

信頼性設計法に基づく地中構造物の
地震時損傷確率評価に関する研究

2024年

坂下 克之

目 次

第 1 章 序論	1
1.1 本研究の背景	1
1.2 本研究の目的	4
1.3 本論文の構成	7
参考文献	10
第 2 章 群遅延時間を用いた入力地震動の設定	12
2.1 はじめに	12
2.2 群遅延時間の基本的な性状	14
2.3 群遅延時間に関する諸検討	16
2.4 群遅延時間を利用した模擬地震動の一般的な作成方法	26
2.5 群遅延時間を利用した模擬地震動の新たな作成方法の提案	35
2.6 まとめ	49
参考文献	50
第 3 章 MCS による地中構造物の地震時損傷確率評価	51
3.1 はじめに	51
3.2 検討条件	52
3.3 評価結果の概要	60
3.4 複数の破壊モードの相関性に関する分析	65
3.5 評価に関する補足	70
3.6 まとめ	72
参考文献	73
第 4 章 MCS 効率化手法 (subset 法) の適用	74
4.1 はじめに	74
4.2 subset 法を用いた損傷確率評価方法	75
4.3 地中構造物の評価への適用	83
4.4 まとめ	92
参考文献	93
第 5 章 MCS 効率化手法 (subset 法) の精度と効率性に関する検討	94
5.1 はじめに	94
5.2 subset 法の精度評価式の導出	95
5.3 subset 法の精度評価式の検証	103

5.4 subset 法の効率の分析	110
5.5 まとめ	116
参考文献	117
第 6 章 地中構造物のプッシュオーバー解析における合理的な境界条件に関する検討	118
6.1 はじめに	118
6.2 検討条件および動的解析	119
6.3 プッシュオーバー解析	125
6.4 まとめ	137
参考文献	138
第 7 章 構造物の経年劣化の不確実性を考慮した構造性能低下評価	139
7.1 はじめに	139
7.2 鉄筋腐食に関する既往の研究	140
7.3 鉄筋腐食の分布形状が部材挙動に与える影響の検討	144
7.4 鉄筋腐食に伴う地中構造物の構造性能低下に関する検討	155
7.5 まとめ	169
参考文献	170
第 8 章 結論	171
付録	
付録 1 subset 法の精度評価に係る数式の導出	173
付録 2 プッシュオーバー解析の境界条件に関する補足	177
謝辞	178

第1章 序論

1.1 本研究の背景

土木・建築構造物を対象とした地震防災対策を検討するためには、地震時の構造物の挙動を精度よく予測することが必要である。しかしながら地震時の構造物の挙動評価には多くの不確実性を伴うため、これら不確実性を出来るだけ合理的に考慮することが重要となる。将来の地震に対して構造物の安全性がどの程度保証されるのか、あるいはどの程度の損傷が懸念されるのかを判定するためには、その予測に含まれる不確実性を適切に考慮することが予測の透明性を確保するために必要である。

このため構造物の耐震性能を評価する際、従来の確定論的評価手法に代わり確率論的評価手法を取り入れた信頼性設計法が研究され、実用化に向けての検討が進められてきた^{例えば 1), 2)}、確率・統計に関する参考図書は当然ながら古くより刊行されているものは多いが、上記に挙げた参考文献 1), 2) は、後述の「信頼性設計レベル」「部分係数法」等、設計的観点に焦点を当てたキーワードが盛り込まれた、比較的初期に刊行された図書である。

信頼性設計法の研究が進んだ一つの契機は、限界状態設計法という概念の誕生、ならびに各指針における許容応力度設計法から限界状態設計法への移行である。1986 年の土木学会コンクリート標準示方書³⁾の改訂を皮切りに、原子力施設関連では、1992 年に「原子力発電所屋外重要土木構造物の耐震設計に関する安全性照査マニュアル」⁴⁾、2002 年に「原子力発電所屋外重要土木構造物の耐震性能照査指針」⁵⁾が刊行された。参考文献 5) はその後、2005 年・2018 年・2021 年に改訂されるに至っている。

許容応力度設計法では構造物を弾性体として扱い、余裕を持った安全率に基づいて照査を行う方法である。しかしその後、非線形解析技術の発達等から構造物の使用限界・終局限界の様々な限界状態を直接評価できるようになった。これを設計に取り込むにあたっては、各種パラメータの不確実性を考慮することが必要となる。限界状態設計法が取り入れられた初期の指針類の中では「信頼性設計法」という明な表現での記載はされていないが、結果的には限界状態設計法を実施する上で、信頼性設計法は有用な手法ということになる。

また限界状態設計法の概念の台頭からやや遅れて並行する形で、2000 年頃から「仕様規定型設計」という表現が頻繁に使用されるようになった。性能規定型設計の反意語として、それまで行われてきた設計概念は「仕様規定型設計」等と呼ばれる。仕様規定型設計は、与えられた設計荷重に対して応力・変位等を計算し、それらが許容値以内であれば設計が終了するという設計法である。一方性能規定型設計は、構造物に要求する性能を明示し、その性能を構造物が保持することを評価する設計法であり、原則として規定された性能を満足すればどのような設計も許容される、すなわち性能さえ満足すれば今までにない新たな設計も可能となり、設計の自由度が大きくなる。

仕様規定型設計と許容応力度設計法は、その中で用いる手法の 1 つという関係性で言えば、

仕様規定型設計 ⊃ 許容応力度設計法

という包含関係になるが、構造安全性を評価する上では、仕様規定型設計と言えば実質的にはほぼ許容応力度設計法を指すと言っても差し支えないと言える。

また、性能規定型設計と限界状態設計法と信頼性設計法についても同様に、

性能規定型設計 ⊃ 限界状態設計法 ⊃ 信頼性設計法

という包含関係になるが、実質的には概ね同義という見方をされることが多い。

構造物の破壊・損傷等の可能性を確率論に基づく手法によって評価する手法である信頼性設計法は、その評価方法に応じて表 1.1 に示す 3 つの設計水準に分類されている^{例えば 1), 2)}。最も簡易的な方法であるレベル 1 は、部分係数法と呼ばれるものとはほぼ同義であり、種々のパラメータの不確実性をそのばらつき状態から部分係数として荷重・耐力双方の値に盛り込み、両者を比較することにより評価するものである。レベル 2 は、荷重と耐力の確率密度関数を正規分布あるいは対数正規分布に置き換え、その相互関係より計算される信頼性指標により破壊確率を評価する方法である。最も高位に位置するレベル 3 は正確な破壊確率を求めるもので、代表的な評価方法としては、構造物あるいは部材に作用する荷重と耐力それぞれの確率密度関数を設定しそれを畳み込み積分する方法や、モンテカルロシミュレーション等が挙げられる。レベル 2 とレベル 3 の評価結果が破壊確率であるのに対し、レベル 1 は安全と判定されるか否かの二者択一の評価となる。

以上をまとめると、設計法に関する各種用語の相関関係は、概ね図 1.1 のように表される。

表 1.1 信頼性設計法の設計水準レベル

設計水準	評価指標	代表的な評価方法
レベル 1	設計用値	・ 部分係数法
レベル 2	信頼性指標	・ 正規分布に基づく信頼性指標評価
レベル 3	破壊確率	・ モンテカルロシミュレーション 等

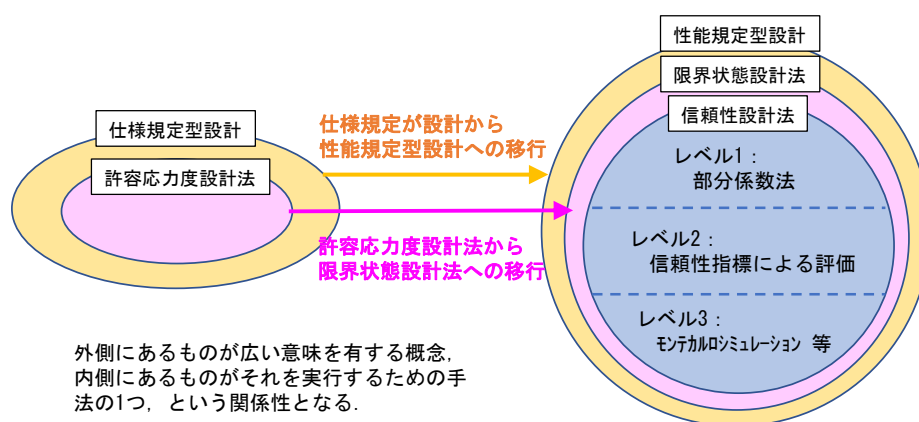


図 1.1 各種用語の相関関係

性能規定型設計の浸透は、1995 年に発足した WTO（世界貿易機構）の TBT 協定（貿易の技術的障害に関する協定）⁶⁾が 1 つの大きな契機となっている。同協定においては、「各国標準における国際標準との整合」「性能による規定」が明示されている。この「国際標準」の代表となるものが、1998 年に制定された ISO2394（General principles on reliability for structures 構造物の信頼性に関する一般原則）⁷⁾である。ISO2394 では、規定された性能に基づく照査を基本とした上で、性能のモデル化として「終局限界状態」「使用限界状態」等の限界状態を挙げている。また「設計の基礎として準確率論的手法が適切である」と記載し、この確率論的手法の具体的な方法として部分係数法を示している。

これらの国際標準の動きを受けて、我が国においても基準類の改訂が進められた。

原子力発電所関連では、内閣府原子力安全委員会による「発電用原子炉施設に関する耐震設計審査指針」が2006年に改訂され⁸⁾、その中で「施設の設計においては、「残余のリスク」（策定された地震動を上回る地震動により施設に重大な損傷が発生するリスク）を考慮し、それを可能な限り小さくするための努力が払われるべきである。（一部文章編集）」と記載されている。原子力分野では、信頼性設計法を特に「地震PRA（Probabilistic Risk Assessment）」もしくは「地震PSA（Probabilistic Safety Assessment）」と呼ぶことが多い。基準類としては、日本原子力学会より2007年に「原子力発電所の地震を起因とした確率論的安全評価実施基準」⁹⁾が刊行された。同基準では、地震PSAに関するかなり詳細な内容が記述されており、2015年に「原子力発電所に対する地震を起因とした確率論的リスク評価に関する実施基準」¹⁰⁾として改訂されている。同基準では、損傷確率（破壊確率）を算定するレベル3の方法を標準として示している。

港湾施設関連では、「港湾の施設の技術上の基準・同解説」の2007年の改訂¹¹⁾において信頼性設計法が盛り込まれた。基準の中では、レベル1～レベル3の設計水準に言及するとともに、それぞれのレベルにおける具体的な手法について比較的詳しく解説されている。その上で実際の施設の設計に当たっては、レベル1である部分係数法を推奨している。同指針は2018にも改訂されている¹²⁾、信頼性設計法に関する章立てや記載内容は若干異なるが、基本的な考え方は2007年版と同じである。

道路橋示方書においては、2002年版で一部に性能規定型設計の概念が導入されたが、本格的に信頼性設計法に基づく手法が適用されたのは2017年の改訂¹³⁾である。同改訂では、全編にわたって信頼性設計法レベル1に相当する部分係数法が採用されている。

本節のまとめとして、信頼性設計法に係る事項を年表の形で記載したものを図1.2に示す。

年代	1980	1990	2000	2010	2020
限界状態設計法への移行	★1980年代より、許容応力度設計法から		限界状態設計法への移行が順次進む		
信頼性設計法の発展	★1982 参考文献1) ★1986 参考文献2)	信頼性設計法に関する研究が進む			
国際関連		★1995 WTO/TBT協定 ★1998 ISO2394			
性能規定型設計の台頭			★2000年頃より、「仕様規定型設計」「性能規定型設計」という言葉が盛んに使われるようになる		
原子力関連			★2006 耐震設計審査指針 ★2007 日本原子力学会標準 ★2015 日本原子力学会標準		
港湾関連			★2007 港湾基準改訂	★2018 港湾基準改訂	
道路橋関連				★2017 道示改訂	

図 1.2 信頼性設計法に関する年表

1.2 本研究の目的

本研究のテーマである信頼性設計は、設計条件における地盤や構造物の物性値等をはじめとする様々な不確実性を考慮した設計方法である。1.1 節で紹介したように、信頼性設計法は現在のところでは原子力分野で最も進んでいること、原子力分野の土木構造物としては、周辺を地盤で囲まれた地中構造物がその代表的なものと言えること等から、本研究で扱う構造物は地中構造物とする。

1.1 節では、性能規定型設計への移行を契機とした信頼性設計法の背景とその概略を記載した。本節においては、信頼性設計法についてその各論をもう少し詳しく概説するとともに、本研究の目的を述べる。

なお本論文において用いる用語に関して、以下に予め示しておく。

- 「モンテカルロシミュレーション」は基本的に「MCS」と略して記述する。
- 「破壊確率」と「損傷確率」は同義として、適宜使い分ける。
- 「プッシュオーバー解析」は、必要に応じて「PO 解析」と略して記述する。

入力地震動について

1.1 節でも言及したように、2006 年に改訂された内閣府原子力安全委員会による「発電用原子炉施設に関する耐震設計審査指針」⁸⁾では、耐震設計用の入力地震動の策定において「残余のリスク」を考慮すべきであると規定されていることから、耐震設計における合理的な入力用模擬地震動の作成方法は、信頼性設計法において極めて重要となる。入力地震動は、構造物の立地条件や想定する供用年数が定まっている場合でも、構造物の地震時挙動を左右する構成要素の中では最も不確実性の大きいものであり、いわゆる「地震ハザード評価」が必要となる。

構造物の fragility 評価においては、複数の異なるレベルに対応した地震ハザード評価から得られた地震動を入力して構造物の損傷確率を評価し、図 1.3 のような fragility 曲線を得る事例が多い。

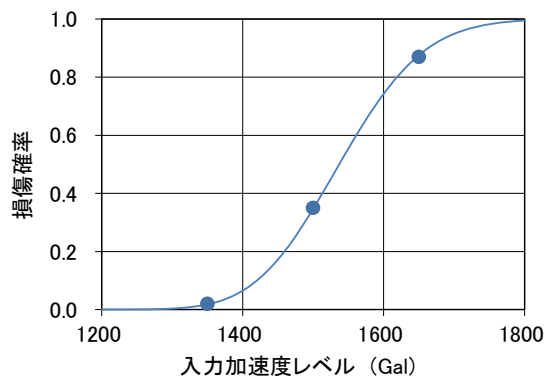


図 1.3 フラジリティ曲線

すなわち入力地震動の不確実性は fragility 曲線の横軸に対応するものであり、縦軸の損傷確率を評価する際の材料物性等のパラメータの不確実性とはやや意味合いが異なる。

したがって本研究においては、そうした地震学的な観点からの地震動の不確実性すなわち「地震ハザード評価」については扱わず、入力地震動の新たな作成方法を考案・提案するに留めることとする。

信頼性設計法のレベルについて

前述したように、信頼性設計法の設計水準は、表 1.1 に示す 3 つのレベルがある。

ISO2394⁷⁾、港湾の施設の技術上の基準・同解説^{11), 12)}、道路橋示方書¹³⁾において推奨あるいは規定されているのは、レベル 1 の部分係数法である。

「原子力発電所に対する地震を起因とした確率論的リスク評価に関する実施基準」¹⁰⁾では、構造物の安全性評価として「建屋・機器フラジリティ評価」という章立てがあり、その中では損傷確率を算定するレベル 3 の方法を示している。損傷確率の算定方法は、耐力と応答（基準の中では「現実的耐力」と「現実的応答」という表現をされている）それぞれの確率密度関数を畳み込み積分する方法をとっている。ただし双方の確率密度関数とも対数正規分布を仮定した方法を標準として示しており、考え方としてはレベル 2 に近い。

原子力発電所の地中構造物を対象とした既往のフラジリティ評価例としては、参考文献 14), 15) が挙げられる。これらは上述の「原子力発電所に対する地震を起因とした確率論的リスク評価に関する実施基準」¹⁰⁾ で示されている標準的な方法に対応するものであり、同基準の中でも評価例として取り上げられている。これらの検討では、評価を MCS によらない比較的簡易な方法に落とし込むために、「せん断ひずみ伝達率」¹⁶⁾や「1 次近似 2 次モーメント法（FOSM : First-Order Second-Moment Method）」等の変換手法を利用している。

ただし上記の手法においては、耐力と応答の変動は独立であるという前提に立っており、両者に従属性がある場合には評価精度に誤差が生じてくる可能性がある。

破壊確率を評価する方法で、MCS によらない簡易的な手法としては 2 点推定法¹⁷⁾等も挙げられる。2 点推定法は応答のばらつきを評価するための解析数等を低減する方法であるが、独立パラメータ数が多い場合には必要なケース数も多くなるため、パラメータの限定が必要となる場合がある。筆者らによる既往検討¹⁸⁾においても、地中構造物の地震時損傷確率評価において MCS との比較を行っているが、応答のばらつきを過小評価してしまう場合がある等の結果が得られており、適用においてはその精度に留意が必要である。

MCS は、独立パラメータが多いケースや耐力と応答間に相関がある場合等にも有効であり、最も合理的で精度の高い評価方法と言える。近年においては、計算機技術の発達により、計算負荷の多い作業を実行するための環境も整いつつあるが、上記で見た背景が示すように、現時点ではまだ標準的な方法として浸透していないのが実情である。

したがって本研究においては、損傷確率の評価方法として MCS を基軸として、様々な検討を実施していくこととする。

図 1.3 に示したフラジリティ曲線を評価する際、特に原子力関連においては、入力加速度レベルが小さく損傷確率が小さいところを高精度で評価することが重要となる。そこで本研究においては、MCS の一種で、目標領域近傍にのみ集中的に標本を発生することができる MCMC (Markov chain Monte Carlo simulation) を適用することで損傷確率が小さいときに効率よく損傷確率を評価できる subset 法¹⁹⁾にもスポットを当てる。

構造物の経年劣化について

信頼性設計法を適用した各種検討評価においては、不確実性を考慮するパラメータとしては地盤の物

性や構造物の材料強度を対象とする場合が多い。しかしながら、高経年化構造物の合理的な補修・補強計画策定や新設構造物の供用期間中の維持管理計画策定においては、構造物の保有性能を合理的に評価することが必要である。とりわけ材料劣化がもたらす構造性能低下を物理化学的知見に基づいて推定するとともに、その推定値が保有する不確実性を合理的に取り込むことが重要である。

原子力発電所屋外重要土木構造物の構造健全性評価に関するガイドライン²⁰⁾においては、性能照査の考え方を踏襲し、構造物の維持管理において、劣化や損傷の生じた RC 製構造物の健全性を評価する方法が示されている。これらから、「信頼性設計法」という厳密な枠組みには当てはまらないものの、構造物の経年劣化、具体的には鉄筋の腐食についても、その不確実性を考慮した構造物の構造性能低下についても、本研究の対象とする。

以上の背景から、本研究の目的を大きくまとめると以下のようになる。

- ①合理的な入力地震動の設定方法の提案
- ②地中構造物の損傷確率評価への MCS の適用とその理論的考察
- ③構造物の経年劣化の不確実性を考慮した構造性能低下評価

1.3 本論文の構成

本節では、本論文の章構成について記載する。

図 1.4 は、地中構造物の地震時挙動を決定する

地震動の入射 → 地盤の応答 → 構造物の応答

という一連の事象の流れにおいて、第 1 章「序論」(本章)と第 8 章「結論」を除く各章の位置付けと、信頼性設計法の基本概念となるパラメータの不確実性(青字で表現)の取り入れ方を示した概念図である。

第 2 章では、構造物の地震時挙動を評価する際の入力地震動の設定方法について論ずる。ただし前節で述べたように、地震学的な観点からの地震動の不確実性については本論文においては扱わず、入力地震動の設定方法に関し、群遅延時間の概念を導入した新たな手法について検討・提案する。

第 3 章～第 5 章は、不確実性を考慮するパラメータとして主に地盤物性値を想定し、MCS による地中構造物の地震時損傷確率評価を基軸とした検討について記載している。

第 3 章では、地盤物性値を変動パラメータとした MCS として地盤-構造物一体 2 次元 FEM モデルによる地震応答解析を 1000 ケース実施し、地中構造物の地震時損傷確率を評価する。また曲げ破壊・せん断破壊等の複数の破壊モードを評価した場合の、それらの破壊モード間の相関性について分析する。

第 4 章では、MCS のうち、損傷確率が小さいときに効率的に損傷確率を評価できるマルコフ連鎖モンテカルロ法(MCMC)を利用した特殊な MCS である subset 法を取り上げ、地盤-構造物一体 2 次元地震応答解析による構造物の地震時損傷確率評価に適用し、そのパフォーマンスを調べる。評価に先立って、不確実性パラメータである地盤物性値を細かく変化させたパラメータスタディを実施することにより、損傷確率の真値を算定しておきベンチマークとして比較する。

標本数に起因する MCS の損傷確率の精度を考えると、通常の MCS であればその精度評価式は二項分布で簡単に算定できるが、subset 法についてはその精度評価式に関する既往の検討事例はない。subset 法には、MCMC の性能に起因する誤差と標本数に起因する誤差が混在するが、第 5 章では標本数に起因する損傷確率の理論的な精度評価式を導出し、疑似的な subset 法を実施することによりそれを検証する。

第 6 章～第 7 章では地中構造物に注目し、構造物の経年劣化に伴う鉄筋腐食状況の不確実性を考慮した地震時挙動のばらつきに関するトピックスを扱う。第 6 章では評価に先立ち、地中構造物の代表として RC ボックスカルバートの構造性能を評価する際のプッシュオーバー解析における合理的な境界条件について検討する。

第 7 章では、まず RC 梁に対して、鉄筋腐食の分布形状が部材挙動に与える影響について MCS により検討する。続いて、RC ボックスカルバートの横断面を対象として、鉄筋の腐食箇所や腐食量が構造性能低下に与える影響について、パラメータスタディにより検討する。

図 1.4 では、各章と 1.2 節で述べた本研究の目的①～③との対応を併記している。本研究においては、特定の地中構造物や入力条件に対して第 2 章～第 7 章の検討を通しの作業として行うわけではなく、各章は基本的にはそれぞれ独立した条件の下での検討という位置付けとなっている。

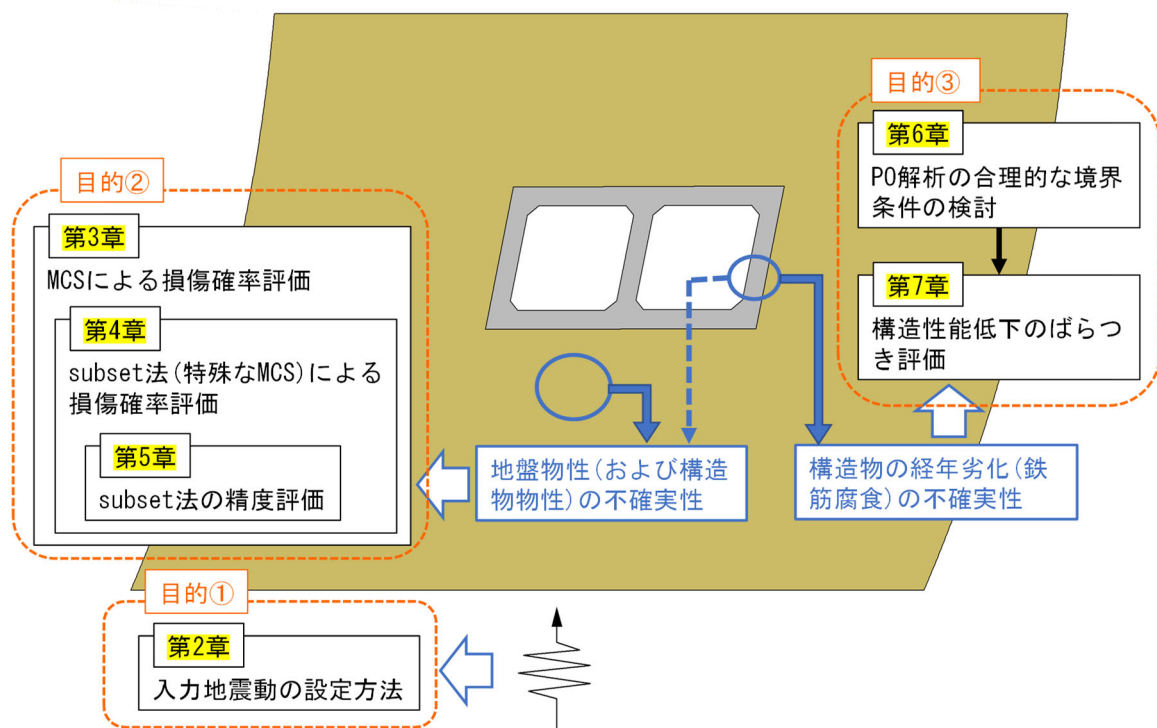


図 1.4 本論文における第 2 章から第 7 章の位置付け

筆者らは、信頼性設計法に基づく耐震設計支援システムとして、MCS やパラメータスタディといった多くのケース数を必要とする解析を効率的に行えるシステムを開発している²¹⁾。解析プログラムは TDAP III²²⁾に対応している。本研究においても、表 1.2 に示す各種計算はこのシステムを用いて実施したものである。

表 1.2 信頼性設計法に基づく耐震設計支援システムを用いた計算

箇所	解析内容	評価法	パラメータ	合計ケース数
第 3 章	地盤－構造物一体 2 次元動的解析	MCS	地盤物性	1000
第 4 章	地盤－構造物一体 2 次元動的解析	パラスタ	地盤物性	20000
		subset 法	地盤物性	566
第 7 章 7.3 節	RC 梁の静的解析	MCS	腐食分布形状	3000
第 7 章 7.4 節	地中構造物の 2 次元 PO 解析	パラスタ	腐食位置等	44

なお本論文の以下に示す各章は、筆者らによる既往の発表論文を元に再構築・再編集したものである。

第2章 群遅延時間を用いた入力地震動の設定 : 参考文献 23)

第3章 MCS による地中構造物の地震時損傷確率評価 : 参考文献 18)

第4章 MCS 効率化手法 (subset 法) の適用 : 参考文献 24)

第5章 MCS 効率化手法 (subset 法) の精度と効率性に関する検討 : 参考文献 25), 26)

第6章 地中構造物のプッシュオーバー解析における合理的な境界条件に関する検討 :
参考文献 27)

(第7章については、2024年7月現在、該当する既往の発表論文はない。)

参考文献

- 1) Thoft-Christensen, P. and Baker, M. J. : Structural Reliability Theory and Its Applications, Springer-Verlag, 1982. (P.トフ-クリステンセン, M.J.ベーカー, 室津義定 (監訳): 構造信頼性—理論と応用, シュプリンガー・フェアラーク東京, 1986.)
- 2) 星谷勝, 石井清: 構造物の信頼性設計法, 鹿島出版会, 1986.
- 3) 土木学会: 昭和 61 年制定 コンクリート標準示方書 設計編, 1986.
- 4) 土木学会原子力土木委員会: 原子力発電所屋外重要土木構造物の耐震設計に関する安全性照査マニュアル, 1992.
- 5) 土木学会原子力土木委員会: 原子力発電所屋外重要土木構造物の耐震性能照査指針, 2002.
- 6) World Trade Organization (世界貿易機構): Agreement on Technical Barriers to Trade (貿易の技術的障害に関する協定), 1995.
- 7) ISO (1998) : International Standard ISO/IS2394, General principles on reliability for structures.
- 8) 内閣府原子力安全委員会: 発電用原子炉施設に関する耐震設計審査指針, 2006.
- 9) 日本原子力学会: 日本原子力学会標準 原子力発電所の地震を起因とした確率論的安全評価実施基準: 2007, 2007.
- 10) 日本原子力学会: 日本原子力学会標準 原子力発電所に対する地震を起因とした確率論的リスク評価に関する実施基準: 2015, 2015.
- 11) 国土交通省港湾局監修, 日本港湾協会: 港湾の施設の技術上の基準・同解説, 2007.
- 12) 国土交通省港湾局監修, 日本港湾協会: 港湾の施設の技術上の基準・同解説, 2018.
- 13) 日本道路協会: 道路橋示方書・同解説, 2017.
- 14) 原子力安全基盤機構: 地震に係る確率論的安全評価手法の整備に関する報告書 = 屋外重要土木構造物の耐力・損傷確率評価=, JNES/SAE05-105, 2005.
- 15) 堤英明, 蛭沢勝三, 中村晋: 原子力施設における地中構造物の実用的な損傷確率評価手法の提案, 土木学会論文集 A Vol.63 No.4, pp. 704-715, 2007.
- 16) 西岡勉, 運上茂樹: ひずみ伝達特性を用いた地中構造物のせん断変形量の推定, 土木学会論文集 No.710/I-60, pp. 273-282, 2002.
- 17) Rosenblueth, E. : Two-point Estimates in Probabilities, Appl. Math. Modelling, Vol.5, pp.329-335, 1981.
- 18) 坂下克之, 畑明仁, 志波由紀夫: モンテカルロシミュレーションによる地中構造物の地震時損傷確率評価および評価手法の簡易化の検討, 第 33 回地震工学研究発表会, 23-D-1, 7-409, 2013.
- 19) Au, S. K.. and Beck, J. L. : Subset Simulation and its Application to Seismic Risk Based on Dynamic Analysis, Journal of Engineering Mechanics, Vol.129, No.8, pp.901-917, 2003.
- 20) 土木学会原子力土木委員会: 原子力発電所屋外重要土木構造物の構造健全性評価に関するガイドライン, 2012.
- 21) 坂下克之, 畑明仁, 志波由紀夫: 信頼性設計法に基づく耐震設計支援システムの開発, 大成建設技術センター報, 第 47 号, 2014.
- 22) アーク情報システム 耐震・構造解析シリーズ: <<http://www.ark-info-sys.co.jp/jp/product/tdap/>> (2023 年 5 月 4 日アクセス)
- 23) 坂下克之, 畑明仁, 小野祐輔: 包絡線関数と群遅延時間の関係付けによる模擬地震動作成方法の提

案，土木学会論文集，Vol. 79，No. 2，22-00207，2023.

- 24) 坂下克之，畑明仁，志波由紀夫：subset 法を用いた地中構造物の地震時損傷確率評価，第 34 回地震工学研究発表会，B12-603，2014.
- 25) 坂下克之，畑明仁，志波由紀夫：subset 法を用いた損傷確率評価の精度に関する考察，構造物の安全性および信頼性 Vol.8 JCROSSAR2015 論文集，pp.494-501，2015.
- 26) 坂下克之，畑明仁，志波由紀夫：subset 法を用いた損傷確率評価の精度および効率に関する分析，土木学会第 70 回年次学術講演会概要集，pp.1079-1080，2015.
- 27) 坂下克之，畑明仁，小野祐輔：RC ボックスカルバートのプッシュオーバー解析における合理的な境界条件の提案，土木学会論文集 Vol. 80，No. 13，23-13132，2024.

第2章 群遅延時間を用いた入力地震動の設定

2.1 はじめに

原子力分野において信頼性設計法が浸透する大きな契機となった2006年に改訂された内閣府原子力安全委員会による「発電用原子炉施設に関する耐震設計審査指針」¹⁾では、以下のように記されている。(一部文章編集)

「耐震設計用の地震動の策定において、「残余のリスク」(策定された地震動を上回る地震動の影響が施設に及ぶことにより、施設に重大な損傷事象が発生するリスク)が存在することを意味する。したがって、施設の設計に当たっては、策定された地震動を上回る地震動が生起する可能性に対して適切な考慮を払い、この「残余のリスク」の存在を十分認識しつつ、それを合理的に実行可能な限り小さくするための努力が払われるべきである。」

したがって、耐震設計における合理的な入力用模擬地震動の作成方法は、信頼性設計法において極めて重要となる。

耐震設計用の模擬地震動の作成においては、その周波数特性として、波のピーク値等に関する振幅特性と、波の形や継続時間等に関する位相特性を決定する必要がある。前者は従来より、規定された応答スペクトルにフィッティングする方法が最も一般的なものとして採用されている。

一方後者の位相特性は、従来よりさまざまな方法が用いられている。最も標準的な方法としては、対象地点で観測された主要な地震波形の位相をそのまま採用する方法、あるいはホワイトノイズに特定の包絡線^{2),3)}を乗じて位相を決定する方法がある。前者の方法では波形の位相特性や包絡形状は単一の観測波形に限定されることとなり、作成された模擬地震動は汎用性に欠ける。後者の方法は、指針⁴⁾等ではマグニチュードや震源距離に応じて包絡線が規定されており、ホワイトノイズを包絡処理した時点で波形の位相は決まってしまうため、サイト固有の地震動の位相特性を直接的に反映することができなくなる。また時間の経過とともに卓越振動数が変化するような非定常性を考慮することができない。

これらの背景のもと、大崎らが位相差分スペクトルと地震動の包絡形状の類似性を指摘した研究⁵⁾を端緒として、地震動の位相特性を客観的かつ定量的に評価できる指標として群遅延時間⁶⁾が注目され、これを用いた模擬地震動作成方法に関して多くの検討がなされてきた。

地震動の群遅延時間を求める研究としては、特定の震源特性を想定してインパルス列等から演繹的に算定するアプローチ^{7),8),9)}、あるいは観測地震波を直接分析することによりマグニチュードや震源距離から地震動の群遅延時間を統計的にモデル化するアプローチ^{10),11)}が挙げられる。さらに室野ら¹²⁾は、上記2つのアプローチを統合し、震源過程・伝播経路特性・サイト特性の群遅延時間を規定し、その作成波は現行の指針¹³⁾に適用されている。

群遅延時間から模擬地震動を作成する方法としては、まず群遅延時間の平均値と標準偏差を計算してそのばらつきを正規分布としてモデル化し、振動数軸上でその正規分布に従う群遅延時間をランダムに発生させたものを積分することにより模擬地震動の位相を決定する、という方法が挙げられ、現在ほとんどこの方法が採用されている^{10),11),12)}。これらの既往研究では、振動数帯域をいくつかの範囲に区分し、各区分毎に波形を合成して重ね合わせることで、主要動の後に長周期波が後続するような波を作成することも行われている。このような非定常波を比較的簡単に再現できることが、群遅延時間を用いた波形作成方法の1つの利点となっている。

ただし群遅延時間を用いた上記の従来の方法では，その作成波の包絡形状は時間軸で左右対称に近い形となり，立ち上がりが急で緩やかに減衰するような左右非対称な包絡形状を有する波を意図的に作り出すことができない．またそれ以外にも本検討における分析の結果，従来の方法では作成波形にいくつかの課題や留意点が認められた．

そこで本研究では，「波形の包絡線関数の形状やパラメータ」と「群遅延時間のばらつき」を関係付けることにより，波形の包絡形状の設定とサイトの位相特性の反映とを両立できる新たな模擬地震動の作成方法を提案・検証した．

2.2 群遅延時間の基本的な性状

群遅延時間は、一般的に次式のように定義される⁶⁾。

$$T_g = \frac{d\varphi}{d\omega} \quad (2.1)$$

ここに、 T_g : 群遅延時間

φ : 入力波形の位相

ω : 角振動数

上記のように、群遅延時間は本来連続関数として定義されるものであるが、本論文では群遅延時間は、波形を高速フーリエ変換（以下 FFT と記載）した後の隣り合う振動数どうしの位相の差分から計算するため、連続値ではなく有限個の値から構成される離散値となる。なお本論においては特別な記載がない限り、波形のサンプリング時刻間隔は $\Delta t = 0.01$ s , 後続ゼロを付加した FFT のトータル時間長（以降「FFT 時間長」と呼ぶこととする）は $T_0 = 327.68$ s , すなわち FFT 後の振動数間隔は $\Delta f = 1/T_0 = 1/327.68$ Hz である。

群遅延時間の基本的な性状を分析するにあたり設定した入力波形を図 2.1 に示す。これはホワイトノイズを Jennings 型包絡線^{2),4)}で包絡した後に、L2 地震の応答スペクトル¹³⁾に適合するようにフィッティングした模擬地震動の加速度波形である。応答スペクトルフィッティングは振動数領域において各振動数成分の振幅のみで調整するので、位相特性が決定されるのはホワイトノイズを包絡線で包絡した時点である。波の包絡形のおおよその重心位置（以降「波形の中心」と呼ぶこととする）は 19.4 s 付近にある。

この波形に対する FFT の結果を図 2.2 に示す。ホワイトノイズ作成時には、地震動の加速度波形として有意と考えられる振動数範囲の 0.1953~12.5 Hz で振幅を与えているため、FFT 結果は上記振動数範囲で有意な値を有するが、上記範囲を全て図化すると煩雑になるため、代表として各図とも 1.0~3.0 Hz の区間のみを示している。前述したように FFT 結果は連続関数ではなく、各図とも図中にドットで打点した振動数間隔 $\Delta f = 1/327.68$ Hz 毎の離散値であるが、図として変動が見やすいように各図ともドット間を線で結んでいる。(a)の複素フーリエ振幅の各点の原点からの距離が(b)の振幅、偏角が(c)の位相となる。

(c)の位相図は鋸の歯のような形状となっているが、これは位相の表示範囲を $-\pi \sim \pi$ としているためであり、実質的には概ね一定の勾配、具体的には 2π を $327.68(\text{FFT 時間長})/19.4(\text{波形の中心}) = 16.9$ 等分した増分で右に上がり続ける直線に近い形状と言える。

この位相図の隣り合う振動数離散点どうしの差分から算定した群遅延時間が(d)となる。その際、群遅延時間の値が、波形の中心 19.4 s を中心として $\pm T_0/2$ の範囲の値をとるように位相のアンラップ操作を行っている。分布形状としては、19.4 s を平均として変動し、時折正負に突出した値が発生する。群遅延時間の値が突出したところでは(b)の振幅値が小さくなっている（赤丸）。この意味については 2.3 節(1)項で分析する。

なお 0.1953~12.5 Hz 内の 1.0~3.0 Hz の区間以外でも、振幅・位相・群遅延時間の分布は上記に示したような諸特性を有する形状となっていることを確認している。

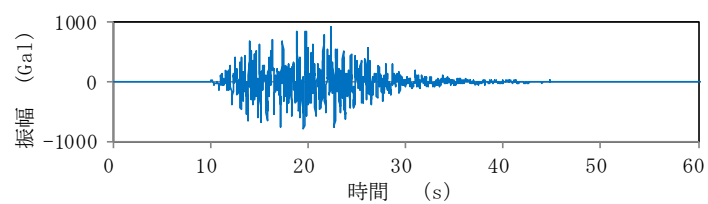
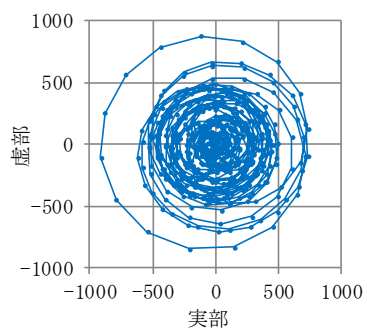
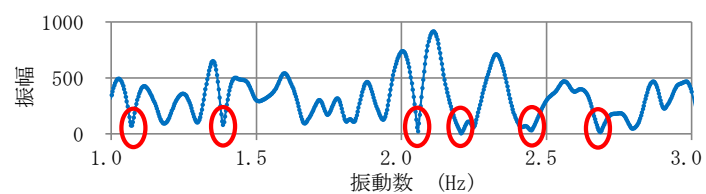


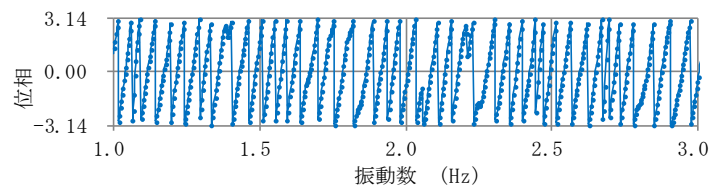
図 2.1 入力波形



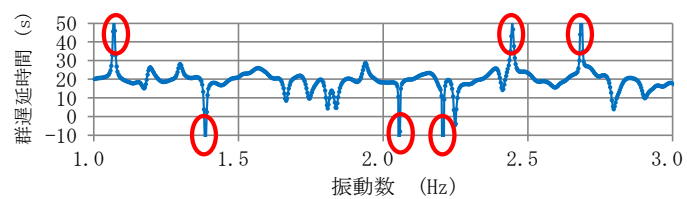
(a) 複素フーリエ振幅 1.0~3.0Hz



(b) 振幅



(c) 位相



(d) 群遅延時間

図 2.2 FFT 結果

2.3 群遅延時間に関する諸検討

本節では、本論を展開する上で必要となる群遅延時間の特徴・留意点・モデル化等について分析する。

(1) 時間軸上の移動の影響

前節の結果図 2.2 からは、(a)の複素フーリエ振幅は円弧状に回転する形状、(c)の位相図は概ね一定の勾配で右に上がり続ける直線に近い形状で、それ以上の情報は読み取りにくい。図 2.3 に示すように、図 2.1 に示した波形を中心時刻 19.4 s だけ負方向に移動した 0.0 s に中心を持つ波形に対して FFT 処理した結果が図 2.4 である。

図 2.2 と比較すると、(b)の振幅分布は全く変わらない。位相図は(c)となるが、 $-\pi \sim \pi$ 間で不連続に推移する部分があり変動性状がわかりにくい。群遅延時間の値が波形の中心 0.0 s を中心として $\pm T_0/2$ の範囲の値をとるようにアンラップ操作を行い、縦軸を $-3\pi \sim 2\pi$ に拡張表示すると(d)のようになる。緩やかな変動の中で時折赤丸で示したように約 π あるいは約 $-\pi$ だけ急変するような分布となっている。急変部は前述したように(b)の振幅が小さいところである。この急変に伴い、(e)の群遅延時間も突出した値となっている。図 2.2(d)と比較すると、縦軸の平均が 0.0 s に移動しただけで、分布形状は全く変わらない。

上記の諸現象は(a)の複素フーリエ振幅図を見ると説明ができる。フーリエ振幅は複素平面上を不規則かつ滑らかに動き回ることがわかる。すなわち点が原点付近を通過するときに、(b), (d), (e)の赤丸で示したように、振幅が小さくなり、位相が約 π あるいは約 $-\pi$ 急変する。

複素フーリエ振幅が原点付近を通過する際の群遅延時間の挙動については、野津¹⁴⁾らによっても連続関数としての観点で位相の微分可能性について論じられている。

なお図 2.2 の(c)の位相図において、その平均的な傾き ($2\pi \cdot 19.4$) を持つ直線からの差分を取ると図 2.4 の(d)の位相図になる。図 2.2 の(c)図のままでは、位相の性状すなわち平均的な傾きを持つ直線からどれだけ変動しているかが観察しにくいことから、上記のように平均勾配成分と変動成分に分離する操作は有用であり、後述の図 2.17(c)等でも位相の変動成分による分析を行っている。変動成分すなわち位相の平均勾配線からの変動が少ないほど、波形は特定の時刻でピークが集中することと対応する。

