R \frac{\partial \alpha_R}{\partial \alpha_p} = 0 \quad p=1, 2, \dots, R-1 \dots\dots\dots (17)$$

ここで、 $\hat{h}$ : S<sub>e</sub>によるhの推定値であり、(6)式のh<sub>m</sub>に等しい。(16)式から $\partial \alpha_R / \partial \alpha_p = -1$ であるので、(17)式は、

$$\alpha_p \sum_i h_p^2 - \alpha_R \sum_i h_R^2 = \sum_i \hat{h}_p \cdot h_p - \sum_i \hat{h}_R \cdot h_R \dots\dots\dots (18)$$

に変換される。(18)式を $\sum_i h_R^2$ で除すと、

$$A_p \cdot \alpha_p - \alpha_R = B_p - B_R \quad p=1, 2, \dots, R-1 \dots\dots\dots (19)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{ここで、} A_j &= \frac{\sum_i h_j^2}{\sum_i h_R^2} \\ B_j &= \frac{\sum_i \hat{h}_j \cdot h_j}{\sum_i h_R^2} \\ j &= 1, 2, \dots, R \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (20)$$

(19)式において、α<sub>R</sub>を消去し、変形すると、

$$\alpha_p = (A_1 \cdot \alpha_1 - B_1 + B_p) / A_p \quad p=1, 2, \dots, R-1 \dots\dots\dots (21)$$

(16)式と  $p=1$  とした(19)式から

$$A_1 \cdot \alpha_1 + \alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_{R-1} = R + B_1 - B_R \quad \dots(22)$$

(21)式と(22)式とを用いて、 $\alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_{R-1}$ を消去すれば、最終的に

$$\alpha_1 = (R + B_1 - B_R + B \sum_{r=2}^{R-1} 1/A_r - \sum_{r=2}^{R-1} B_r/A_r) \cdot (1 + A_1 + A_1 \sum_{r=1}^{R-1} 1/A_r)^{-1} \quad \dots(23)$$

が得られる。

スケリング係数 ( $\alpha_r$ ) の決定は、次のような手順<sup>14)</sup>で行った。

- ① 推定値 ( $\hat{h}_r$ ) は(8)式で与えられるとし、パラメータ  $a_m, m, n$  に初期値を与える。
- ② この推定式を用い、(23)式によって  $\alpha_1$ , (21)式によって  $\alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_{R-1}$ , (16)式によって  $\alpha_R$  を計算する。
- ③ (6)式の SS を最小にするように、非線形最小自乗法を用いて、パラメータ  $a_m, m, n$  を決定する。
- ④ SS がほとんど変化しなくなるまで、ステップ②, ③を繰返す。

結果と考察

1. 土壌水分特性曲線のデータに対する実験式の適合度

本研究で用いたデータは、Davidson ら<sup>1)</sup> が公表した壤質砂土、壤土およびシルト質粘土であり、これらの土壌水分特性曲線 ( $h-\theta$  曲線) を、それぞれ、Fig.1, Fig.2, Fig.3 に示す。すべての図において、 $h-\theta$  曲線の各測定値を●印で、各段階の  $h$  に対する平均水分量を×印で示した。また、平均値に対して、 $\theta$  に関する残差平方和を最小にすることによって、(6)式のパラメータを決定した場合の推定値を実線で示した。

Fig.1 の砂土と Fig.3 の粘土はアメリカ合衆国オクラホマ州の土壌である。それらの土壌水分特性曲線は、 $3\text{m} \times 3\text{m}$  の実験区において、地表面から15cmごとに深さ150cmまでの合計11点で採取した土壌試料について、室内実験によって決定したものである。一方、Fig.2 には、カリフォルニア州の  $10\text{m} \times 10\text{m}$  の実験区において、深さ30cmから30cmごとに180cmまでの合計6点で採取した壤土に対する水分特性曲線を示している。

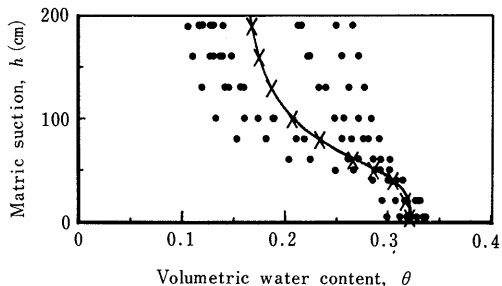


Fig.1 Matric suction-volumetric water content relationships for loamy sand (after Davidson *et al.*, 1969).