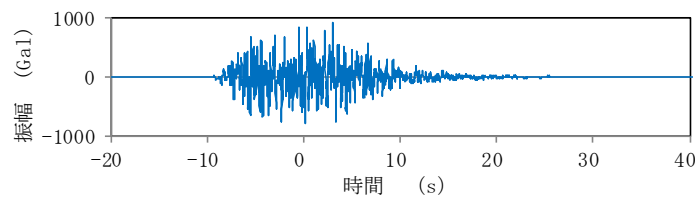


図 2.3 入力波形（時間軸上の移動）

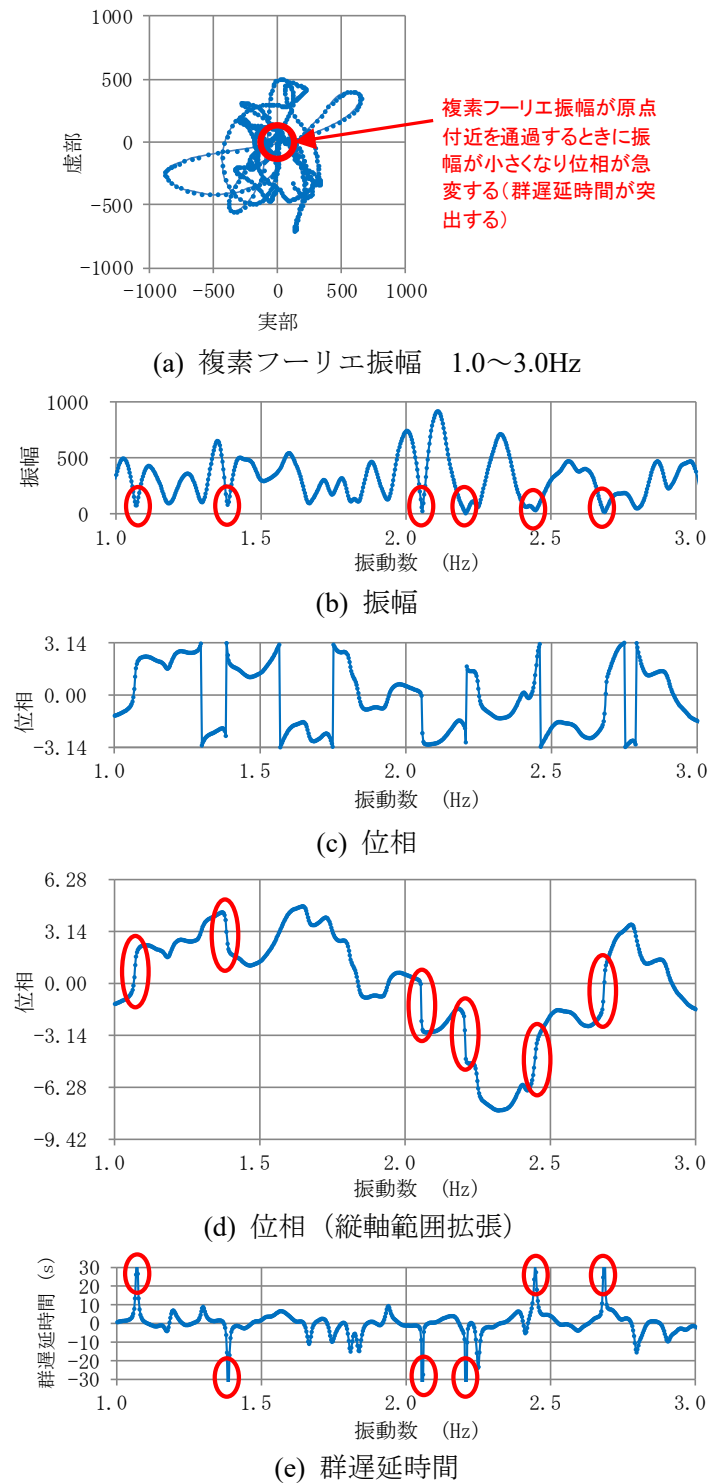


図 2.4 FFT 結果 (時間軸上の移動)

(2) FFT 時間長の影響

同じ入力波形に対して、FFT 時間長が群遅延時間の分布等を与える影響について調べる。

入力波形は図 2.1 に示したものと同一とする。図 2.2 の結果は、前述したように FFT 時間長は $T_0 = 327.68$ s (振動数間隔 $\Delta f = 1/T_0 = 1/327.68$ Hz) で行った結果であるが、ここでは $T_0 = 81.92$ s (振動数間隔 Δf

$= 1/T_0 = 1/81.92 \text{ Hz}$) すなわち時間にして $1/4$ 、振動数間隔にして 4 倍粗くなった場合にどうなるかを調べる。

結果を図 2.5 に示す。図 2.2 と比較すると、振幅・位相・群遅延時間とも基本的な分布は全く変わらず、離散値としてのプロット点が 4 倍の粗さで間引くように分布するのみの変化となっている。

$T_0 = 327.68 \text{ s}$ の場合と $T_0 = 81.92 \text{ s}$ の場合について、振幅に有意な値を持つ $0.1953 \sim 12.5 \text{ Hz}$ の範囲における群遅延時間を集計し、累積確率曲線を描いたものを図 2.6 に示す。2 ケースの曲線はほぼ重なり一致している。

上述のように群遅延時間～振動数のグラフ（図 2.2 の(d)と図 2.5 の(c)）は、基本的に同じ形の曲線に対する間引き間隔だけの違いであるので、振動数間隔 Δf が曲線の変動に対して極端に粗くならない限りは、言い換えれば主要動の継続時間以上の十分に長い後続ゼロを付けた FFT 処理であれば、群遅延時間のばらつきは FFT 時間長に無関係と言える。このことは野津¹⁴⁾らによっても報告されている。

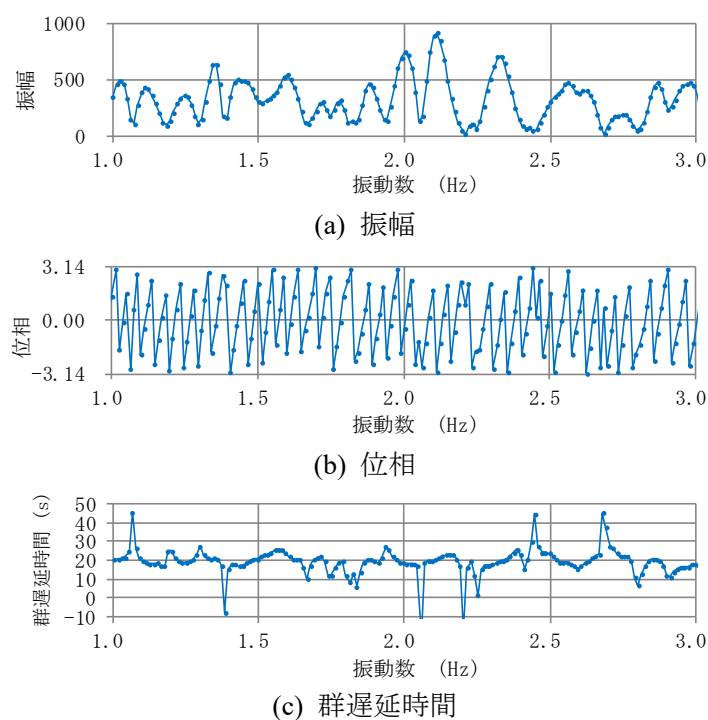


図 2.5 FFT 結果 (FFT 時間長変更)

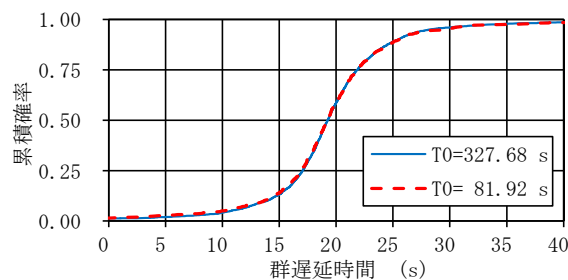


図 2.6 群遅延時間の累積確率曲線 (FFT 時間長の影響)

(3) 群遅延時間のばらつきについて

ここでは、群遅延時間のばらつきがどのような確率分布で近似されるかを調べる．図 2.1 に示した波形の群遅延時間の累積確率曲線を図 2.7 の「標本値」に示す（図 2.6 の $T_0=327.68\text{ s}$ の線と同じ）．これは連続値ではなく有限個の点からなり、平均値 μ と標準偏差 σ は、

$$\mu = 19.45\text{ s} \quad \sigma = 9.07\text{ s}$$

と計算される．この μ 、 σ を持つ正規分布の累積確率曲線が図中の「正規分布 1」であり、元の標本値の曲線から大きく外れている．この理由は、標本値には平均値から大きく外れる値（図 2.2(d)で述べた「突出した群遅延時間」）も含まれるため、標準偏差が大きめの値で計算されるためである．そこで、累積確率曲線が最も良好に重なるように最小二乗法により正規分布の μ 、 σ を計算すると、

$$\mu = 19.40\text{ s} \quad \sigma = 4.24\text{ s}$$

となり、図示すると「正規分布 2」のようになる．これは一定の精度向上は見られるものの、詳細に見ると平均値付近の傾きが正規分布の方が小さく、また平均値から離れると正規分布は 0 もしくは 1 に早めに収束し、平均値から離れたところのデータの存在を表現できていないことがわかる．

そこで、正規分布よりも確率密度分布の裾野の広い t 分布を考える．t 分布とは、確率密度関数が下式で表される分布で、変数軸 x の移動や倍率以外ではパラメータは自由度 ν のみである．

$$f(x) = \frac{\Gamma\left(\frac{\nu+1}{2}\right)}{\sqrt{\nu\pi}\Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right)} \left(1 + \frac{x^2}{\nu}\right)^{-\left(\frac{\nu+1}{2}\right)} \quad (2.2)$$

ここに、 $f(x)$: 確率密度関数

x : 変数

Γ : ガンマ関数

ν : 自由度

t 分布の累積確率曲線を図示すると図 2.8 のようになる．自由度 ν が大きくなるに従い、分布は正規分布に漸近する．自由度を $\nu = 2$ とし、t 分布の変数 x から群遅延時間 t への変換

$$t = a + b x \quad (2.3)$$

の変換係数 a 、 b を前述のように標本値の累積確率曲線に合うように最小二乗法で決定すると、

$$a = 19.38\text{ s} \quad b = 3.01\text{ s}$$

となる． a は群遅延時間の平均的な値、 b は群遅延時間のばらつきの大きさに対応する．これを図示す

ると図 2.9 のようになり， t 分布は群遅延時間の累積確率曲線（標本値）に全領域でほぼ一致する．

本研究過程では，他のいくつかの波形でもフィッティングを試みているが， t 分布の自由度は 2 が最も良く合う事例が多いことを確認している．ちなみに自由度 2 の t 分布の標準偏差は無限大である．

群遅延時間のばらつきが正規分布よりも t 分布のような裾野の広い分布の方が近いことは佐藤ら¹⁵⁾によっても報告されている．

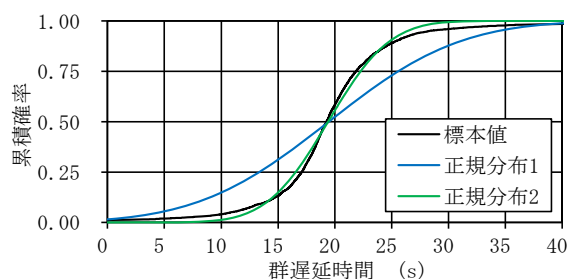


図 2.7 群遅延時間の累積確率曲線（正規分布との比較）

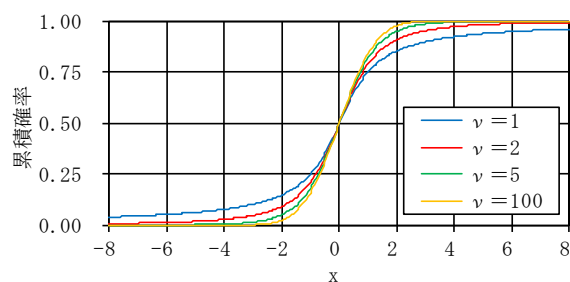


図 2.8 t 分布の累積確率曲線

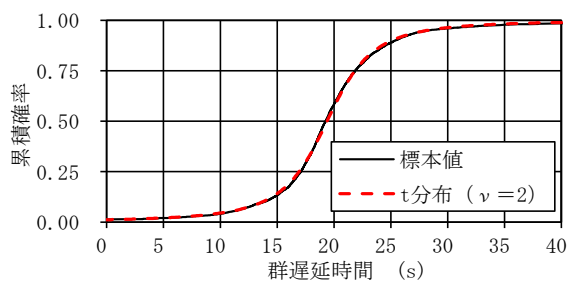


図 2.9 群遅延時間の累積確率曲線（ t 分布との比較）

(4) 観測波の群遅延時間

ここでは実際の観測波の群遅延時間を分析する。対象としたのは、図 2.10 に示す、平成 20 年岩手・宮城内陸地震において奥州市水沢区大鐘町で観測された加速度波形の EW 成分¹⁰⁾である。図からわかるように、この地震動は振幅の大きい主要動がある程度減衰した後に周期の比較的長い波が後続する非定常性を有している。

応答スペクトルを図 2.11 に示す。赤で併記している線は応答スペクトルを平均化したもので、2.4 節(6)項および 2.5 節(4)項でフィッティングするターゲットスペクトルである。

FFT 結果の振幅と群遅延時間を図 2.12 に示す。横軸の振動数は対数表示としている。(b)の群遅延時間を見ると、1.5 Hz 以上では群遅延時間の平均値は概ね 20.0 s であるが、1.5 Hz 以下では大きくなっており、50.0 s 程度になっている部分もあり、図 2.10 の波形における周期の比較的長い後続波との整合が取れている。

本検討では、図 2.12 に赤で区分したように、表 2.1 左列に示す 6 つの振動数帯域区間に分割して、それぞれの区間毎に分析を行う。区間全体の振動数帯域については、図 2.1 に示した波形の分析と同様に、地震動の加速度波形として有意と考えられる 0.1953~12.5 Hz とした。また区分数については粗すぎると波の性状を詳細に再現することができず、細かすぎると各区分の周波数成分が少なくなり群遅延時間の集計・分析等に誤差を生じる可能性があることや手間が増えることなどから、既往研究¹¹⁾を参考にして、境界の振動数が 2 倍ずつ変化するように対数軸上で等間隔に区分した。

図 2.13 に入力波形を振動数帯域毎に分解した波形、すなわち上述の区間のみに含まれる FFT 成分を取り出して逆フーリエ変換したものを示す。振動数の小さい（周期の長い）領域ほど、継続時間が長くなっている様子がわかる。

振動数区間毎に含まれる群遅延時間の累積確率曲線を計算したものを図 2.14 に示す。区間区分は対数軸上で等間隔であるため、区間 1、区間 2 など、振動数の小さい区間では振動数領域の幅が狭く、 Δf 間隔で構成される振動数離散点の数が少ないことから、分布が滑らかになっていない。また区間 1、区間 2 では、群遅延時間の平均値のみならず、ばらつきも他の区間より大きいことがわかる。これは、その帯域の振動が長く続くことを意味しており、図 2.13 の帯域分解した波形からもそれが伺える。

各区間の群遅延時間の累積確率分布について近似モデルのフィッティングを試みる。結果を図 2.15 に示す。図中「正規分布」は図 2.7 の「正規分布 1」に相当するものである。また t 分布は図 2.9 と同じく自由度を 2 としている。区間 1、区間 2 では上述のように元の累積確率曲線の分布が滑らかになっていないためフィッティング精度の判断はやや難しいが、図 2.7 および図 2.9 における考察と同様に、正規分布は元の累積確率曲線から大きく外れる一方で、t 分布は概ね良好に一致し、群遅延時間のばらつきを表現できていることがわかる。

上記フィッティング結果として、正規分布の平均値・標準偏差を表 2.1 の中列に、式(2.3)に示す t 分布の変数変換係数 a 、 b の値を表 2.1 の右列に示す。

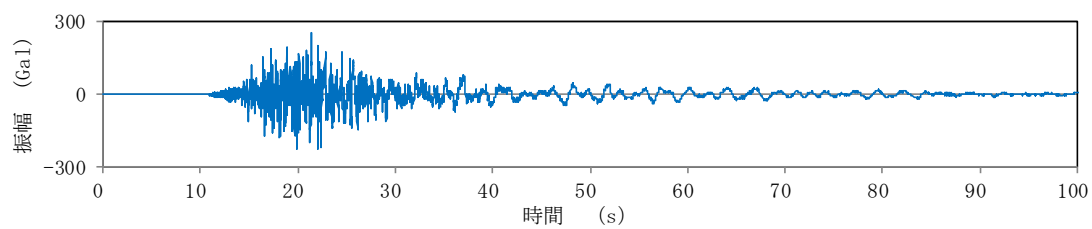


図 2.10 入力波形（観測波）

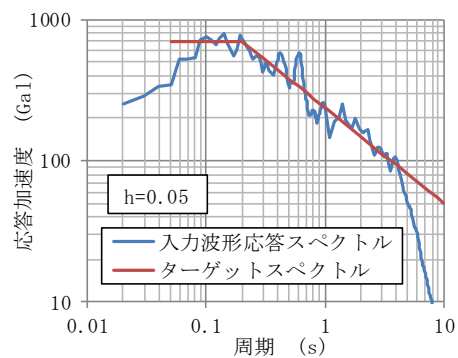
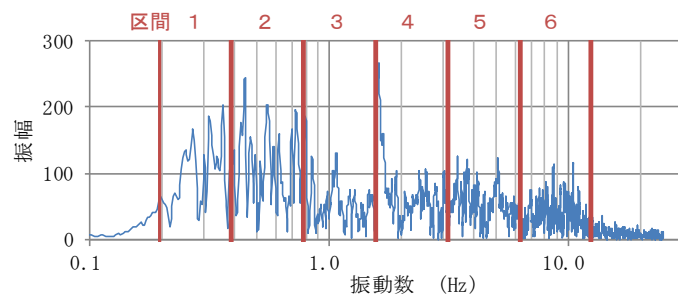
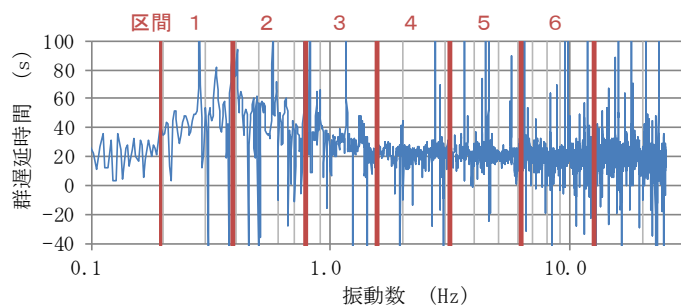


図 2.11 観測波の加速度応答スペクトル



(a) 振幅



(b) 群遅延時間

図 2.12 FFT 結果（観測波）

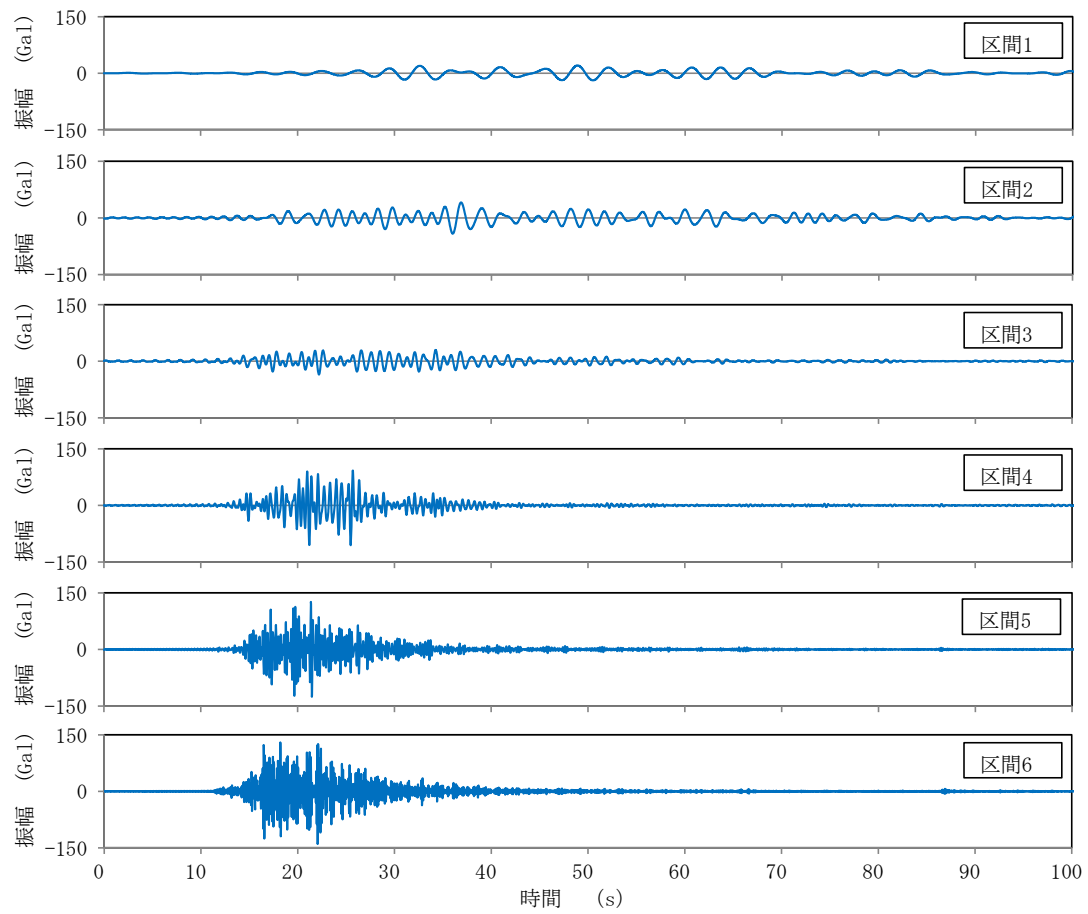


図 2.13 入力波形（観測波）の振動数帯域分解

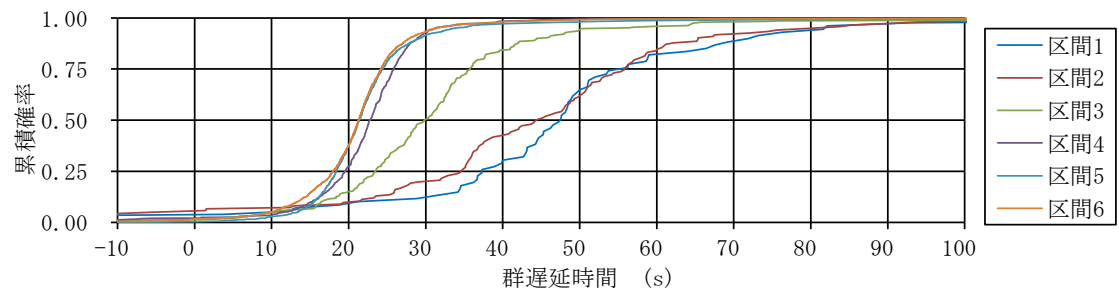


図 2.14 振動数帯域毎の群遅延時間の累積確率曲線

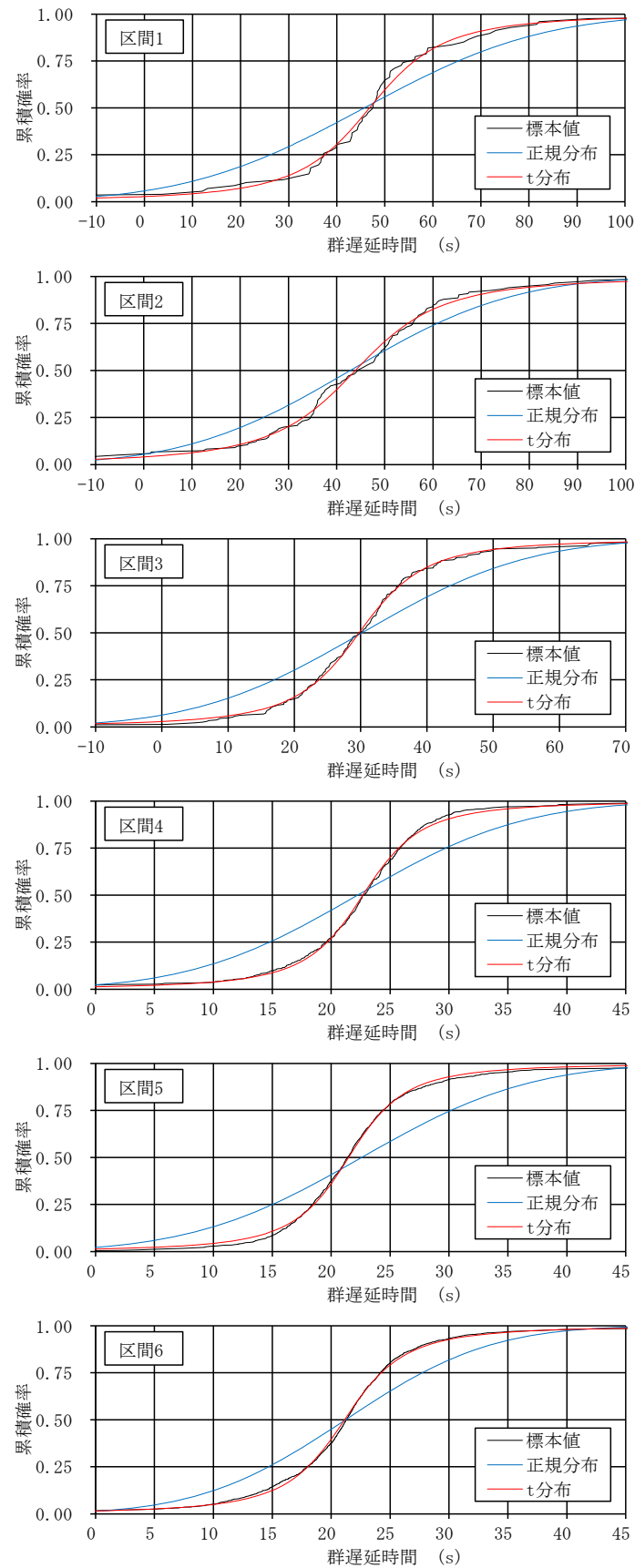


図 2.15 振動数帯域毎の群遅延時間の累積確率曲線のフィッティング

表 2.1 振動数帯域毎の群遅延時間のばらつき

振動数 帯域区間	振動数 (Hz)		正規分布パラメータ (s)		t 分布パラメータ (s)	
	下限	上限	平均値 μ	標準偏差 σ	a	b
1	0.1953	0.3906	45.72	28.96	46.83	11.42
2	0.3906	0.7813	42.81	26.70	43.91	13.26
3	0.7813	1.5625	30.20	19.67	29.77	7.41
4	1.5625	3.125	22.23	11.07	22.69	3.71
5	3.125	6.25	22.58	11.23	21.47	3.60
6	6.25	12.5	21.20	9.67	21.13	3.80

2.4 群遅延時間を利用した模擬地震動の一般的な作成方法

(1) 方法の概要

群遅延時間を利用した模擬地震動の最も一般的な作成方法^{10),11),12)}の基本的な考え方は、振動数軸上で群遅延時間を所定の平均値と標準偏差を持つ正規分布によりランダム発生させて位相を設定し、逆フーリエ変換により波形を作成するというものである。

図 2.16 に一般的な作成方法の手順の概要を示す。観測波形の分析から、群遅延時間を設定して位相を計算した後、所定の応答スペクトルにフィッティングさせて模擬地震動を作成するという手順となる。時刻の経過とともに振動成分が変化してくるような観測波形に対しては、「ループ 1」「ループ 2」の振動数帯域毎の処理が入る。

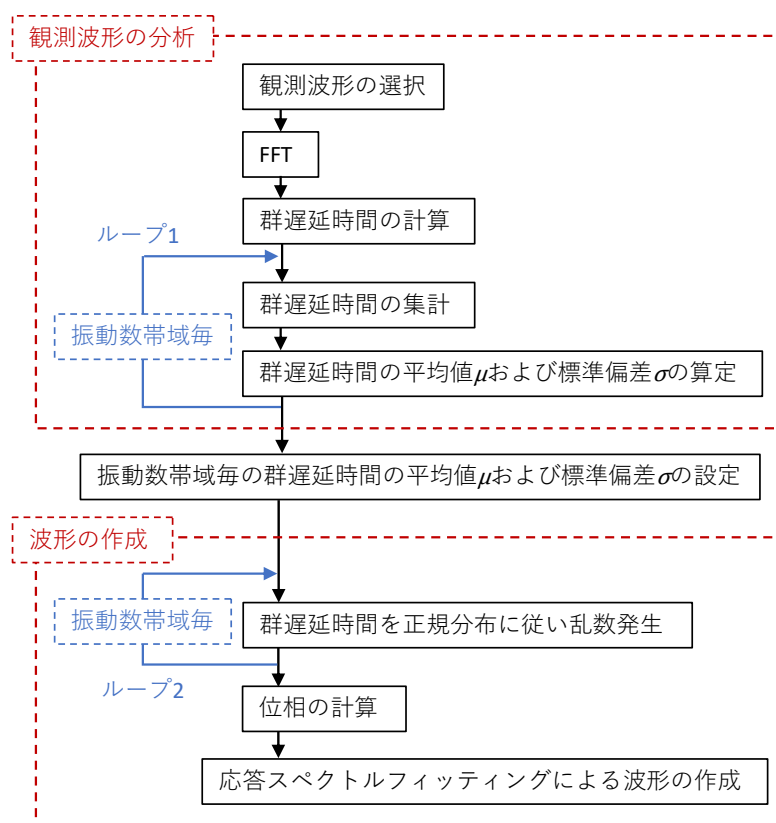


図 2.16 一般的な波形作成方法の手順の概要

(2) 波形の作成例

図 2.1 に示した波形（人工波）に対して，一般的な方法による模擬地震動の作成を試み，どの程度元の波が再現できるかを調べる．ここでは継続時間が短く非定常性のない波であるため，図 2.16 の「ループ 1」「ループ 2」の振動数帯域毎の処理は行わず，全帯域（0.1953～12.5 Hz）に渡って FFT 処理を行う．

模擬地震動の作成過程は以下のようになる．

手順 1：元の波形の群遅延時間のばらつきを分析する．

手順 2：上記のばらつきを正規分布でモデル化する．

手順 3：0.1953～12.5 Hz の各振動数離散点で，振幅を仮値（1.0），群遅延時間を上記の正規分布のばらつきを持つ乱数によりランダム発生させて位相を設定し，逆フーリエ変換により波形を作成する．

手順 4：上記の波形に対して，元の入力波形作成時と同様に応答スペクトルフィッティングを行う．

上記手順 1 および手順 2 については，既に図 2.7 に結果を示している．手順 2 では，群遅延時間の平均値と標準偏差を直接計算した「正規分布 1」の方を適用することとする．

手順 3 における位相の設定を図 2.17 に示す．対象とする振動数帯域は 0.1953～12.5 Hz であるが，図として見やすいように図 2.2 と同様に 1.0～3.0 Hz の範囲を描いている．(a)はランダム発生させた群遅延時間，(b)はそれに基づく位相である．(a)の群遅延時間図は，ドット間を線で結ぶと煩雑になるためドットのみを描画としている．(b)を元波形の位相と比較すると，図 2.2 (c)よりも並び方が整然としていて一定の傾きで増加する様子がわかる．これは以下の 2 つの理由による．

理由 1：正規分布は，平均値から大きく離れた群遅延時間（位相を急変させる群遅延時間）の発生確率が小さくなるため．

理由 2：振動数軸上で群遅延時間が図 2.2 (d)のようにまとまって（滑らかに）並ぶよりも，図 2.17 (a)のように交互に（ランダムに）並ぶ方が，それを積分した位相分布の平均勾配線からの変動（2.3 節(1)項の最後の方で概念を記載）が小さくなるため．

図 2.17 (b)の位相の変動成分を示したものが(c)で，元波形のこれに対応するものは図 2.4 (c)または(d)である．図 2.4 (c)(d)が広い範囲で大きく変動しているのに対して，図 2.17 (c)は変動が少ない．

以上の位相特性に基づいて作成された波を図 2.18 に示す．作成波は図 2.1 の元波形よりもピーク（主要動）が群遅延時間の平均である 19.4 s 付近の狭い範囲に集中している．またノイズのような微小振動が，ピーク時刻から離れた時刻においても減衰せずに残っている．群遅延時間のランダム発生に用いている正規分布は平均値に対して左右対称であるため，作成された波形もピーク時刻を中心に左右対称に近い包絡形となっている．

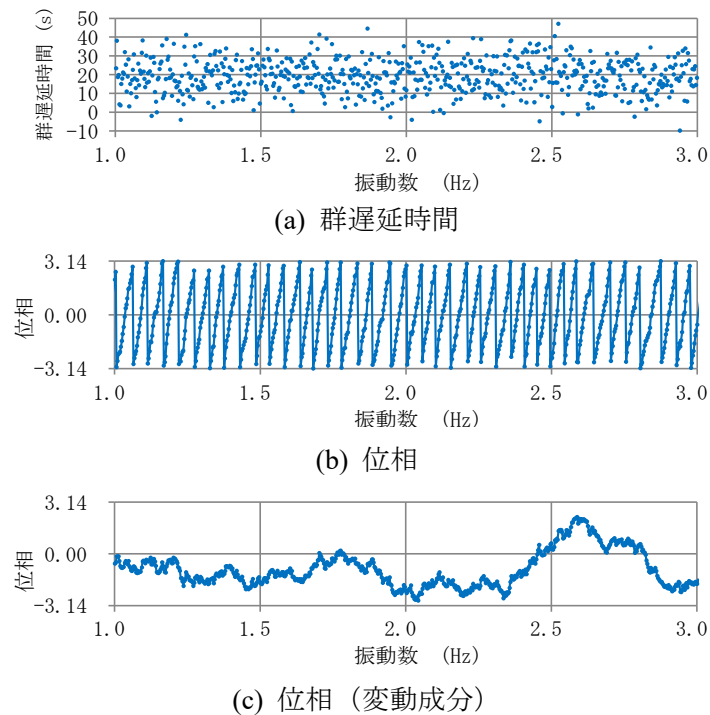


図 2.17 位相の設定（一般的な方法）

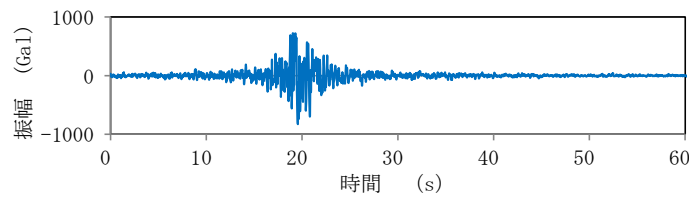


図 2.18 作成波（一般的な方法）

(3) FFT 時間長の影響

同じ元波形・同じ波形作成方法に対して、FFT 時間長が結果に与える影響について調べる。

まず $T_0 = 81.92 \text{ s}$ （振動数間隔 $\Delta f = 1/T_0 = 1/81.92 \text{ Hz}$ ）すなわち振動数間隔が 4 倍粗くなった場合にどうなるかを調べる。

位相の設定を図 2.19 に示す。位相図(c)は $-\pi \sim \pi$ 間で不連続に推移する部分があり性状がわかりにくい。ため、変動の様子がわかりやすいように縦軸を $-2\pi \sim 2\pi$ に拡張すると(d)のようになる。(d)を図 2.17 (c)と比較すると、変動が大きくなっている。これは振動数間隔 Δf が大きくなったことにより、同じ群遅延時間のばらつきであっても、位相の平均勾配線からの変動が大きくなるためである。

作成波を図 2.20 に示す。図 2.18 と比較すると、上述したように位相の変動成分が大きいため、ピークの集中が緩和されている。しかし図 2.18 でも見られたピーク時刻から離れた時刻のノイズが図 2.18 よりも顕著になっている。

2.3 節(2)項で示したように、波形から群遅延時間を求めるプロセスでは、群遅延時間の振動数軸上の並び方やばらつきは、十分に長い後続ゼロを付けた FFT であれば時間長（振動数間隔 Δf ）に依存しない

が、群遅延時間から波形を作成するプロセスでは、群遅延時間を振動数軸上でランダム発生させる方法では逆は成り立たず、同じばらつきを持つ群遅延時間であっても FFT 時間長（群遅延時間をランダムに発生させる振動数間隔 Δf ）によって作成される波形の形状が異なり、FFT 時間長が長いほど（群遅延時間をランダムに発生させる振動数間隔 Δf が小さいほど）ピークの集中が顕著となる傾向を有すると言える。

$T_0 = 163.84 \text{ s}$ （振動数間隔 $\Delta f = 1/T_0 = 1/163.84 \text{ Hz}$ ）すなわち振動数間隔が図 2.17 よりも 2 倍粗くなった場合の作成波を図 2.21 に示す。ピークの集中度合いは、図 2.18 と図 2.20 の中間程度になっていることが確認できる。

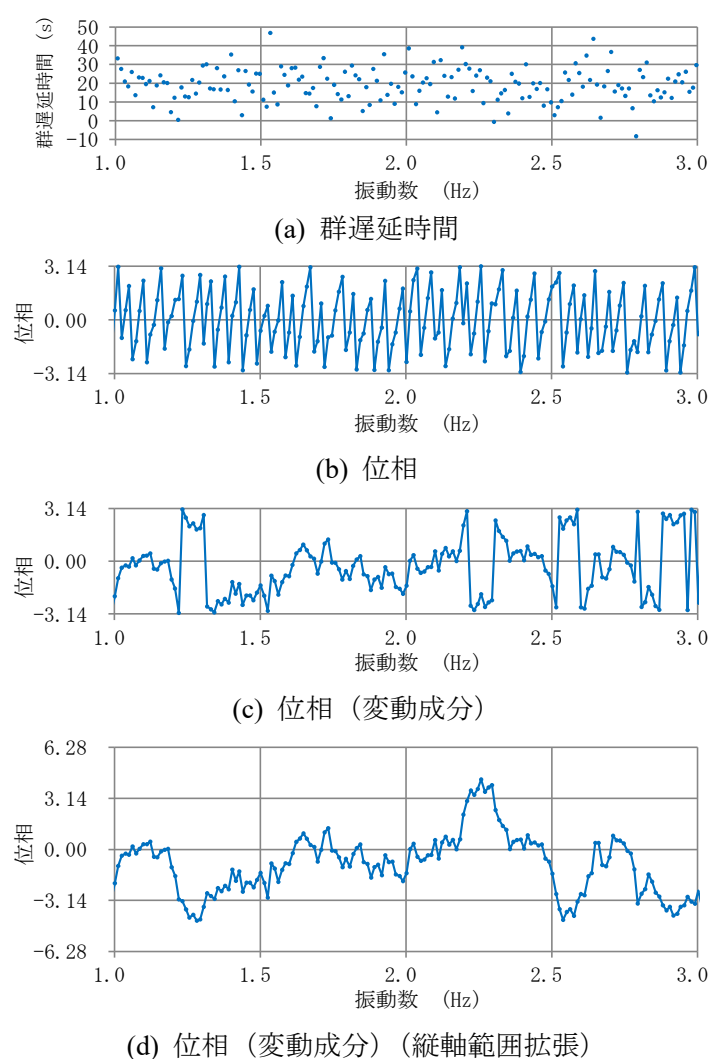


図 2.19 位相の設定 (FFT 時間長 1/4)

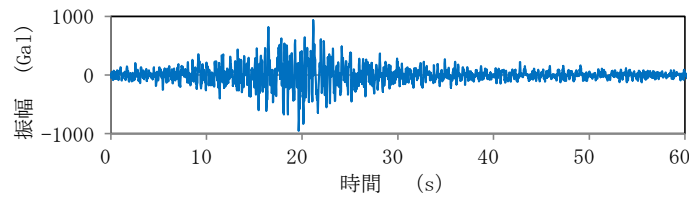


図 2.20 作成波 (FFT 時間長 1/4)

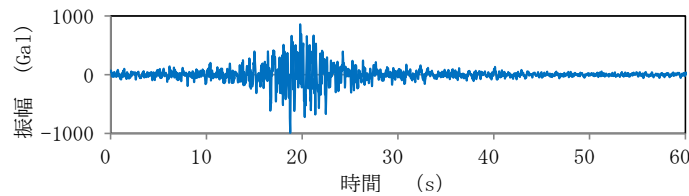


図 2.21 作成波 (FFT 時間長 1/2)

(4) 元の群遅延時間の無作為並べ替え

(2)項において、位相の変動が小さくなる理由として「理由 1」と「理由 2」を挙げたが、これらの影響度を調べるため、以下の手順で波形を作成してみる。

手順 1 : 0.1953~12.5 Hz の各振動数離散点で、元波形の群遅延時間 (図 2.2 (d)) を無作為に並べ替えて位相を設定する。すなわち元波形と全く同じばらつき分布を持つ群遅延時間を振動数軸上でランダム発生させたのと同じこととなる。振幅は上記振動数帯域で仮値 (1.0) とする。

手順 2 : 逆フーリエ変換により波形を作成する。

手順 3 : 上記の波形に対して、元の入力波形作成時と同様に応答スペクトルフィッティングを行う。

位相の設定を図 2.22 に示す。(c)の位相の変動成分を図 2.17 (c)と比較すると、1.5 Hz 付近や 2.0 Hz 付近にあるように位相 π の急変が再現されている部分もあり「理由 1」は解消されている。ただ元波形の図 2.4 (c)または(d)と比較すると変動は小さい。これは「理由 2」によるものである。

作成波を図 2.23 に示す。元波形と全く同じばらつき分布を持つ群遅延時間を用いて作成しているにもかかわらず、それを振動数軸上でランダムに並べ替えただけで「理由 2」により図 2.1 の元波形よりピークの集中する波形となっている。また図 2.18 でも見られたピーク時刻から離れた時刻のノイズが発生する。

図 2.23 を図 2.18 と比較すると、ピークの集中度合いはそれほど変わらないことから、一般的な方法により作成される波形にピークが集中するのは「理由 1」よりも「理由 2」がほぼ支配的であることがわかる。

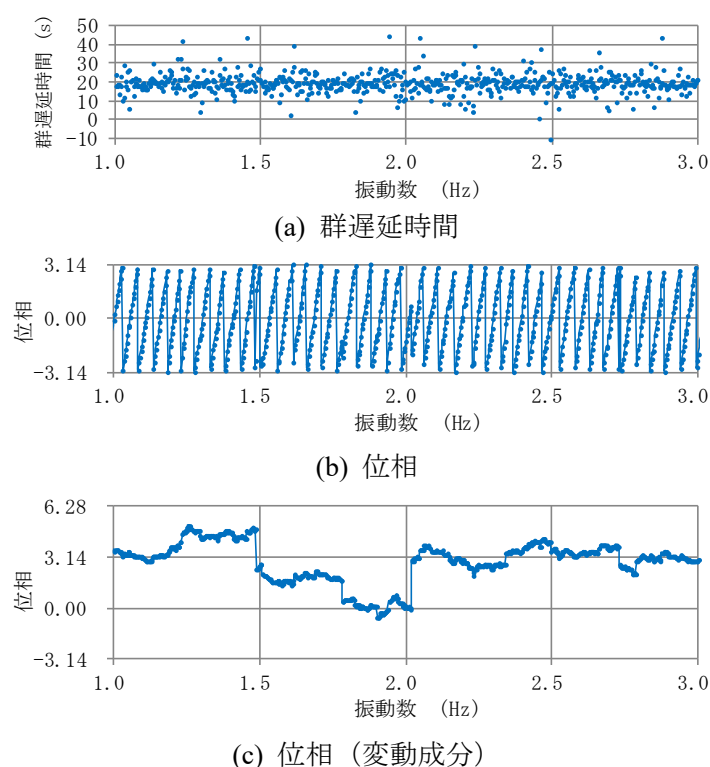


図 2.22 位相の設定（元の群遅延時間の無作為並べ替え）

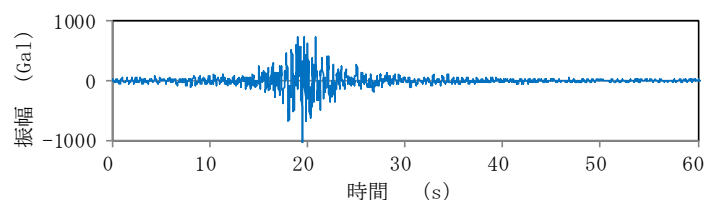


図 2.23 作成波（元の群遅延時間の無作為並べ替え）

(5) ノイズの発生について

本項では，一般的な方法で発生する主要動周辺のノイズについて分析する．図 2.18 で示した作成波に対して，図 2.24(a)に示す包絡線に乗じて主要動から離れたところのノイズをカットした波形(図 2.24(b))を作成する．

この波形に対して FFT 処理した結果が図 2.25 である．図 2.25(a)が位相の変動成分で，ノイズカット前のこれに対応するものが図 2.17(c)である．両者を比較すると，大局的な変動は全く同じ形状であり，図 2.17(c)に細かい変動があるのに対して図 2.25(a)では滑らかな変動となっている．

図 2.25(b)が位相から計算される群遅延時間で，ノイズカット前のこれに対応するものが図 2.17(a)である．両者を比較すると全く異なり，ノイズカット後の群遅延時間は，位相が滑らかになる分，ばらつきが非常に小さくなっている．累積確率分布で比較すると図 2.26 のようになり，両者の差異が明確となる．工学的に見れば波形形状は大きくは変わらない（構造物の応答等への影響はほとんど変わらない）図 2.18