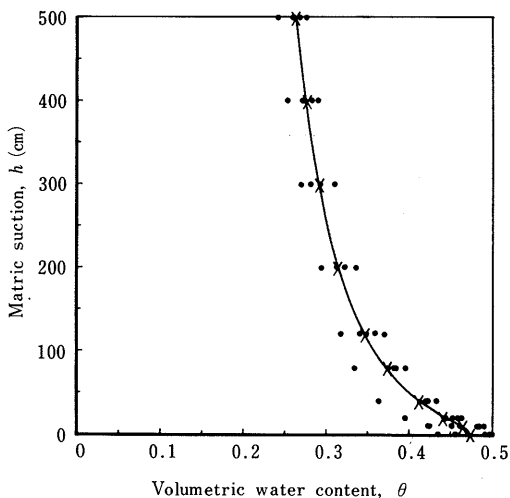


Fig.2 Matric suction-volumetric water content relationships for loam (after Davidson *et al.*, 1969).

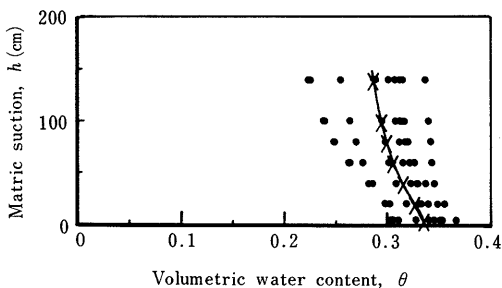


Fig.3 Matric suction-volumetric water content relationships for silty clay (after Davidson *et al.*, 1969).

Fig. 1 の S 字形の曲線を呈する砂土においては、 $h$  が大きくなる程  $\theta$  の変動幅が大きくなっている。各深さのデータの平均値は、(8)式であてはめを行うと、 $\theta=0.14$  に漸近する曲線に適合する。Fig. 2 の壤土は、逆 J 字形の曲線を呈し、砂土や粘土に比べて、各深さごとの  $\theta$  の変動幅が小さく、より均一な土壌である。(8)式を用いて曲線のあてはめを行った場合、計算上では、 $\theta=0$  にゆるやかに漸近する曲線に適合した。Fig. 3 の粘土の場合、水分特性曲線は、 $h$  の変化に対し  $\theta$  の変化が比較的小さな逆 J 字形に近く、各深さごとの  $\theta$  の変動がかなり大きい曲線を呈した。(8)式による曲線のあてはめを行うと壤土の場合と同じく、 $\theta=0$  にゆるやかに漸近する曲線の適合式が得られた。(8)式のあてはめの適合度は、 $\theta$  に関する標準誤差で示すと、砂土の場合 0.0006~0.0078 (平均 0.0019)、壤土の場合 0.0020~0.0041 (平均 0.0030)、粘土の場合 0.0003~0.0017 (平均 0.0008) となり、限られた範囲の土壌水分特性曲線とはいえ、著しく良好であった。

## 2. 各土壌ごとの水分特性曲線に対するスケーリング

まず、壤質砂土、壤土およびシルト質粘土ごとに、土壌水分特性曲線についてスケーリングを行い、統一的な表示がどの程度可能であるかを検討してみた。スケーリング係数の決定に際して、飽和水分量 ( $\theta_s$ ) は、各土壌水分特性曲線のデータのうちで、最大値を用いた。残留水分量 ( $\theta_r$ ) は、土壌の孤立間隙内に含まれ、毛管流動に関与しない水分である。ここでは、その値がデータとして与えられていないので、各データにもっとも適合する(8)式を用いて、推定値を外挿した曲線上の値を採用した。どの程度の  $h$  の値に相当する  $\theta$  の値を用いればよいかは、まだ定説として確立していないが、ここでは、 $h=1,000$  cm に相当する  $\theta$  の値を  $\theta_0$  として用いることとした。