と図 2.24 の波であるが、主要動から離れた部分の微小な振幅のノイズをカットするだけで群遅延時間のばらつきが非常に大きく変わってしまうことは留意すべきことである。

以上より位相分布の細かい変動が主要動から離れたところのノイズの発生に寄与していることがわかった。そこであらためて模擬地震動作成する前の波（図 2.1）とそれを元に一般的な方法で作成された波（図 2.18）の波を比較する。元の波の位相の変動成分（図 2.4 (c)または(d)）を見ると、図 2.17(c)のような細かい変動はなく滑らかな曲線である。したがって、一般的な方法すなわち元波形と同じばらつきを持つ群遅延時間を振動数軸上でランダムに並べて模擬地震動を作成するとき、位相の変動成分の大局的な変動が減少することにより波のピークが集中し（前項までの考察）、一方で位相の変動成分の細かい変動が発生することにより主要動から離れたところのノイズが発生すると解釈できる。

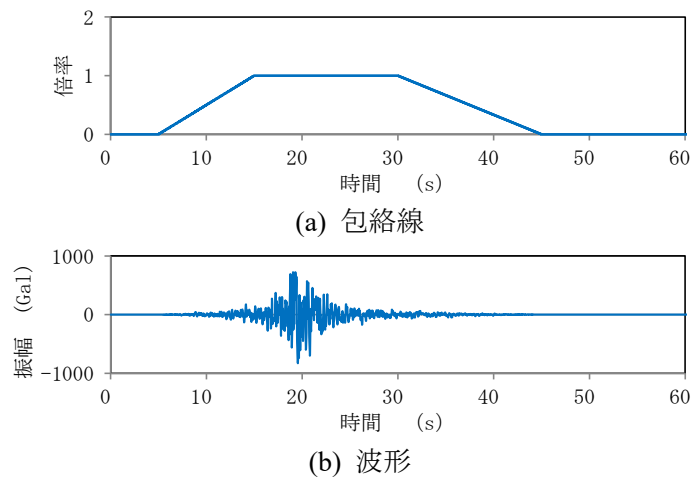


図 2.24 入力波形（ノイズカット）

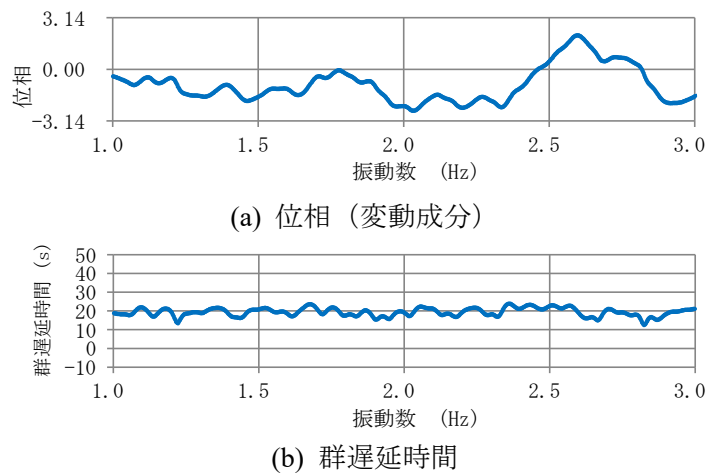


図 2.25 FFT 結果（ノイズカット波）

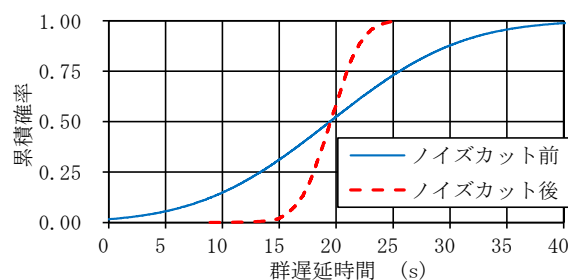


図 2.26 群遅延時間のばらつきの比較

(6) 観測波への適用

2.3 節(4)項で対象とした観測波に対して，一般的な方法による模擬地震動の作成を試み，どの程度元の波が再現できるかを調べる．

作成手順は以下のようになる．

- 手順 1 : 元の波形に対して，表 2.1 左列に示す 6 つの振動数帯域区間毎の群遅延時間のばらつきを分析する．これは図 2.12 (b)および図 2.14 に既に示している．
- 手順 2 : 振動数帯域区間毎に群遅延時間の平均値と標準偏差を求め，正規分布（図 2.7 の「正規分布 1」相当）でモデル化する．平均値 μ および標準偏差 σ は表 2.1 中列に既に示している．
- 手順 3 : 振動数帯域区間毎に，群遅延時間を上記の正規分布のばらつきを持つ乱数によりランダム発生させて全帯域の位相を設定し，振幅を仮値 (1.0) として逆フーリエ変換により波形を作成する．
- 手順 4 : 上記の波形に対し，図 2.11 に示した応答スペクトル（ターゲットスペクトル）にフィッティングする．

作成波を図 2.27 に示す．振動数帯域を分割して群遅延時間を分析・処理しているのので，振幅の大きい主要動の後に周期の長い波が後続するという非定常性を再現できてはいるが，図 2.10 の元波形と比較するとピークはやはり若干集中している．またピーク時刻から離れた時刻にノイズが発生する．

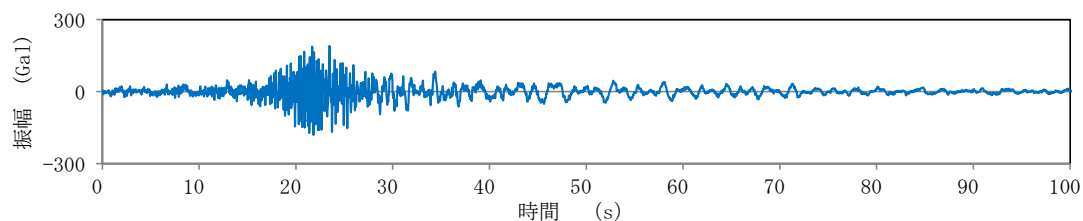


図 2.27 観測波を元にした作成波（一般的な方法）

(7) 一般的な作成方法のまとめ

前項までの分析より、群遅延時間を用いた一般的な方法により模擬地震動を作成すると、以下のような課題・留意点があることが確認された。

課題・留意点 1 : 元の波形よりもピークが集中する傾向がある。

課題・留意点 2 : ピーク時刻から離れたところにノイズが残る。なお時刻歴波形としてこのノイズをカットすると、群遅延時間のばらつき等が変わってしまうので、群遅延時間を用いて作成した意味がなくなる。

課題・留意点 3 : FFT 時間長により作成される波の性状が異なる。FFT 時間長が長いほど（群遅延時間をランダムに発生させる振動数間隔 Δf が小さいほど）ピークの集中が顕著となる傾向を有する。また FFT 時間長が短いほど（群遅延時間をランダムに発生させる振動数間隔 Δf が大きいほど）ピーク時刻から離れたところのノイズが大きくなる。

課題・留意点 4 : 左右対称の群遅延時間のばらつき分布（正規分布）を用いる限り、作成波は左右対称に近い形となり、立ち上がりが急で緩やかに減衰するような左右非対称の波を意図的に作り出すことができない。

佐藤・室野¹⁷⁾は、一般的な方法の改良として、振動数軸上で所定のばらつきを持つ群遅延時間をランダムに発生させるのではなく、自己相関関数を用いて滑らかに分布させ、波形を作成する方法を提言している。この方法を用いれば、上記の「課題・留意点 3」（FFT 時間長により作成される波の性状が異なること）は解消されと考えられる。ただ自己相関関数を用いた分布形状は正弦波の重ね合わせによって生成されるため、図 2.2(d)等で示したような、滑らか変動の中で時折鋭い突出点が発生するような、群遅延時間特有の分布形状は生成されにくいと考えられる。佐藤らも文献中では、群遅延時間の振動数軸上の相関のモデル化等については今後の課題であると述べている。

2.5 群遅延時間を利用した模擬地震動の新たな作成方法の提案

(1) 提案方法の概要

群遅延時間を利用した模擬地震動の一般的な作成方法では、前節(7)項で述べたような課題・留意点が確認されたため、新たな方法を提案する。

一般的な方法の問題点が、群遅延時間を所定のばらつきで振動数軸上にランダム発生させて波形を作成することに主たる原因があることから、新たな方法ではそのようなプロセスは設けず、予め作成波の包絡線を想定しておいて、観測波形の群遅延時間のばらつきと等価なばらつきを持つ包絡波形により模擬地震動を作成するというものである。

図 2.28 に提案する作成方法の手順の概要を示す。まず想定する包絡線のパラメータと群遅延時間のばらつきの関係を求めておく。その後、対象とする観測波形の群遅延時間のばらつきを分析し、最後に等価なばらつきを持つ包絡線により波形を作成する、というのが概略の手順である。以下、各手順の詳細を説明する。

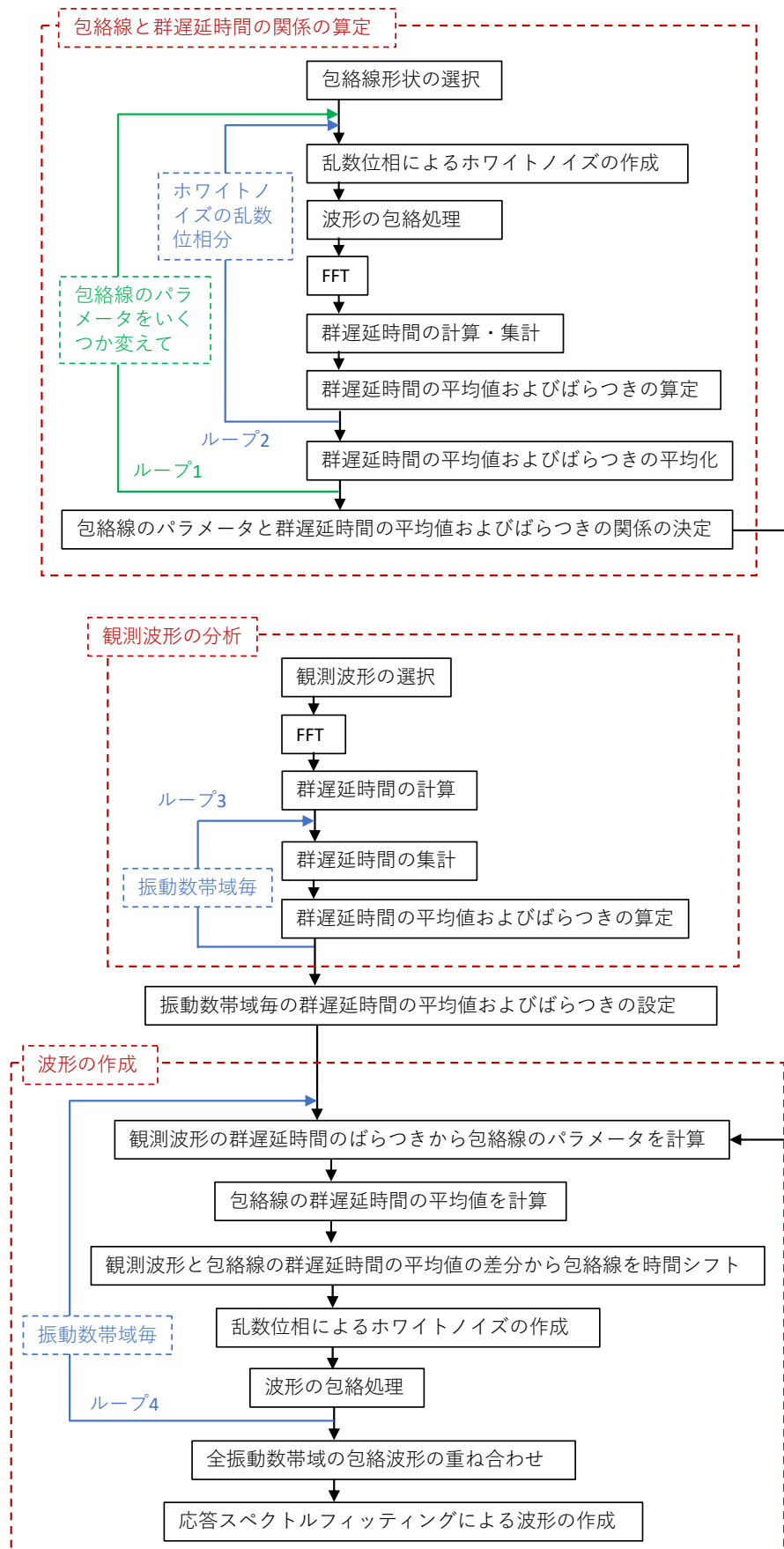


図 2.28 提案する波形作成方法の手順の概要

(2) 波形の包絡線と群遅延時間の関係の算定

このプロセスは、波形の包絡線のパラメータと群遅延時間のばらつきを表すパラメータとの関係を算定して、1対1の対応付けをしておくことである。対象とする観測波形とは関係がなく、あらゆるケースに共通に用いることができる。

a) 波形の包絡線の選択

模擬地震動を作成するための包絡線を選択する。ここでのポイントは以下の2点である。

ポイント1：包絡線の形状を決定するパラメータが1つであること。見かけ上パラメータが複数あっても、それらが互いに関係付けられ、実質的に1つに絞り込めればよい。

ポイント2：パラメータによる包絡線の形状の変化が、時間軸方向に伸縮されるだけの変化となること。これを本論文では以降「相似形」と呼ぶこととする。

ポイント1は、包絡線と群遅延時間を1対1に対応付けするためのもので、本提案手法を展開していく上で必要な条件である。ポイント2については、本項の最後で述べるように、包絡線と群遅延時間の関係付けを簡潔にするためのものであり、本提案手法を展開していく上で必須な条件ではない。

本章では、包絡線として Boore 型包絡線³⁾を採用する。Boore 型包絡線は次式により表される。

$$w(t) = \alpha \cdot t^{\beta} \cdot e^{-ct} \quad (2.4)$$

ここに、 t ：時間

α ：振幅係数

$$\beta = -\frac{\varepsilon \ln \eta}{1 + \varepsilon(\ln \varepsilon - 1)}$$

$\varepsilon = 0.2$ （推奨値）

$\eta = 0.05$ （推奨値）

c ：時間軸係数

本検討では β には推奨値を用いることとする。図化すると図 2.29 のようになる。 α は振幅係数であるから、包絡線の実質的なパラメータは、時間軸方向の伸び縮みを表す c の1つであり、上記「ポイント1」を満足する。また c を調整することにより、全ての包絡線は時間軸方向に相似形となり、上記「ポイント2」を満足する。

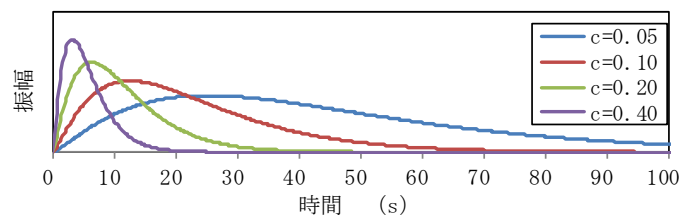


図 2.29 Boore 型包絡線

b) 包絡波形の群遅延時間のばらつきの評価

ここでは、図 2.28 のループ 1「包絡線のパラメータをいくつか変えて」において Boore 型包絡線の c を 0.1 とし、ループ 2「ホワイトノイズの乱数位相分」のループ内の処理について述べる．手順を以下に示す．

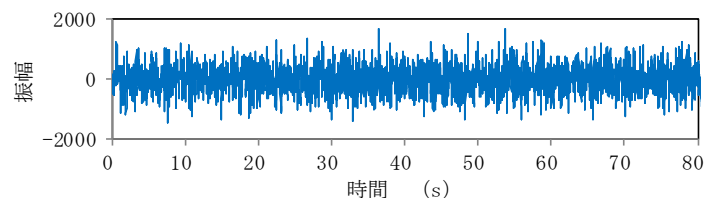
手順 1 : 0.1953～12.5 Hz の各振動数離散点で、振幅を仮値 (1.0)、位相をランダム発生させて、ホワイトノイズを作成する．図 2.30(a)に波形を示す．

手順 2 : 上記ホワイトノイズに対して $c = 0.1$ の Boore 型包絡線により包絡した波を作成する．この時点で各振動数離散点の位相はランダムでなくなる．図 2.30(b)に包絡線を示す．包絡線の振幅係数 (相似形を保ったままでの縦方向への伸び縮み) は、フーリエ変換後の振幅にのみ影響し、位相は変わらないので、群遅延時間のばらつきには影響しない．図 2.30(c)に包絡処理した波形を示す．

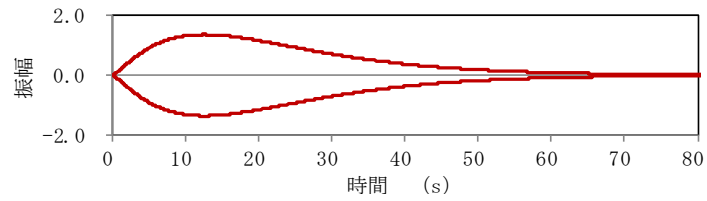
手順 3 : 包絡処理した波形をフーリエ変換して、群遅延時間を計算する．群遅延時間の分布 (代表として 1.0～3.0 Hz) を図 2.30(d)に示す．

手順 4 : 0.1953～12.5 Hz の範囲における群遅延時間を集計して累積確率曲線を求める．結果を図 2.30(e)に黒線で示す．

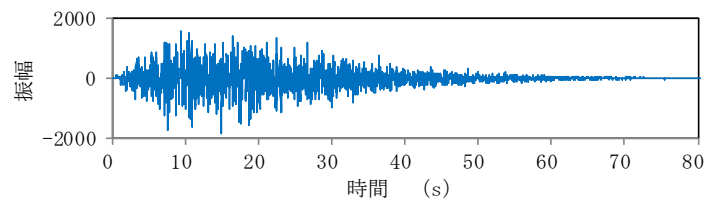
手順 5 : 2.3 節(3)項で、群遅延時間のばらつきは自由度 2 の t 分布が良好に一致することを確認したので、図 2.9 で行ったように、式(2.3)に示した自由度 2 の t 分布の元々の変数 x から群遅延時間 t への変換係数 a , b を、手順 4 で算出した群遅延時間の累積確率分布に合うように最小二乗法で決定する． a は群遅延時間の平均的な値、 b は群遅延時間のばらつきの大きさを表している．結果を図 2.30(e)に赤破線で示す． t 分布と元の群遅延時間のばらつきは良好に一致していることがわかる．



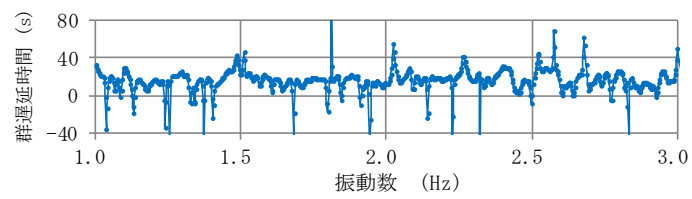
(a) ホワイトノイズ波形



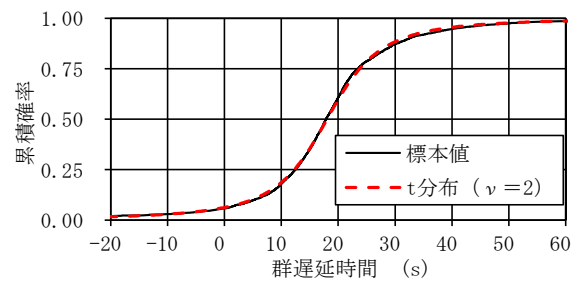
(b) Boore 型包絡線 ($c = 0.1$)



(c) 包絡波形



(d) 群遅延時間



(e) 群遅延時間のばらつきと t 分布のフィッティング

図 2.30 包絡波形の群遅延時間のばらつきの評価

c) 包絡線のパラメータと群遅延時間のばらつきの関係の決定

前ステップ b) では、図 2.28 の上方のループ 1「包絡線のパラメータをいくつか変えて」において Boore 型包絡線の c を 0.1 とし、ループ 2「ホワイトノイズの乱数位相分」の 1 回分すなわちホワイトノイズ作成時の位相の乱数 1 ケース分について、群遅延時間の分析を行った。

本ステップではまず、 $c = 0.1$ は固定しておき、ループ 2 すなわちホワイトノイズ作成時の位相の乱数を変えて、前ステップ b) の作業を複数ケース分繰り返して、それぞれ t 分布の変数変換係数 a, b を求める。本検討においてはケース数は 20 回とする。そして 20 ケース分の a, b をそれぞれ平均して、 A, B として算定する。

図 2.31 に結果を示す。黒い線が太く見えるのは、20 ケース分がわずかに変動しながら重なっているためである。つまり今回の群遅延時間の集計個数（対象振動数範囲 0.1953～12.5 Hz，振動数間隔 $\Delta f = 1/T_0 = 1/327.68$ Hz）では、ホワイトノイズ作成時の位相乱数の違いによる群遅延時間のばらつきの変動はほとんどないことがわかる。20 ケース分の a, b をそれぞれ平均化して決定した t 分布が赤破線である。これは黒い線群のほぼ中心を通っており、良好にフィッティングされていることがわかる。この結果より、Boore 型包絡線のパラメータ c が 0.1 のときの、 t 分布の変数変換係数 a, b の平均値 A, B は、

$$A = 17.65 \text{ s} \quad B = 6.70 \text{ s}$$

と算定された。

次に、図 2.28 の上段の「包絡線と群遅延時間の関係の算定」の中の一番下の項目「包絡線のパラメータと群遅延時間の平均値およびばらつきの関係の決定」を行う。すなわち、Boore 型包絡線の c と t 分布の変数変換係数 a, b の関係を求める。なお図 2.28 では、その上にループ 1「包絡線のパラメータをいくつか変えて」があるが、本検討事例ではこのループは必要ない。なぜなら、Boore 型包絡線は全て相似形であり、その時間軸方向の広がりパラメータ c に反比例するから、群遅延時間の平均値やばらつき、すなわち t 分布の変数変換係数 a, b も c に反比例することが明らかなためである。したがって、 c と a, b の関係は次式で表される。

$$a = 0.1 \cdot A/c \tag{2.5}$$

$$b = 0.1 \cdot B/c \tag{2.6}$$

$$\text{ここに、} \quad A = 17.65 \quad B = 6.70$$

この関係を図 2.32 に示す。

確認のため、ループ 1「包絡線のパラメータをいくつか変えて」の作業も行ってみる。 c を 0.1 以外 ($c = 0.05, 0.2, 0.4$) とし、同じ評価をホワイトノイズの乱数位相 5 サンプル分だけ実施して、図 2.32 に重ね書きしている。これらはいずれも関係式の線の上に乗っており、関係式の妥当性を確認できる。

包絡線がパラメータによって相似形とならない場合は、そのパラメータと a, b の関係が明確な関数にならないので、ループ 1「包絡線のパラメータをいくつか変えて」の作業が必要になり、パラメータと a, b の関係を近似関数でモデル化したり、折れ線で表現しておいて間は線形補間する等の手順が必要となる。

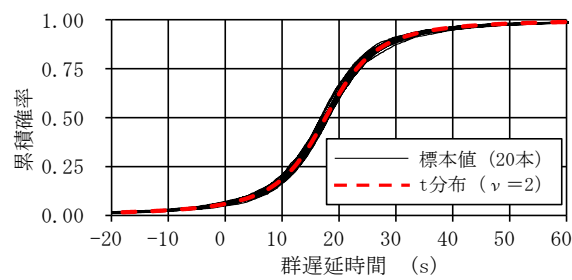


図 2.31 包絡波形の群遅延時間のばらつきの評価 (20 ケース分)

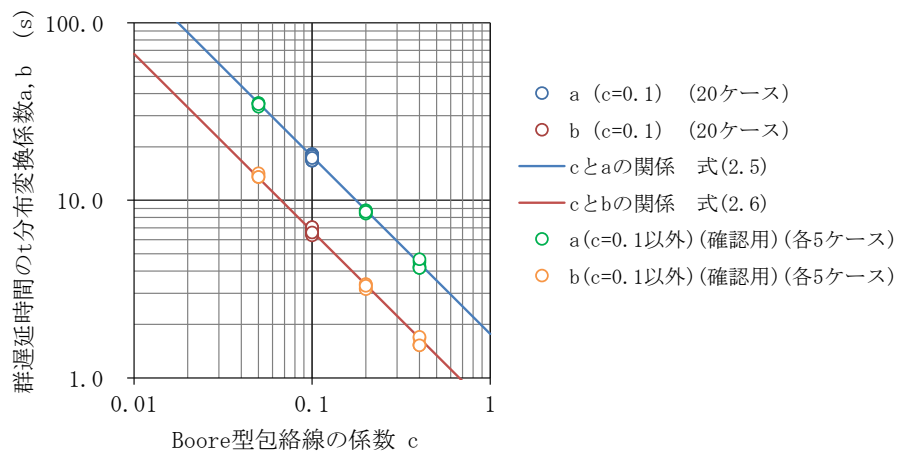


図 2.32 Boore 型包絡線の c と t 分布の変数変換係数 a, b の関係

(3) 波形の作成例

前項で算定した包絡線のパラメータと群遅延時間のばらつきの関係を踏まえ、図 2.1 に示した波形（人工波）に対して、提案した方法による模擬地震動の作成を試み、どの程度元の波が再現できるかを調べる。継続時間が短く非定常性のない波であるため、図 2.28 の「ループ 3」「ループ 4」の振動数帯域毎の処理は行わず、全帯域（0.1953～12.5 Hz）に渡って FFT 処理を行う。

模擬地震動の作成過程は以下ようになる。

手順 1：元の波形の群遅延時間のばらつきを分析し、それを t 分布（自由度 $v=2$ ）でモデル化した時の t 分布の変数から群遅延時間への変換係数 a , b を求める。この作業は 2.3 節(3)項の図 2.9 で既

$$a_1 = 19.38 \text{ s} \quad b = 3.01 \text{ s}$$

に求まっている。ただしここでは、手順 3 の a と区別するために 1 という添え字を付けている。

手順 2：式(2.6) に $b = 3.01 \text{ s}$ を代入して Boore 型包絡線のパラメータ c を求める。 $c = 0.223$ と計算される。

手順 3：式(2.5)に $c = 0.223$ を代入して a の値 a_2 を求める。手順 1 の a_1 と区別するために 2 という添え字を付けている。 $a_2 = 7.93$ と計算される。

手順 4：包絡線を時間軸上でシフトさせる量（以降「時間シフト量」） $T = a_1 - a_2$ を求める。 $T = 11.45 \text{ s}$ と計算される。

手順 5：パラメータ c の値および時間シフト量 T から、Boore 型包絡線が決定される。図 2.33(a)に包絡線を示す。この包絡線を見ると、図 2.1 の元波形よりも波形の立ち上がりの時刻がわずかに遅いように見える。これは手順 4 の過程で、包絡関数の異なる 2 つの波形（元波形は Jennings 型、作成波は Boore 型）で、群遅延時間のばらつきの平均（波形の中心）を合わせているためである。

手順 6：0.1953～12.5 Hz の各振動数離散点で、振幅を仮値（1.0）、位相をランダム発生させて、ホワイトノイズを作成する。図 2.33(b)に波形を示す。

手順 7：上記ホワイトノイズに対して、手順 5 の包絡線により包絡した波を作成する。Boore 型包絡線の振幅係数 α は仮値としているが、この値は最終的な波形作成には影響しない。図 2.33(c)に包絡処理した波形を示す。

上記の手順 2～手順 7 が、図 2.28 のループ 4「振動数帯域毎」内の作業である。前述したように、この例では振動数帯域分割はしないので、1 回の計算で結果が得られる。

最後に図 2.33(c)の波形に対して、元の入力波形作成時と同様に応答スペクトルフィッティングを行い波形を作成する。結果を図 2.34 に示す。作成波は、図 2.18 に示した一般的な方法による作成波のようにピークが集中することはなく、元波形（図 2.1）と概ね似た波形が得られている。

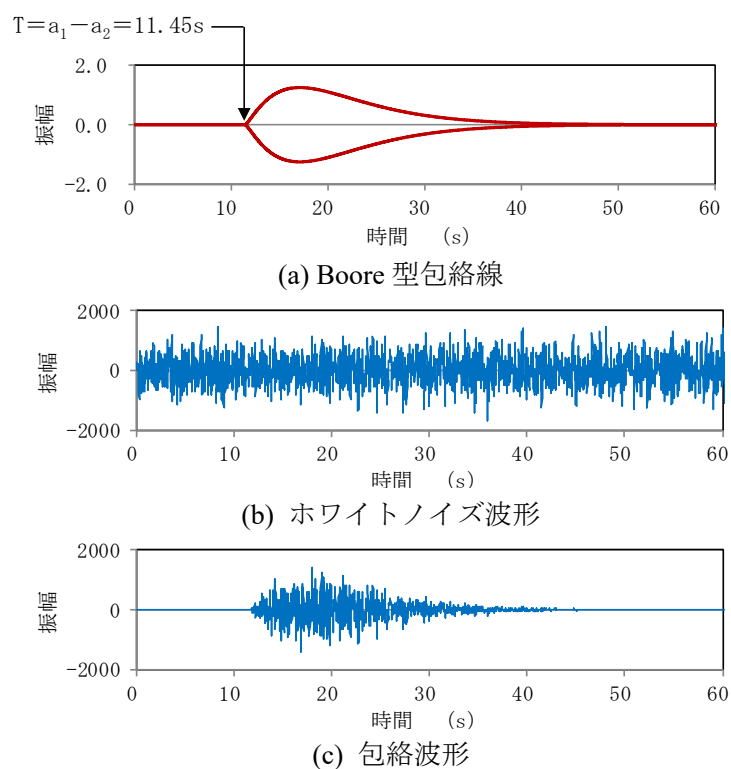


図 2.33 包絡波形の作成

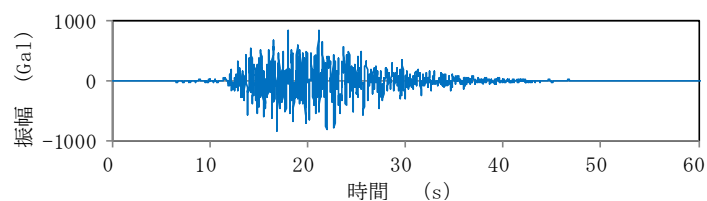
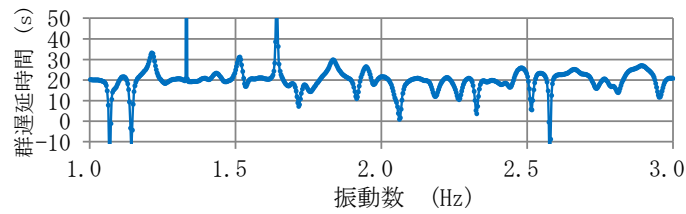
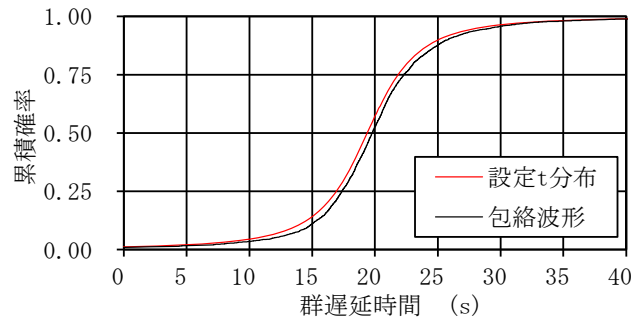


図 2.34 作成波（提案方法）

ここで、波形作成の過程で必ずしも必要な作業ではないが、上記の手順 7 によって作成された図 2.33 (c)の波形の群遅延時間（図 2.34 の作成波のものも同じ）を分析してそのばらつきを算定してみる．結果を図 2.35 に示す．(b)からわかるように、手順 7 によって作成された包絡波形の群遅延時間のばらつきは、手順 6 のホワイトノイズ作成時の位相乱数如何により、目標とする設定 t 分布との間に誤差が生じる．これは図 2.31 においても、20 ケースの包絡波形がわずかな幅を持ちながら分布することで示している．Boore 型包絡線のパラメータ c が大きく、包絡形の時間方向の広がりが小さい場合ほど、波形を構成する波数が少なくなるのでその誤差のゆらぎは大きくなる．



(a) 群遅延時間



(b) 群遅延時間の累積確率曲線

図 2.35 包絡波形の群遅延時間

(4) 観測波への適用

2.3 節(4)項で対象とした観測波 (図 2.10) に対して, 提案した方法による模擬地震動の作成を試み, どの程度元の波が再現できるかを調べる.

図 2.28 の上段の「包絡線と群遅延時間の関係の算定」の一連の作業は(2)項で既の実施し, 包絡線のパラメータ (Boore 型包絡線の c) と群遅延時間の平均値およびばらつき (t 分布の変数変換係数 a, b) の関係として式(2.5), 式(2.6), 図 2.32 が得られており, これは共通に用いることができる.

図 2.28 の中段の「観測波形の分析」の一連の作業は 2.3 節(4)項で既の実施し, 振動数帯域毎に群遅延時間のばらつきを t 分布でモデル化した時の t 分布の変数から群遅延時間への変換係数 a, b は表 2.1 の右列および表 2.2 の中列に示している. ただし表 2.2 の中列では a は, 後述の手順 2 の a と区別するために 1 という添え字を付けている.

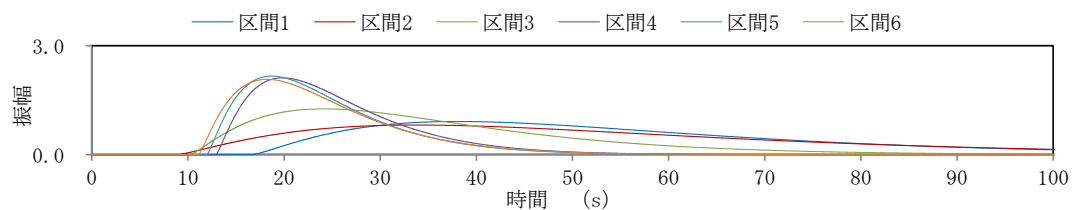
表 2.2 振動数帯域毎の群遅延時間のばらつき

振動数 帯域区間	振動数 (Hz)		t分布パラメータ (s)		Boore型包絡の c と時間シフト量 T の算定		
	下限	上限	a_1	b	c	a_2 (s)	時間シフト量 T (s)
1	0.1953	0.3906	46.83	11.42	0.0587	30.07	16.76
2	0.3906	0.7813	43.91	13.26	0.0505	34.95	8.96
3	0.7813	1.5625	29.77	7.41	0.0904	19.52	10.25
4	1.5625	3.125	22.69	3.71	0.1807	9.77	12.93
5	3.125	6.25	21.47	3.60	0.1863	9.47	11.99
6	6.25	12.5	21.13	3.80	0.1762	10.02	11.11

図 2.28 の下段の「波形の作成」の手順は以下となる。

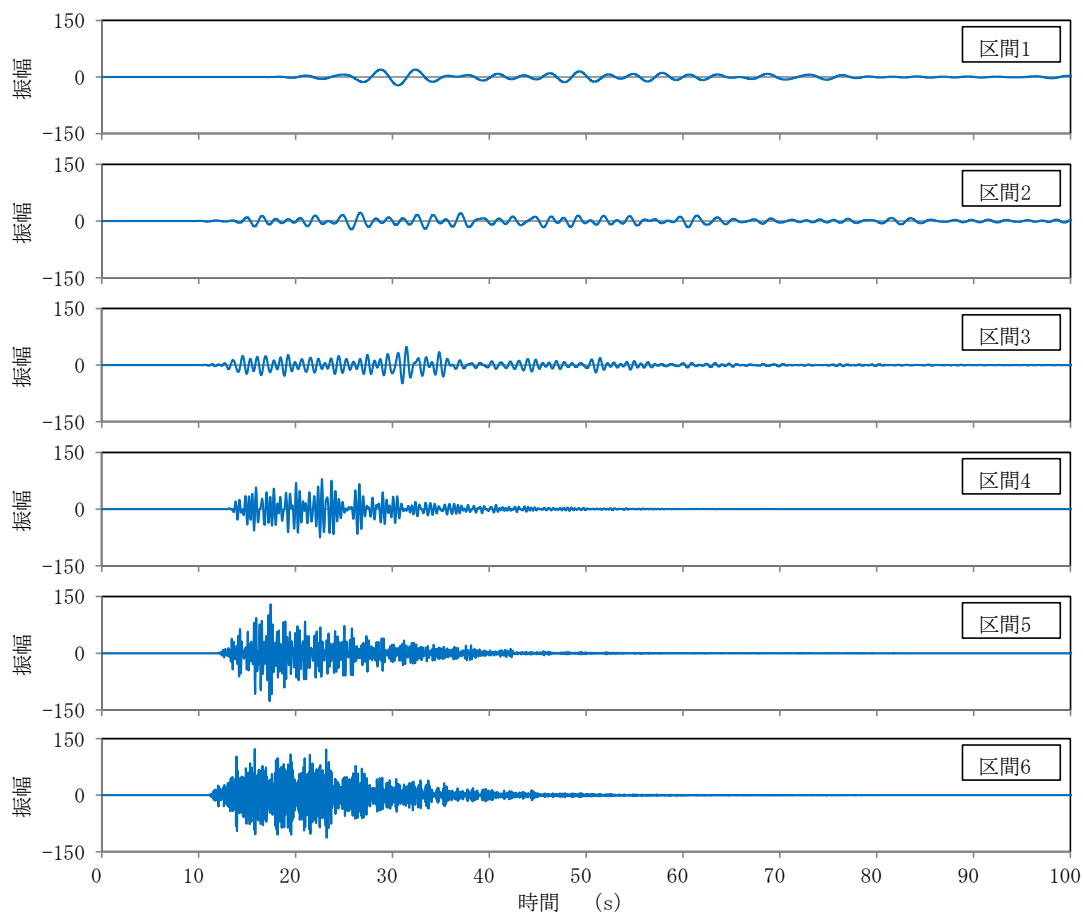
- 手順 1 : 振動数帯域毎に, 式(2.6)に b を代入して Boore 型包絡線のパラメータ c を求める. (表 2.2 右)
- 手順 2 : 振動数帯域毎に, 式(2.5)に c を代入して a の値 a_2 を求める. (表 2.2 右)
- 手順 3 : 振動数帯域毎に, 時間シフト量 $T = a_1 - a_2$ を求める. (表 2.2 右) 以上 c と T より, 振動数帯域毎の Boore 型包絡線が決定される. それらを図 2.36 に示す.
- 手順 4 : 振動数帯域毎に, 振幅を仮値 (1.0), 位相をランダム発生させてホワイトノイズを作成する.
- 手順 5 : 振動数帯域毎に, 上記ホワイトノイズに対して手順 3 の包絡線により包絡した波を作成する. 図 2.37 に包絡処理した波形を示す. なお同図で, 振動数帯域間の波形の振幅の比率は仮の値として図を描いているが, 手順 7 の応答スペクトルフィッティングでは, 各振動数離散点の位相は不変で振幅のみを調整するため, 結果には影響しない.
- 手順 6 : 振動数帯域毎に手順 5 で作成した波形を全て重ね合わせる.
- 手順 7 : 上記の波形に対し, 図 2.11 に示した応答スペクトル (ターゲットスペクトル) にフィッティングする.

作成波を図 2.38 に示す. 作成波は, 図 2.27 に示した一般的な方法による作成波のようにピークが集中したりピークから離れたところでノイズが発生することはなく, 元波形 (図 2.10) と概ね似た波形が得られている. また, 振幅の大きい主要動の後に周期の長い波が後続するという非定常性も再現できている. 波形の立ち上がり元波形と比較してやや急なのは, 本提案方法で適用している Boore 型包絡線の形状によるものである.



区間毎の振幅は見やすいように適宜変えており，特別な意味はない。

図 2.36 振動数帯域毎の包絡線



区間毎の振幅比率は仮値として適宜変えているが，作成波には影響しない。

図 2.37 振動数帯域毎の包絡波形

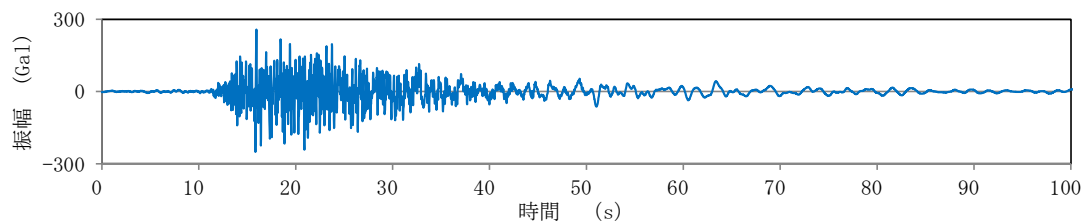


図 2.38 観測波を元にした作成波（提案方法）

(5) 提案方法に関する補足

本節では、提案方法で波形を作成する際の包絡線として Boore 型包絡線を適用したが、Boore 型包絡線を用いることが提案方法の本質ではない。ポイントは、本節(2)項 a)の「ポイント 1」に書いたように、包絡線のパラメータを 1 つ (Boore 型包絡線であれば c) に絞り込むということであり、どのような包絡線であっても適用可能である。図 2.38 において、作成波が Boore 型包絡線を用いているため、観測波と比較して波形の立ち上がりが急になっていることを述べたが、観測波の形のように立ち上がりが緩やかな三角形に近いような包絡線を選んでおけば、観測波と類似した波形ができることは想像に難くない。

また提案方法では群遅延時間のばらつきを表すモデルとして t 分布を用いているが、これも提案方法の前提条件ではない。 t 分布が多くの場合群遅延時間のばらつきに非常に良く一致し、包絡線のパラメータと群遅延時間のばらつきを表すパラメータとの対応付けが明確となるために採用しているが、たとえば群遅延時間のばらつきを、図 2.7 に示した累積確率曲線にフィッティングした「正規分布 2」でモデル化し、 t 分布の変数変換係数 a と b を正規分布の平均値 μ と標準偏差 σ に置き換えて、本節と全く同じ手順で模擬地震波を作成しても、2.4 節(7)項で述べた一般的な作成方法の課題・留意点は解消され、図 2.34 や図 2.38 で示した波形と形状的には大きくは変わらない作成波ができることを確認している。

本節では、1 つの地震波形 (図 2.1 や図 2.10) を元に模擬地震動を作成してその再現性を調べたが、実際の模擬地震動作成の際に、1 つの観測波形のみの位相特性を反映させたい場合は、その波形の位相をそのまま用いて所定の応答スペクトルにフィッティングすればよく、提案方法のように別の包絡形に置き換えて模擬地震動を作り直す意味はあまりないと思われる。しかし、同じ地震の NS 成分波と EW 成分波、あるいは同じ地点で観測された継時特性等の類似した複数の観測波形を総合した位相特性を反映させたい場合は、はじめに 1 つの位相を与条件とすることができないため、本提案方法は有効となる。すなわち、図 2.28 の中段の「観測波形の分析」のところで、複数の観測波形で群遅延時間の平均値およびばらつき (t 分布の変換係数 a と b) を求めておき、それらを平均化したものを次の「波形の作成」のプロセスへ受け渡す、という流れとなる。

例えば図 1.3 に示した fragility 曲線を評価する際の、各入力レベル (ハザードレベル) に対応する入力地震動の作成手順としては、一例として図 2.39 に示す方法が考えられる。図中茶色の文字および破線で表した範囲が、本提案手法の適用範囲である。

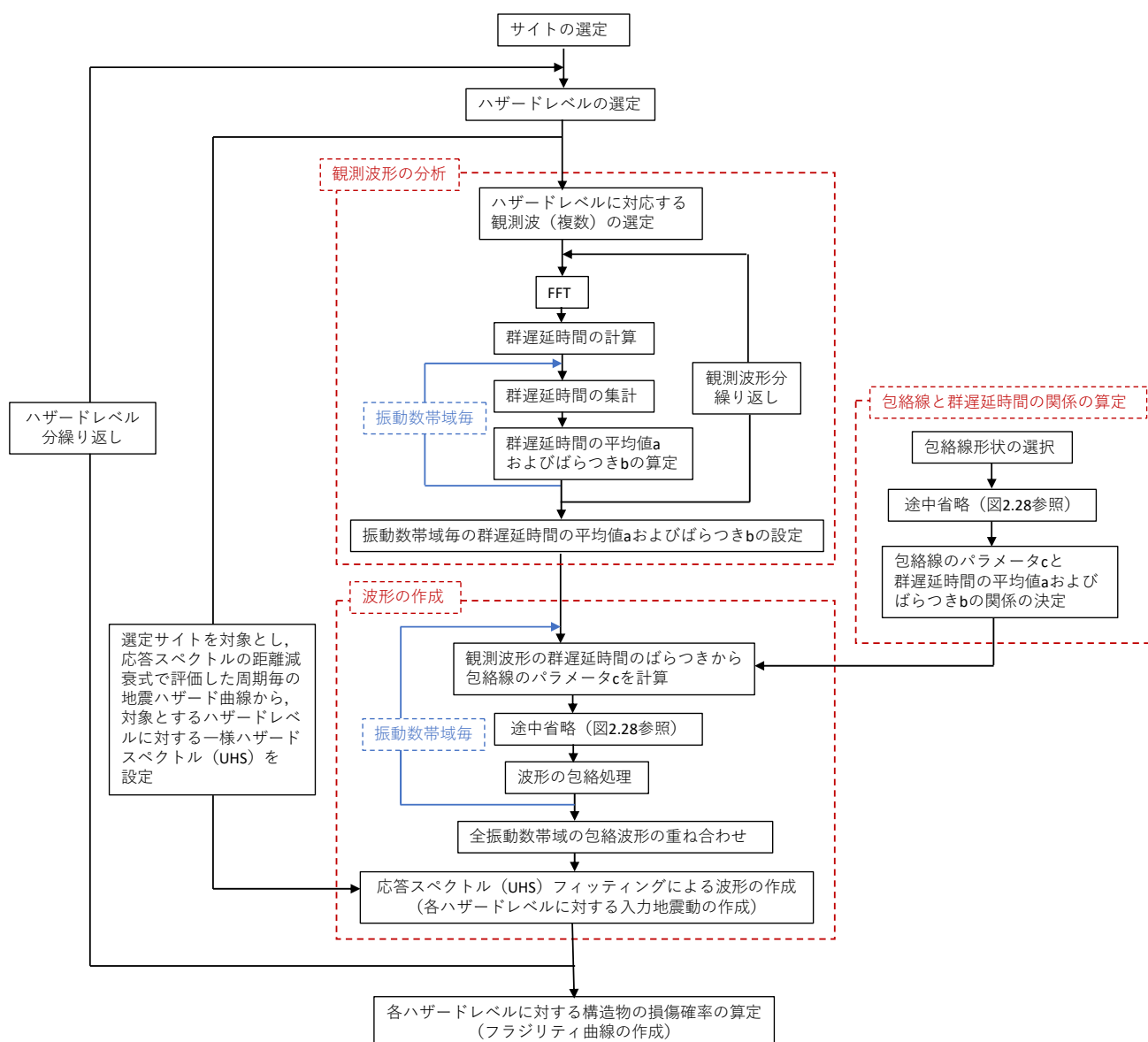


図 2.39 フラジリティ評価における本提案手法の適用の一例

2.6 まとめ

模擬地震動の作成にあたっては、基本的な方法として特定の観測波形の位相をそのまま用いる方法や、マグニチュード・震源距離等で規定された包絡線を用いる方法があるが、これらの方法では位相特性が限定される。

一方地震動のサイト位相特性を客観的かつ定量的に表すことのできる指標である群遅延時間を用いた模擬地震動作成方法が近年検討されてきた。しかしその一般的な方法では、作成される波形の包絡形状にいくつかの課題・留意点が認められた。そこで本研究では、波形の包絡線関数と群遅延時間のばらつきを関係付けることにより、波の包絡形状の設定とサイトの位相特性の反映とを両立できる新たな模擬地震動の作成方法を提案した。検証の結果、作成波は上記の課題・留意点が解消されることを確認した。

提案方法においては、作成者が決めるのは最初に設定する 1 つの包絡線形状のみであり、後は作成者の主観や判断はほとんど介在することなく、極めて自動的な流れで最終的な作成波が出来上がるという特長を有していると考ええる。

提案方法の課題を挙げるとすれば、はじめに選定する包絡線に何らかの工学的な根拠付けが必要になってくることである。これに対しては今後、各種包絡線形状と観測波とを関連付けるための知見を蓄積していくことにより、包絡線選定のより客観的なルール化が可能になっていくものと考えられる。

今後は、本提案手法で作成された入力地震動に対し、構造物の動的応答解析を実施することにより、

- ・元となる観測波形と提案方法で作成された波形による応答の差異
- ・提案方法で選択する包絡線の違いによる応答の差異
- ・作成途中のホワイトノイズの位相乱数の違いによる応答の差異

等を検証していく必要がある。また今回扱ったのは加速度波形であるが、積分波形（速度、変位）に対する観測波形との整合性についても確認が必要と考える。

参考文献

- 1) 内閣府原子力安全委員会：発電用原子炉施設に関する耐震設計審査指針，2006.
- 2) Jennings, P.C., Housener, G.W. and Tsai, N.C.: Simulated earthquake motions for design purposes, *Proceeding of the Fourth World Conference on Earthquake Engineering*, pp. 145-160, 1969.
- 3) Boore, D.M.: Stochastic simulation of high-frequency ground motion based on seismological models of the radiated spectra, *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol. 73, No. 6, pp. 1865-1894, 1983.
- 4) 日本電気協会：原子力発電所耐震設計技術指針 JEAG4601-2008，2008.
- 5) 大崎順彦，岩崎良二，大川出，政尾亨：地震波の位相特性とその応用に関する研究，第5回日本地震工学シンポジウム，pp. 201-208，1978.
- 6) 理論地震動研究会編：地震動－その合成と波形処理，鹿島出版会，1994.
- 7) 澤田純男，盛川仁，土岐憲三，小野祐輔：断層震源モデルにおける位相スペクトル特性，第24回地震工学研究発表会講演論文集，pp. 29-32，1997.
- 8) 佐藤忠信，室野剛隆，西村昭彦：震源・伝播・地点特性を考慮した地震動の位相スペクトルのモデル化，土木学会論文集，No.612/I-46，pp. 201-213，1999.
- 9) Morikawa, H., Sawada, S. and Ono, Y.: Detailed analysis for earthquake source spectrum represented by stochastic impulse train and its application, *Journal of Seismology*, Vol.9(2), pp.151-170, 2005.
- 10) 佐藤智美，植竹富一，菅原良次：群遅延時間を用いたやや長周期地震動の経験的継時特性モデルに関する研究，日本建築学会構造系論文集，第493号，pp. 31-39，1997.
- 11) 佐藤忠信，室野剛隆，西村昭彦：観測波に基づく地震動の位相スペクトルのモデル化，土木学会論文集，No.640/I-50，pp. 119-130，2000.
- 12) 室野剛隆，川西智浩，坂井公俊：位相のインバージョンに基づく地震波形合成法，鉄道総研報告，Vol. 23, No. 12, pp. 5-10, 2009.
- 13) 鉄道総合技術研究所編：鉄道構造物等設計標準・同解説 耐震設計，丸善出版，2012.
- 14) 野津厚：地震動位相の微分可能性に関する考察と群遅延時間の数値計算法の改良，土木学会論文集 A1 (構造・地震工学)，Vol. 73, No. 1, pp. 187-194，2017.
- 15) 佐藤忠信，室野剛隆，川西智浩：位相特性に着目した観測地震動の内挿－集集地震(1999)の観測記録を用いて－，土木学会論文集，No.710/I-60，pp. 225-234，2002.
- 16) 気象庁 強震波形(平成20年(2008年)岩手・宮城内陸地震)：<https://www.data.jma.go.jp/svd/eqev/data/kyoshin/jishin/080614_iwate-miyagi/index.html> (2021年12月22日アクセス)
- 17) 佐藤忠信，室野剛隆：位相情報を利用した非定常地震動のシミュレーション法，土木学会論文集，No.752/I-66，pp. 159-168，2004.

第3章 MCSによる地中構造物の地震時損傷確率評価

3.1 はじめに

地中構造物を対象として、地盤－構造物一体の2次元FEMモデルを用いた動的解析に基づいて種々のパラメータの不確実性を考慮した地震時損傷確率評価を行う場合、最も厳密で詳細な手法は、物性値等の不確実性パラメータを所定のばらつきに従って変えた動的解析を多ケース実施して、応答・耐力のばらつきや損傷確率を直接評価するモンテカルロシミュレーション（MCS）であるが、手間と計算負荷が大きいことから、100 ケースを超えて2次元動的解析を行っている事例はほとんどない。

なお、MCSを行わずに、比較的簡易的に地中構造物の地震時損傷確率評価を行う手法はいくつか提案されている^{1),2)}。

本章では、評価事例として地中構造物を設定し、MCSにより地震時損傷確率評価を実施する。

構造物の地震時フラジリティは、図3.1にイメージ図として示すように、最終的にはいくつかの荷重レベルで損傷確率を算定してつなげたフラジリティ曲線を作成して評価するが、本章における検討は、そのうちの1つの荷重レベルでの損傷確率の算定過程について論ずるものである。

その際、評価指標（破壊モードの評価パラメータ）を複数個設定し、評価指標毎の応答の相関性を調べる。また破壊モード毎の個別の破壊確率といずれかのモードで破壊する確率（統合損傷確率）を評価して比較することにより、各破壊モード間の相関性を調べる。

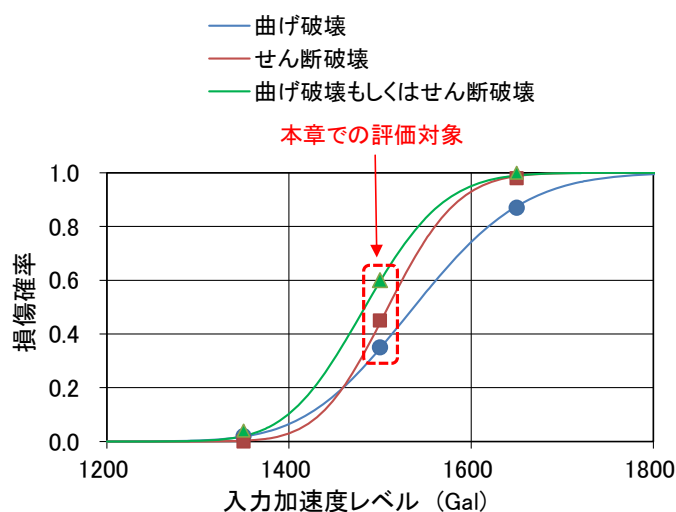


図 3.1 フラジリティ曲線

3.2 検討条件

(1) 検討対象構造物および評価指標

検討の対象とする地中構造物は、原子力発電所屋外重要土木構造物の取水ダクトとする。

構造条件として、図 3.2 に検討対象構造物の全体図を、図 3.3 に構造物の配筋図を示す。これらは参考文献 3)および参考文献 4)等を参考として設定した。本検討では損傷確率を評価する破壊モードとして、曲げ破壊とせん断破壊を考慮する。せん断鉄筋は幅止め筋程度の鉄筋比を設定する。

それぞれの破壊モードに対応する評価指標は、参考文献 5)に従い、曲げに対しては構造物の層間変形角、せん断に対しては部材せん断力とする。

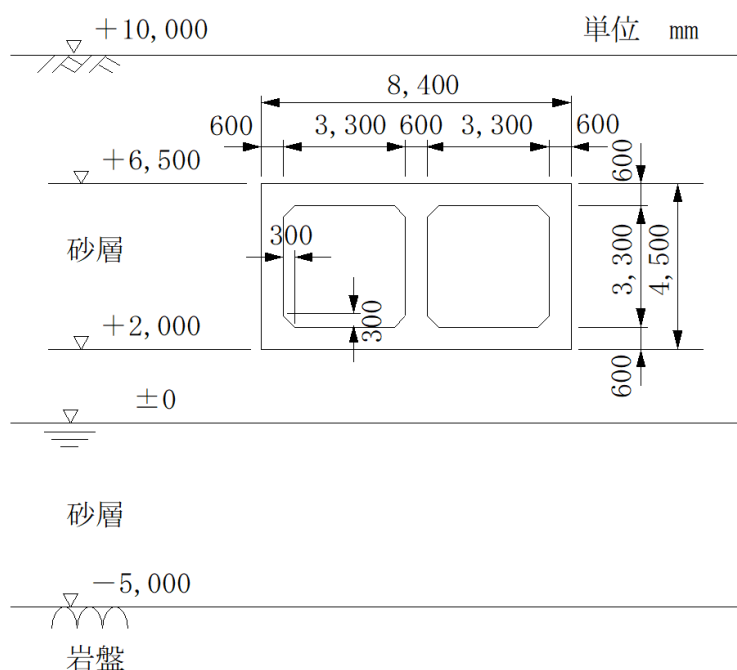
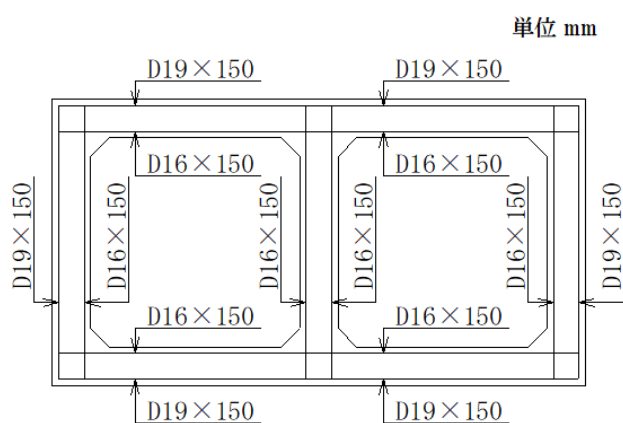


図 3.2 検討対象構造物



被り 100mm
せん断鉄筋比 0.094%

図 3.3 配筋図

(2) 不確実性の考慮

損傷確率を算定する際の不確実性には、物性値や材料強度等のばらつきに起因する不確実性（偶然的な不確実性⁶⁾）と、耐力評価式や解析手法の精度等に起因する不確実性（認識論的な不確実性⁶⁾）がある。本章の評価事例では、理論や結果比較を分かりやすくするために、物性値や材料強度等のばらつきに起因する不確実性のみを考慮する。耐力評価式や解析手法の精度等に起因する不確実性については、同じ考え方で考慮に加えることが可能であることを、3.4 節で述べる。

(3) 入力地震動

入力地震動は、-5.0m の岩盤における 2E 波として、図 2.3 に示すコンクリート標準示方書 7) に示されているレベル 2 地震動（内陸型）の振幅を 2 倍にした波を適用する。振幅を 2 倍にした理由は、今回の解析条件において構造物に有意な変形を意図的に生じさせるためである。

地盤物性をばらつかせた予備解析数ケースで、2.0 秒付近のピークで構造物の層間変形角の最大値が発生するのを確認の上、図 2.3 に示したように、解析には最初の 3.0 秒間のみを用いる。

鉛直地震力については、原子力分野で実際に行われている照査事例等を参考にして、上記入力地震動の最大加速度の 1/2 の値を静的下向きに作用させることで考慮する。

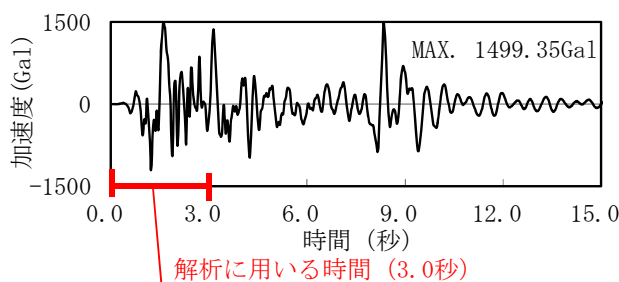


図 3.4 入力地震動

(4) 物性値

地盤の物性値を表 3.1 に示す。非線形特性は図 3.5 に示すように、参考文献 4) に示される設計条件をもとに R-O モデルで近似する。地盤物性値のばらつきとしては、同表に示した V_s のばらつきを考慮し、図 3.6 で後述するように、層厚約 1m 毎に独立にばらつくとする。

構造物の物性値を表 3.2 に示す。表には設計強度と実強度を記載しているが、応答評価および耐力評価に用いる強度としては、実強度の方（コンクリート：圧縮実強度，鉄筋：降伏実強度）を用いる。構造物物性値のばらつきとしては、コンクリート強度のばらつきのみを考慮する。

解析上は、構造物はファイバーモデルでモデル化し、コンクリートの非線形特性はコンクリート標準示方書 7) に示されるコンクリートの応力-ひずみ曲線にて、鉄筋の非線形特性はバイリニアモデルにてモデル化する。

地中構造物は、その応答が地盤の応答に大きく依存するため、本検討では応答のばらつきは地盤物性値 V_s のばらつきのみに依存する（構造物物性値は一定）として解析を行い、構造物物性値（コンクリート強度）のばらつきは耐力側（曲げ耐力およびせん断耐力）のばらつきにのみ考慮する。

表 3.1 地盤物性

	単位重量 γ (kN/m ³)	ポアソン比 ν	V_s の 中央値 (m/s)	V_s の対数 標準偏差 σ_v	初期減衰 h_0 (%)
砂層 地下水位以上	18.0	0.40	300	0.10	2.0
砂層 地下水位以下	20.0	0.48	300	0.10	2.0
岩盤	20.0	0.33	700	—	2.0

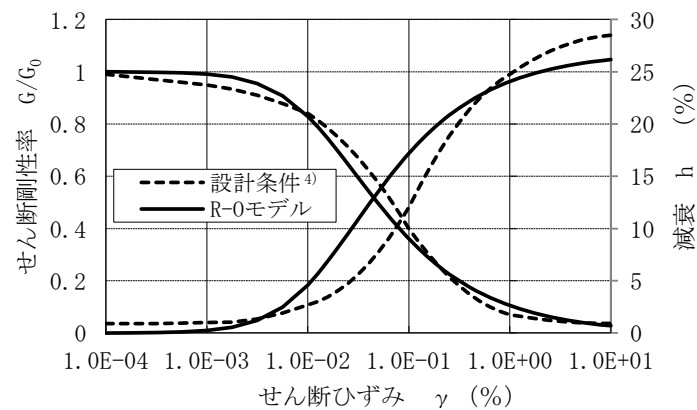


図 3.5 地盤の非線形特性

表 3.2 構造物物性

材料	項目	物性値
コンクリート	設計基準強度	24 N/mm ²
	圧縮実強度 f_{ck} の平均値 注 1)	33.6 N/mm ²
	圧縮実強度の対数標準偏差 σ_c 注 2)	0.13
	ポアソン比	0.20
	単位体積重量	23.0 kN/m ³
鉄筋	設計降伏強度	345 N/mm ²
	降伏実強度 注 3)	379.5 N/mm ²
	ヤング係数	200.0 kN/mm ²
	ポアソン比	0.30
	単位体積重量	77.0 kN/m ³

注 1) 参考文献 8)より 設計基準強度 $\times 1.4$

注 2) 参考文献 8)より

注 3) 参考文献 9)より 設計降伏強度 $\times 1.1$

(5) 耐力評価式

破壊判定の耐力照査等は参考文献 5)に従って行う。

a) 曲げ耐力

曲げの評価に関する限界層間変形角評価式を以下に示す。

$$R_u = R_{u,gr} + \frac{0.1-\sigma_0/f'_{ck}}{0.1} (R_{u,air} - R_{u,gr}) \quad (3.1)$$

$$R_{u,air} = K \left(0.026 + 0.003 \frac{f_{yk}}{200} \right) \quad (3.2)$$

$$R_{u,gr} = K \left(0.010 + 0.002 \frac{f_{yk}}{200} \right) \quad (3.3)$$

$$K = 0.84D^{-0.22} \left(0.2 + 0.1 \frac{h}{D} \right) \frac{h}{H} \quad (3.4)$$

ここに、

- R_u : 限界層間変形角
- $R_{u,air}$: 軸力比 0 の場合の限界層間変形角
- $R_{u,gr}$: 軸力比 0.1 の場合の限界層間変形角
- σ_0 : 鉛直部材に作用する軸圧縮応力 (N/mm²)
- f'_{ck} : コンクリートの圧縮実強度 (N/mm²)
- f_{yk} : 鉄筋の降伏実強度 (N/mm²)
- D : 部材厚 (m)
- h : 内法長さ (m)
- H : 心々長さ (m)

b) セン断耐力

せん断耐力は、棒部材式 (①) とディープビーム式 (②) の大きい方として算出する。底版・頂版・側壁については地盤と接する部材であるため、同文献の「分布荷重を受ける部材のせん断耐力評価法」における「等価せん断スパン比を用いた方法」による。

①棒部材式

せん断耐力 V_{yd} の評価式は以下の通りである.

$$V_{yd} = (\beta_d \cdot \beta_p \cdot \beta_n \cdot \beta_a \cdot f_{vck} \cdot B \cdot d + \frac{A_w \cdot d \cdot (\sin \theta + \cos \theta)}{1.15 \cdot S} \cdot f_{wyk}) / \gamma_{b2} \quad (3.5)$$

ここに,

$$f_{vck} = 0.2 \cdot \sqrt[3]{f'_{ck}} \quad (N/mm^2) \quad f_{vck} > 0.72 \quad \text{となる場合は} \quad f_{vck} = 0.72$$

$$\beta_d = \sqrt[4]{100/d} \quad (d : cm) \quad \beta_d > 1.5 \quad \text{となる場合は} \quad \beta_d = 1.5$$

$$\beta_p = \sqrt[3]{100 \cdot A_s / (B \cdot d)} \quad \beta_p > 1.5 \quad \text{となる場合は} \quad \beta_p = 1.5$$

$$\beta_n = \begin{cases} 1 + M_0 / M_d & (N'_d \geq 0) \\ 1 + 2M_0 / M_d & (N'_d < 0) \end{cases}$$

$$\beta_n > 2.0 \quad \text{となる場合は} \quad \beta_n = 2.0 \quad \beta_n < 0 \quad \text{となる場合は} \quad \beta_n = 0$$

$$\beta_a = 0.75 + \frac{1.4}{a/d} \quad \beta_a < 1.0 \quad \text{となる場合は} \quad \beta_a = 1.0$$

$$\gamma_{b2} = \begin{cases} 1.0 & (R \leq 0.01) \\ (100R + 2)/3 & (0.01 < R \leq 0.025) \\ 1.5 & (R > 0.025) \end{cases}$$

A_s : 引張鉄筋断面積

A_w : せん断補強鉄筋断面積

B : 部材の腹部の幅

d : 部材の有効高さ

a : せん断スパン (地盤と接する部材については等価せん断スパン)

f'_{ck} : コンクリートの圧縮実強度

f_{wyk} : せん断補強鉄筋の降伏実強度

M_d : 曲げモーメント

M_0 : 曲げモーメント M_d に対する引張縁において軸方向力によって発生する応力を打ち消すのに必要な曲げモーメント

$$M_0 = (H/6) \cdot N'_d$$

H : 部材の高さ

N'_d : 軸方向圧縮力

S : せん断補強筋のピッチ

θ : せん断補強筋と部材軸とのなす角度 (°)

R : 構造物の最大層間変形角

②ディープビーム式

せん断耐力 V_{yda} の評価式は以下の通りである.

$$V_{yda} = (\beta_d \cdot \beta_p \cdot \beta_a \cdot f_{dk} \cdot B \cdot d + \Phi \cdot \frac{A_w \cdot d \cdot (\sin \theta + \cos \theta)}{1.15 \cdot S} \cdot f_{wyk}) / \gamma_{b2} \quad (3.6)$$

ここに,

$$f_{dk} = 0.19 \cdot \sqrt{f'_{ck}} \quad (N/mm^2)$$

$$\beta_d = \sqrt[4]{100/d} \quad (d : cm) \quad \beta_d > 1.5 \quad \text{となる場合は} \quad \beta_d = 1.5$$

$$\beta_p = \sqrt[3]{100 \cdot A_s / (B \cdot d)} \quad \beta_p > 1.5 \quad \text{となる場合は} \quad \beta_p = 1.5$$

$$\beta_a = \frac{5}{1+(a/d)^2}$$

$$\Phi = -0.17 + 0.3 \cdot a/d + 0.33/p_{wb} \quad \text{ただし} \quad 0 \leq \Phi \leq 1$$

$$\gamma_{b2} = \begin{cases} 1.0 & (R \leq 0.01) \\ (100R + 2)/3 & (0.01 < R \leq 0.025) \\ 1.5 & (R > 0.025) \end{cases}$$

A_s : 引張鉄筋断面積

A_w : せん断補強鉄筋断面積

B : 部材の腹部の幅

d : 部材の有効高さ

a : せん断スパン (地盤と接する部材については等価せん断スパン)

f'_{ck} : コンクリートの圧縮実強度

f_{wyk} : せん断補強鉄筋の降伏実強度

S : せん断補強筋のピッチ

θ : せん断補強筋と部材軸とのなす角度 (°)

p_{wb} : せん断補強鉄筋比

R : 構造物の最大層間変形角

(6) 解析モデルおよび評価方法

検討は、微小変形理論に基づく解析コード TDAP III¹⁰⁾による地盤－構造物一体 2 次元解析により行う。図 3.6 に解析モデルを示す。

構造物は壁厚方向に 22 層に分割したファイバー要素でモデル化し、前述のコンクリートおよび鉄筋の非線形特性を適用する。隅角部（側壁と頂底版との交点ならびに隔壁と頂底版との交点）は参考文献 5) に従い、所定の範囲を剛域要素とする。地盤は平面ひずみ要素にてモデル化する。地盤と構造物間には、剥離・滑動を表現するジョイント要素等は設けない。

解析は、

自重解析 → 鉛直震度解析 → 動的解析

が解析 1 ケースの 1 セットで、各解析間で地盤および構造物要素のひずみと応力を受け渡す。

図 3.6 に併記したように、境界条件は、自重解析・鉛直震度解析は底面固定・側方鉛直ローラー、動的解析時は底面・側方とも粘性境界とし、底面のダンパーを介して図 3.4 の波を入力する。

MCS は、図 3.6 で薄い色と濃い色で層厚約 1m 毎に分けられた各層（全 15 層）で V_s が所定の対数正規分布に従って独立にばらつくとして設定した 1000 ケースの解析を実施して評価する。水平方向には V_s の変動はないものとする。図 3.7 に V_s 分布の一例を示す。

照査は、構造物の最大層間変形角およびその発生時刻における断面力より、前項に示した限界層間変形角算定式およびせん断耐力式を用いて行う。層間変形角は、解析モデルの隔壁上下端節点の変位差を節点間距離で除した値とする。図 3.8 に各照査位置を示す。今回の解析モデルおよび入力地震動（図 3.3 に示した 3.0 秒間）では、MCS の全てのケースで、2.0 秒付近のピークで図 3.8 に示すように左側に変形した状態が層間変形角最大の状態であることが確認されているので、照査位置は図 3.8 のようになる。もしたとえば位相を反転した地震動を入力するなどして右側に変形した状態がクリティカルになるような場合は、照査位置は図 3.8 を左右反転した形となり、「右」「左」の表記は逆になる。

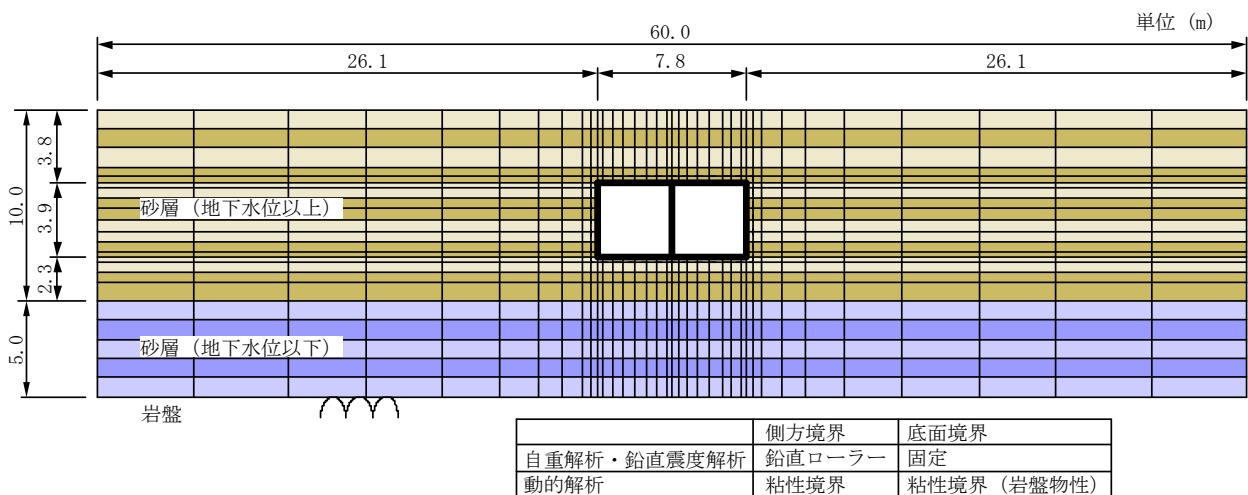


図 3.6 解析モデル

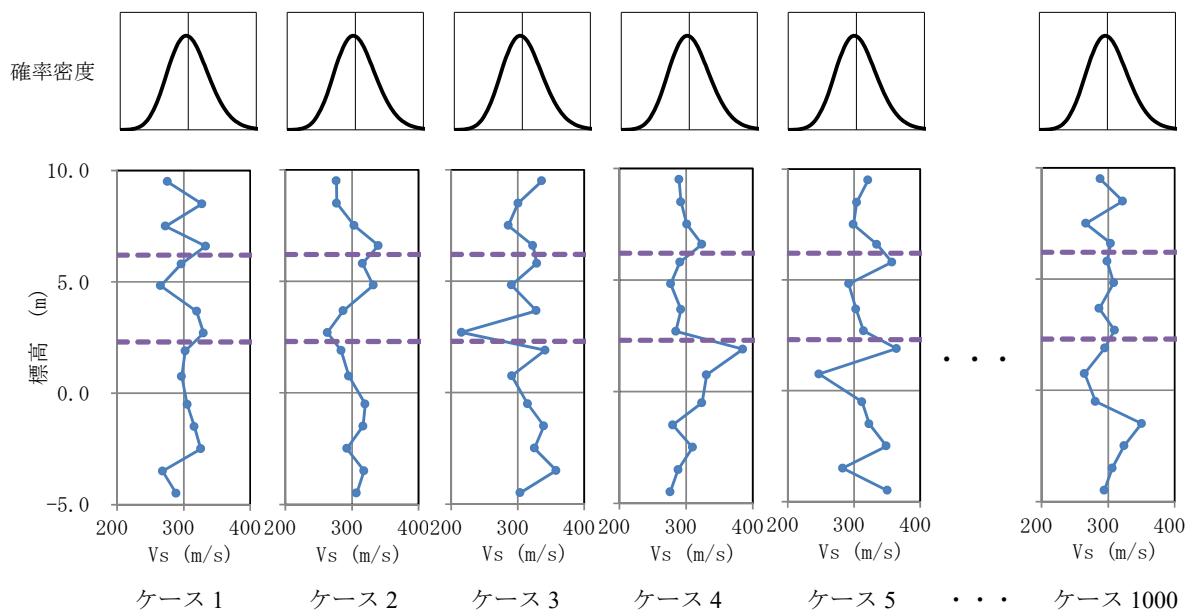


図 3.7 MCS の V_s 分布

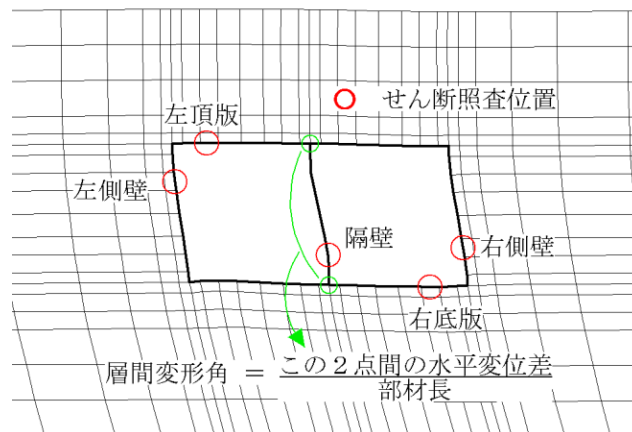


図 3.8 照査位置

3.3 評価結果の概要

評価結果の概要として、まず解析 1000 ケース分の各応答のヒストグラムを図 3.9 に示す。層間変形角は比較的広範囲にばらついている。せん断力は部材によりばらつきの程度が大きく異なる。右側壁と左側壁がばらつきが大きくそれ以外がばらつきが小さい結果になっている。

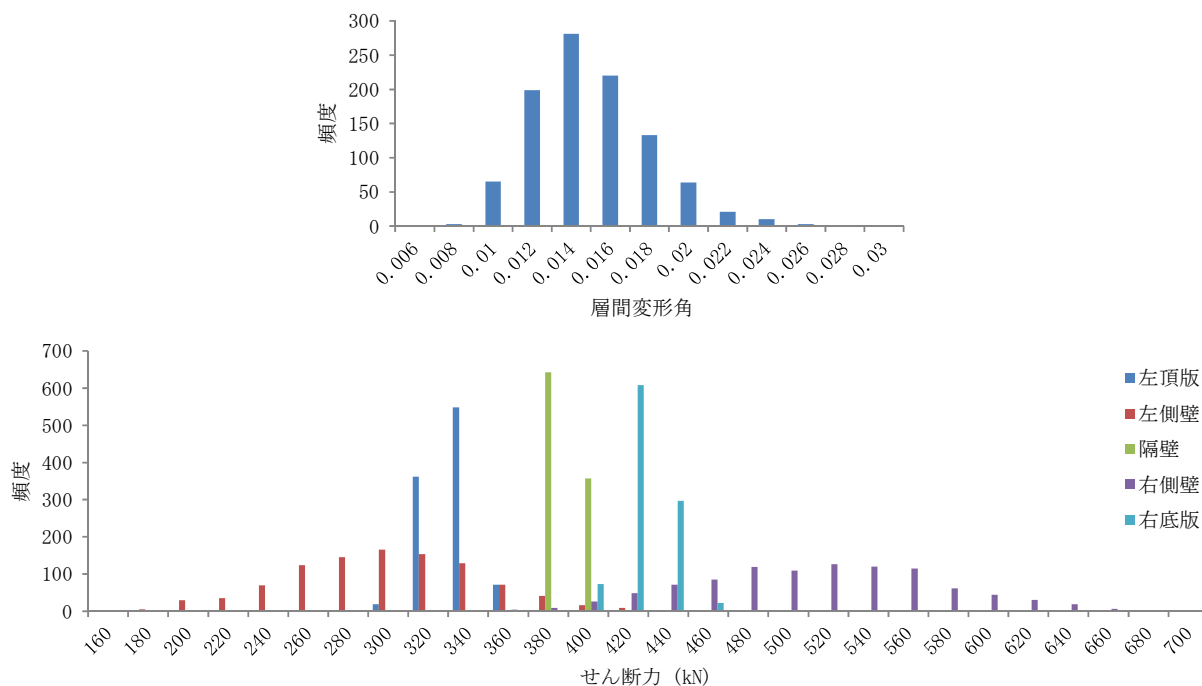


図 3.9 応答のヒストグラム

横軸に層間変形角を、縦軸に各部材のせん断力をとった散布図を、図 3.10 に示す。MCS の結果は、特に右側壁と左側壁で、照査位置のせん断力が層間変形角とほとんど相関のない状態で大きくばらついており、「構造物の層間変形角と各部材の断面力は正の相関があり、構造物単体のプッシュオーバー解析をすることによりその関係が予測できる」という従来の知見が一見成り立たないことがわかる。上記の知見は同一の地盤条件に対しては成り立つと考えられるが、今回の MCS では、各ケース毎に地層構成が違うことにより地盤と構造物のインターアクションが異なり、地層の変化部に接する側壁に特にその影響が表れているものと考えられる。具体的にどういう層構成のときにせん断力が大きくなったり小さくなったりするかは、次項で明らかにする。

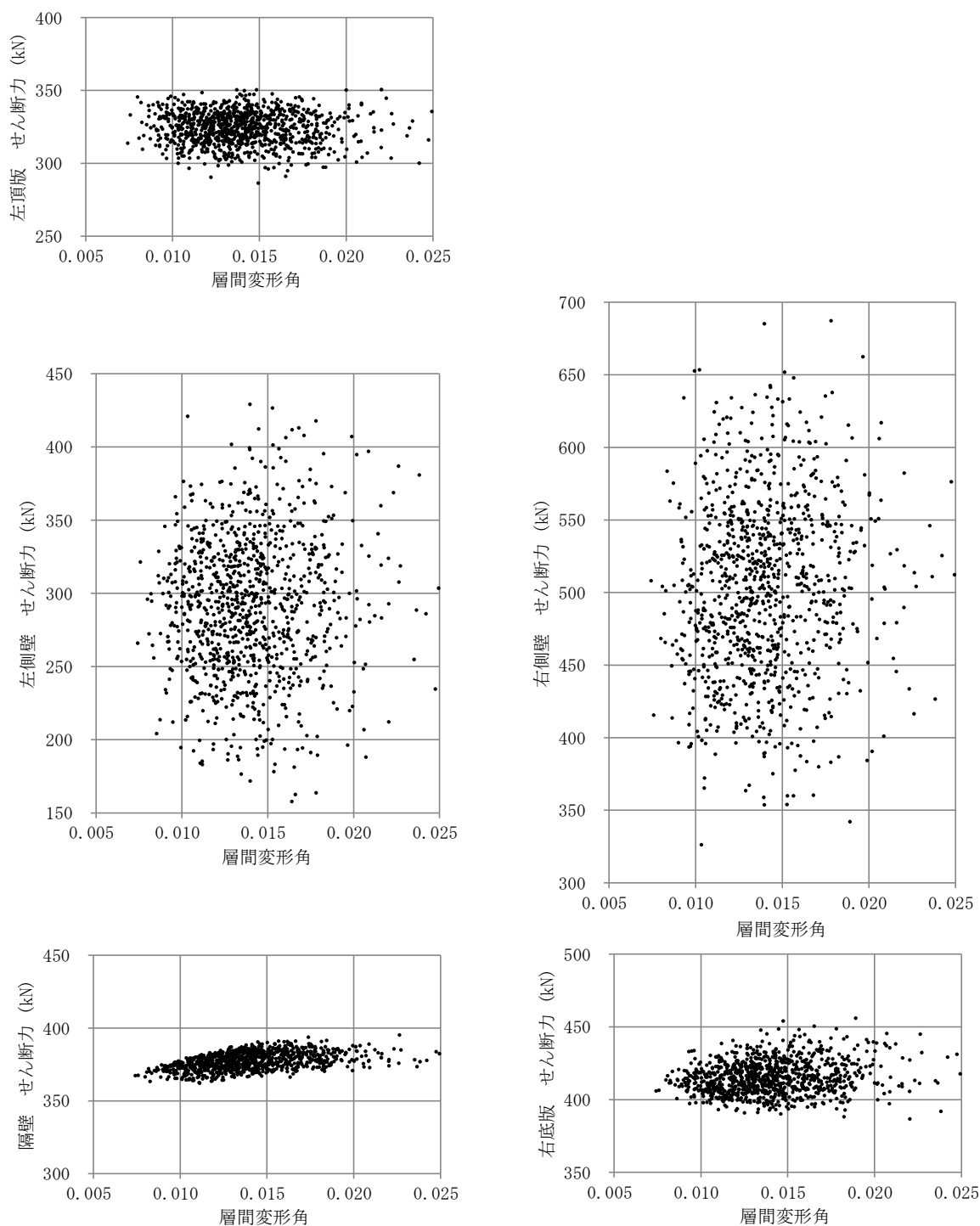
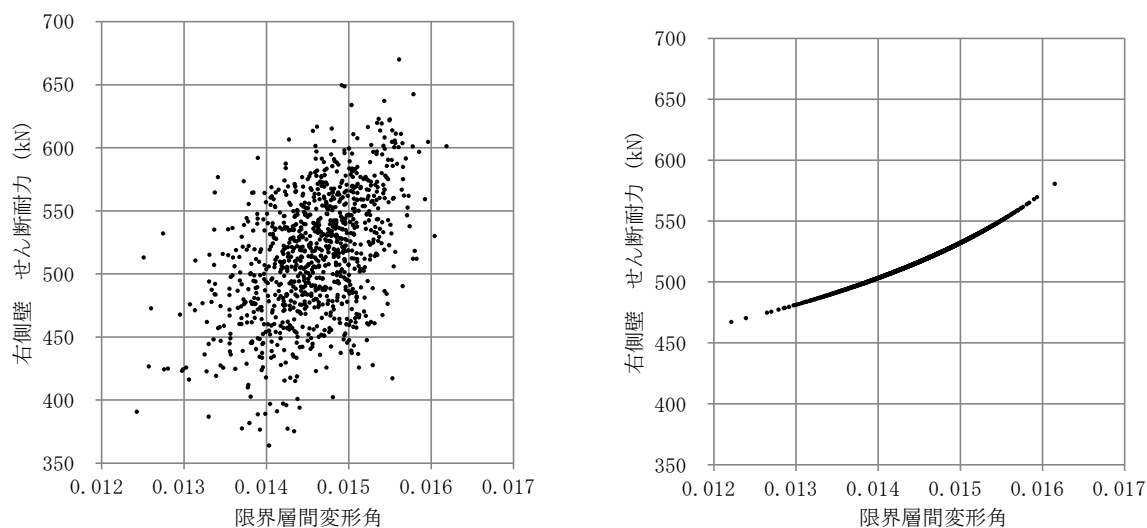


図 3.10 応答の散布図

MCS における耐力の結果として、横軸に限界層間変形角を、縦軸に代表として右側壁のせん断耐力をとった散布図を、図 3.11(a)に示す。MCS における耐力とは、解析を実施した 1000 ケースに対し、所定の対数正規分布に従ってばらつくコンクリート強度（地盤の V_s のばらつきとは独立）を割り当て、3.2 節(5)項に示した耐力評価式により 1000 ケースの耐力値を求めたものである。図 3.12 にそのイメージ図を示す。耐力式の中にはコンクリート強度に加え層間変形角や照査位置の軸力・曲げモーメントといった

応答値も変数として含まれるので、それらのばらつきの影響が混ざり合ったものとなる。参考として、図 3.12 の「解析結果の応答値」を全て物性の中央値を用いた解析結果に固定し、コンクリート強度のばらつきによる変動のみを分析したものを図 3.11(b)に示す。これは 1 つの変数 f_{ck}' を介した限界層間変形角評価式とせん断耐力評価式の関係を表す 1 本の曲線上に乗る。



(a) 耐力の散布図

(b) 参考として応答値を中央値の解析結果に固定し
コンクリート強度の変動のみを分析したもの

図 3.11 耐力の散布図（せん断力は代表として右側壁）

	解析結果 の応答値	コンクリート 強度 (ランダム発生)	耐力
ケース1	応答値1	強度1	耐力1
ケース2	応答値2	強度2	耐力2
ケース3	応答値3	強度3	耐力3
ケース4	応答値4	強度4	耐力4
ケース5	応答値5	強度5	耐力5
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	耐力式に代入	.
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
ケース1000	応答値1000	強度1000	耐力1000

図 3.12 MCS おける耐力の算定

MCS の 1000 個の応答（曲げ：層間変形角，せん断：せん断力）と耐力（曲げ：限界層間変形角，せん断：せん断耐力）をそれぞれ集計した確率密度分布を図 3.13 に示す。