砂土、壤土および粘土についてスケーリングした結果を、それぞれ、Fig. 4, Fig. 5, Fig. 6 に示す。図において、縦軸は  $h$  にスケーリング係数 ( $\alpha$ ) を乗じたものであり、横軸は有効飽和度 ( $S_e$ ) である。 $\alpha$  は、(5)式を最小にするアルゴリズムを用いて決定した。両者の関係は、いずれの場合にも、多少のばらつきはあるものの、一本の狭い帯状に分布してい

る。著者ら<sup>14)</sup>によって試みられた別の土壌に対するスケーリング技法の適用においても、同様な結果が得られている。同一土性に属するが、深さ方向あるいは水平方向に変動性がある土壌の水分特性曲線は、土壌水分量の代わりに有効飽和度を用い、最小自乗法によって決定したスケーリング係数を用いると、マトリックサクションをスケーリングすることによって、統一的な曲線として表示できることがわかる。スケーリングの精度を  $\theta$  に関する標準誤差で表わすと、砂土に対して 0.009、壤土に対して 0.005、粘土に対して 0.002 となり、いずれも非常に小さい値を示した。

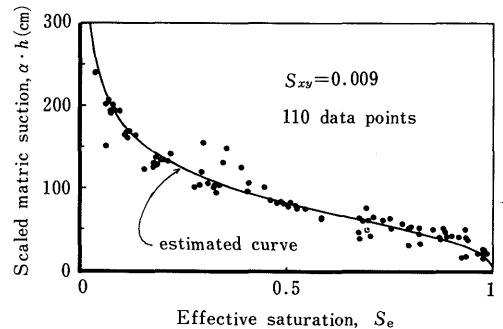


Fig. 4 Scaled matrix suction-effective saturation relationships for loamy sand ( $S_{xy}$  denotes the standard error of estimate for volumetric water content).

## 3. 土性が異なる土壌の水分特性曲線に対するスケーリング

Fig. 1~3 の土壌水分特性曲線に示したすべてのデータを用いて、スケーリングを行った。計算条件は、Fig. 4~6 の場合とまったく同じである。その結果を Fig. 7 に示す。これによると、スケーリング係数を乗じても、1つの曲線に統合されず、むしろ2つの曲線に分れている。下方に位置する分布は砂土に対応し、上方に位置する分布は壤土および粘土に対応する。 $\theta$  に関する標準誤差は 0.015 になり、Fig. 4~6 の場合の 0.002~0.009 に比べるとかなり大きい。このように、土性が異なる土壌の水分特性曲線に対するスケーリングの効果はあまり期待できず、水分特性曲線を統一的に表示することが困難であるように思われる。

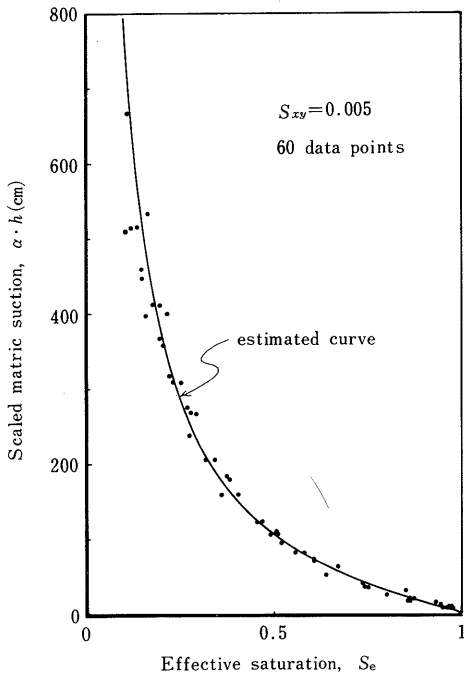


Fig. 5 Scaled matrix suction-effective saturation relationships for loam.