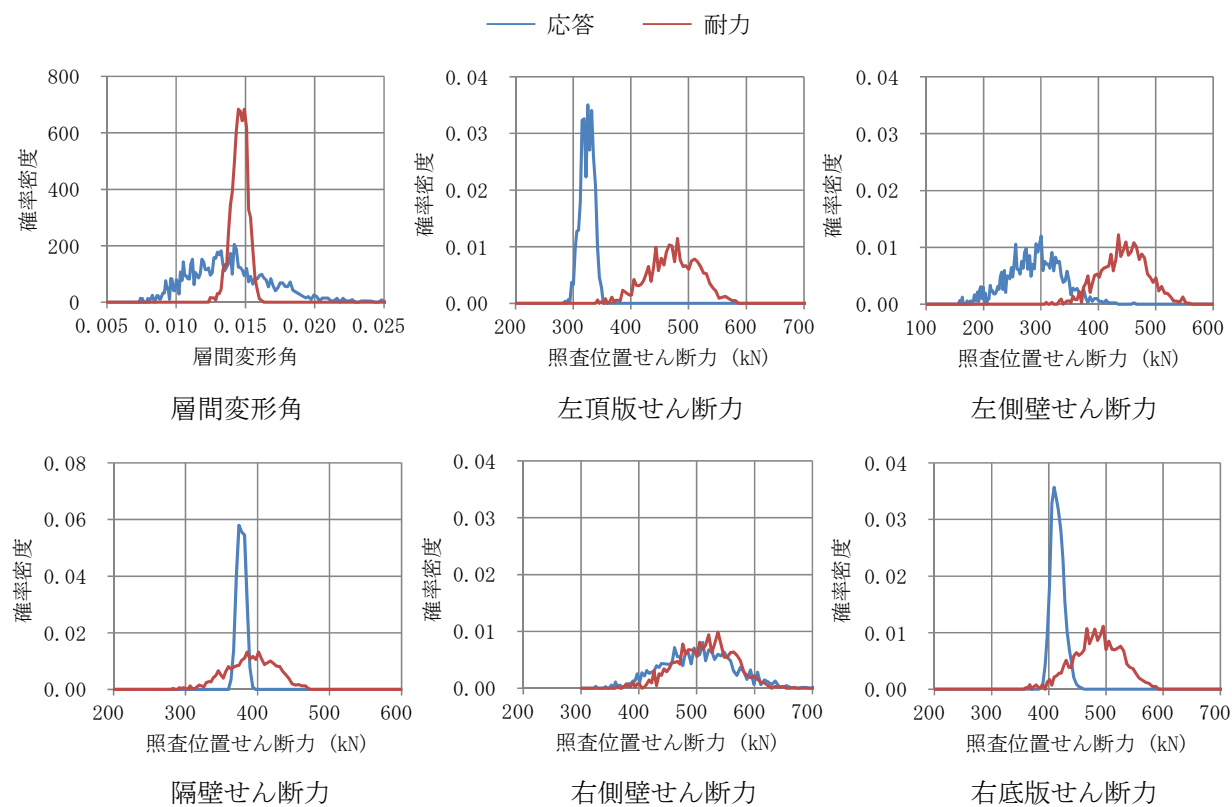


図 3.13 応答および耐力の確率密度分布

MCS による損傷確率を、表 3.3 に示す。損傷確率は図 3.13 の応答と耐力の確率密度分布を畳込積分して算出したものではなく、1000 ケースのうち何ケースで破壊と判定された（応答＞耐力）かを直接カウントして 1000 で除した値である。

今回の検討のように評価指標が複数ある場合、仮に全時刻で照査を行い、たとえば最初に隔壁がせん断破壊と判定された時刻より後の時刻で右側壁がせん断破壊と判定されても、その判定は工学的には意味はなく、あくまでも構造物の破壊形態は隔壁のせん断破壊と評価すべきである。しかし今回の検討では、全時刻での照査は労力がかかるため特定時刻（構造物の最大層間変形角およびその発生時刻）での照査しかしていないため破壊の前後関係がわからないので、その時刻で破壊と判定されている評価指標については全て重複して破壊としてカウントしている。

表中の「統合損傷確率」とは、6つの評価指標（層間変形角と各部材せん断力）のうち少なくともどれかで破壊と判定されたケースをカウントして 1000 で除した値である。これは上述した「重複したカウント」を排除した評価であるので、構造物の損傷確率評価としては正確な値である。

表中の「独立和事象損傷確率」とは、各評価指標の破壊を独立事象と仮定した場合、少なくともどれかで破壊する確率をそれらの和事象確率として下式により算定したものである。

$$P = 1 - \prod_{i=1}^m (1 - P_i) \quad (3.7)$$

ここに、

P ：独立和事象損傷確率

P_i ：評価指標 i の損傷確率

m ：評価指標 の数（本検討では $m=6$ ）

応答や耐力は各評価指標間で相関があるため、統合損傷確率は独立和事象損傷確率よりも小さくなる、すなわち独立和事象損傷確率は損傷確率として過大に評価してしまう。

表 3.3 損傷確率

			損傷確率
各評価指標	層間変形角		0.379
	せん断力	左頂版	0.000
		左側壁	0.006
		隔壁	0.341
		右側壁	0.428
		右底版	0.060
統合損傷確率			0.529
独立和事象損傷確率			0.781

3.4 複数の破壊モードの相関性に関する分析

(1) 応答の相関性

前節で、地盤に接した部材のせん断力が構造物の層間変形角とほとんど相関のない状態ではつづくのは、各ケースで地層構成が違ふことにより地盤と構造物のインターアクションが異なるためと予想した。そこで、MCS の 1000 ケースで、各評価指標の応答の大きい 50 ケース（上位 50 ケース）と小さい 50 ケース（下位 50 ケース）を抽出して、地盤の V_s の深度分布を描いたものが図 3.14 である。すべての評価指標において、上位 50 ケースと下位 50 ケースの分布は、互いにほぼ左右反転した関係となっている。

層間変形角と隔壁せん断力については一般に予想されるように、構造物位置の V_s が小さいケースは大きく V_s が大きいケースは小さくなっている。

左頂版と右底版のせん断力については、当該位置付近（たとえば左頂版であれば頂版レベルよりも 1 層上の層まで、右底版であれば底版レベルよりも 1 層下の層まで）の V_s が小さいときに大きく、 V_s が大きいときに小さくなる。

最も興味深いのは左側壁と右側壁のせん断力で、左側壁は構造物位置の上半分の V_s が小さく下半分の V_s が大きいときに大きくなり、上半分の V_s が大きく下半分の V_s が小さいときに小さくなる。右側壁は左側壁と逆の傾向となっている。

この要因を考察するために、

- ・ 構造物位置の上半分の V_s が小さく下半分の V_s が大きいケース
- ・ 構造物位置の上半分の V_s が大きく下半分の V_s が小さいケース

をそれぞれ図 3.15 のケース①、ケース②のように単純化したモデルを想定し、同様な解析を実施した。いずれのケースとも、構造物より下方の V_s については、下方から伝播する地震動の外力をなるべく効果的に評価できるように、大きい値として設定した。

ケース①とケース②について左側壁および右側壁のせん断力分布を図 3.16 に示す。ケース①とケース②の分布は側壁中央付近で交差しており、上半分はケース①の方が大きく、下半分はケース②の方が大きい。図 3.8 に示したように、左側壁のせん断照査位置は部材上部に、右側壁の照査位置は部材下部にあるため、左側壁と右側壁でせん断力が大きくなるケースおよび小さくなるケースが逆転したものである。せん断力分布が図 3.16 のようになる理由を考察したものが図 3.17 で、それぞれのケースの変形図を示している。構造物の上部が柔らかく下部が硬い場合（ケース①）、側壁下部は変形の小さい硬い地盤に埋まっているような状態でせん断力が低減する傾向となり、側壁上部はあたかも硬い地中から突き出した梁のような状態となって作用力を多く負担し、せん断力が増大する傾向となると考えられる。構造物の上部が硬く下部が柔らかい場合（ケース②）は上記と逆である。その結果、図 3.16 に示したような大小関係になったものと考えられる。

図 3.10 に示した要領で、左側壁せん断力と右側壁せん断力の MCS1000 ケースの散布図を図 3.18 に示す。両者には明確な負の相関が確認でき、上記の考察が裏付けられる。

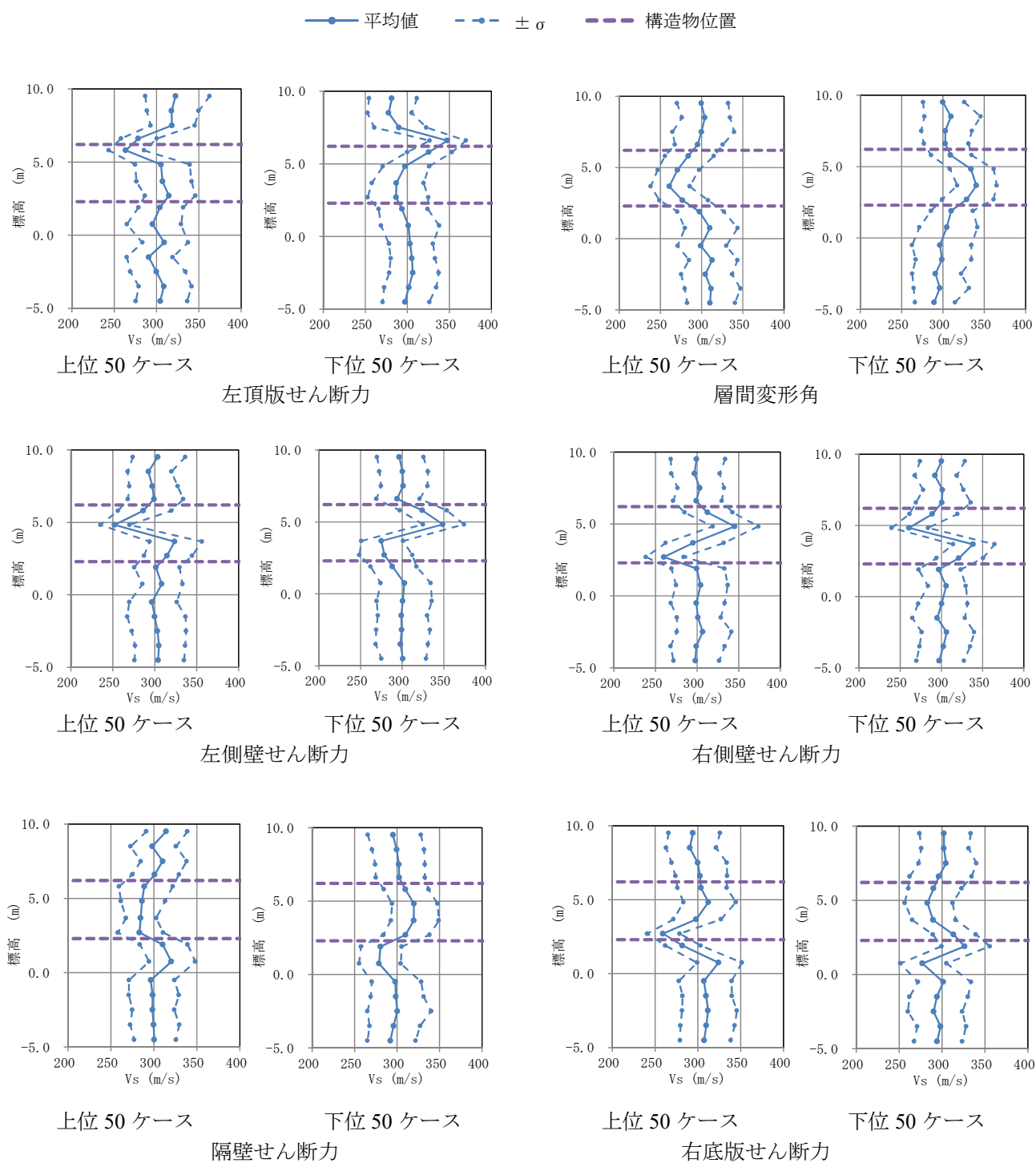
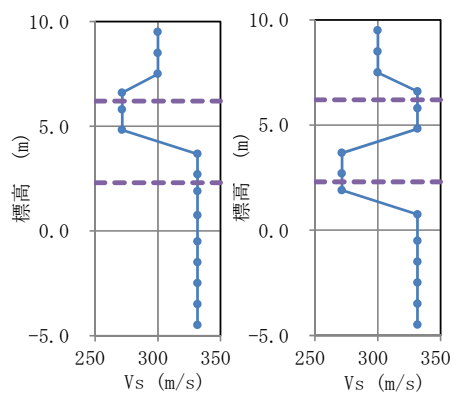


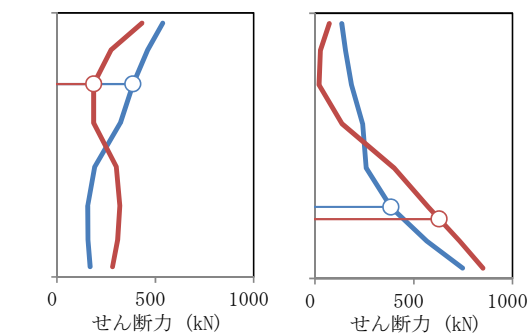
図 3.14 MCS で応答の大きいケースおよび小さいケースの地盤の V_s 分布の集計



ケース①

ケース②

図 3.15 比較用検討ケース

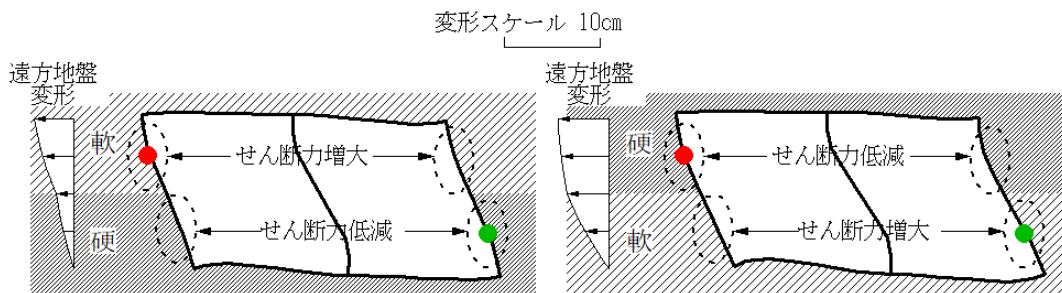


左側壁

右側壁

— ケース① — ケース② 白丸：照査位置

図 3.16 側壁せん断力分布



ケース①

ケース②

図 3.17 変形図

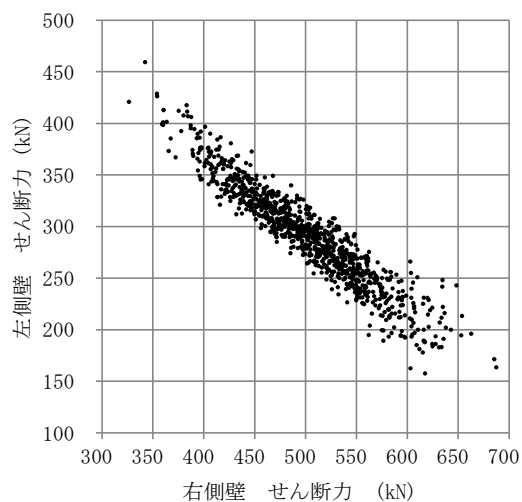


図 3.18 左側壁せん断力と右側壁せん断力の相関

(2) 損傷確率の相関性

表 3.3 より、各照査指標による損傷確率で最も大きいのは右側壁の 0.428、続いて層間変形角（曲げ破壊の評価指標）の 0.379 である。

図 3.10 で示したように、応答としての右側壁のせん断力と層間変形角はほとんど相関のない状態となっている。また図 3.11(a)で示したように、耐力としての右側壁のせん断耐力と限界層間変形角もわずかに正の相関が見られる程度で、あまり相関があるとは言えない。一方で表 3.3 で示したように、統合損傷確率は 0.529 であるのに対し、独立和事象損傷確率は 0.781 と大きく、各評価指標による破壊間に相関があることを示している。

この理由は、図 3.12 で言及したように、耐力式の中にはコンクリート強度に加え層間変形角や照査位置の軸力・曲げモーメントといった応答値も変数として含まれるので、それらが媒体となって各評価指標による破壊間に相関が生じるものである。これらのうち、特に影響が大きいのはせん断耐力における式(3.5)あるいは式(3.6)中の γ_{b2} である。これには応答としての層間変形角が変数に含まれ、層間変形角が大きいほど耐力小さくなる形となっている。図 3.19 に右側壁のせん断耐力と層間変形角（応答）の関係を示す。明らかに強い負の相関が認められる。

すなわち層間変形角が大きいケースではせん断耐力も小さくなり、結果的に曲げ破壊とせん断破壊に相関が生じることになる。図 3.20 に MCS の 1000 ケースのうち、破壊と判定されるケース（曲げ破壊 379 ケース、右側壁のせん断破壊 428 ケース）を示す。せん断破壊に注目すると、せん断力（縦軸）の大きいケースのみならず、層間変形角（横軸）の大きいケースにも偏った形で分布していることがわかり、これが曲げ破壊とせん断破壊に相関が生じることにつながっている。

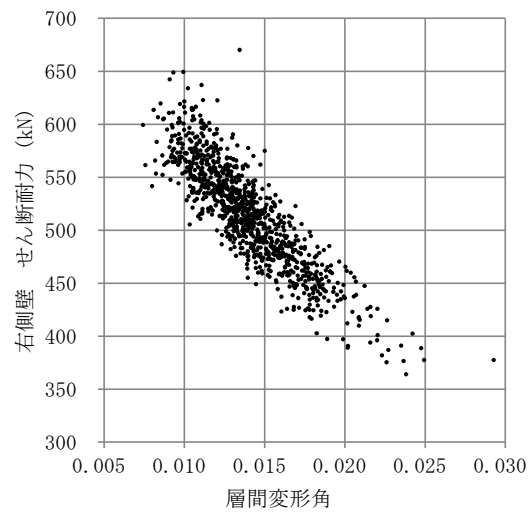


図 3.19 せん断耐力と層間変形角（応答）の関係

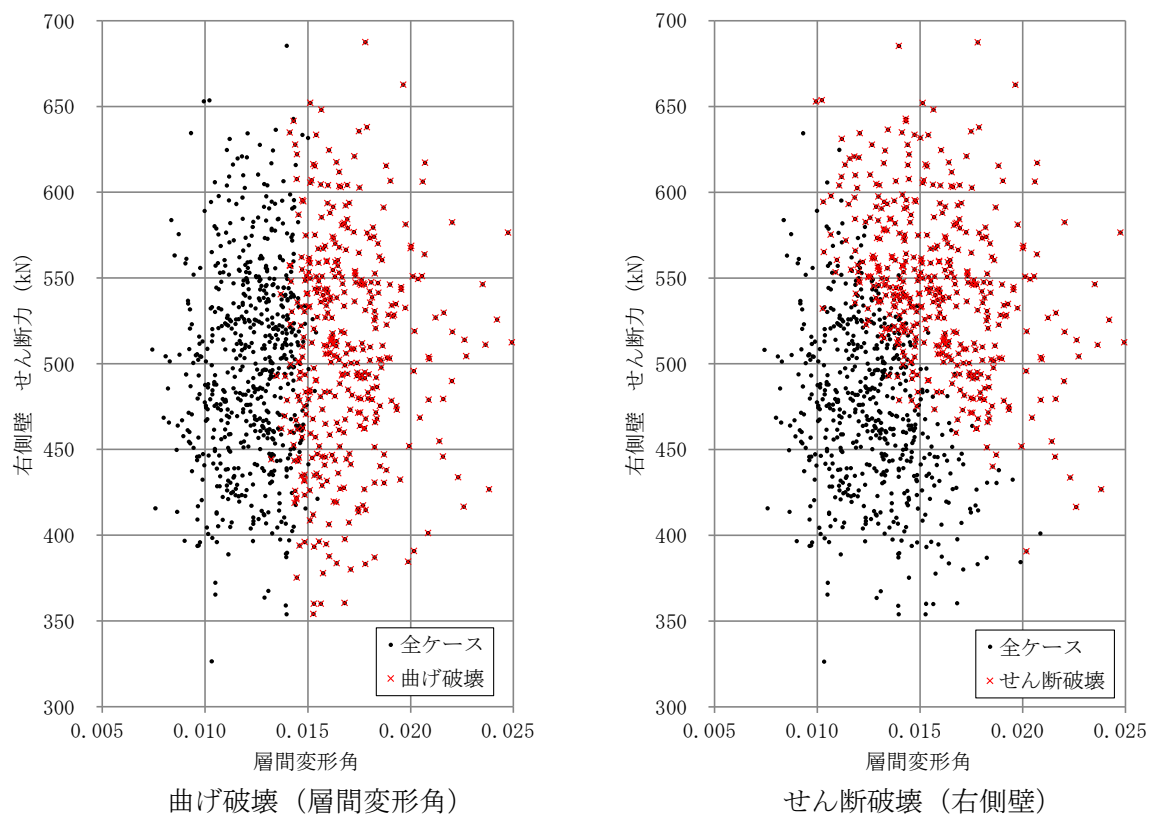


図 3.20 破壊と判定されたケース

3.5 評価に関する補足

(1) 不確実性の考慮について

3.2 節(2)項で述べたように、本検討における評価事例では、物性値や材料強度等のばらつきに起因する不確実性（偶然的な不確実性）のみを考慮し、耐力評価式や解析手法の精度等に起因する不確実性（認識論的な不確実性）は考慮していない。耐力評価式や解析手法の精度等に起因する不確実性を MCS で考慮する方法を以下に述べる。

たとえば不確実性として、

- i 解析手法の精度に起因する不確実性
- ii 限界層間変形角算定式の精度に起因する不確実性
- iii せん断耐力式の精度に起因する不確実性

の 3 つを考慮するとする。i)については、もし層間変形角とせん断力の不確実性の変動を独立とするならば、不確実性パラメータはさらに 1 つ増えることになる。i～iii)に関し、不確実性の変動係数を σ_{a1} , σ_{a2} , σ_{a3} とすると、中央値が 1.0 で対数標準偏差が σ_{a1} , σ_{a2} , σ_{a3} という対数正規分布に従う係数 α_1 , α_2 , α_3 を、結果の数値に乗ずる、という操作を不確実性の考慮の仕方の基本とする。当然 α_1 , α_2 , α_3 の変動は互いに独立とする。

MCS では、解析ケース数分の 1000 組の α_1 , α_2 , α_3 を作成し、図 3.12 における処理と似た要領で図 3.21 に示すように、1000 ケースの解析結果の応答と耐力に割り当てて乗じることにより、耐力評価式や解析手法の精度等に起因する不確実性を考慮した 1000 ケースの応答と耐力が求まる。損傷確率は、応答 > 耐力となるケースを数えればよく、「統合損傷確率」も問題なく求めることができる。

しかし、耐力評価式や解析手法の精度等に起因する不確実性を考慮するということは、応答や耐力を決定する独立なパラメータが増えることと同じであるから、標本数をかなり多くしないと MCS としての精度が悪くなることに留意する必要がある。標本数を増やすにはもちろん解析自体をたとえば 10000 ケースなど増やすのが厳密で望ましいが、計算負荷等で制約がある場合は、解析 1 ケースの結果を反復して 10 回用い、計 10000 ケースの標本とする、というのも 1 つの方策として考えられる。

	α_1 (ランダム発生)	解析結果 の応答値	耐力評価式や解析手法の 精度等に起因する不確実 性を考慮した応答値	コンクリート 強度 (ランダム発生)	耐力	α_2 あるいは α_3 (ランダム発生)	耐力評価式や解析手法の 精度等に起因する不確実 性を考慮した耐力
ケース1	0.945	応答値1	応答値1	強度1	耐力1	1.005	耐力1
ケース2	1.077	応答値2	応答値2	強度2	耐力2	0.807	耐力2
ケース3	1.200	応答値3	応答値3	強度3	耐力3	1.219	耐力3
ケース4	0.817	応答値4	応答値4	強度4	耐力4	1.149	耐力4
ケース5	0.877	応答値5	応答値5	強度5	耐力5	0.772	耐力5
.	.	.	.	.	.	.	.
.	乗じる	.	.	耐力式に代入	.	乗じる	.
.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.
ケース1000	0.948	応答値1000	応答値1000	強度1000	耐力1000	1.134	耐力1000

図 3.21 MCS における耐力評価式や解析手法の精度等に起因する不確実性を考慮した
応答および耐力の算定

(2) 複数の評価指標に対する損傷確率評価について

表 3.3 の説明で言及したように、評価指標が複数ある場合、最初の時刻に破壊と判定された評価指標をその構造物の破壊形態と評価すべきであるが、今回全時刻での照査は労力がかかるため特定時刻での照査しかしていないため破壊の前後関係がわからないので、破壊判定は全て重複してカウントしている。しかし本来あるべき形は、どこで最初に破壊するかを判別し、たとえば、

曲げ破壊する確率	0.246
側壁がせん断破壊する確率	0.153
底版がせん断破壊する確率	0.007
隔壁がせん断破壊する確率	0.098
統合損傷確率（上記の合計）	0.504

というような評価がなされることである。MCS では、労力は別として原理的には可能である。

3.6 まとめ

地盤－構造物一体 2 次元 FEM モデルを用いた動的非線形解析に基づく地中構造物の地震時損傷確率評価を、解析を 1000 ケース行った MCS により実施した。今回の検討では、地盤物性を層厚 1m 毎に独立にばらつかせた。

評価指標（破壊モードの評価パラメータ）を複数個設定し、評価指標毎の応答の相関性を調べた。また破壊モード毎の個別の破壊確率といずれかのモードで破壊する確率（統合損傷確率）を評価して比較することにより、各破壊モード間の相関性を調べた。

各評価指標の応答間の相関性を考える場合、不確実性の考慮の仕方としてたとえば地盤物性を全層一律に変化させるような単純な場合には、「構造物の層間変形角と各部材の断面力は正の相関があり、構造物単体のプッシュオーバー解析をすることによりその関係が予測できる」という従来の知見がほぼ成り立つことが容易に想像できるが、本検討のように地盤物性を層厚 1m 毎に独立にばらつかせるといった条件下においては、照査位置のせん断力と層間変形角がほとんど相関のない状態でばらつく等の新たな知見が得られた。

また一方では、曲げ破壊とせん断破壊の間には一定の相関が見られるという、一見上記とは矛盾する結果が得られたが、これは曲げ応答とせん断耐力の間に相関があることによるものであることが分析によりわかった。

地盤物性を何 m 毎にばらつく条件とするかによって、MCS の結果も異なってくると考えられる。たとえば、1m 以下といった非常に細かい層毎にばらつかせるという条件では（評価条件として適切かどうかは別として）、平均的な「薄まり」の効果で、応答のばらつきは小さくなると考えられる。地盤物性のばらつきを定量的にどのように考慮するかが、今後地中構造物の地震時損傷確率を評価していく上で課題になると考えられる。

参考文献

- 1) 原子力安全基盤機構：地震に係る確率論的安全評価手法の整備に関する報告書　＝屋外重要土木構造物の耐力・損傷確率評価＝, JNES/SAE05-105, 2005.
- 2) 堤, 蛭沢, 中村：原子力施設における地中構造物の実用的な損傷確率評価手法の提案, 土木学会論文集 A　Vol.63 No.4, pp. 704-715, 2007.
- 3) 土木学会：「原子力発電所地質・地盤の調査・試験法および地盤の耐震安定性の評価手法」報告書　第6編　例示設計編, 1985.
- 4) 土木学会：原子力発電所屋外重要土木構造物の耐震性能照査指針・照査例, 2005.
- 5) 土木学会：原子力発電所屋外重要土木構造物の耐震性能照査指針・マニュアル, 2005.
- 6) 伊藤学（監訳）, 亀田弘行（監訳）, 阿部雅人（訳）, 能島暢呂（訳）：改訂 土木・建築のための確率・統計の基礎, 丸善出版, 2007. (Ang, A. H-S, and Tang, W. H., Probability Concepts in Engineering: Emphasis on Applications in Civil & Environmental Engineering, John Wiley and Sons, 2007)
- 7) 土木学会：2007 年度制定　コンクリート標準示方書　設計編, 2007.
- 8) 日本原子力学会：日本原子力学会標準　原子力発電所の地震を起因とした確率論的安全評価実施基準：2007, 2007.
- 9) 日本建築学会：鉄筋コンクリート造建物の靱性保証型耐震設計指針・同解説, 1999.
- 10) アーク情報システム　耐震・構造解析シリーズ：<<http://www.ark-info-sys.co.jp/jp/product/tdap/>>（2023 年 5 月 4 日アクセス）

第4章 MCS 効率化手法 (subset 法) の適用

4.1 はじめに

前章では地中構造物の地震時損傷確率評価へ MCS を適用した事例を示した。

特に原子力分野においては、損傷確率が数%以下のオーダーと小さくなる入力加速度レベルの場合でも、その損傷確率を精度良く評価することが重要となる。

MCS は数多くの標本を発生させて解析・照査を行い損傷確率を評価する方法であるため、一般に計算負荷が大きい。さらに損傷確率が小さい場合、破壊領域から離れた部分も含む全パラメータ空間で一様に標本を発生させて解析・照査を実施する通常の MCS では、精度確保のためにより多くの標本が必要となり効率が悪くなる。

損傷確率が小さい場合に計算負荷を低減するための手法として、徐々に領域を破壊側に狭めていきながら、比較的少数の標本による MCS を繰り返して損傷確率を求める subset 法¹⁾が考案されている。本章では適用例を通じて subset 法による損傷確率評価の有効性を検討した。

subset 法の適用例として、吉田ら²⁾は効率的な算定方法についての検討ならびに橋脚や斜面の損傷度曲線算定への適用を実施している。また中村ら³⁾は subset 法を引張部材および鋼 I 桁橋の破壊確率算定に適用し、確率変数の確率分布が結果に与える影響について検討を行っている。subset 法の既往の適用例には地中構造物を対象とした事例は少ない。

そこで本章では、地盤一構造物一体 2 次元 FEM モデルによる動的非線形解析に基づく地中構造物の地震時損傷確率評価を適用例の対象とした。subset 法の過程で標本を発生させる手法としては、目標領域近傍にのみ効率よく標本を発生することができる MCMC (Markov chain Monte Carlo simulation)¹⁾を適用した。検討は基本的には既往の手法に準じた上で、細部では多少の工夫を施し、評価の効率化を図った。

評価結果の検証には、途中過程や損傷確率の真値が必要であるため、変数を全空間で細かく変化させたパラメータスタディによる損傷確率評価も検討に先立って実施した。

4.2 subset 法を用いた損傷確率評価方法

(1) subset 法の概要

subset 法は前述したように、標本を発生させる領域を破壊側に徐々に狭めながら MCS を繰り返して損傷確率を求める方法である。変動パラメータの空間において、全領域を F_0 、破壊領域を F_k とし、式(4.1)のような部分領域を考えると、損傷確率は式(4.2)のように算定される。

$$F_0 \supset F_1 \supset F_2 \supset \cdots \supset F_k \quad (4.1)$$

$$P(F_k) = P(F_k|F_0) = P(F_1|F_0)P(F_2|F_1) \cdots P(F_k|F_{k-1}) = \prod_{i=1}^k P(F_i|F_{i-1}) \quad (4.2)$$

損傷確率の算定にあたっては、下式に示す限界状態関数を定義する。

$$z(\mathbf{x}) = g(x_1, x_2, \cdots, x_n) \quad (4.3)$$

ここで、 $x_1, x_2, \cdots, x_n$ は応答や耐力に係る確率変数である。簡単な例として部材のせん断破壊に関する限界状態関数は、 R をせん断耐力、 S を応答せん断力 (R, S とともに $x_1, x_2, \cdots, x_n$ のいずれかの関数) として $z = R - S$ と定義したとき、損傷確率は $P(z < 0)$ と表される。

変動パラメータが2つで、それらが互いに独立で確率密度が標準正規分布に従う場合を例に説明する。図 4.1 に通常の MCS の概念を、図 4.2 に subset 法概念を示す。図 4.1、図 4.2 で、緑線が破壊曲面すなわち緑線の下側が破壊領域とする。この例では、損傷確率の真値は約 5.0×10^{-3} である。図 4.1 では、通常の MCS において標本数が 1000、破壊領域に含まれる標本数が 2、すなわち損傷確率が 2.0×10^{-3} (真値は 5.0×10^{-3}) と評価されている例を示している。

図 4.2 の subset 法概念について説明する。

まず 1 ステップ目のように n_1 点の標本を発生させる。このステップでは通常の独立乱数を利用した標本発生となる。限界状態関数値 z が小さい方から m_1 点の標本を抽出することにより、領域を m_1/n_1 (青線の下側で式(4.1)(4.2)で F_1 に相当) に絞り込む。領域を絞り込むといっても、領域の形や境界線の関数形を求めるのではなく、具体的には単に、小さい方から m_1 点目と m_1+1 点目の限界状態関数値 z の平均値を境界値として求めておく、ということである。図では、 $n_1=100$, $m_1=10$ で、領域を 1/10 に絞り込んでいる。

次に 2 ステップ目のように、1 ステップ目で m_1/n_1 に絞り込まれた領域の中で、具体的には限界状態関数値 z が上述の境界値よりも小さくなるという条件の元で、各パラメータが元々の標準正規分布に従うように n_2 点の標本を発生させ、限界状態関数値 z が小さい方から m_2 点の標本を抽出することにより、領域を $[(m_1/n_1) \times (m_2/n_2)]$ (橙線の下側で式(4.1)(4.2)で F_2 に相当) に絞り込んでいる。具体的には、小さい方から m_2 点目と m_2+1 点目の限界状態関数値 z の平均値を境界値として求める。図では、 $n_2=100$, $m_2=10$ で、領域を 1/100 に絞り込んでいる。仮にここで上記境界値が 0 以下であれば、このステップで subset 法は終了となり、破壊 ($z < 0$) となる標本が j 個 ($m_2 \leq j \leq n_2$) のとき、損傷確率は $[(m_1/n_1) \times (j/n_2)]$ と評価される。図 4.2 はまだ終了していない例である。

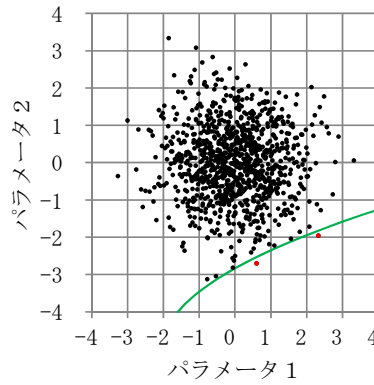


図 4.1 通常の MCS

- および● : n_i 点の標本 (各ステップ)
- : 1, 2 ステップ目 : 限界状態関数値が小さい方から m_i 点の標本
3 ステップ目 : 破壊となる標本
- : m_1/n_1 に絞り込まれた領域の境界線
- : $(m_1/n_1) \times (m_2/n_2)$ に絞り込まれた領域の境界線
- : 破壊曲面

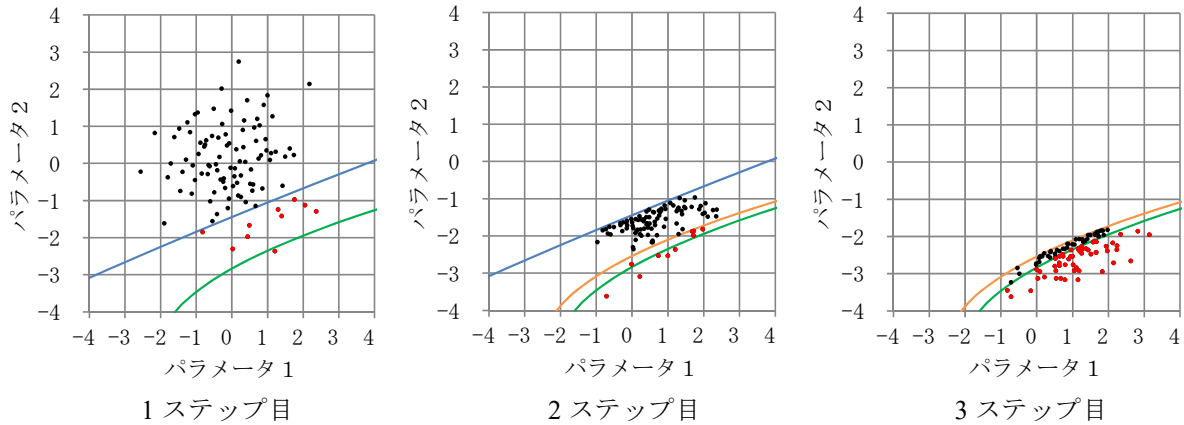


図 4.2 subset 法 の 概 念

次に 3 ステップ目のように、2 ステップ目で $[(m_1/n_1) \times (m_2/n_2)]$ に絞り込まれた領域の中で、具体的には限界状態関数値 z が上述の境界値よりも小さいという条件の元で、各パラメータが元々の標準正規分布に従うように n_3 点の標本を発生させる。小さい方から m_3 点目と m_3+1 点目の限界状態関数値 z の平均値 (境界値) が 0 以下であれば、このステップで subset 法は終了となり、破壊 ($z < 0$) となる標本が j 個 ($m_3 \leq j \leq n_3$) のとき、損傷確率は $[(m_1/n_1) \times (m_2/n_2) \times (j/n_3)]$ と評価される。図では、 $n_3=100$, $n_3=100$, $j=55$ で、このステップで subset 法が終了し、損傷確率が 5.5×10^{-3} と評価されている例である。仮に境界値が 0 以下でなければ、2 ステップ目と同様の操作を繰り返し 4 ステップ目に繰り越す。

上記ルールに従い、一般的に i ステップ目で n_i 個の標本を発生させ、限界状態関数値 z が小さい方から m_i 点の標本を抽出することにより領域を m_i/n_i ずつ狭めていき、最終 k ステップ目で破壊標本が j 個 ($m_i \leq j \leq n_i$) とカウントされた場合、損傷確率 P は次式で計算される。

$$P = \prod_{i=1}^{k-1} \frac{m_i}{n_i} \cdot \frac{j}{n_k} \quad (4.4)$$

ここで $m_i \leq j \leq n_i$

通常 n_i , m_i は i 毎に変えることはあまりないので、次章も含め本論文では n , m と固定する．本論文における subset 法の領域縮小や損傷確率算定のルールをまとめると以下ようになる．

「損傷確率は、 $k-1$ ステップ目までは限界状態関数値 z の境界値（小さい方から m 点目と $m+1$ 点目の限界状態関数値 z の平均値）が 0 以下とならず、 k ステップ目で限界状態関数値 z の境界値が 0 以下となった時点で求まる．そのときの破壊標本数が j 個（ $m \leq j \leq n$ ）とカウントされた場合、損傷確率推定値 P は次式で計算される．」

$$P = P(k, j, m, n) = \left(\frac{m}{n}\right)^{k-1} \frac{j}{n} \quad (4.5)$$

ここで $m \leq j \leq n$

これを図式化すると図 4.3 のようになる．

式から明らかなように、 P がとりうるのは n , m に応じた離散値である．また「 $k-1$ ステップ目までは限界状態関数値 z の境界値が 0 以下とならず、 k ステップ目で限界状態関数値 z の境界値が 0 以下となり、そのときの破壊標本数が m 個」である場合と「 k ステップ目までは限界状態関数値 z の境界値が 0 以下とならず、 $k+1$ ステップ目で限界状態関数値 z の境界値が 0 以下となり、そのときの破壊標本数が n 個」である場合は、損傷確率推定値 P は同じとなり、以下の値で評価される．

$$P(k, m, m, n) = P(k+1, n, m, n) = \left(\frac{m}{n}\right)^k \quad (4.6)$$

以上のように、subset 法は破壊領域に近いところのみに標本を発生させる手法であるので、通常の MCS と比較して少ない解析数で効率よく損傷確率を求めることが期待できる．

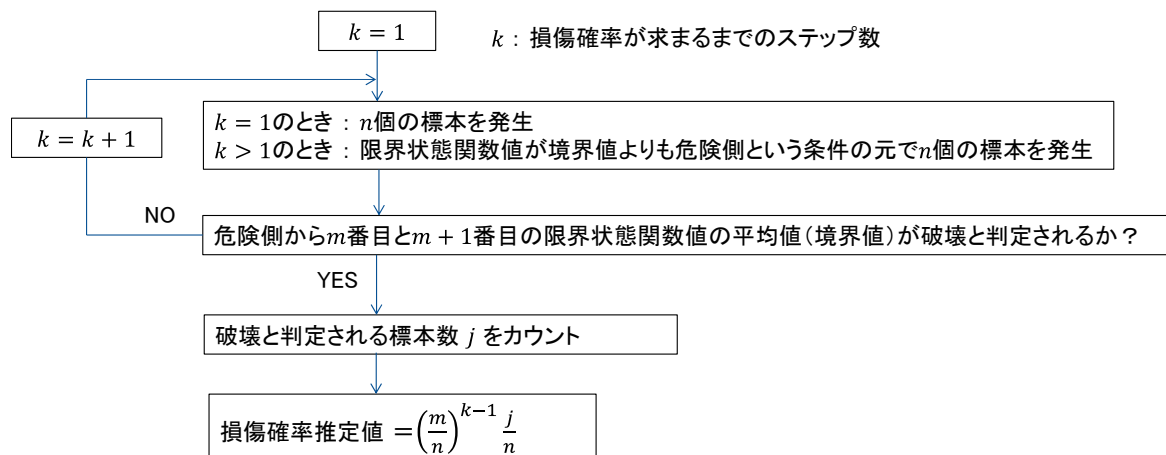


図 4.3 subset 法の損傷確率評価手順

(2) MCMC による標本の発生方法

図4.2の2ステップ目で100点の標本を発生させることを考える．仮に、青色の境界線が関数形で与えられるなどして、狭められた目標領域の形が既知であれば、その領域の中のみ特定の確率密度分布に従うランダムな標本を設定することは容易である．しかし実際の評価の過程においては目標領域の形自体はわからず、わかっているのは評価指標の境界値のみである．したがって通常の乱数発生手段では、結局全領域で標本の候補を発生させて解析・照査を行うことになり、効率化を図れない．そこで採用する方法がMCMC (Markov chain Monte Carlo simulation) である．これは簡単に言えば、既に目標領域の中に含まれる標本を元にその近くに新たに標本を発生させるという考え方で、具体的には1ステップ目で赤点で記した危険側10点の標本に対してそれぞれ特定の条件でランダムウォークを実施し、その軌跡を標本とするという方法である．

$\mathbf{x}$ を標本のパラメータの空間とし、十分な数だけランダムウォークした後の標本の分布が目標とする確率密度関数 $\pi(\mathbf{x})$ (図 4.2 の 2 ステップ目の例でいえば青線より下側という条件付きの標準正規分布) になるように、1 歩進む前の標本 $\mathbf{x}_k$ から 1 歩進んだ後の標本 $\mathbf{x}_{k+1}$ を定める方法は、以下に示す Modified Metropolis–Hastings Algorithm と呼ばれる方法による¹⁾．

提案分布と呼ばれる任意の確率密度関数 $q(\mathbf{x}'|\mathbf{x}_k)$ を定めて $\mathbf{x}_{k+1}$ の候補 $\mathbf{x}'$ を発生させ、

$$\begin{aligned} \text{確率} \quad & \min\{1, b(\mathbf{x}_k, \mathbf{x}')\} \quad \text{で} \quad \mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}' \\ \text{確率} \quad & 1 - \min\{1, b(\mathbf{x}_k, \mathbf{x}')\} \quad \text{で} \quad \mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k \end{aligned} \quad (4.7)$$

とする．ここで、

$$b(\mathbf{x}_k, \mathbf{x}') = \frac{\pi(\mathbf{x}')q(\mathbf{x}_k|\mathbf{x}')}{\pi(\mathbf{x}_k)q(\mathbf{x}'|\mathbf{x}_k)} \quad (4.8)$$

subset 法のあるステップを考える．変動パラメータの確率密度関数(図 4.2 の例でいえば標準正規分布)を $p_0(\mathbf{x})$ とし、現在のステップで標本を発生させる領域、すなわち前のステップで狭められた領域を F とすると、現在のステップにおける目標確率密度関数 $\pi(\mathbf{x})$ は、 $p_0(\mathbf{x})$ の条件付き確率密度関数として、以下のように表される．

$$\pi(\mathbf{x}) = p_0(\mathbf{x}|F) = \frac{p_0(\mathbf{x})I_F(\mathbf{x})}{P(F)} \quad (4.9)$$

ここに、

$I_F(\mathbf{x})$: $\mathbf{x}$ が領域 F の中にある場合は 1、外にある場合は 0 となる関数

$P(F)$: 領域 F の確率

ここで、パラメータ空間 $\mathbf{x}$ を式(4.10)により $p_0(\mathbf{x})$ の累積確率値 $\Phi(\mathbf{x})$ に変換した写像空間 $\mathbf{u}$ を考える．

$$\mathbf{u} = \Phi(\mathbf{x}) \quad 0 < u_i < 1 \quad i = 1 \sim n \quad (4.10)$$

ここに、

$\Phi(\mathbf{x})$: $p_0(\mathbf{x})$ の累積分布関数

n : 変動パラメータの個数

標本発生のプロセスとして、MCMC の操作自体（ランダムウォーク）は空間 $\mathbf{u}$ 上で行い、 $\mathbf{u}$ 空間上の標本値を式(4.11)により逆変換して本来のパラメータ値に戻す、という手順を取ることで、式(4.7)～(4.8)の作業が非常に単純化されることが、吉田らにより式(4.11)～式(4.17)に準じて示されている²⁾。

$$\mathbf{x} = \Phi^{-1}(\mathbf{u}) \quad (4.11)$$

領域 F は、前のステップで計算された境界値曲面の空間 $\mathbf{u}$ への写像曲面と、 $|u_i| = 0$, $|u_i| = 1$ で囲まれる、後述する図 4.4 の水色で示したような領域に写像される。また $p_0(\mathbf{x})$ は、 $|u_i| = 0$, $|u_i| = 1$ 内の確率密度 1.0 の一様分布に写像されるので、空間 $\mathbf{u}$ における目標確率密度関数 $\pi(\mathbf{u})$ は下式のようになる。

$$\pi(\mathbf{u}) = \frac{I_F(\mathbf{u})}{P(F)} \quad (4.12)$$

ここで、提案分布 $q(\mathbf{u}'|\mathbf{u}_k)$ を n 次元空間上の立方体（2次元の場合は正方形）で囲まれた領域の一様分布として、次式のように設定する。

$$q(\mathbf{u}'|\mathbf{u}_k) = \begin{cases} \left(\frac{1}{2a}\right)^n & -a \leq u_{ik} - u_i' \leq a \\ 0 & \text{上記以外} \end{cases} \quad (4.13)$$

式(4.12)および式(4.13)を式(4.8)に代入し、式(4.14)を考慮すると、式(4.15)が得られる。

$$I_F(\mathbf{u}_k) = 1 \quad (4.14)$$

$$b(\mathbf{u}_k, \mathbf{u}') = \frac{\pi(\mathbf{u}')q(\mathbf{u}_k|\mathbf{u}')}{\pi(\mathbf{u}_k)q(\mathbf{u}'|\mathbf{u}_k)} = \frac{\frac{I_F(\mathbf{u}')}{P(F)}\left(\frac{1}{2a}\right)^n}{\frac{I_F(\mathbf{u}_k)}{P(F)}\left(\frac{1}{2a}\right)^n} = \frac{I_F(\mathbf{u}')}{I_F(\mathbf{u}_k)} = I_F(\mathbf{u}') \quad (4.15)$$

式(4.15)を式(4.7)にあてはめると以下のようなになる。

$$\begin{aligned} \text{確率} \quad \min\{1, I_F(\mathbf{u}')\} \quad \text{で} \quad \mathbf{u}_{k+1} &= \mathbf{u}' \\ \text{確率} \quad 1 - \min\{1, I_F(\mathbf{u}')\} \quad \text{で} \quad \mathbf{u}_{k+1} &= \mathbf{u}_k \end{aligned} \quad (4.16)$$

これをさらに言い換えると、以下のようなになる。

$$\begin{aligned} \mathbf{u}' \quad \text{が領域} F \text{にある場合} \quad \mathbf{u}_{k+1} &= \mathbf{u}' \\ \mathbf{u}' \quad \text{が領域} F \text{にない場合} \quad \mathbf{u}_{k+1} &= \mathbf{u}_k \end{aligned} \quad (4.17)$$

すなわち、 $\mathbf{u}_k$ を中心として、一辺が $2a$ の n 次元空間上の立方体（2次元の場合は正方形）の領域を考え、この中で一様な確率でランダムウォークの次の1歩の候補 $\mathbf{u}'$ を発生させ、これが領域 F に含まれれば $\mathbf{u}_{k+1}$ として採用してランダムウォークが成立し、含まれなければ採用されず $\mathbf{u}_k$ に留まったまま、となる。

本検討においても、手法は基本的には上記のものを踏襲することとする。ただし参考文献 2)においては、提案分布 $q(\mathbf{u}'|\mathbf{u}_k)$ は式(4.13)に示した n 次元空間上の立方体（2 次元の場合は正方形）で囲まれた領域の一様分布として定義しているが、本検討においては、標本発生効率化のため、提案分布を式(4.18)に示すように、 n 次元空間上の直方体（2 次元の場合は矩形）で囲まれた領域の一様分布として定義した。

$$q(\mathbf{u}'|\mathbf{u}_k) = \begin{cases} \prod_{i=1}^n \frac{1}{2a_i} & -a_i \leq u_{ik} - u'_i \leq a_i \\ 0 & \text{上記以外} \end{cases} \quad (4.18)$$

この場合でも、式(4.15)に相当する式は以下のように同様に成り立ち、式(4.16)～式(4.17)のアルゴリズムは成立する。

$$b(\mathbf{u}_k, \mathbf{u}') = \frac{\pi(\mathbf{u}')q(\mathbf{u}_k|\mathbf{u}')}{\pi(\mathbf{u}_k)q(\mathbf{u}'|\mathbf{u}_k)} = \frac{\frac{I_F(\mathbf{u}')}{P(F)} \prod_{i=1}^n \frac{1}{2a_i}}{\frac{I_F(\mathbf{u}_k)}{P(F)} \prod_{i=1}^n \frac{1}{2a_i}} = \frac{I_F(\mathbf{u}')}{I_F(\mathbf{u}_k)} = I_F(\mathbf{u}') \quad (4.19)$$

以上を 2 次元の場合を例に図示すると図 4.4 のようになる。すなわち、 $\mathbf{u}_k$ を中心として、一辺が $2 \times a_1$ (u_1 方向) と $2 \times a_2$ (u_2 方向) の矩形の領域を考え、この中で一様な確率でランダムウォークの次の 1 歩の候補 $\mathbf{u}'$ を発生させ、これが領域 F に含まれれば $\mathbf{u}_{k+1}$ として採用してランダムウォークが成立し、含まれなければ採用されず $\mathbf{u}_k$ に留まったまま、となる。ランダムウォークの次の 1 歩の範囲を正方形ではなく矩形とすることで、図のように領域 F が細長い形状の場合でも、標本を領域 F 内でまんべんなく発生させ、なおかつ不採用となる確率を低減して標本発生を効率化できる。

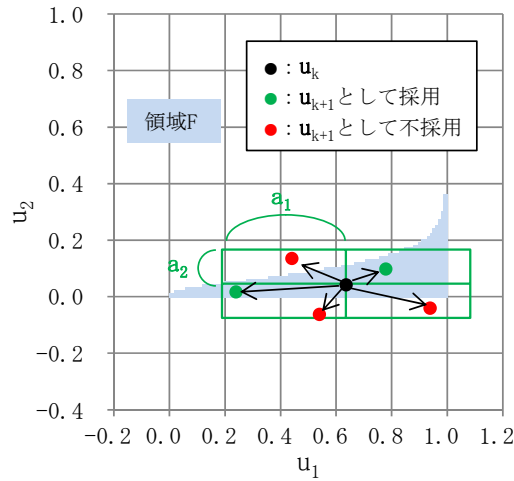


図 4.4 本検討におけるランダムウォークの進め方

(3) 標本発生 of 具体的な手順

前項を踏まえ、本検討におけるMCMCによる標本の発生方法の具体的な手順は以下の通りとした。MCMCの実質的な操作であるランダムウォークは、前項で示した通り、パラメータの累積確率値の空間 $\mathbf{u}$ 上で行う。

以下、パラメータの数が2個の場合すなわち空間 $\mathbf{u}$ が2次元を例に説明する。式(4.5)に関するパラメータとしては、 $n = 100$, $m = 10$ とした。すなわちsubset法の1つのステップでは100点の標本を発生させ、そのうち危険側10点から次のステップの領域 F を定める。

図4.5は、その次のステップでランダムウォークを開始するところを示したものである。前のステップで危険側の10点が定まっており、これを白丸○で示している。またそれにより定まる領域 F を緑でハッチングしている。ランダムウォークは10個の点をスタートとしてそれぞれ実施する。これを10個の「系列」と呼ぶことにする。

以下、当該ステップにおける手順を示す。なお(1)項で示したように、1ステップ目においては標本発生はMCMCではなく通常の方法となるので、本説明は2ステップ目以降に対してものである

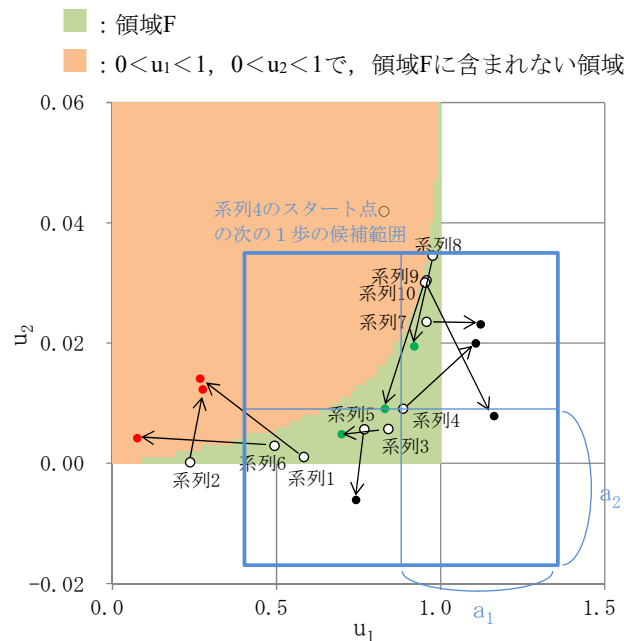


図 4.5 ランダムウォークの手順

手順①：ランダムウォークの最大歩幅の決定

上記危険側10点の u_1 方向および u_2 方向の標準偏差を計算し、それぞれ σ_1 および σ_2 とする。ランダムウォークの次の1歩を進める際の矩形領域を定める a_1 および a_2 は次のように設定した。

$$\begin{aligned} a_1 &= 2 \times \sigma_1 \\ a_2 &= 2 \times \sigma_2 \end{aligned} \tag{4.20}$$

σ_1, σ_2 は、subset法の該当ステップにおける10個のスタート点から計算する。すなわちsubset法でステップが進み領域が狭められていくに従い、当然ながらランダムウォークの歩幅も変えていく（小さくしていく）、ということである。

式(4.20)の中で標準偏差に乘じる係数「2」は、いくつかの予備検討を行って定めたものである。乗じる係数が小さいと、ランダムウォークの歩幅が小さくなり、発生する標本が領域 F の中で偏ってしまうことが多くなる。乗じる係数が大きいと、ランダムウォークの歩幅が大きくなるので、標本は領域 F の中でまんべんなく得られるようになるが、ランダムウォークで不採用となるケース、言い換えると無駄な解析や照査（図中の赤丸●）が多くなり、効率が悪くなる。

手順②：標本の発生（Trial-1）

まずTrial-1として、10点それぞれから次の1歩を計算する。 u_1 および u_2 の少なくとも一方が(0,1)の範囲を外れたもの（図中の黒丸●）は不採用とし、その系列では元の点（図中の白丸○）がTrial-2のスタート点となる。 u_1 および u_2 がともに(0,1)の範囲に入ったものについては、そのパラメータで解析や照査を実施する。解析や照査の結果、評価指標（限界状態関数値・安全率・構造物の応答値等、照査の対象となる数値）が領域 F を定める境界値よりも安全側になった場合（図中の赤丸●）は不採用とし、その系列では元の点（図中の白丸○）がTrial-2のスタート点となる。解析や照査の結果、評価指標が領域 F を定める境界値よりも危険側になった場合（図中の緑丸●）は採用とし、その系列では緑丸●の点がTrial-2のスタート点となる。

手順③：標本の発生（Trial-2, Trial-3, ...）

次にTrial-2として、Trial-1で定まったスタート点10点（図の例では、系列3, 8, 10は緑丸●、それ以外外の系列は白丸○）から、Trial-1と同様に次の1歩を計算する。

以下同様にして、Trial-3, Trial-4・・・とランダムウォークを続けていき、採用される標本の累計が100点（前のステップから引き継いだ図中の白丸○の10点を含む）になったところで終了する。

手順④：評価指標の値の整理

発生した100点の標本の評価指標の値を整理し、危険側10点目と11点目の平均値が破壊であれば本ステップで終了となり、式(4.5)に従い損傷確率の算定を行う。破壊でなければ次のステップに受け渡す。

参考文献2)の適用例では、10個の系列毎に10点採用されるまでランダムウォークを続け合計100点の標本を発生しているが、本論文では上記に書いたようにTrial毎に採用される系列と採用されない系列があるので、ランダムウォーク終了時の100点の内訳は、必ずしも10個の系列でそれぞれ10個ずつというわけではない。このようにしたのは、図4.4でスタート点（黒丸）がたとえば領域 F の左隅の方にある場合よりも中心付近にある場合の方が次の1歩が採用される確率は高く、そのプロセスを最終的に採用する100点の構成に直接反映させるのが合理的と考えたためである。

4.3 地中構造物の評価への適用

(1) 検討条件

subset 法を地中構造物の地震時損傷確率に適用し、その有効性を検証した。対象としたのは、原子力発電所屋外重要土木構造物の取水ダクトを想定した地中構造物で、第3章で対象としたものと同じである。図3.2に検討対象構造物の全体図を、図3.3に構造物の配筋図を示している。

入力地震動について第3章と同様、-5.0mの岩盤における2E波として、コンクリート標準示方書⁴⁾に示されているレベル2地震動（内陸型）を適用するが、損傷確率が今回目安として設定した 5×10^{-3} 程度になるように、振幅を0.92倍とする。入力地震動を図4.6に示す。本章においても、今回変動パラメータとする地盤物性をばらつかせた予備解析数ケースで、2.0秒付近のピークで構造物の層間変形角の最大値が発生するのを確認の上、図4.6に示したように、解析には最初の3.0秒間のみを用いる。鉛直地震力については、原子力分野で実際に行われている照査事例等を参考にして、上記入力地震動の最大加速度の1/2の値を静的下向きに作用させることで考慮する。

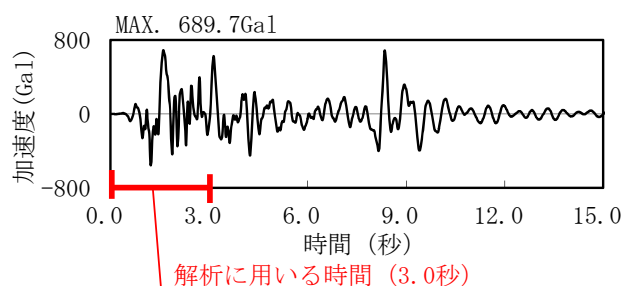


図 4.6 入力地震動

地盤の物性値を表 4.1 に示す。表 3.1 に示したものと基本的には同じであるが、本章で変動させるのは後述するように構造物高さの 2 層の地盤のみである。図 3.5 に示した R-O モデルによる非線形特性を考慮する。

構造物の物性値を表 4.2 に示す。表 3.2 に示したものと基本的には同じであるが、本章においては損傷確率評価に際して構造物物性のばらつきは考慮しない。第 3 章と同様、構造物はファイバーモデルでモデル化して非線形特性を考慮する。またコンクリートの非線形特性はコンクリート標準示方書⁴⁾に示されるコンクリートの応力-ひずみ曲線にて、鉄筋の非線形特性はバイリニアモデルにてモデル化する。

地盤と構造物間には、剥離・滑動を表現するジョイント要素等は設けない。

本章においては損傷確率を算定する評価指標は 1 つとし、前章の表 3.3 で損傷確率の最も大きかった右側壁せん断力とする。

表 4.1 地盤物性

	単位重量 γ (kN/m ³)	ポアソン比 ν	V_s (m/s)	初期減衰 h_0 (%)
砂層 地下水位以上	18.0	0.40	300	2.0
砂層 地下水位以下	20.0	0.48	300	2.0
岩盤	20.0	0.33	700	2.0

表 4.2 構造物物性

材料	項目	物性値
コンクリート	設計基準強度	24 N/mm ²
	圧縮実強度 f'_{ck}	33.6 N/mm ²
	ポアソン比	0.20
	単位体積重量	23.0 kN/m ³
鉄筋	設計降伏強度	345 N/mm ²
	降伏実強度	379.5 N/mm ²
	ヤング係数	200.0 kN/mm ²
	ポアソン比	0.30
	単位体積重量	77.0 kN/m ³

図 4.7 に解析モデルを示す．変動パラメータは，構造物上部に位置する層（変動層 1）と構造物下部に位置する層（変動層 2）の物性の 2 つとし，それぞれ V_s の対数標準偏差を 0.1 とする．上記の 2 つを変動パラメータとして選んだ理由は，前章の検討結果（図 3.14）から，側壁のせん断力の変動は，構造物上部に位置する層と構造物下部に位置する層の剛性差に影響を受けやすいという知見を得ているためである．

解析は，

自重解析 → 鉛直震度解析 → 動的解析

が解析 1 ケースの 1 セットで，各解析間で地盤および構造物要素のひずみと応力を受け渡す．

解析プログラムは TDAPIII⁵⁾を使用する．

右側壁の耐力照査等は前章同様，参考文献 6)に従って行う．照査時刻は，構造物の層間変形角（構造物上下端の変位差を構造物高さで除した値）が最大となる時刻とする．せん断耐力は，前章で述べたように部材に発生する曲げモーメントや軸力に依存するので，厳密には標本ケースごとにせん断耐力は異なるが，本章においては評価の簡略化のため，せん断耐力は平均物性のケースで算出した値で固定して評価する．

前章で述べたように，構造物の損傷確率を算定する際の不確実性には，物性値や材料強度等のばらつきに起因する不確実性と，耐力評価式や解析手法の精度等に起因する不確実性があるが，本章においても，理論や結果比較を分かりやすくするために，物性値や材料強度等のばらつきに起因する不確実性（上記変動層 1・変動層 2 の V_s ）のみを考慮する．

本検討では評価指標は右側壁のせん断力のみであり，またせん断耐力は変動させないことから，4.2 節で用いていた「限界状態関数値」と「右側壁せん断力」は 1 対 1 対応となるため，以降では限界状態関数値に相当するものは右側壁せん断力と表現する．

subset 法の各ステップにおいて MCMC でランダムウォークを行う空間は，4.2 節(2)(3)項で述べたように， V_s を変動させる際の累積確率値の空間 $\mathbf{u}$ とする．変動層 1 の V_s の累積確率値を u_1 ，変動層 2 の V_s の累積確率値を u_2 とする．

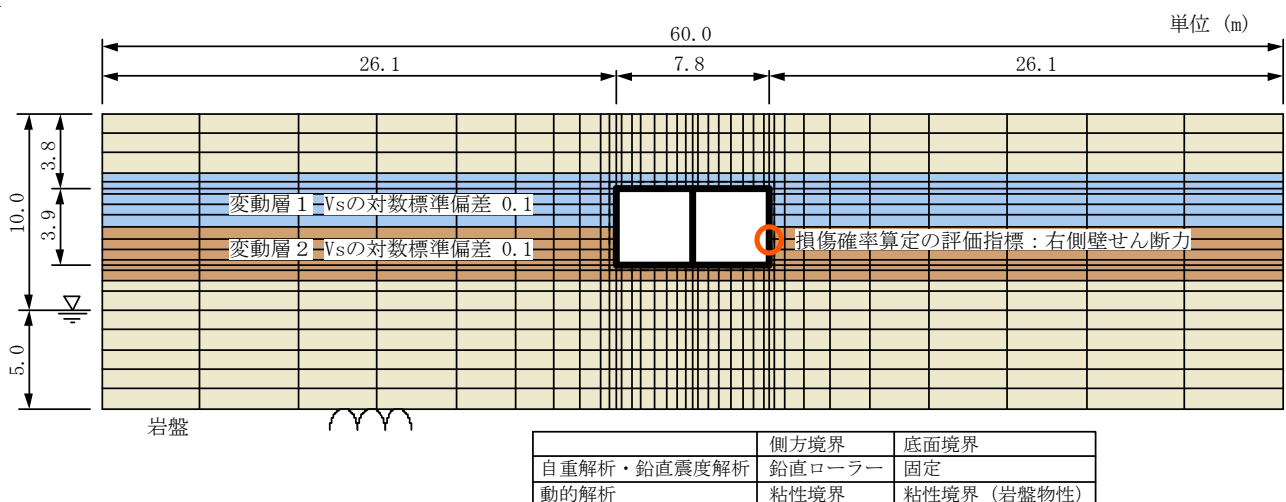


図 4.7 解析モデル

(2) 真値の算定

subset 法による損傷確率評価に先立ち、評価結果の精度等を調べるためのベンチマークとして、subset 法途中過程の縮小領域や対象構造物の検討条件下での損傷確率の真値を算定した。

パラメータ空間において、 u_1 （変動層 1 の V_s の累積確率値）および u_2 （変動層 2 の V_s の累積確率値）をそれぞれ 100 等分して設定した V_s を組み合わせた 10000 ケース、ならびに u_1 を 100 等分および u_2 の 0～0.1 の間を 100 等分して設定した V_s を組み合わせた 10000 ケースの合計 20000 ケースに対して、図 4.7 に解析モデルを示した 2 次元動的非線形解析のパラメータスタディを実施し、損傷確率や危険側領域の真値を評価した。 u_2 の 0～0.1 の間を 100 等分したケースを加えた理由は、危険側に移行していくに従い、 u_2 が小さくなっていくためである。

図 4.8 に算定要領と算定結果を示す。横軸の値が大きいくほど変動層 1 の V_s が大きく、縦軸の値が大きいくほど変動層 2 の V_s が大きくなる。左図の青い領域は縦横それぞれ 100 個の格子状に並んでいる 10000 個の標本のうち危険側（すなわち右側壁せん断が大きい方）から 1000 個の標本が分布する領域を塗りつぶしたもので、すなわち危険側 1/10 領域の真値である。同様に右図の紫の領域が危険側 1/100 領域の真値である。また右図のパラスタにおいて、515 ケースが破壊と判定された。この標本が分布する領域を塗りつぶしたものが桃色の領域すなわち破壊領域となり、損傷確率の真値は 5.15×10^{-3} と算定された。

図の各領域の境界線は、実際には滑らかな曲線となるはずであるが、本検討では縦横それぞれ 100 個の 10000 個のパラメータスタディにより評価しているため、該当領域は各標本点の矩形分担分を塗りつぶしている。このため図のように境界線はぎざぎざの階段状になっている。

今回危険側の領域は図の右下の方、すなわち変動層 1 の V_s が大きく変動層 2 の V_s が小さいところに分布している。これは前章の検討結果（図 3.14）から、側壁下部のせん断力が大きくなるのは、構造物上半分の地盤が固く構造物下半分の地盤が軟らかい場合、という知見に対応している。

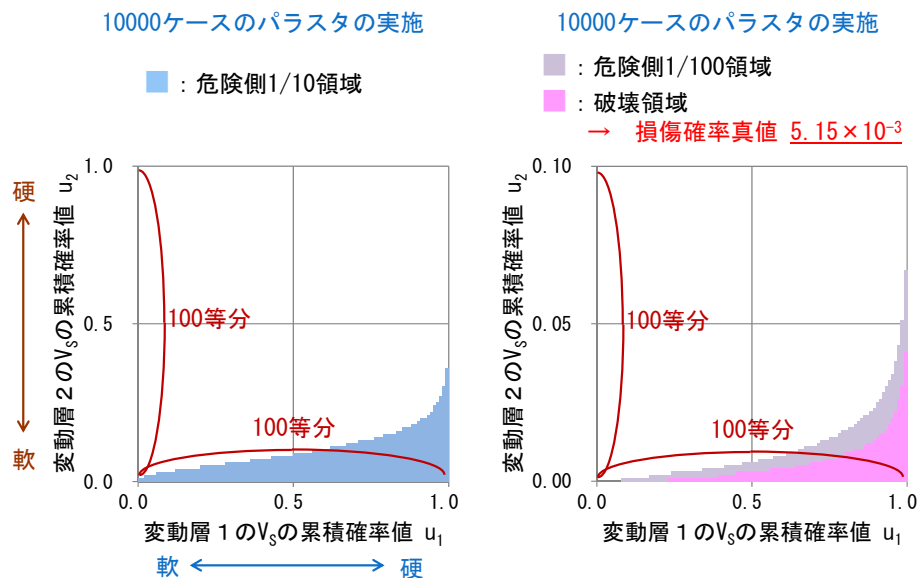


図 4.8 損傷確率等の真値の算定

(3) subset 法による評価結果

a) 1 ステップ目

subset 法の 1 ステップ目の結果（図 4.2 でいえば 1 ステップ目に相当するもの）を図 4.9 に示す。この段階ではまだ MCMC によるランダムウォークは適用しない。まず $0 < u_1 < 1$, $0 < u_2 < 1$ の範囲で、ラテンハイパーキューブサンプリング法 (LHS) により一様乱数を発生させ、100 点の標本を設定する。これが図中の黒点と赤点の和集合である。これらの点に相当する V_S を適用した 100 ケースの解析を実施し、危険側 10 点（右側壁せん断力が最も大きい方から 10 個まで）の標本をピックアップしたものが図中の赤点である。危険側から 10 点目と 11 点目の標本のせん断力の相乗平均値（subset 法の境界値）を算出する。

まず青領域■（橙領域■の後ろに隠れた部分も含む）は、前項で示した危険側 1/10 領域の真値である。一方橙領域■は、図 4.8 左図で実施した 10000 ケースのうちせん断力が subset 法の境界値以上となるケースを領域表示したもの、言い換えると subset 法で予測される危険側 1/10 領域である。本来橙領域と青領域は一致すべきものであるが、subset 法の標本数が 100 点と有限数のため、誤差（ずれ）が生じる。

- および ● : LHS による 100 点の標本
- : 危険側 10 点の標本
- : subset 法 1 ステップ目で予測される危険側 1/10 領域
- : 危険側 1/10 領域の真値（■に隠れている部分含む）

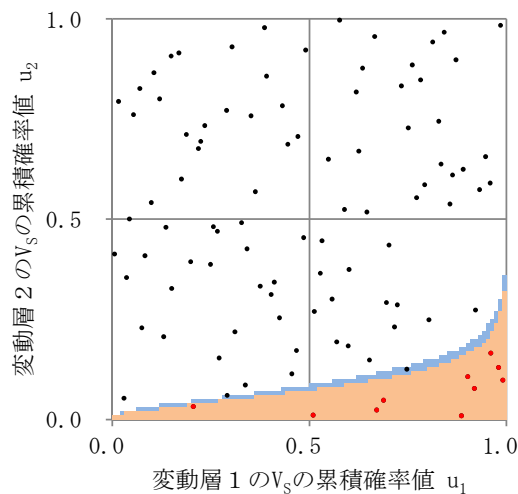


図 4.9 subset 法 1 ステップ目の結果

b) 2 ステップ目

subset 法の 2 ステップ目の結果 (図 4.2 でいえば 2 ステップ目に相当するもの) を図 4.10 に示す. ここでは, 1 ステップ目の危険側 10 点 (図 4.9 の赤点) をスタート点とした MCMC によるランダムウォークが実施される. この図では, 見やすいように横軸と縦軸の表示比を変えている.

青領域と橙領域は図 4.9 における青領域と橙領域すなわち図 4.8 左図の 10000 ケースのパラスタ結果を元に塗りつぶしたものであり, 縦軸を引き延ばしているため境界が見かけ上階段状となっている.

図で白丸○が図 4.9 における赤点すなわちランダムウォーク 10 系列のスタート点である. ここから 4.2 節(3)項で述べたルールに従ってランダムウォークを開始する. 次の 1 歩の u_1 および u_2 の少なくとも一方が (0,1) の範囲を外れれば不採用となる. u_1 および u_2 がともに (0,1) の範囲に入ったものについては, それらの点に相当する V_S を適用した解析を実施し, 右側壁せん断力が 1 ステップ目の境界値以下となれば (図でいえば橙領域に入らなければ) 不採用となり, 境界値以上となれば採用となる. 採用標本が 100 点になったところでランダムウォークを終了する. その 100 点が図の白丸○と黒点●と赤点●の和集合である. 100 点は橙領域の中で概ね一様に分布しており, MCMC によるランダムウォークが良好に機能していることがわかる.

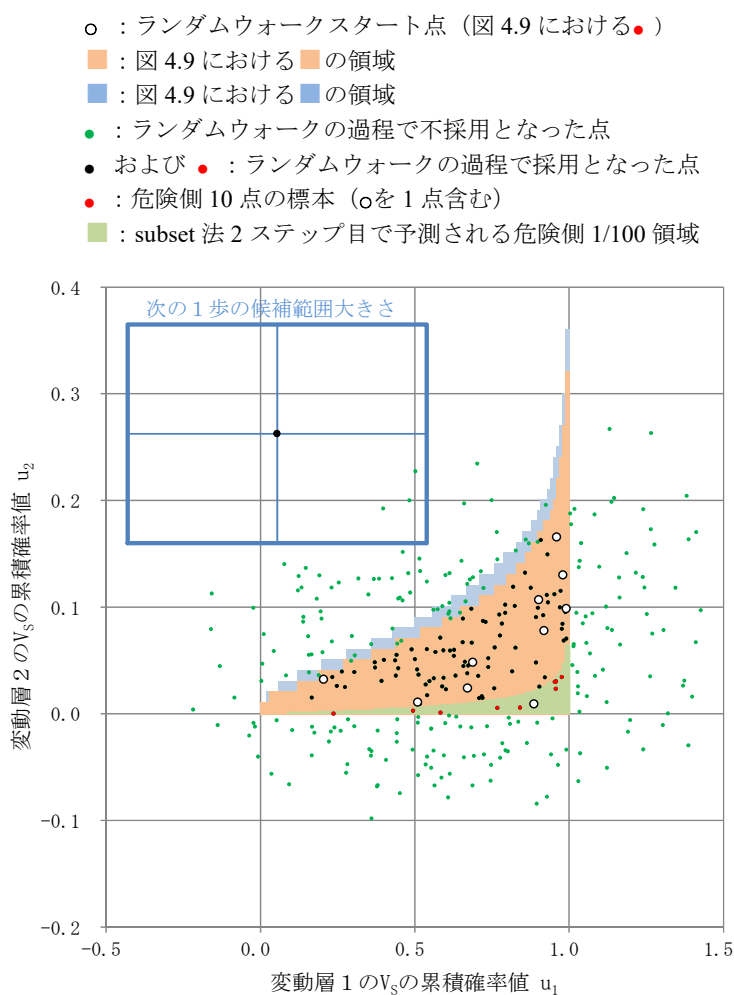


図 4.10 subset 法 2 ステップ目の結果

100 点の標本のうち、危険側 10 点（右側壁せん断力が最も大きい方から 10 個まで）の標本をピックアップしたものが赤点（白丸を 1 点含む）である。危険側から 10 点目と 11 点目の標本のせん断力の相乗平均値（subset 法の境界値）を算出し、危険側 1/100 領域を予測する（図の緑領域）。緑領域は図 4.8 右図で実施した 10000 ケースのうちせん断力が subset 法の境界値以上となるケースを領域表示したものであるので、境界は見かけ上青領域や橙領域よりは滑らかになっている。

参考として、10 個の系列のうち系列 1～系列 5 のランダムウォークの軌跡を図 4.11 に示す。これらはランダムウォークの過程で採用された標本を順番につなげたものである。図より、標本は広範囲にわたって無作為に動いている様子が見られ、これからも MCMC によるランダムウォークが正常に機能していることが伺える。

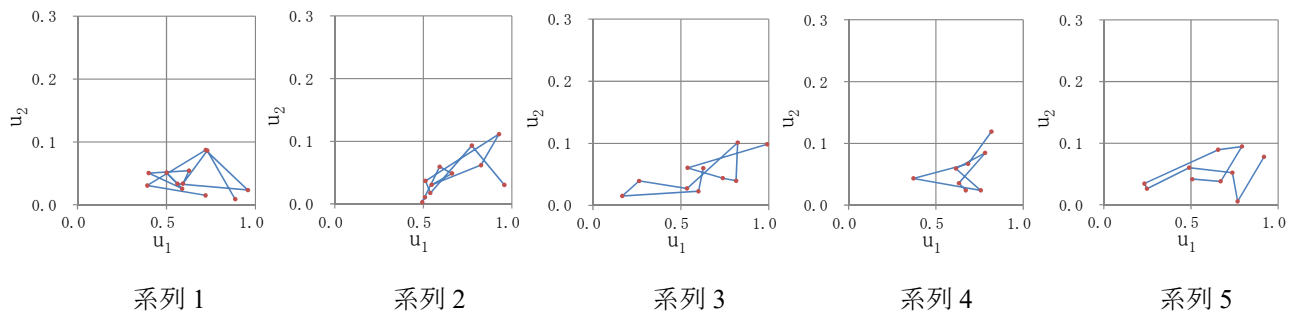


図 4.11 ランダムウォークの軌跡（subset 法 2 ステップ目）

c) 3 ステップ目

subset 法の 3 ステップ目の結果（図 4.2 でいえば 3 ステップ目に相当するもの）を図 4.12 に示す。ここでは、2 ステップ目の危険側 10 点（図 4.10 の赤点）をスタート点とした MCMC によるランダムウォークが実施される。この図でも、見やすいように横軸と縦軸の表示比を図 4.9 および図 4.10 から変えている。

緑領域■（桃色領域■に隠れている部分も含む）は、図 4.10 の緑領域すなわち subset 法 2 ステップ目で予測された危険側 1/100 領域である。紫領域■（緑領域とほとんど一致しているので見えない）と桃色領域■は、図 4.8 右図で示した紫領域と桃色領域と同じすなわち危険側 1/100 領域の真値と破壊領域の真値である。桃色領域の面積すなわち損傷確率は前述の通り 5.15×10^{-3} である。

図で白丸○が図 4.10 における赤点すなわちランダムウォーク 10 系列のスタート点である。ここから subset 法 2 ステップ目と同様にランダムウォークを開始し、採用標本が 100 点になったところでランダムウォークを終了する。その 100 点が図の白丸○と黒点●と赤点●の和集合である。100 点は緑領域■（桃色領域■に隠れている部分も含む）の中で概ね一様に分布しており、MCMC によるランダムウォークが良好に機能していることがわかる。なお subset 法 3 ステップ目では、3 ステップ目と比較して緑点●の数すなわちランダムウォークの過程で不採用となるケースが多い。これは 3 ステップ目でランダムウォークが採用される緑領域■が、2 ステップ目でランダムウォークが採用される橙領域■（図 4.10）よりも領域の形が L 字型に曲がったシャープな形をしていることと、 u_2 に関する次の 1 歩の歩幅が若干大きめに設定されていることにより、採用となる領域に入りにくくなっているためである。

100 点の標本のうち、右側壁せん断力がせん断耐力を上回る標本をピックアップしたものが赤点（一部スタート点の白丸を含む）であり、カウントすると 56 点となった．すなわち subset 法を用いて評価された損傷確率は 5.6×10^{-3} である．これは、真値 5.15×10^{-3} に対して良好に評価されているといえることができる．

- : ランダムウォークスタート点 (図 4.10 における ●)
- : subset 法 2 ステップ目で予測された危険側 1/100 領域 (■ に隠れている部分含む)
- : 危険側 1/100 領域の真値 (■ とほとんど一致)
- : ランダムウォークの過程で不採用となった点
- および ● : ランダムウォークの過程で採用となった点
- : 破壊領域
- : 破壊と判定された標本 (一部○を含む)

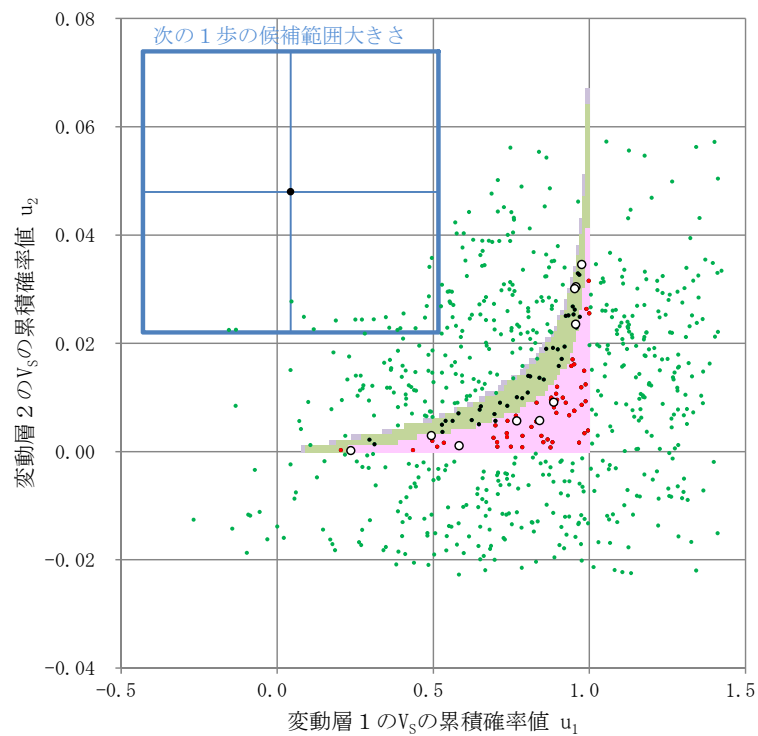


図 4.12 subset 法 3 ステップ目の結果

d) 実施解析数

subset 法による損傷確率で実施した解析数を表 4.3 に示す。採用解析数とは、損傷確率評価に必要な最低限の解析数である。subset 法の 2 ステップ目と 3 ステップ目の採用解析数が 100 ではなく 90 であるのは、必要な 100 個の標本のうち 10 個の標本は前のステップから引き継いでいるためである。不採用解析数とは、ランダムウォークの過程で u_1 および u_2 がともに (0,1) の範囲に入ったが、解析をした結果、評価指標が subset 法の境界値よりも危険側にならなかった解析の数、すなわち図 4.10, 図 4.12 で、緑点 ● のうち u_1 および u_2 がともに (0,1) の範囲にある点の数である。採用解析数の計が 280 ケースであるのに対し、今回の検討では、不採用解析数がそれとほぼ同等の 286 ケースあった。特に subset 法の 3 ステップ目のみに注目すると、不採用解析数は採用解析数の 2 倍以上に達している。最終的な解析数の合計は 566 ケースとなった。

第 5 章において、標本数に基づく subset 法の理論的な精度について論ずるが、本検討における条件

- ・ 損傷確率の真値が 5.15×10^{-3}

- ・ subset 法の各ステップの標本個数 n と危険側抽出個数 m は $n = 100, m = 10$

のとき、同等な精度を確保するための通常の MCS の標本数は約 1100 と計算される。すなわち、本検討条件においては、subset 法は通常の MCS よりも約 2 倍効率的であるといえることができる。

表 4.3 実施解析数

	採用解析数	不採用解析数	計
subset法 1ステップ目	100	—	100
subset法 2ステップ目	90	76	166
subset法 3ステップ目	90	210	300
計	280	286	566

4.4 まとめ

損傷確率が微小な場合の損傷確率評価に有効である subset 法を，地盤－構造物一体 2 次元 FEM モデルによる動的非線形解析に基づく地中構造物の地震時損傷確率評価に適用し，その有効性を検証した．標本の発生方法としては MCMC (Markov chain Monte Carlo simulation) を用いた．細部の具体的な手順においては，今回考案した多少の工夫を施し，評価の効率化を図った．検討の結果，subset 法の各ステップにおける MCMC による標本発生は良好に機能し，概ね妥当な損傷確率評価ができた．

subset 法における MCMC の過程で不採用となる解析数すなわち無駄になる解析数は最低限必要な解析数と同程度発生したが，それでも今回の検討条件では，subset 法は通常の MCS よりも約 2 倍効率的であることが確認された．

本検討は 1 つの適用例に対しての検証であるので，具体的な手順の有効性・効率性については，今後適用例を蓄積して，確認していく必要があると考える．

参考文献

- 1) Au, S. K.. and Beck, J. L. : Subset Simulation and its Application to Seismic Risk Based on Dynamic Analysis, *Journal of Engineering Mechanics*, Vol.129, No.8, pp.901-917, 2003.
- 2) 吉田郁政, 佐藤忠信 : MCMC を用いた損傷確率の効率的算定法, 土木学会論文集, No.794/I-72, pp.43-53, 2005.
- 3) 中村聖三, 宮田喜生, 高橋和雄 : 部材の破壊確率に対する確率分布の影響に関するマルコフ連鎖モンテカルロシミュレーションと subset 法を用いた一検討, 土木学会 第 65 回年次学術講演会講演概要集, I-211, pp.421-422, 2010.
- 4) 土木学会 : 2007 年度制定 コンクリート標準示方書 設計編, 2007.
- 5) アーク情報システム 耐震・構造解析シリーズ : <<http://www.ark-info-sys.co.jp/jp/product/tdap/>> (2023 年 5 月 4 日アクセス)
- 6) 土木学会 : 原子力発電所屋外重要土木構造物の耐震性能照査指針・マニュアル, 2005.