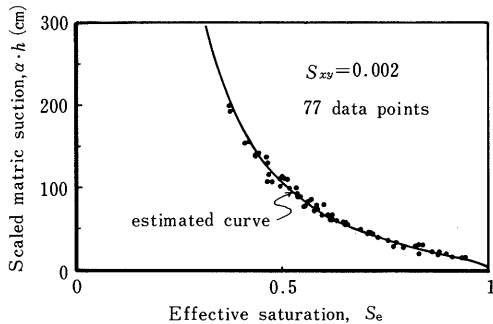


Fig. 6 Scaled matrix suction-effective saturation relationships for silty clay.

この理由としてまず考えられることは、個々の土壌の水分特性曲線の形状の違いである。Fig. 1～3にみられるように、砂土はS字形、壤土および粘土は逆J字形の曲線を呈しており、砂土と壤土、粘土とでは、曲線の形状がかなり異なっている。そこで、土壌の種類による水分特性曲線の形状の違いを明確

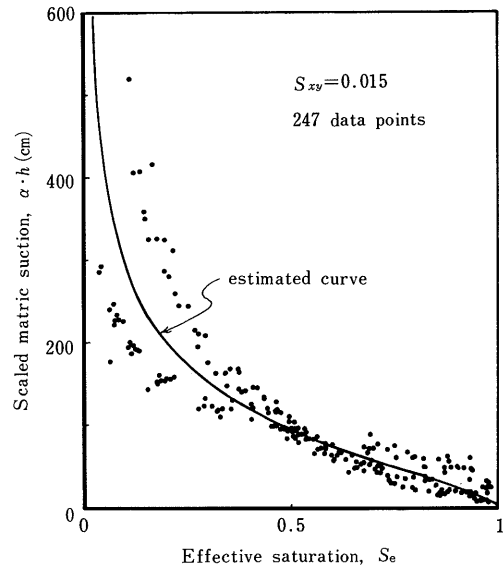


Fig. 7 Scaled matrix suction-effective saturation relationships for all the data.

にするために、深さごとの平均水分量のデータを用いて、Fig. 7の場合と同じ条件でスケーリングを行ってみた。

Fig. 8(1)は、スケーリングを行う前の  $h \sim S_e$  曲線である。これによると、 $S_e$  が0.5以上の部分では、 $h$  の違いがあまりなく、 $S_e$  が0.5より小さい部分では、砂土と壤土との曲線が著しく異なっている。Fig. 8(2)は、(5)式のSSを最小にすることによってスケーリングを行った場合の  $\alpha \cdot h \sim S_e$  曲線である。スケーリング係数 ( $\alpha$ ) は、砂土に対して1.22、壤土に対して0.85、粘土に対して0.92であり、 $h$  に  $\alpha$  を乗じることによって、砂土に対する曲線は上方へ、壤土および粘土の曲線は下方へ移動し、互いにわずかに接近している。しかしながら、Fig. 8(1)とFig. 8(2)とを比較すると、スケーリングの効果はあまり大きくないことがわかる。Fig. 8(2)の場合の  $\theta$  に関する標準誤差は0.013であった。

土壌水分特性曲線に対するスケーリングは、各土壌の  $h$  に  $\alpha$  の同一値を乗じることによって、個々の曲線を上方あるいは下方に移動させ、単一の曲線として近似的に表わす技法である。したがって、Fig. 8(1)のように、 $S_e$  の大きな部分に対して、1本の狭

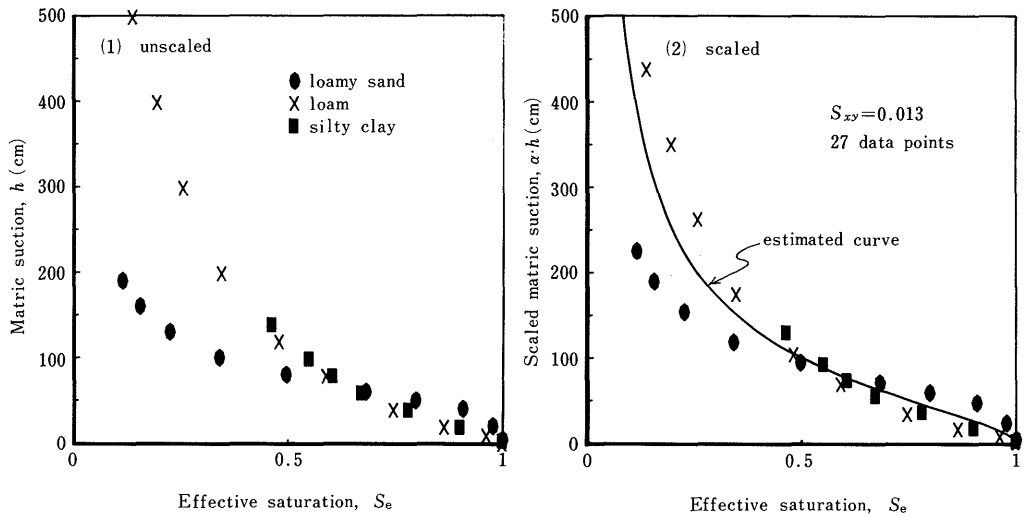


Fig. 8 Unscaled and scaled matric suction-effective relationships for the average values of original data.

い帯状に分布し、 $S_e$ の小さな部分に対して、形状が著しく異なる曲線の場合には、(5)式のように、 $S_e$ に対するSSを最小にするアルゴリズムはあまり適切でない。すなわち、 $S_e$ に関するSSを用いるため、砂土に対する $\alpha$ をこれ以上に大きくし、壤土および粘土に対する $\alpha$ を小さくすると、 $S_e$ の小さな部分の適合度が高まることよりも、 $S_e$ の大きな部分の適合度がより低下することによって、SSの値がより大きくなるからである。

スケーリング係数の決定に(5)式のSSを採用するのは、室内実験によって土壌水分特性曲線を決定する場合、一般に、マトリックサクションよりも土壌水分量に測定誤差が大きいためである。しかしながら、野外実験において、マトリックサクションと土壌水分量とを測定して土壌水分特性曲線を測定する場合は、必ずしもそうとは限らず、(6)式の $h$ に関するSSを採用の方が適切な場合もあろう。(6)式を用いたアルゴリズムでは、 $h$ の大きな部分の適合度がよくなると考えられるので、ここでは、(6)式を用いてスケーリング係数を決定してみた。その結果をFig. 9に示す。Fig. 9とFig. 8(2)とを比較すると、 $h$ の大きな部分の適合度が著しくよくなっているが、 $S_e$ の大きな部分は、逆に適合度が大きく低下している。 $\theta$ に関する標準誤差は0.021となり、Fig. 8(2)

の場合の1.5倍であった。一方、 $h$ に関する標準誤差は20cmとなり、Fig. 8(2)の場合の44cmに比べて、1/2以下であった。

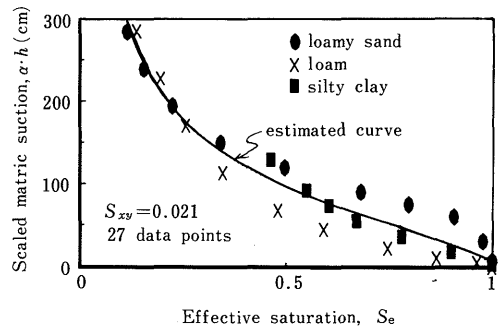


Fig. 9 Scaled matric suction-effective saturation relationships for the average values of original data (Scaling coefficients were determined based on Eq. 6).