第5章 MCS 効率化手法（subset 法）の精度と効率性に関する検討

5.1 はじめに

前章では、損傷確率が小さい場合のモンテカルロシミュレーション（MCS）の効率化手法として subset 法¹⁾を取り上げ、同方法を用いた損傷確率評価手法を説明するとともに、地中構造物の評価への適用を試みた。subset 法に関する既往の研究事例として、参考文献 2), 3)を挙げたが、これらは subset 法の手法自体に関する検討および適用結果の分析に主眼が置かれているが、subset 法で算定された損傷確率がどれくらいの精度を持つかの理論的考察は含まれていない。

一方で前章の地中構造物の評価で、最終的な損傷確率の推定値に誤差が生じることのみならず、途中過程においても、たとえば 100 個の標本を発生させて危険側 10 個の標本をピックアップすることにより危険側 1/10 の領域を予測する際、標本の数が有限であることにより誤差が生じることを図 4.9 で橙領域（予測領域）と青領域（真値領域）にずれが生じることで示した。

一般に、MCS では離散的なサンプルをもとに確率を評価するために、限られた標本数に基づく推定誤差を生じる。subset 法においては解析ケース数を合理的に低減することが出来るが、上記の誤差については同様の事情を抱える。本検討では、subset 法による有限の標本から推定される損傷確率の誤差評価を試みる。

subset 法に含まれる誤差は「標本発生性能に起因する誤差」と「標本数に起因する誤差」の2つに分けられる。subset 法における標本発生手法としては、狭められた目標領域近傍にのみ効率よく標本を発生することができる MCMC (Markov chain Monte Carlo simulation)¹⁾が適用されることが多い。しかし MCMC はランダムウォークの要領で既にある標本を元に新しい標本を発生させていく手法であるので、目標領域内に理想的に独立乱数を発生させるのが難しく、たとえば標本が領域の一方に偏ってしまうなどの問題が生じる場合がある。1つ目の「標本発生性能に起因する誤差」とはこのような現象に起因する誤差を指す。2つ目の「標本数に起因する誤差」とは、たとえば通常の MCS においても、標本数が多ければ精度が良く少なれば精度が悪いというように、単純に標本数に応じて発生する誤差を指す。

1つ目の誤差については、MCMC の性能は条件によりケースバイケースであり、それに起因する誤差を理論的に分析するのは難しい。また明らかに標本発生に難があるとわかっている状態ではそもそも適用しないであろうし、ランダムウォークの条件等を試行錯誤してなるべく理想的な標本発生ができる（それに起因する誤差がない）ように性能を事前に確認しておくべき位置付けのものである。以上の背景から、本検討では2つ目の誤差のみに注目し、「subset 法の過程で仮に独立乱数による理想的な標本発生ができたとしても、標本個数の大小に応じた誤差が当然存在する。それによる損傷確率評価値の精度は理論的に求めることができる。」という主旨のもとに、その精度評価を行う。

また導出した精度評価式をもとに、通常の MCS との効率性の比較を行う。

subset 法の概要や損傷確率求める上で本論文で適用するルール、損傷確率推定式等の基本的な式については、4.2 節(1)項で述べている通りであり、本章ではこれらを出発点として理論展開をしていく。

5.2 subset 法の精度評価式の導出

(1) 通常の MCS の考え方

まず通常の MCS の精度評価について考える。

MCS では、精度を上げるために、標本発生に特別なルールを持つ層別サンプリングや LHS（ラテンハイパーキューブサンプリング）⁴⁾等を用いることが少なくないが、ここでは subset 法の精度評価式との関連を簡潔にするため、それらの手法は用いず、単純な独立乱数による標本発生を前提とする。

損傷確率真値が α のとき、 n 個の独立乱数による標本を発生させて MCS を行い破壊標本が j 個とカウントされた結果の損傷確率推定値 j/n のばらつきは、 n 個の標本のうち j 個の標本が破壊と判定される確率 $C(\alpha, j, n)$ を計算することにより求められる。これは特定の j 個の標本が破壊と判定され特定の $n-j$ 個が破壊と判定されない確率 $\alpha^j(1-\alpha)^{n-j}$ に、 n 個から j 個を選ぶ組み合わせの個数を乗じた値であるから、次式のようになる。これは二項分布と呼ばれるものである。

$$C(\alpha, j, n) = \binom{n}{j} \alpha^j (1-\alpha)^{n-j} \quad (5.1)$$

ここに、

$$\binom{n}{j} = \frac{n!}{(n-j)!j!} \quad (n \text{ 個から } j \text{ 個を選ぶ組み合わせの個数})$$

例として、損傷確率真値が 5.0×10^{-3} のとき、5000 個の独立乱数による標本を発生させて MCS を行い破壊標本が j 個とカウントされた結果の損傷確率推定値 $j/5000$ のばらつきは、式(5.1)に $\alpha = 5.0 \times 10^{-3}$ 、 $n=5000$ を代入して、図 5.1 のように描かれる。損傷確率真値を中心に損傷確率推定値がある幅をもってばらついて分布する様子がわかる。

式から明らかなように、上記精度評価式は損傷確率真値 α および標本個数 n のみに依存し、パラメータの個数やその確率分布あるいは限界状態関数の具体的な形とは無関係に成り立つ。

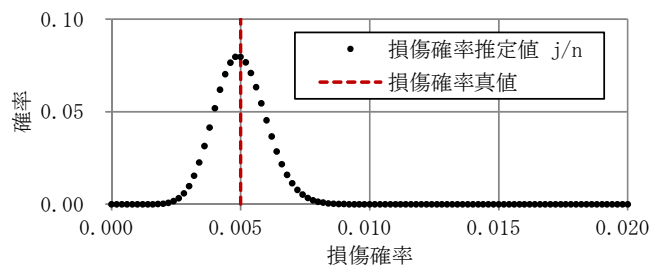


図 5.1 通常の MCS による損傷確率推定値の確率分布 ($n=5000$)

(2) subset 法の精度評価の考え方

本章の主旨は、subset 法に対して式(5.1)に相当する式を導出することである。すなわち「損傷確率真値が α のとき、発生・抽出標本個数を n 、 m 個で subset 法を実施した場合、損傷確率推定値はどのようにばらつくか」というのを、 α 、 n 、 m のみに依存する精度評価式として導出する。

導出にあたっての前提条件としては、5.1 節で述べたように、本章の主旨は標本発生に性能に起因する誤差のない理想的な極限状態を想定した上で標本数に起因する誤差を評価することである。したがって「標本は所定の確率分布に従う独立乱数により発生されている」とする。

所定の確率分布に従う独立乱数のパラメータ値は通常、累積確率値を $[0,1]$ 間の独立一様乱数として発生させ、累積分布関数を介して逆変換することにより作成する（逆関数法）⁴⁾。このことから「パラメータが所定の確率分布に従う独立乱数である」と「その累積確率値が $[0,1]$ 間の独立一様乱数である」とは等価である。本章では理論展開をパラメータの累積確率値の空間で行う。パラメータ間の変動が独立であれば、標本は累積確率値の空間上の独立一様乱数で分布する。上述したように 2 つの空間および標本は等価な写像関係であるので、空間を置き換えて理論展開を進めることは問題ない。パラメータの累積確率値の空間では「確率」は「体積」（2 次元空間であれば「面積」）そのものであり、理論展開が極めて明解かつ容易になる。

精度評価の概要を、パラメータが 2 個の場合を例に以下に示す。

図 5.2(a)は、subset 法の i ステップ目で、前のステップで絞り込まれた目標領域に発生させた $n(=100)$ 個の標本から限界状態関数値が小さい方から $m(=10)$ 個の標本を抽出することにより、式(4.2)で $P(F_i|F_{i-1}) = m/n(=0.1)$ となるように領域を縮小しているイメージ図である。橙領域（緑領域に隠れている部分も含む）が F_{i-1} 、緑領域が F_i である。実際の操作は、領域の形等を求めるのではなく、小さい方から m 点目と $m+1$ 点目の限界状態関数値の平均値を境界値として求めておくということである。縦軸のパラメータ 2 の累積確率値の範囲は横軸と同様 0~1 であるが、確率の小さい領域を対象としていることを想定して縦軸は拡大したイメージで描いている。

次に、精度評価式の導出の理論展開を容易にするため、多次元領域の 1 次元化を行う。図 5.2 (b)のように目標領域を等面積の微小領域（図では有限個に分割するイメージで描いているが理論展開上は無限に細かく）に分割し、それら微小領域を限界状態関数値が小さい順に、微小領域の中に標本点があればそれも一緒に、一列に並べ直して長さを 1.0 で正規化すると図 5.2 (c)に示すようになる。イメージ図なので、(b)と(c)の微小領域の数等は厳密には整合していない。これにより(a)における面積比（確率の比）は(c)における長さの比として写像される。すなわち(a)における絞り込み領域の縮小率は(c)における緑区間の長さとなる。(a)の目標領域で標本は独立一様乱数で分布しているので、(c)の線上でも標本は独立一様乱数として分布することは自明である。すなわち subset 法の途中のステップは、0~1 の間で独立一様乱数による標本を n 個発生させ、値の小さい m 個の標本を抽出することにより長さ m/n の区間を推定する、という 1 次元の問題に置き換えることができ、精度評価に次の(3)項で述べる順序統計量の概念が適用できることとなる。図 5.2 (c)では標本が有限個のため誤差が生じ、緑区間の長さ $P(F_i|F_{i-1})$ が $m/n(=0.1)$ になっていない例が示されている。

なお subset 法の 1 ステップ目も、図 5.2 で標本発生領域（橙領域）がパラメータ全空間となったものであり、概念は同じである。

上記の 1 次元の問題への置き換えは、パラメータの個数がいくつでも成り立つ（文中の「面積」を「体積」と読み替えればよい）。またパラメータの累積確率値の空間での理論展開であるので、パラメータが元々どのような確率分布に従うか、あるいは限界状態関数値がどのような確率分布に従うか、等とは無関係に成り立つ。

一方図 5.3 は、subset 法の最後のステップ（ k ステップ目）で、前のステップで絞り込まれた目標領域

に発生させた $n(=100)$ 個の標本から破壊となる標本個数 j をカウントし、式(4.2)で $P(F_k|F_{k-1}) = j/n$ と推定しているイメージ図である。緑領域（桃色領域に隠れている部分も含む）が F_{k-1} 、桃色領域が F_k である。実際の操作では、領域の形等がわかっているわけではなく、単に破壊となる標本を数えるだけである。本図でも、目標領域が縮小されていることを想定して縦軸は図 5.2 よりもさらに拡大したイメージで描いている。

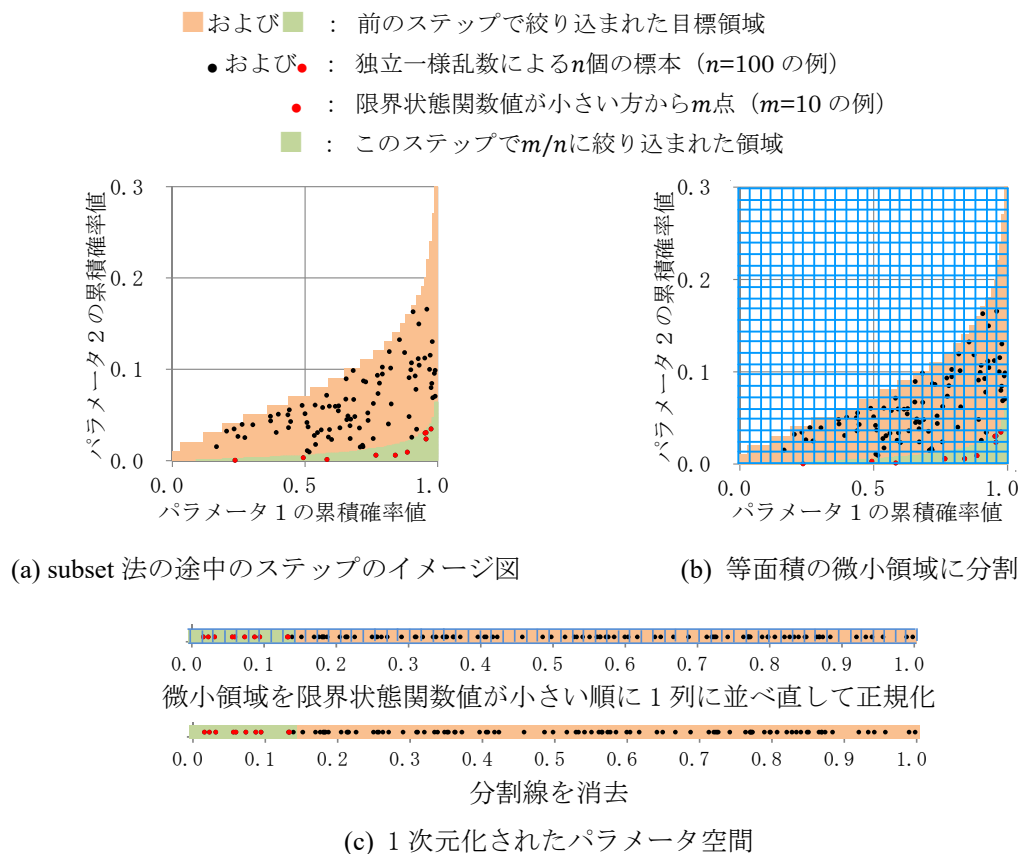


図 5.2 パラメータ空間の 1 次元化の概念（パラメータ個数 2 の例）

- および ■ : 前のステップで絞り込まれた目標領域
● および ● : 独立一様乱数による n 個の標本 ($n=100$ の例)
● : 破壊と判定された点
■ : 破壊領域

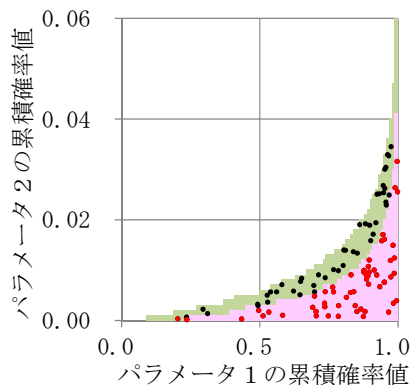


図 5.3 subset 法の最後のステップのイメージ図（パラメータ個数 2 の例）

$P(F_k|F_{k-1})$ の精度は「目標領域に標本を n 個発生させたとき破壊領域にどれだけの標本が落ちるか」であるから、図 5.3 で目標領域の面積を x 、破壊領域の面積（損傷確率真値）を P_t としたときに、MCS の精度評価式(5.1)の α に P_t/x を代入した $C(P_t/x, j, n)$ によりばらつきを評価できる。

(3) subset 法の最初のステップの精度

まず subset 法の 1 ステップ目すなわち式(4.2)における $P(F_1|F_0)$ の精度を考える。1 ステップ目はパラメータ全空間で通常の独立乱数による標本を発生させて領域を縮小するというプロセスである。その精度評価は図 5.2(c)の説明のところで述べたように、0～1 の間で独立一様乱数による標本を n 個発生させ、値の小さい m 個の標本を抽出することにより長さ m/n の区間を推定する、という 1 次元の問題に置き換えることができる。

「0～1 の範囲に n 個の独立一様乱数を発生させたときの小さい方から m 番目の値 x の確率密度関数 $A(x, m, n)$ 」は順序統計量の確率密度関数として次式となる⁵⁾。（「付録 1 (1)」参照）

$$A(x, m, n) = \binom{n}{m} m x^{m-1} (1-x)^{n-m} \quad (5.2)$$

subset 法における限界状態関数値の境界値は、小さい方から m 番目の限界状態関数値と $m+1$ 番目の限界状態関数値の平均値で算出する。したがってこれにより絞り込まれた領域の縮小率（図 5.2 (c)の緑の部分の長さ）は「0～1 の範囲に n 個の独立一様乱数を発生させたとき小さい方から m 番目と $m+1$ 番目の平均値」とみなすことができる。その値 x の確率密度関数 $B_1(x, m, n)$ は、「 m 番目の値」と「 m 番目の値より大きい領域に $n-m$ 個の乱数を発生させたときの 1 番目の値」の平均値が x になるように確率密度の畳み込み計算をすればよいから、次式のようになる。（「付録 1 (2)」参照）

$$B_1(x, m, n) = \int_a^x A(t, m, n) \cdot \frac{2}{1-t} A\left(\frac{2(x-t)}{1-t}, 1, n-m\right) dt \quad (5.3)$$

$$\text{ここに } a = \max(0, 2x-1)$$

また n, m が大きい場合には、次式により近似できる。

$$B_1(x, m, n) = \frac{1}{2} (A(x, m, n) + A(x, m+1, n)) \quad (5.4)$$

$n=100$, $m=10$ の場合を例に、小さい方から m 番目と $m+1$ 番目の値の確率密度分布を式(5.2)に従って計算して描いたものがそれぞれ図 5.4 の緑線および赤線である。また小さい方から m 番目と $m+1$ 番目の平均値の確率密度分布を式(5.3)および式(5.4)に従って計算して描いたものがそれぞれ黒線および橙線である。式(5.4)の近似式による分布は式(5.3)の厳密式による分布に概ね一致している。黒線の分布が $n=100$, $m=10$ の場合の $P(F_1|F_0)$ の確率密度分布である。領域を m/n (1/10) に絞り込んだつもりでも、実際にはその縮

小率にならずに誤差を持つことを意味する．図 5.4 には(5)項で言及する損傷確率の真値を併記している（確率密度分布とは因果関係はない）．

また図 5.4 以降の例示では $n=100$, $m=10$ あるいは $n=500$, $m=50$ など m/n の推奨値¹⁾として 1/10 の場合を示した．

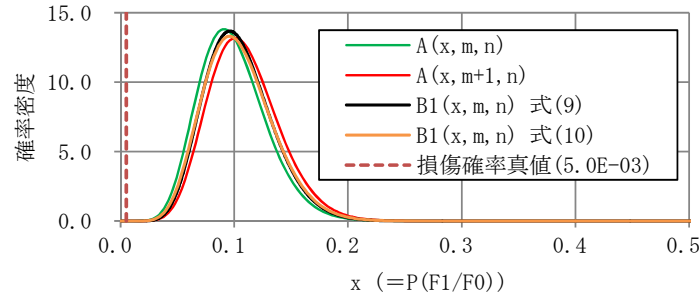


図 5.4 $P(F_1/F_0)$ の精度 ($n=100$, $m=10$)

(4) subset 法の途中のステップの精度

次に subset 法 2 ステップ目までの精度，すなわち式(4.2)における $[P(F_1|F_0)P(F_2|F_1)]$ の精度を考える． $n=100$, $m=10$ の例でいえば，その確率密度分布は Fig.5.4 の $B_1(x, m, n)$ に従う 2 つの変数の積の確率密度分布となることは自明である．その確率密度分布 $B_2(x, m, n)$ は，次式により算定される⁵⁾．

$$B_2(x, m, n) = \int_x^1 \frac{1}{y} B_1\left(\frac{x}{y}, m, n\right) B_1(y, m, n) dy \quad (5.5)$$

ここで $0 < x < 1$

$n=100$, $m=10$ の例で，上式により求めた分布を図 5.5 に示す．式中の B_1 は，式(5.4)の近似式ではなく式(5.3)の厳密式により算出したものである．

以下同様に subset 法 i ステップ目までの精度，すなわち式(4.2)における $[P(F_1|F_0) \cdots P(F_i|F_{i-1})]$ の確率密度分布 $B_i(x, m, n)$ は次式により計算される．

$$B_i(x, m, n) = \int_x^1 \frac{1}{y} B_1\left(\frac{x}{y}, m, n\right) B_{i-1}(y, m, n) dy \quad (5.6)$$

ここに $0 < x < 1$

図 5.6 に $[P(F_1|F_0)P(F_2|F_1)P(F_3|F_2)]$ の確率密度分布 $B_3(x, m, n)$ を示す．図 5.4，図 5.5，図 5.6 とステップ i が進むに従い，誤差が累積していくため，変動係数が徐々に大きくなり分布形状の非対称性が増していく様子がわかる．図 5.5，図 5.6 には(5)項で言及する損傷確率の真値を併記している（確率密度分布とは因果関係はない）．

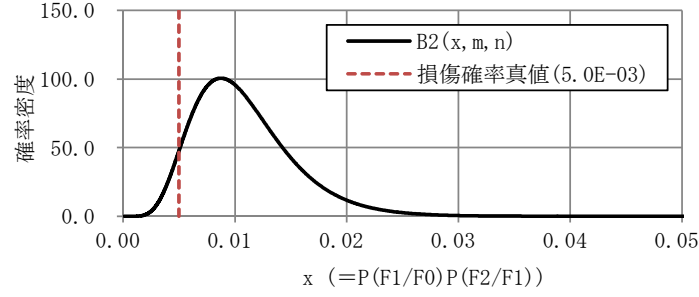


図 5.5 $P(F_1/F_0) P(F_2/F_1)$ の精度 ($n=100, m=10$)

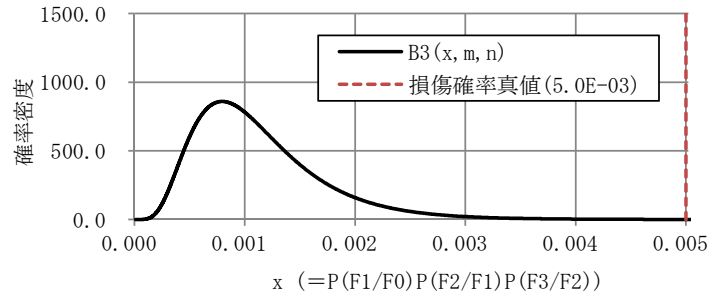


図 5.6 $P(F_1/F_0) P(F_2/F_1) P(F_3/F_2)$ の精度 ($n=100, m=10$)

(5) subset 法の最後のステップの精度

本項では、損傷確率の真値を P_t としたときの、損傷確率推定値の精度を評価する。

4.2 節(1)項に示したように、損傷確率推定値 P は式(4.5)により算定される。「 $k-1$ ステップ目までは限界状態関数値の境界値が 0 以下とならず、 k ステップ目で限界状態関数値の境界値が 0 以下となり、そのときの破壊標本数が j 個 ($m+1 \leq j \leq n$) である確率」 $p(k, j, P_t, m, n)$ は、「 $k-1$ ステップ目までで領域がどれだけ縮小されているか」と「その領域に標本を n 個発生させたとき破壊領域にどれだけの標本が落ちるか」を考え、前者の確率密度 $B_{k-1}(x, m, n)$ と本節(2)項の最後で述べた後者の確率 $C(P_t/x, j, n)$ の畳み込み計算をすればよい。「 $k-1$ ステップ目までは限界状態関数値の境界値が 0 以下とならず」という条件から、畳み込み範囲は $P_t \leq x \leq 1$ であり、次式で計算される。

$$p(k, j, P_t, m, n) = \int_{P_t}^1 B_{k-1}(x, m, n) C\left(\frac{P_t}{x}, j, n\right) dx \quad (5.7)$$

ここで $m+1 \leq j \leq n$

図 5.4～図 5.6 には、式(5.7)がイメージしやすいように損傷確率真値（例として $P_t=5.0 \times 10^{-3}$ ）を併記した。図の確率密度分布と損傷確率真値の因果関係はない。たとえば 4 ステップ目で損傷確率が求まるケースは、図 5.6 において、畳み込み範囲 $P_t(=0.005) \sim 1$ では $B_3(x, m, n)$ がほとんど 0 であるので、確率もほとんど 0 であることが予想できる（計算結果は後述図 5.7 の緑点）。

式(5.7)で留意することは、 j の適用範囲が $m+1 \leq j \leq n$ であり、 $j=m$ は適用外である。なぜなら

$p(k, m, P_t, m, n)$ は、「 k ステップ目で限界状態関数値の境界値が 0 以下とならず（本来次のステップに繰り越す）、そのときの破壊標本数が m 個である確率」も含まれており、その分が確率値として余分なカウントになるためである。したがって $j = m$ に対して、すなわち「 $k-1$ ステップ目までは限界状態関数値の境界値が 0 以下とならず、 k ステップ目で限界状態関数値の境界値が 0 以下となり、破壊標本数が m 個である確率」 $q(k, P_t, m, n)$ は、次式で計算される。

$$q(k, P_t, m, n) = \int_0^{P_t} B_k(x, m, n)dx - \int_0^{P_t} B_{k-1}(x, m, n)dx - \sum_{j=m+1}^n p(k, j, P_t, m, n) \quad (5.8)$$

式(5.8)の意味は、「 $k-1$ ステップ目までは限界状態関数値の境界値が 0 以下とならず、 k ステップ目で限界状態関数値の境界値が 0 以下となる確率」（右辺第 1～2 項）から「破壊標本数が m 個以外となる確率」（右辺第 3 項）を差し引くというものである。

式(5.7)および式(5.8)が、通常の MCS でいえば式(5.1)に相当するところの、今回導出された subset 法の精度評価式である。代入例として損傷確率真値が $P_t=5.0 \times 10^{-3}$ で、 $n=100$, $m=10$ のとき、損傷確率推定値の確率関数をグラフ化すると図 5.7 のようになる。プロット点の横軸値が k, j を変数としたときの損傷確率推定値 P 、縦軸値が各横軸値に対する確率値である。縦軸値の総和は当然ながら 1.0 になる。プロット点の内訳は表 5.1 に示す通りである。 $P=0.001$ （紫）および $P=0.01$ （赤）のときの縦軸値が 2 つの値の和の形になっているのは、式(4.6)で説明した内容に対応する。

図では描かれていないが、横軸は 1.0 までプロット点は存在し、たとえば $0.1 \leq P \leq 1.0$ （1 ステップ目で損傷確率が求まる場合）では横軸プロット間隔は 0.01 である（縦軸の値はほとんど 0）。横軸の小さい方も、0 以上のいくらかでも小さい値まで計算はできるが、計算量が増えるうえ縦軸はほとんど 0 なのであまり意味はない。

図 5.7 では横軸プロット間隔が変化する区間境界 0.01 で縦軸値に段差が生じ、ばらつき分布としてはわかりにくい表示となるので、縦軸値を横軸分担幅で除して確率密度に変換して書き直すと図 5.8 のようになり、区間境界で連続的につながるようになる。独立乱数による標本が発生できているという前提のもとで、 $P_t=5.0 \times 10^{-3}$, $n=100$, $m=10$ のとき、subset 法による損傷確率評価を、乱数を変えて数多く実施した場合、損傷確率推定値は図 5.8 に示す確率密度分布に従ってばらつくことになる。

$n=500$, $m=50$ の場合の損傷確率推定値の確率密度分布も求めて重ね書きしたものが図 5.9 である。 n, m が大きくなると、図 5.4 にも示したように、式(5.4)の近似式による分布は式(5.3)の厳密式による分布にほぼ一致するので、 $n=500$, $m=50$ の場合は、計算時間の軽減のため、 $B_1(x, m, n)$ の算出式としては式(5.4)を用いた。標本数を増やすことにより精度が増し、ばらつきの幅が小さくなることがわかる。

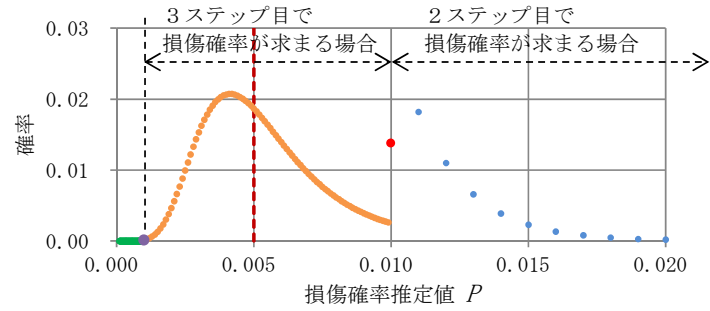


図 5.7 損傷確率推定値の確率分布 ($P_t=5.0 \times 10^{-3}$, $n=100$, $m=100$)

表 5.1 図 5.7 の内訳

点の色	横軸値	縦軸値
緑 ●	$P(4, j, m, n) = 0.00001 \times j$ ($11 \leq j \leq 99$)	$p(4, j, P_t, m, n)$ ($11 \leq j \leq 99$)
紫 ●	$P(4, 100, m, n) = P(3, 10, m, n) = 0.001$	$p(4, 100, P_t, m, n) + q(3, P_t, m, n)$
橙 ●	$P(3, j, m, n) = 0.0001 \times j$ ($11 \leq j \leq 99$)	$p(3, j, P_t, m, n)$ ($11 \leq j \leq 99$)
赤 ●	$P(3, 100, m, n) = P(2, 10, m, n) = 0.01$	$p(3, 100, P_t, m, n) + q(2, P_t, m, n)$
青 ●	$P(2, j, m, n) = 0.001 \times j$ ($11 \leq j \leq 99$)	$p(2, j, P_t, m, n)$ ($11 \leq j \leq 99$)

$P_t=5.0 \times 10^{-3}$, $n=100$, $m=10$

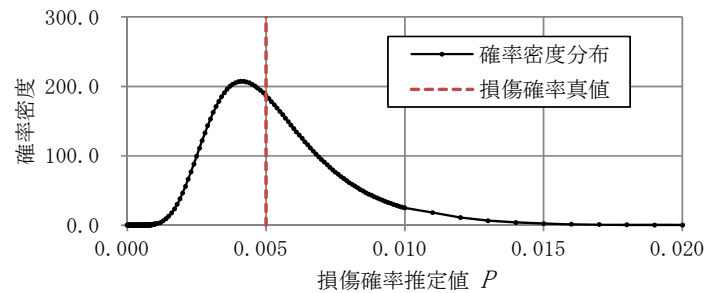


図 5.8 損傷確率推定値の確率密度分布 ($P_t=5.0 \times 10^{-3}$, $n=100$, $m=100$)

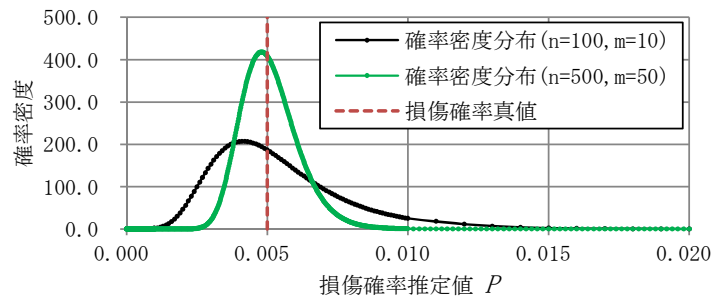


図 5.9 損傷確率推定値の確率密度分布 ($P_t=5.0 \times 10^{-3}$)

5.3 subset 法の精度評価式の検証

前節においては、標本数に依存する subset 法の精度評価式を導出した。この導出は数学的に順を追って行っているため、本来検証は必要ないものであるが、導出過程がやや複雑であるためその式に誤りがないか、あるいは計算および図の表示に用いたプログラムにコーディングミスはないか等の懸念がある。また subset 法の精度評価式の導出の根幹をなす図 5.2 に示した「多次元パラメータ空間の 1 次元化」についても筆者が独自に取り入れた概念であるので、これらも含めて検証は必要と考える。したがって本節においては、subset 法を擬似的に実施することによりその精度評価式の検証を実施する。

本節では「標本数」と「検証ケース数」という紛らわしい 2 つの用語が使われている。特に(1)項では標本数・検証ケース数とも 5000 なのでなおさら紛らわしい。「標本数」とはこれまでの説明通り、1 つの問題において損傷確率を推定するためのサンプル数である。「検証ケース数」とは、損傷確率を推定する作業を「検証ケース数」分繰り返すということである。すなわち検証ケース数分だけ異なる損傷確率推定値が得られるので、そのばらつき分布が精度評価式で表されるばらつき分布に一致するか、ということを検証するという流れとなる。

(1) 通常の MCS の精度評価式の検証

subset 法の精度評価式の精度を検証する前に、式(5.1)に示した通常の MCS の精度評価式の検証を行ってみる。

前節でも述べたように、MCS では精度を上げるために標本発生に特別なルールを持つ層別サンプリングや LHS (ラテンハイパーキューブサンプリング) ⁴⁾等を用いることが少なくないが、式(5.1)は単純な独立乱数による標本発生の場合を前提としたものである。

検証ではパラメータが 2 つの場合を考える。5.2 節「(2) subset 法の精度評価の考え方」でも書いているように、MCS により得られる損傷確率推定値の精度評価を論じる際には、標本は各パラメータの累積確率値 (0~1) の空間において各パラメータが 0~1 の一様乱数として発生するという条件で理論展開すればよい (次項の subset 法でも同様)。

今回、

損傷確率の真値=0.005 標本数=5000 検証ケース数=5000

という条件で検証を行う。

図 5.10 にパラメータ空間と標本の散布例を示す。標本の発生方法は、横軸と縦軸それぞれに対して、0~1 の一様乱数を発生させ、それを無作為に組み合わせるものである。

左下の正方形の赤枠範囲  が損傷領域で、この面積が 0.005 となっている。すなわち正方形の一辺の長さは $\sqrt{0.005} = 0.0707$ である。青点  が標本で全部で 5000 個ある。MCS による損傷確率推定では、この赤枠  内に標本がいくつ落ちているかを数え (実際の MCS の実施においては、評価者は損傷領域の形状はわからないため、限界状態関数値が損傷と判定される標本数を数え)、5000 で割ればよい。この事例ではこの赤枠  内には標本が 29 個落ちているので、損傷確率は、 $29/5000=0.0058$ と推定されている。この作業を検証ケース数 5000 回繰り返し、損傷確率推定値の度数分布を求める。

結果を図 5.11 に示す。図中の黒丸「精度評価式」は図 5.1 と同じものである。赤丸の検証結果は発生度数を検証ケース数 5000 で除した確率値としてプロットしている。MCS では、損傷となった標本数を全標本数で除すことにより損傷確率を推定するので、損傷確率推定値の取りうる値は例えば標本数 5000 の場

合はこの図のように 1/5000 毎の離散値となる，また縦軸は確率密度ではなく確率であり，全てのプロット点の縦軸値（確率）を足すと 1.0 となる．

結果より，検証結果は検証ケース数が有限個であるため多少がたつきが見られるが，精度評価式とほぼ一致しており，精度評価式が正しいことが検証された．

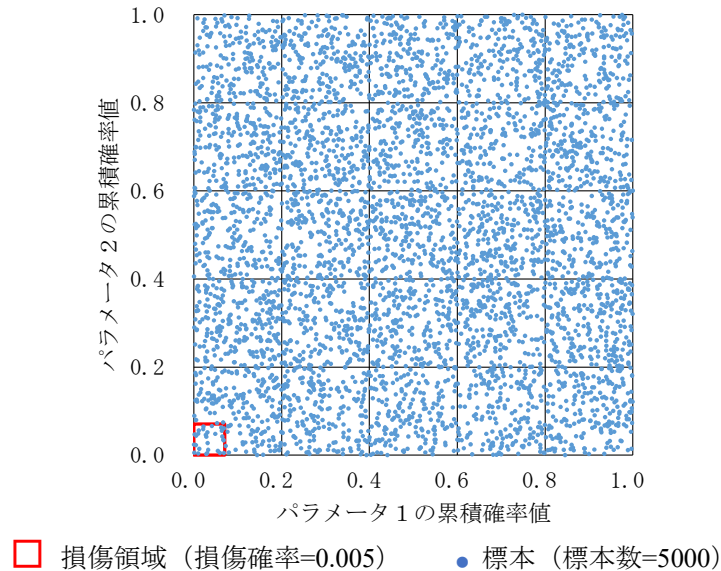


図 5.10 パラメータ空間と標本の散布例

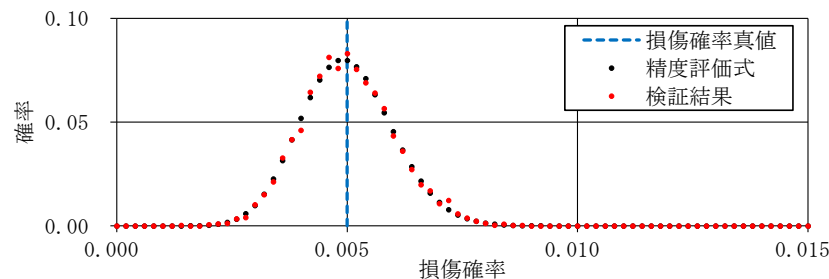


図 5.11 通常の MCS の精度評価式の検証結果 標本数=5000 検証ケース数=5000

(2) subset 法の精度評価式の検証

本項では本節のメインである subset 法の精度評価式の検証を行う．条件は，

損傷確率の真値=0.005 $n=500$, $m=50$ 検証ケース数=10000

とする． n , m とはこれまで示している通り，各ステップの標本数と評価領域を狭めていく際の採用標本数である．

後述の図 5.20 で述べるように，損傷確率の真値が 0.005 のとき， $n=500$, $m=50$ の場合の subset 法による必要最低解析数は 1400 なので，ケース数 10000 で検証しようとするとき最低総解析数が $1400 \times 10000 = 14000000$ となるので，4.3 節に示したような，実際の解析を行うのは現実的に不可能である．また実際の解析で検証しようとするとき，MCMC のパフォーマンスの良し悪しによる誤差も入ってくるため，検証方

法としてそもそも適切でない。

したがって、前項の通常の MCS の精度評価式の検証と同様に、パラメータが 2 つの場合の累積確率値空間において、MCMC が十分にきれいにパフォーマンスできているという前提で、通常の独立乱数による標本を散布させて擬似的に subset 法を実行することにより精度評価式の検証を行う。

subset 法を擬似的に行うためにはパラメータを変数とする限界状態関数を設定しておく必要がある。パラメータ 1 の累積確率値を a 、パラメータ 2 の累積確率値を b という変数名とし、限界状態関数 $z(a, b)$ を以下のように設定する。

$$z(a, b) = \min\left(\frac{1}{a}, \frac{1}{b}\right) \quad (5.9)$$

パラメータ空間および限界状態関数値のコンターを描くと図 5.12 のようになる。4.2 節(1)項に書いたように、限界状態関数は通常「耐カ一応答」を表す式とし、限界状態関数値が 0.0 以下で損傷（破壊）と判定されるように設定することが多いが、ここでは単純化のため式(5.9)で表される形とし、限界状態関数値が大きいほど、すなわち図 5.12 で左下に行くほど損傷しやすいものとする。今回損傷確率の真値は 0.005 とするため、損傷領域の限界状態関数値境界値（それ以上大きければ損傷となる値）は $1/\sqrt{0.005} = 14.14$ であり、図 5.12 左下の一辺が $\sqrt{0.005} = 0.0707$ の正方形の赤枠範囲が損傷領域となる。

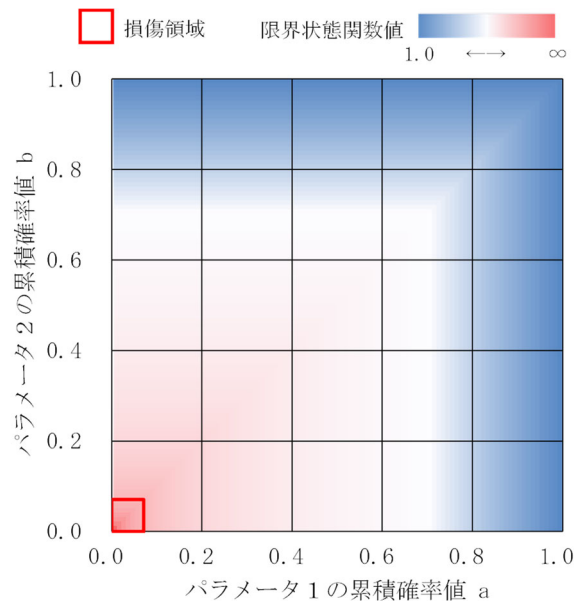


図 5.12 パラメータ空間と限界状態関数

続いて subset 法を擬似的に実施していく．最初のステップを図 5.13 に示す．まずパラメータ空間に 500 個のランダム標本を散布させる．標本の発生要領は図 5.10 と同様である．実際の sunset 法においても，この最初のステップのパラメータ領域は各パラメータ範囲 0~1 の N 次元 (N : パラメータの数) 立方体領域であるので，MCMC は不要で，このように通常の乱数発生等で可能である．

次にそれらを限界状態関数値が大きい順に並べ直し，50 番目と 51 番目の平均値を限界状態関数値の境界値として，領域を $1/10$ に絞り込む．最初のステップにおける絞り込み領域の面積（確率値） $P(F_1/F_0)$ の目標値は当然ながら $1/10$ であり，絞り込み領域の目標値は図 5.13 の緑枠（1 辺が $\sqrt{1/10}$ の正方形）となる．しかし実際には標本数が有限個のため誤差が生じ，絞り込み領域は黄枠のようになる．すなわちこの例では黄枠の中に 50 個の標本が含まれている． $P(F_1/F_0)$ の値を図 5.14 に示す．目標値 $1/10$ に対して，実際には少し小さめに評価されている．図には参考として $n=500$, $m=50$ のときの $P(F_1/F_0)$ の精度評価式を併記している．これは，図 5.4 の橙線に対応するもので，図 5.4 では $n=100$, $m=10$ の場合であるが， $n=500$, $m=50$ の場合にしたものが図 5.14 の黒線である．

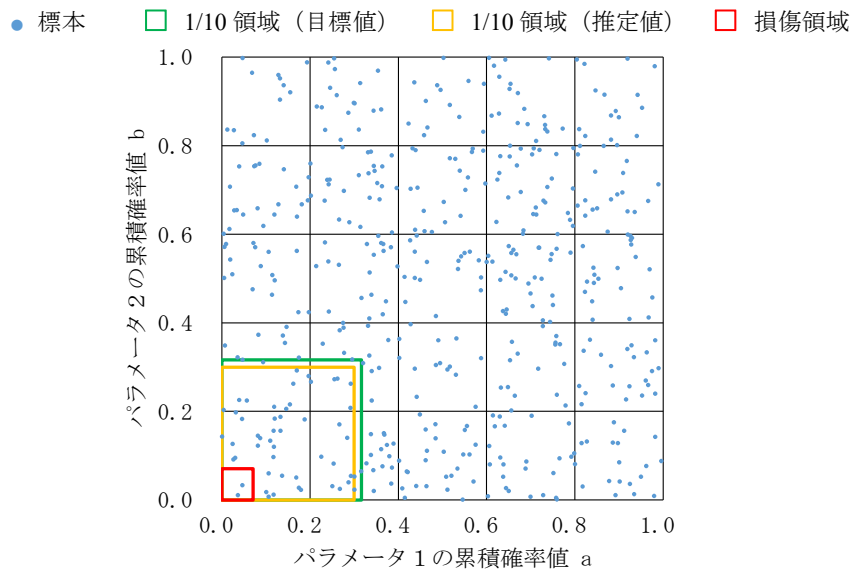


図 5.13 subset 法の最初のステップ $n=500$, $m=50$

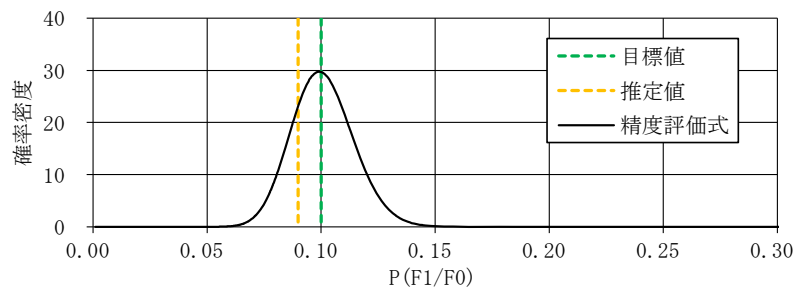


図 5.14 $P(F_1/F_0)$ $n=500$, $m=50$

subset 法の 2 番目のステップを図 5.15 に示す。図の表示としては、図 5.13 の右側・上側に当たる範囲は不要であるため省いている。図 5.13 で絞り込まれた 1/10 領域推定値（黄枠）に 500 個のランダム標本を散布させる。実際の subset 法では、1/10 領域の形状は評価者にはわからないため、標本発生には MCMC を用いるが、前述したように MCMC の性能に起因する誤差を意図的に排除するため、図 5.13 の要領と同じく単純な一様乱数を用いて発生させている。

次にそれらを限界状態関数値が大きい順に並べ直し、50 番目と 51 番目の平均値を限界状態関数値の境界値として、領域を 1/100 に絞り込む。絞り込み領域の面積（確率値） $P(F_1/F_0)P(F_2/F_1)$ の目標値は当然ながら 1/100 であり、絞り込み領域の目標値は図 5.15 の緑枠となる。しかし実際には標本数が有限個であることと、図 5.13 で絞り込まれた 1/10 領域推定値（黄枠）が既に 1/10 よりも小さめに絞り込まれてしまっていることから誤差が生じ、絞り込み領域は紫枠のようになる。 $P(F_1/F_0)P(F_2/F_1)$ の値を図 5.16 に示す。目標値 1/100 に対して、実際には小さめに評価されている。図には参考として $n=500, m=50$ のときの $P(F_1/F_0)P(F_2/F_1)$ の精度評価式を併記している。これは、図 5.5 の黒線に対応するもので、図 5.5 では $n=100, m=10$ の場合であるが、 $n=500, m=50$ の場合にしたもののが図 5.16 の黒線である。

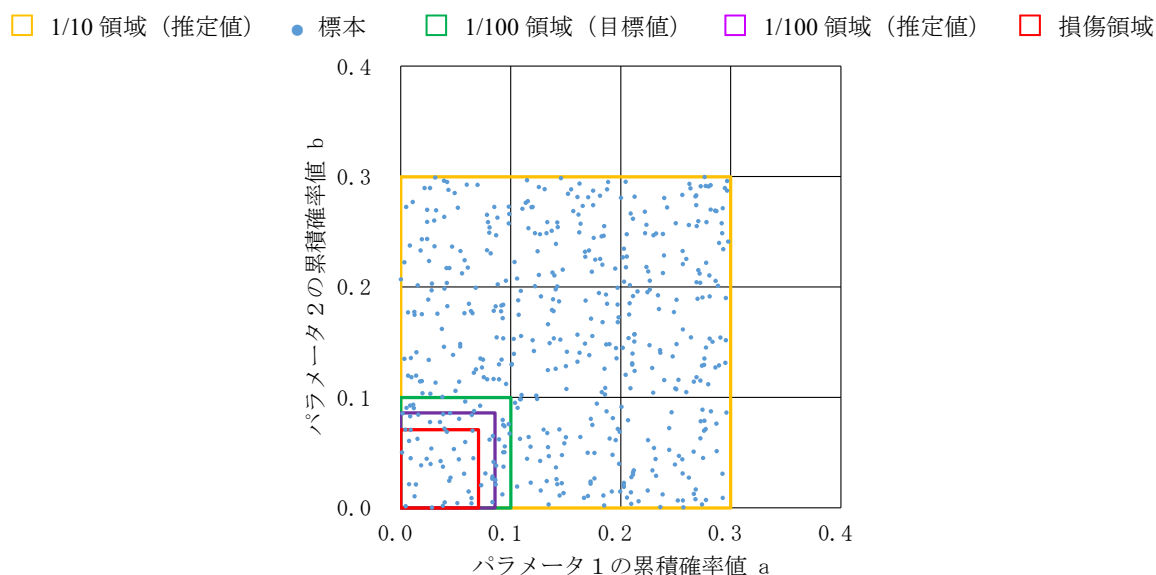


図 5.15 subset 法の 2 番目のステップ $n=500, m=50$

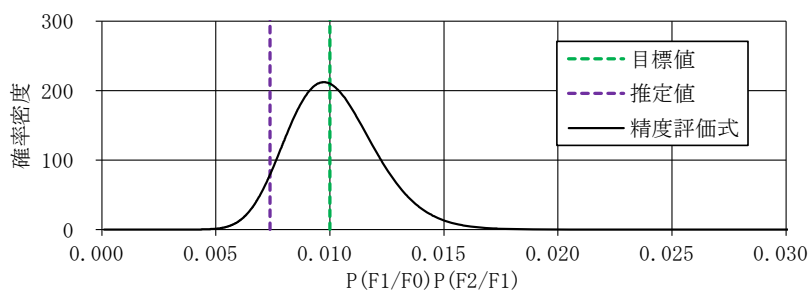


図 5.16 $P(F_1/F_0)P(F_2/F_1)$ $n=500, m=50$

subset 法の最後のステップを図 5.17 に示す．図の表示としては，損傷領域付近のみを拡大して示している．図 5.15 で絞り込まれた 1/100 領域推定値（紫枠）に前ステップと同じ要領で 500 個のランダム標本を散布させる．次にそれらを限界状態関数値のうち，損傷領域の限界状態関数値境界値 14.14 以上となる標本の数を数える．図で言えば赤枠の中に入っている標本を数えることに相当する．この例では損傷となる標本数は 334 個になる．したがって損傷確率の推定値は，

$$(1/100) \times (334/500) = 0.00668$$

と計算される．損傷確率の真値は 0.005 であるが，標本数が有限個であることと，図 5.15 で絞り込まれた 1/100 領域推定値（紫枠）が 1/100 よりも小さめに絞り込まれてしまっていることから誤差が生じ，損傷確率の推定値は大きめに評価されている．損傷確率の値を図 5.18 に示す．図には参考として $n=500$, $m=50$ のときの損傷確率推定値の精度評価式を併記している．これは図 5.9 の緑線である．

上記で「subset 法の最後のステップ」と書いたが，当然 subset 法が常に 3 回で終わるわけではなく，たとえば損傷確率の真値が小さくなれば，ステップ数は増える．

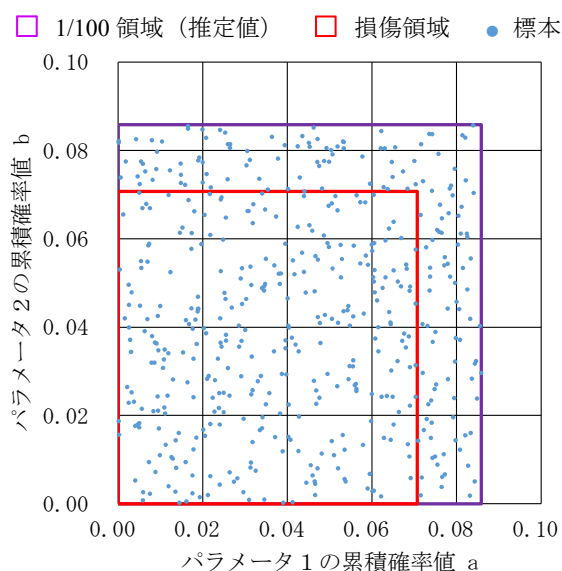


図 5.17 subset 法の最後のステップ $n=500$, $m=50$

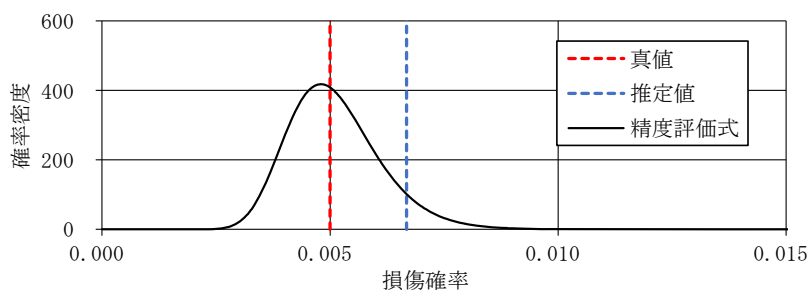


図 5.18 損傷確率 $n=500$, $m=50$

図 5.13～図 5.18 の一連の作業を検証ケース数 10000 回繰り返す．一連の作業と言っても 1 つ 1 つ図等を書いていくわけではなく，限界状態関数値に対して，数値的に一括処理するだけである．途中ステップ

における $P(F_1/F_0)$, $P(F_1/F_0)P(F_2/F_1)$ のばらつき状況, および最終ステップで求まる損傷確率推定値の度数分布を求めた結果を図 5.19 に示す. 各図内の黒実線の精度評価式は, それぞれ図 5.14, 図 5.16, 図 5.18 の黒実線と同じである. また検証結果については, 横軸を以下の刻みで区分して, 区分内で発生値を度数集計することにより確率密度に換算して示している.