以上のように、残差平方和の対象を $S_e$ にとるか、 $h$ にとるかによって、スケーリングの効果も大いに異なる。土壌水分特性曲線のどの部分の適合度を重視するかによって、(5)式あるいは(6)式を採用すべきであろう。(5)式あるいは(6)式以外に、土壌水分特性曲線のどの部分の適合度もなるべく等しくするよう

なアルゴリズムを確立するのも1つの方法である。(5)式と(6)式を加え合せた残差平方和を最小にするアルゴリズムがもっとも適切と考えられ、検討を行ったが、収束性の面から、アルゴリズムの確立までには至らなかった。

本研究に用いた土壌水分特性曲線は、マトリックサクションが比較的小さい、限られた範囲のデータであり、その最大値は、砂土に対して190cm、壤土500cm、粘土140cmである。マトリックサクションの大きな値に対するデータが得られる場合には、スケーリングの結果は、Fig. 8(2)やFig. 9の場合と異なることが考えられる。ここでは、各土壌において、個々の土壌水分特性曲線にもっとも適合する実験式を採用し、マトリックサクションの大きな部分に外挿した値を付け加えて、同様なスケーリングを試みた。計算に用いた値は、 $h$ が500cm以下については、Fig. 2の壤土と同じ $h$ に相当する値、500cm以上については、600cmから100cm間隔で1,000cmまでに相当する値である。なお、壤土の500cm以下に相当する値については、Fig. 2の平均値そのものでなく、あてはめを行った実験式による計算値を用いることとした。

上に示したデータを用いた場合の $h \sim S_e$ 曲線をFig. 10(1)に、 $\alpha \cdot h \sim S_e$ 曲線をFig. 10(2)に示す。スケーリング係数の決定は(5)式に基づいて行った。3つの $h \sim S_e$ 曲線は、すべて $h=0$ で $S_e=1$ 、 $h=1,000$

で $S_e=0$ を通るが、曲線の湾曲度は、砂土の場合が壤土、粘土の場合に比べて、かなり大きい。そのような曲線についてスケーリングを行った場合、砂土の曲線はかなり上方に、壤土および粘土の曲線は下方に移動するが、曲線の分布は、それでもかなり幅の広い帯状になっている。Fig. 10(2)の場合の $\theta$ に関する標準誤差は0.009となり、Fig. 8(2)の場合の0.013に比べて、数字の上ではかなりよくなる。新しく追加された $h$ の大きな部分のデータは、Fig. 8(2)のデータと比較すると、スケーリングを行う前からかなり接近しているので、これらのデータを加えてスケーリングすると、全体的な適合度は当然向上する。しかしながら、土性の異なる土壌の水分特性曲線に対して、 $h$ あるいは $\theta$ の広い範囲のデータを用いれば、 $\theta$ に関する標準誤差0.01 ( $\text{cm}^3/\text{cm}^3$ )以下の精度でスケーリングできることは注目すべき事柄であろう。

最小自乗法によってスケーリング係数を決定する場合、従来の研究のほとんど<sup>7,8,9,11)</sup>においては、 $\theta$ を飽和度( $S$ )で表わすことによって、最大水分

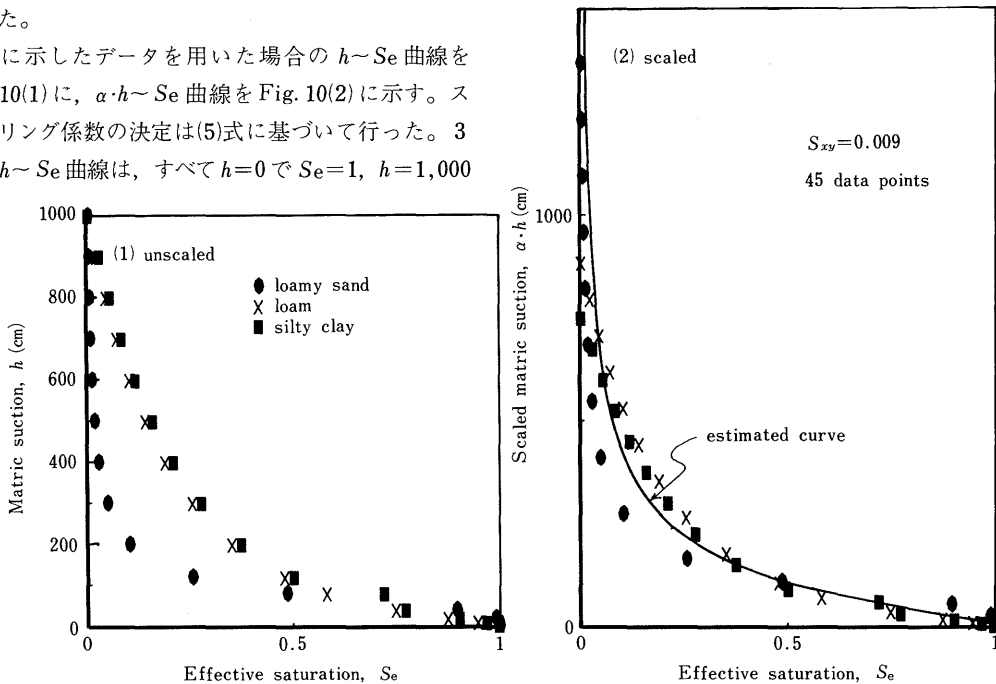


Fig. 10 Unscaled and scaled matric suction-effective saturation relationships for the hypothetical data based on the equation fitted into the original data.



量のみ正規化をはかってきた。これに対して、著者ら<sup>14)</sup>は、 $S$ の代りに有効飽和度 ( $Se$ ) の採用を提案した。これは、最大水分量だけでなく、最小水分量の正規化をもはかることであり、その目的は次の点にある。土壌水分特性曲線のスケーリングは、 $h$ にスケーリング係数を乗じることによって、個々の曲線を上下方向のみに移動させ、単一の曲線に近づける手法である。これに対して、 $S$ の代りに  $Se$  で表わせば、個々の曲線を左方向に移動させることができる。したがって、個々の曲線がそれぞれ異なった  $\theta$  の値に漸近するような傾向を有する場合に、 $S$ の代りに  $Se$  を用いることによって、スケーリングの効果をより一層高めることが期待できる。

Fig. 10(1)のように、最小水分量の値が残留水分量の値近くまで存在すれば、それを正規化することによって、それぞれの最小水分量が互いに近づき、スケーリングの効果を高めることにつながる。一方、Fig. 8(1)のような場合には、スケーリングによって個々の曲線を上下方向に移動させると同時に、正規化するための最適な水分量を選ぶことによって、曲線を左方向に移動させることができれば、Fig. 8(2)に示した結果よりも高い精度でスケーリングを行い得るであろう。したがって、Fig. 8(1)のような比較的に小さい  $h$  の範囲のデータに対して、残留水分量によって最小水分量の正規化をはかることは必ずしも最善な策ではないように思われる。最小水分量を正規化するために、最適な水分量をいかにして見出すかは、実際的には非常に難しい問題である。ここでは、ちなみに、Fig. 8(2)に用いた  $\theta_r$  の値を、 $h = 1,000\text{cm}$ に相当する  $\theta$  の値の代りに、 $h = 500\text{cm}$ に相当する  $\theta$  の値に変更して、同様にスケーリングを行ったところ、 $\theta$  に関する標準誤差は0.011となり、わずかながらも全体的な適合度が向上した。このことは、最小水分量の正規化のための水分量として、残留水分量以外に最適な水分量が存在することを示唆するものであろう。

以上、スケーリング技法を用いて、土性が異なる土壌の水分特性曲線を統一的に表示することを試みてきた。結論的には、Fig. 10(1)に示す  $h \sim Se$  曲線を用いてスケーリングを行うと、Fig. 10(2)に示す  $\alpha \cdot h \sim Se$  曲線が得られ、これ以上のスケーリングの

効果が期待できないとするのが妥当であろう。Fig. 10の結果は、実際のデータを外挿した仮想データについて得られたものであるが、少なくとも  $h$  の最大値が1,000cm程度まである実測値を用いたスケーリングについて同様に検討することが必要である。

## ま と め

砂土、壤土および粘土の土壌水分特性曲線について、マトリックサクシジョンのスケーリングを行い、土性が異なる土壌の水分特性曲線の統一的な表示を試みた。得られた結果を要約すれば、次のとおりである。

(1) S字形あるいは逆J字形の土壌水分特性曲線を適切に表わす実験式、van Genuchtenの式は、用いたデータに対してよく適合した。

(2) 有効飽和度に関する残差平方和を最小にすることによってスケーリング係数を決定した。同一土性に属するが、深さ方向に変動性がある土壌の水分特性曲線は、これらのスケーリング係数を用いて、単一の曲線で統一的に表示できた。

(3) 3種の土壌の水分特性曲線についてスケーリングを行った結果、壤質砂土と壤土、シルト質粘土とでは、その形状がはっきりと異なる曲線を呈したため、スケーリングの効果はあまり高くなかった。有効飽和度の代りに、マトリックサクシジョンに関する残差平方和を最小にすることによってスケーリング係数を決定した場合、マトリックサクシジョンの大きい部分での適合度は上昇したが、有効飽和度の大きい部分での適合度はそれ以上に低下した。

本研究に用いた土壌水分特性曲線のデータは、マトリックサクシジョンが比較的に小さい範囲にあるので、スケーリングの精度について十分な検討ができなかった。各種の土壌について、今後もスケーリング技法の適用性を検討することが必要である。

## 引 用 文 献

1. Davidson, J.M., L. R. Stone, D. R. Nielsen and M. E. Larue: Field measurement and use of soil-water properties, *Water Resources Res.*, 5: 1312-1321 (1969)
2. Elrick, D.E., J.H. Scandret and E.E. Miller:

- Tests of capillary flow scaling, *Soil Sci. Soc. Amer. Proc.*, 23 : 329-332 (1959)
3. 畑村又好・奥野忠一・津野善郎 (共訳) : スネダイカー, コ克蘭統計的方法 (原書第6版), 岩波書店, pp. 433-435 (1976)
  4. Inoue, M., T. Yano and J. Chikushi: Optimum values of parameters in equations for estimating soil water characteristic curve and relative hydraulic conductivity of sandy soils, *J. Fac. Agric., Tottori Univ.*, 19 : 24-34 (1984)
  5. Klute, A. and G. E. Wilkinson: Some tests of the similar media concept of capillary flow: I. Reduced capillary conductivity and moisture characteristic data, *Soil Sci. Soc. Amer. Proc.*, 22 : 278-281 (1958)
  6. Miller, E. E. and R. D. Miller: Physical theory for capillary flow phenomena, *J. Applied Physics*, 27 : 324-332 (1956)
  7. Rao, P. S. C., R. E. Jessup, A. C. Hornsby, D. K. Cassel and W. A. Pollans: Scaling soil microhydrologic properties of Lakeland and Konawa soils using similar media concepts, *Agricultural Water Management*, 6 : 277-290 (1983)
  8. Russo, D. and E. Bresler: Scaling soil hydraulic properties of a heterogeneous field, *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 44 : 681-684 (1980)
  9. Simmons, C. S., D. R. Nielsen and J. W. Biggar: Scaling of field-measured soil-water properties, I. Methodology, II. Hydraulic conductivity and flux, *Hilgardia*, 47 : 77-174 (1979)
  10. van Genuchten, M. TH.: A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils, *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 44 : 892-898 (1980)
  11. Warrick, A. W., G. J. Mullen and D. R. Nielsen: Scaling field-measured soil hydraulic properties using a similar media concept, *Water Resources Res.*, 13 : 355-362 (1977)
  12. Wilkinson, G. E. and A. Klute: Some tests of the similar media concept of capillary flow, II. Flow systems data, *Soil Sci. Soc. Amer. Proc.*, 23 : 434-437 (1959)
  13. 矢野友久・井上光弘・小谷佳人: 砂質土壌の土壌水分特性曲線とその温度依存性について, 鳥取大砂丘研報, 22 : 1-8 (1983)
  14. ————・—————・筑紫二郎: 土壌水分特性曲線に対するスケーリング技法の適用, 農土論集 (投稿中)