(a) $P(F_1/F_0)$ 0.002 刻み

(b) $P(F_1/F_0)P(F_2/F_1)$ 0.0002 刻み

(c) 損傷確率 0.0001 刻み

(c) の損傷確率については, 図 5.11 に示した通常の MCS と同様に, 本来取りうる値は離散値であるが, この場合その刻みが細かいこと等から, 確率密度として表示している.

結果より, 検証結果は検証ケース数が有限個であるため多少がたっているが, 精度評価式とほぼ一致しており, 精度評価式が正しいことが検証された.

また検証はパラメータが 2 つの事例で行っているので, 精度評価式の導出過程で考案して適用している図 5.2 の「多次元パラメータ空間の 1 次元化」についても, その考え方が正しいことが検証された.

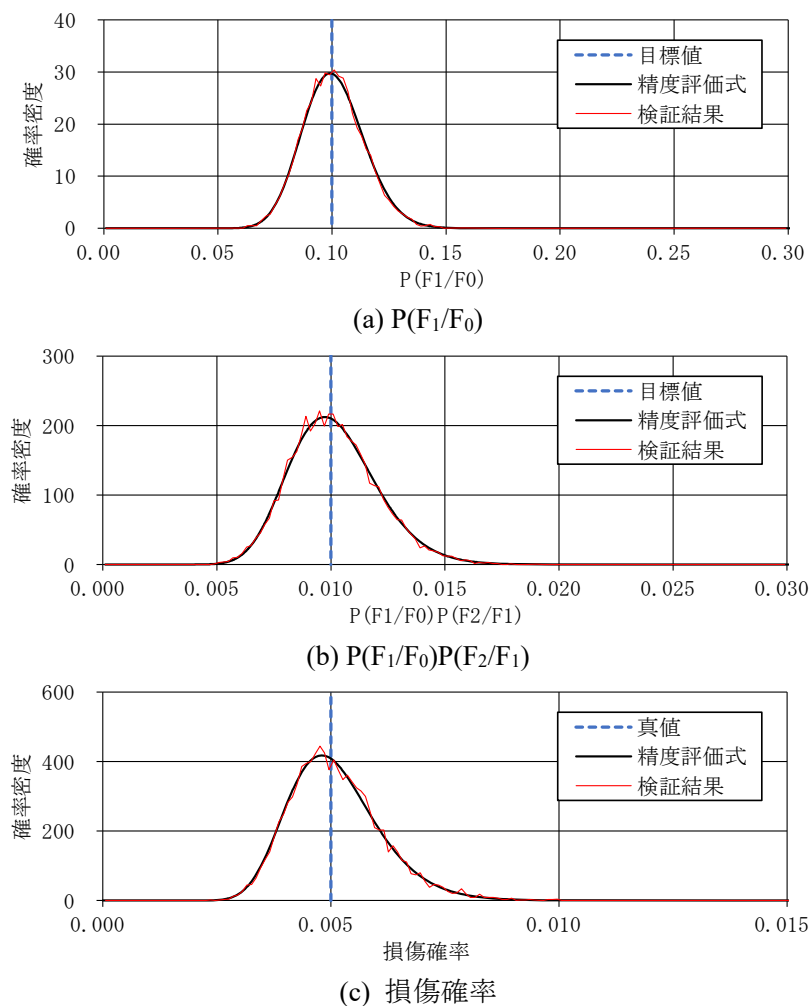


図 5.19 subset 法の検証結果 $n=500$, $m=50$ 検証ケース数=10000

5.4 subset 法の効率の分析

(1) subset 法における解析数

通常の MCS による損傷確率推定値のばらつきが、式(5.1)により図 5.1 のように描けることは既を示した。また 5.2 節で、subset 法による損傷確率推定値のばらつきも、精度評価式(5.7)(5.8)により図 5.7 のように描けることを示した。本節では、損傷確率の大きさにより subset 法の効率がどのように変わるかを調べることを目的として、5.2 節に提示した評価式を用いて、同等の精度を保证するために必要な解析数を、通常の MCS と subset 法で比較する。具体的には subset 法の場合に想定される損傷確率推定値の確率密度分布と通常の MCS を実施した場合に想定される損傷確率推定値の確率密度分布を比較し、同等の確率密度分布が得られた場合の解析数を比較する。

MCS や subset 法では、標本毎に破壊か破壊でないかを判定するための構造物の解析や部材照査等を実施することになる。本節では 1 標本あたりのこの作業を単に「解析」と呼ぶことにする。すなわち本節では「標本数」と「解析数」はほぼ同義である。解析数が多くなるほど損傷確率評価の計算負荷が大きくなる。

subset 法では、 k ステップで損傷確率が求まったとすると扱う標本数は $k \cdot n$ となるが、2 ステップ目以降は、 n 個の標本のうち m 個は前のステップからの繰り越し分を使えばよいから、解析数 N は次式となる。

$$N = n + (k - 1)(n - m) \quad (5.10)$$

しかしこれは subset 法で最低限必要な解析数（以後「最低解析数」と呼ぶ）である。subset 法の各ステップで MCMC により標本を発生させる場合には、発生した標本が前のステップで狭められた目標領域に含まれるかどうかは、解析を実施してみないとわからない。含まれなかった解析すなわち評価上無駄になった解析数を「不採用解析数」と呼ぶことにすると、subset 法の解析数は最低解析数と不採用解析数の和ということになる。4.3 節の事例では、表 4.3 に示したように不採用解析数は最低解析数と概ね同等な数であった。最低解析数と不採用解析数の割合は、目標領域の形や標本発生性能等に依存し、ケースバイケースである。通常、標本発生性能（目標領域内に標本が 1 箇所固まったり偏ったりせずに独立乱数として発生されること）を高くしようとするほど、MCMC におけるランダムウォークの移動範囲を大きくとる等の必要があり、不採用解析数は多くなる。

(2) 通常の MCS との比較

ここでは、いろいろな損傷確率真値 P_t に対して、 $n=500$ 、 $m=50$ という条件での subset 法と同等の精度を保証する通常の MCS の解析数を求め、subset 法の解析数と比較する。

通常の MCS の損傷確率推定値のばらつきは式(5.1)に示した通りである。図 5.1 のばらつき分布の縦軸(確率) 各推定値の分担幅で除せば確率密度分布として描くことができる。

比較は P_t が 1.0×10^{-5} から 1.0×10^{-2} までのいろいろな値に対して行った。代表として $P_t=5.0 \times 10^{-3}$ のときの比較図を図 5.20 に示す。図で黒線が $P_t=5.0 \times 10^{-3}$ 、 $n=500$ 、 $m=50$ を subset 法の精度評価式(5.7)(5.8)に代入して求めた損傷確率推定値の確率密度分布である。これに、式(5.1)に $\alpha=5.0 \times 10^{-3}$ と解析数 n を代入して求まる通常の MCS による損傷確率推定値の確率密度分布を解析数 n をいろいろ変えて重ね書きしたものである。通常の MCS の解析数がたとえば 3000 では subset 法よりもばらつきが大きく(損傷確率推定値の精度が悪く)、逆にたとえば 10000 では subset 法よりもばらつきが小さく(損傷確率推定値の精度が良く)なる。解析数 5300 で subset 法に最も良く一致しているのので、「損傷確率真値が 5.0×10^{-3} のとき、 $n=500$ 、 $m=50$ という条件での subset 法と同等の精度を保証する通常の MCS の解析数は 5300 である」ということになる。subset 法の解析数は、 $P_t=5.0 \times 10^{-3}$ 、 $n=500$ 、 $m=50$ のとき、損傷確率は 3 ステップ目で求まる場合がほとんどであるので、式(5.10)より最低解析数は、 $500+(3-1)(500-50)=1400$ である。

$P_t=5.0 \times 10^{-5}$ のときの比較図を図 5.21 に示す。subset 法の最低解析数は、損傷確率が求まるのはほとんど 5 ステップ目であるので、 $500+(5-1)(500-50)=2300$ である。確率密度分布が同等となるような通常の MCS の解析数は 290000 と非常に大きく、subset 法の効率が格段に顕著になる。

図 5.20～図 5.21 の検討を他の損傷確率真値に対して行い、subset 法 ($n=500$ 、 $m=50$) およびそれと同等な精度を有する通常の MCS の解析数を比較したものを表 5.2 に、またそれを図化したものを図 5.22 に示す。subset 法については、解析数は不採用解析数も含めた全解析数ではなく最低解析数での比較であるが、不採用解析数が最低解析数の仮に数倍と見込んでも、損傷確率真値が小さくなると、subset 法の通常の MCS に対する効率が飛躍的に大きくなる様子がわかる。

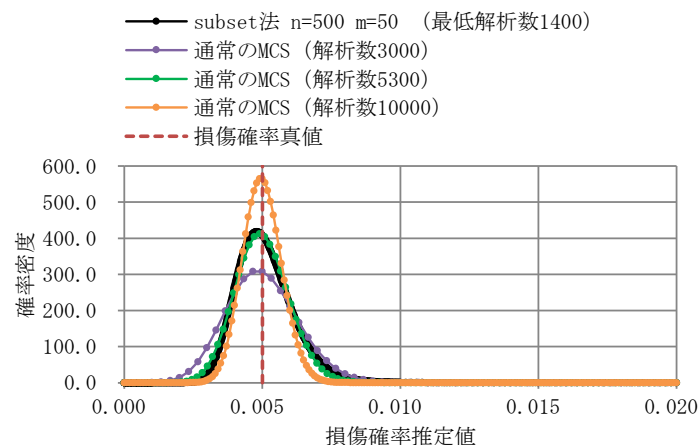


図 5.20 subset 法と通常の MCS の損傷確率推定値の確率密度分布の比較 ($P_t=5.0 \times 10^{-3}$)

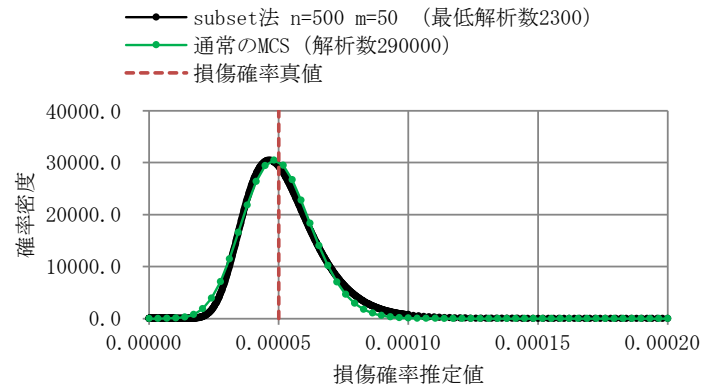


図 5.21 subset 法と通常の MCS の損傷確率推定値の確率密度分布の比較 ($P_t=5.0\times 10^{-5}$)

表 5.2 subset 法と通常の MCS の解析数の比較

損傷確率 真値 P_t	subset 法 $n=500, m=50$		通常の MCS 解析数
	ステップ数 k	最低解析数	
1.0×10^{-5}	5~6	2525	1200000
2.0×10^{-5}	ほとんど 5	2304	660000
5.0×10^{-5}	ほとんど 5	2297	290000
1.0×10^{-4}	4~5	2075	150000
2.0×10^{-4}	ほとんど 4	1852	83000
5.0×10^{-4}	ほとんど 4	1849	37000
1.0×10^{-3}	3~4	1625	19500
2.0×10^{-3}	ほとんど 3	1400	11500
5.0×10^{-3}	ほとんど 3	1400	5300
1.0×10^{-2}	2~3	1175	2800

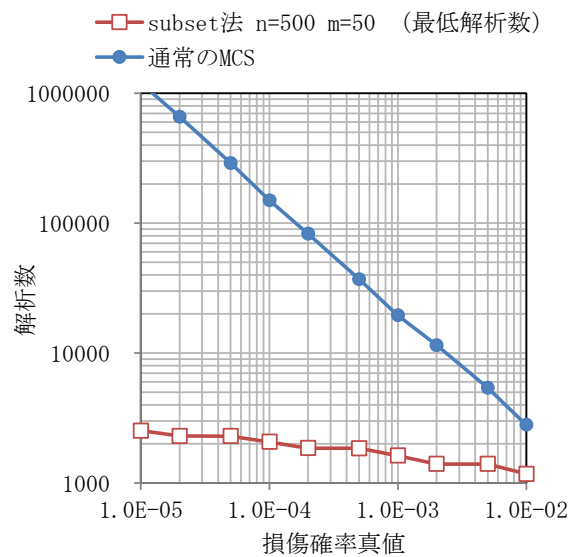


図 5.22 subset 法と通常の MCS の解析数の比較

(3) 領域縮小率に関する検討

前章を含むこれまでの検討では、subset 法を行う際の各ステップの領域縮小率 m/n は、 $n=100$, $m=10$, あるいは $n=500$, $m=50$ など、 $m/n = 1/10$ を基本として検討してきた。ここでは、 m/n を変化させた場合、同等の精度を得るのに必要な解析数を比較して「subset 法では領域を何分の 1 ずつ狭めていくのが効率的か」を検討した。

損傷確率真値 $P_t=5.0\times 10^{-4}$ を想定し、 $n=500$, $m=50$ ($m/n=1/10$) を基準ケースとしてまず損傷確率予測値の確率密度分布を求める。続いて、いくつかの m/n に対して、図 5.23 の例のように損傷確率予測値の確率密度分布ができるだけ重なるように（精度が同程度となるように） n , m を同定して式(5.10)により最低解析数を算出して比較した。また通常の MCS に対しても同様に解析数を同定して比較した。

比較結果を表 5.3 に示す。また横軸に m/n を、縦軸に解析数を表示したものを図 5.24 に示す。 $m/n \geq 1/20$ (0.05) では解析数は、 m/n が小さくなると漸増するがオーダー的にそれほど顕著な変化ではない。通常の MCS の解析数はこれらの約 20 倍であり、subset 法の効率性が顕著である。 $m/n \leq 1/50$ (0.02) になると解析数が急激に増加するようになる。

解析数だけで見ると m/n が大きいほど効率的ということになるが、表 5.3 より $m/n=1/2$ のときには、損傷確率が求まるまでのステップ数が 10~11 と非常に多くなり、ステップ数増加に伴う付加的な手間を考えたときには効率的とは言えない。一般的には $m/n=1/10$ 程度とする事例が多いが、本検討からも $1/20 \leq m/n \leq 1/5$ 程度が妥当であるといえる。

損傷確率真値 $P_t=5.0\times 10^{-3}$ を想定し、 $n=200$, $m=20$ ($m/n=1/10$) を基準ケースとして同様の検討をした結果を表 5.4, 図 5.25 に示す。結果の傾向は表 5.3, 図 5.24 の場合と同様で、解析数やステップ数を鑑みるとやはり $1/20 \leq m/n \leq 1/5$ 程度が妥当であるといえる。なお P_t が大きくなると、通常の MCS の解析数が減ってくるので、不採用解析数も考慮すると subset 法そのものの効率性が顕著でなくなる。

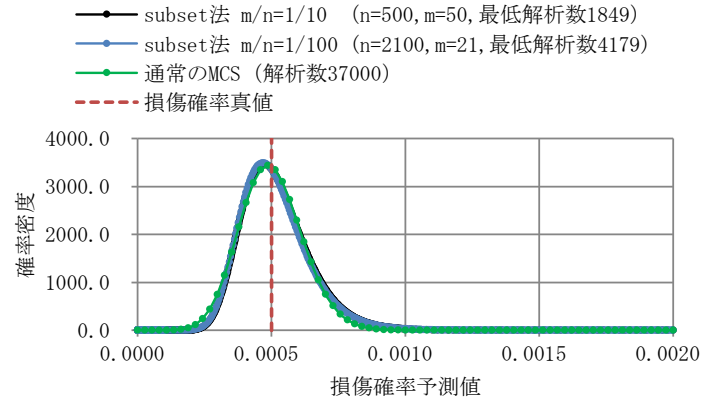


図 5.23 解析数等の同定の例 ($P_t = 5.0 \times 10^{-4}$ $n = 500$, $m = 50$ を基準)

表 5.3 解析数等の同定結果 ($P_t = 5.0 \times 10^{-4}$ $n = 500$, $m = 50$ を基準)

m/n	n	m	ステップ数 k	解析数
通常MCS	—	—	—	37000
1/500	8500	17	2	16983
1/200	3600	18	2	7182
1/100	2100	21	2	4179
1/50	1600	32	2~3	3457
1/20	740	37	3	2146
1/10	500	50	4	1849
1/5	330	66	5~6	1394
1/2	210	105	10~11	1303

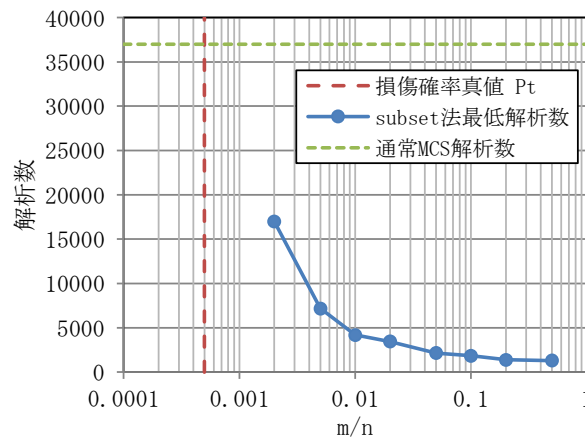


図 5.24 互いに精度が同程度となる解析数 ($P_t = 5.0 \times 10^{-4}$ $n = 500$, $m = 50$ を基準)

表 5.4 解析数等の同定結果 ($P_t=5.0\times 10^{-3}$ $n=200$, $m=20$ を基準)

m/n	n	m	ステップ数 k	解析数
通常MCS	—	—	—	2350
1/100	1000	10	2	1977
1/50	500	10	2	990
1/20	300	15	2~3	592
1/10	200	20	3	558
1/5	135	27	3~4	453
1/2	90	45	7~9	410

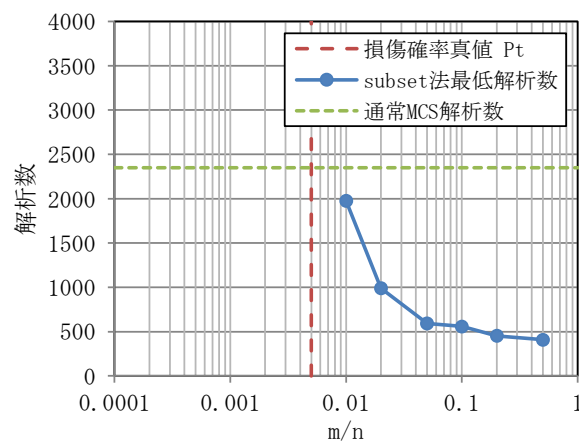


図 5.25 互いに精度が同程度となる解析数 ($P_t=5.0\times 10^{-3}$ $n=200$, $m=20$ を基準)

5.5 まとめ

subset 法の誤差は大別して「標本発生の性能に起因する誤差」と「標本数に起因する誤差」がある．本章では後者の誤差に着目し，「subset 法の過程で仮に目標領域内に独立乱数による理想的な標本発生ができたとしても，標本個数の大小に応じた誤差が当然存在する．それによる損傷確率評価値の精度は理論的に求めることができる．」という主旨のもとに，「損傷確率真値が P_t のとき，発生・抽出標本個数を n, m 個で subset 法を実施した場合，損傷確率推定値はどのようにばらつくか」を， P_t, n, m のみに依存する精度評価式として導出した．

また，導出した精度評価式を利用して，subset 法と通常の MCS で損傷確率推定値の精度が同じになる解析数を比較し，損傷確率が小さくなるほど subset 法の効率が飛躍的に大きくなることを示した．

さらに subset 法では領域を何分の 1 ずつ狭めていくのが効率的かを検討し， $1/20 \leq m/n \leq 1/5$ 程度が妥当であるという結果を得た．

subset 法により損傷確率評価を実施する場合，適用した発生・抽出標本個数 n, m や損傷確率の大きさに応じ，本論文で導出した精度評価式により損傷確率値の精度を評価・把握しておくことは有用であると考ええる．

参考文献

- 1) Au, S. K.. and Beck, J. L. : Subset Simulation and its Application to Seismic Risk Based on Dynamic Analysis, Journal of Engineering Mechanics, Vol.129, No.8, pp.901-917, 2003.
- 2) 吉田郁政, 佐藤忠信 : MCMC を用いた損傷確率の効率的算定法, 土木学会論文集, No.794/I-72, pp.43-53, 2005.
- 3) 中村聖三, 宮田喜生, 高橋和雄 : 部材の破壊確率に対する確率分布の影響に関するマルコフ連鎖モンテカルロシミュレーションと subset 法を用いた一検討, 土木学会 第 65 回年次学術講演会講演概要集, I-211, pp.421-422, 2010.
- 4) 伏見正則, 逆瀬川浩孝監訳 : モンテカルロ法ハンドブック, 朝倉書店, 2014.
- 5) 景山三平監修, 宿久洋, 村上享, 原恭彦著 : MINERVA 数学講義 確率と統計の基礎I 増補改訂版, ミネルヴァ書房, 2013.

第6章 地中構造物のプッシュオーバー解析における合理的な境界条件に関する検討

6.1 はじめに

原子力発電所屋外重要土木構造物等の RC 製地中構造物の横断面を対象とした耐震性能照査は、地盤－構造物連成系の二次元地震応答解析により部材の破壊に対する照査が行われるのが一般的である¹⁾。一方で、応答の限界値設定等の目的で構造物の耐震性能を照査する方法として、プッシュオーバー解析が挙げられる¹⁾。上記目的においては、地盤条件を排除した構造物単体の耐震性能を求める場合が多いため、プッシュオーバー解析は通常、構造物単体モデルを対象として、地震力に相当する水平荷重を単調に漸増载荷することによりいわゆる荷重～変形関係 ($P \sim \delta$ 曲線) を求め、損傷過程や最大耐力を把握する。

第3章3.4節で分析したように、地中構造物が極端に不均質な地盤中に埋設されている場合には、構造物全体の層間変形角と特定の部材のせん断力の大小関係に相関性がないといった特殊な事象が発生する場合もある。このためプッシュオーバー解析手法として、地盤－構造物一体モデルに静的震度を漸増载荷する方法¹⁾もある。ただしこれは当然ながら特定の地盤条件限定での評価となる。また解析結果から連続的に分布する土圧・せん断力・躯体慣性力を単一の力として集計するのは困難であるため、荷重～変形関係を評価する際の荷重としては構造物に直接作用する力ではなく地盤に作用させる震度となることなど、評価形態も通常のプッシュオーバー解析とは異なったものとなる。応答変位法のように構造物の周囲に地盤ばね要素を取り付けたモデルによるプッシュオーバー解析の検討事例^{例えは2)}もあるが、これも地盤－構造物一体型の手法と同様に特定の地盤条件のもとでの評価となる。

したがって本研究では、地盤条件を排除した構造物単体の耐震性能を把握するという前提のもと、プッシュオーバー解析は構造物のみを取り出した単体モデルに力をかけて評価する方法に限定するものとする。換言すれば、地中構造物が極端に不均質な地盤中には埋設されていないという前提となる。しかしながら地盤が仮に均質であったとしても、周囲を連続的に地盤に囲まれた地中構造物では、土圧・せん断力・躯体慣性力は分布荷重として作用する。また地盤と構造物の剛性比や地震動特性に依存した地盤の変形モードによっても各荷重の作用状況は異なってくる。構造物単体を対象としたプッシュオーバー解析では、これらの作用荷重の影響を比較的少数の離散的な載荷点や支持点でモデル化することが多いため、周囲が地盤と接している場合と厳密には断面力分布等が整合しない可能性も考えられる。

プッシュオーバー解析の精度を検討するには、動的解析結果と比較するのが有効であるが、そのような既往検討事例^{例えは3)}は、慣性力が支配的となる橋梁等の地上構造物を対象としたものが多く、慣性力の影響よりも地盤との相互作用の影響が大きい地中構造物を対象とした事例は少ない。

そこで本検討では、「構造物単体を対象として載荷点・支持点を離散的に配置した地中構造物のプッシュオーバー解析」を実施する場合の合理的な境界条件について提案することを目的として、いくつかの境界条件によるプッシュオーバー解析と地盤－構造物一体モデルの動的解析結果を比較・検討した。

解析における構造物のモデル化については部材非線形解析（梁要素系モデル）と材料非線形解析（平面要素系モデル）に大別されるが、本検討においてはファイバーモデルを用いた部材非線形解析の場合を対象とした。

本検討では、解析モデルの支持条件および载荷条件をまとめて「境界条件」と称すものとする。

6.2 検討条件および動的解析

本節では、検討条件およびプッシュオーバー解析結果と比較するための地盤－構造物一体モデルによる動的解析の結果について示す。

(1) 検討条件

対象としたのは、原子力発電所屋外重要土木構造物の取水ダクトを想定した地中構造物で、第 3 章で対象としたものと基本的に同じである。そのため第 3 章と図表等が重複したり本文の説明が繰り返される部分もあるが、今一度検討条件について以下に記しておく。

検討対象構造物は、2 連ボックスカルバートを想定する。図 6.1 に検討対象構造物の全体図を、図 6.2 に構造物の配筋条件を示す。これらは参考文献 1)および参考文献 4)等を参考として設定した。

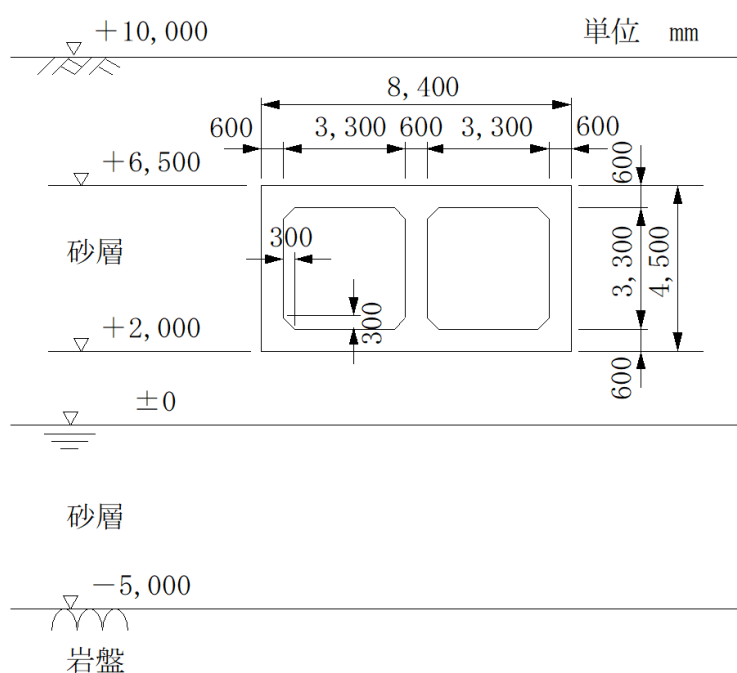


図 6.1 検討対象構造物

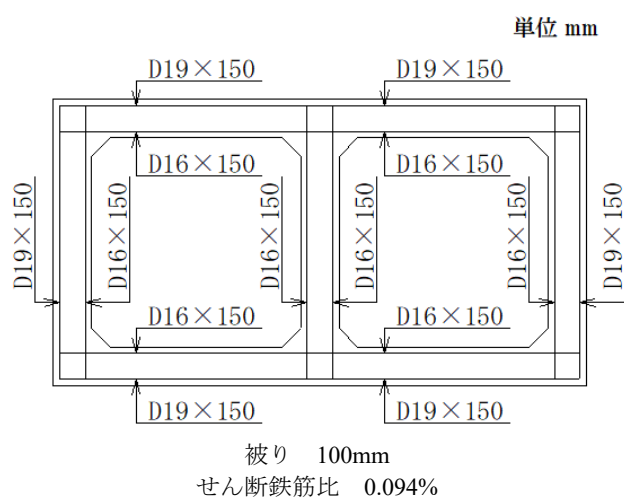


图 6.2 配筋图

構造物の物性値を表 6.1 に、地盤の物性値を表 6.2 に示す。コンクリートの非線形特性はコンクリート標準示方書⁵⁾に示されるコンクリートの応力-ひずみ曲線にて、鉄筋の非線形特性はバイリニアモデルにてモデル化する。地盤の非線形特性は図 6.3 に示すように、参考文献 1)に示される設計条件をもとに R-O モデルで近似する。

表 6.1 構造物物性

コンクリート	圧縮強度 (N/mm ²)	24.0
	引張強度 (N/mm ²)	0.0
	ポアソン比	0.20
	単位体積重量 (kN/m ³)	23.0
鉄筋	降伏強度 (N/mm ²)	345.0
	ヤング係数 (kN/mm ²)	200.0
	ポアソン比	0.30
	単位体積重量 (kN/m ³)	77.0

表 6.2 地盤物性

	砂層 地下水位以上	砂層 地下水位以下	岩盤
せん断波速度 (m/s)	300	300	700
ポアソン比	0.40	0.48	0.33
単位体積重量 (kN/m ³)	18.0	20.0	20.0

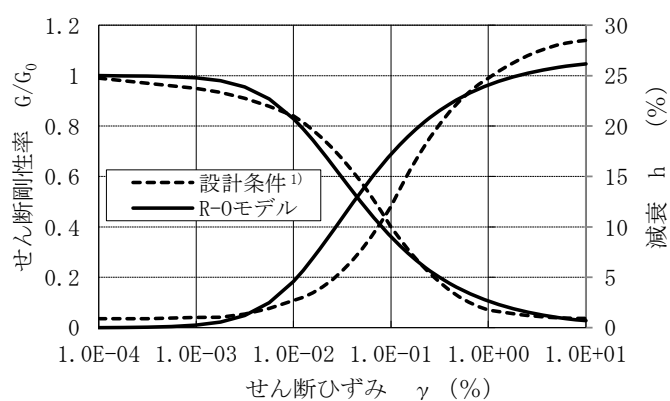


図 6.3 地盤の非線形特性

動的解析における入力地震動は、地表からの深さ 15.0m の岩盤における 2E 波として、コンクリート標準示方書⁵⁾に示されているレベル 2 地震動（内陸型）の振幅を 2 倍にし、符号を反転した波を適用する。図 6.4 に入力地震動を示す。振幅を 2 倍にした理由は、今回の解析条件において構造物に有意な変形を意図的に生じさせるためである。また符号を反転した理由は、構造物の最大変形時の変形の方法を、プッシュオーバー解析の荷重方向（右向き）に合わせるためである。

検討は、微小変形理論に基づく解析コード TDAP III⁶⁾による地盤－構造物一体 2 次元解析により行う。図 6.5 に解析モデルを示す。

地盤は平面ひずみ要素にてモデル化する。地盤と構造物間には、剥離・滑動を表現するジョイント要素等は設けない。構造物は壁厚方向に 22 層に分割したファイバー要素でモデル化し、前述のコンクリートおよび鉄筋の非線形特性を適用する。隅角部（側壁と頂底板との交点ならびに隔壁と頂底板との交点）は参考文献 1) に従い、所定の範囲を剛域要素とする。図 6.6 に構造物のモデル化を示す。構造物モデルの要素分割は、図 6.5 において構造物に接する地盤要素の分割位置と同じとしている。

解析は自重解析を実施した後に、その応力・ひずみ等を初期条件として動的解析を実施する。

境界条件は、自重解析は底面固定・側方鉛直ローラー、動的解析時は底面・側方とも粘性境界とし、底面のダンパーを介して図 6.4 の波を入力する。

動的解析結果は、プッシュオーバー解析結果と比較するためのベンチマークであるが、構造物の応答は地盤条件によって異なってくるため、一参考という位置付けとなる。

なお本論文においては、部材は断面の平面保持を前提としたファイバー要素でモデル化するため、材料非線形解析のようにせん断破壊を直接的に評価することはできない。したがって曲げ降伏による剛性低下のみに着目した検討となる。

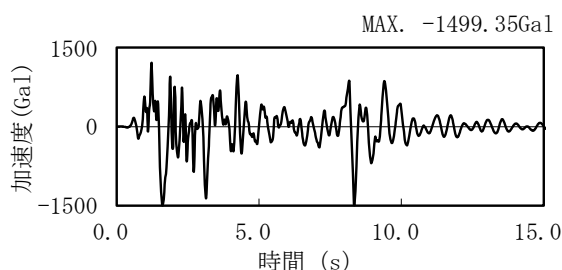


図 6.4 入力地震動

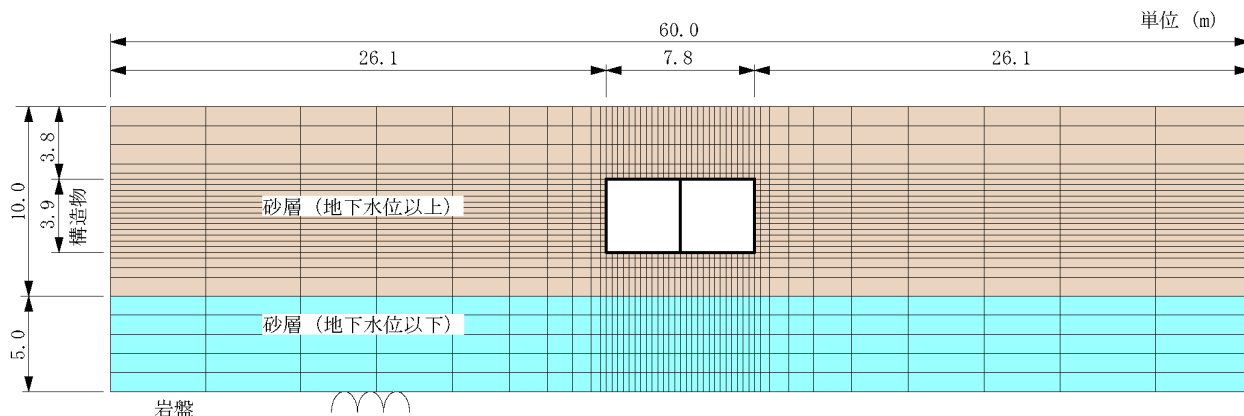


図 6.5 解析モデル

プッシュオーバー解析は構造物単体を取り出して行うため、本項で示した地盤条件あるいは図 6.5 に示す解析モデルは、基本的にはベンチマークとする動的解析にのみ用いるものである。ただし正確に言えば、6.3 節(1)項で述べるように、図 6.5 の解析モデルを用いて自重解析をした結果の構造物の初期応力・初期ひずみをプッシュオーバー解析の初期条件として受け渡す、という点においてのみ関わってくる。

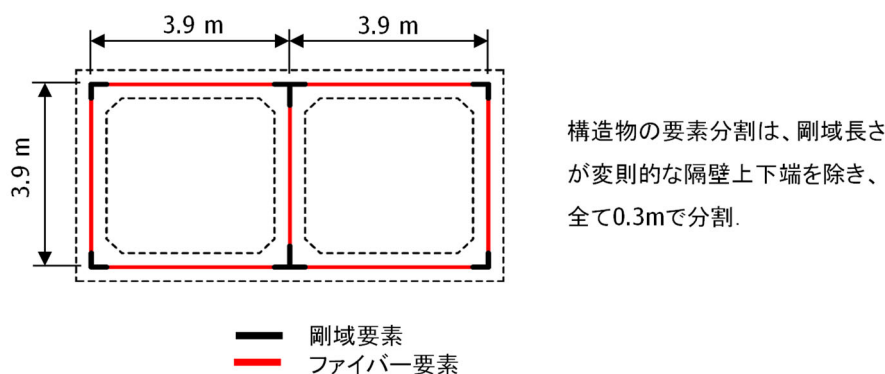


図 6.6 構造物のモデル化

(2) 動的解析結果

自重解析結果の構造物の軸力図を図 6.7 に示す。これは動的解析結果あるいはプッシュオーバー解析結果の軸力が自重時からどの程度増加するか比較する目的で示すものである。軸力図では、縦部材は右側にプロットが圧縮、横部材は下側にプロットが圧縮である。軸力値は単位奥行あたりのものである。本論文に示す断面力図のうち、図 6.7 と後述の図 6.28 の軸力図については、断面力線との位置関係がわかりにくいため、構造物位置を青線で示している。

動的解析の結果として、図 6.8 に隔壁上下端の水平相対変位を構造物高さで除した層間変形角（右向きせん断変形を正）の時刻歴を示す。1.85 s で最大値 0.0155 が生じている。

図 6.9 に最大層間変形角(0.0155)発生時の変形図を示す。

図 6.10 に図 6.9 と同時刻の軸力および曲げモーメントの分布図を示す。軸力および曲げモーメントの値は単位奥行あたりのものである。軸力図を図 6.7 の自重時の軸力図（プロットスケールは同じ）と比較すると、地盤からの連続的な周面せん断力により分布形状が若干変わるが、部材毎に平均した値は自重時からそれほど顕著な変化はないと言える。

図 6.11 に図 6.9 と同時刻の曲率の分布図ならびに主要位置の曲げモーメント～曲率履歴曲線（以下「M～ ϕ 曲線」）を示す。曲率分布図には後述図 6.12 に示す鉄筋降伏範囲を赤で示している。大きな曲率が発生しているのは、四隅の隅角部や頂底版と隔壁の交差部の剛域要素に隣接する 1 要素であることがわかる。特に隔壁の上下端は、他の場所に比べて大きな曲率が発生している。以降このように鉄筋が降伏して突出した曲率が発生している部分を塑性ヒンジと呼ぶことにする。この曲率分布は図 6.9 の変形図における各部材の変形状況からおおよそ推測することはできる。M～ ϕ 曲線を見ると、塑性ヒンジが発生しているところでは、曲線の傾きが小さくなる領域に達していることがわかる。

図 6.12 に図 6.9 と同時刻の鉄筋ひずみ分布図を示す。降伏ひずみを超過している箇所を赤で示している。降伏箇所は隅角部剛域に隣接する 2 要素にまたがっている部分もあるが、特に大きな値が発生しているのは 1 要素分であることから、図 6.11 の曲率分布図で有意な値が発生している隅角部近傍の 1 要素の範囲で塑性ヒンジが形成されているととらえることができる。ただし隅角部近傍であっても、たとえば右側壁下端等では塑性ヒンジは発生していない。これは底版の右端で塑性ヒンジが先に形成された結果、曲げモーメントの伝達が低減されるためと考えられる。

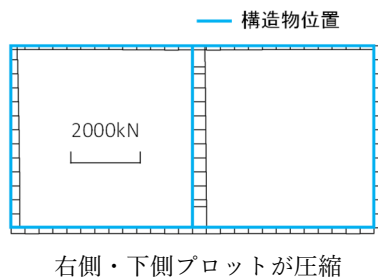


図 6.7 自重解析結果 軸力図

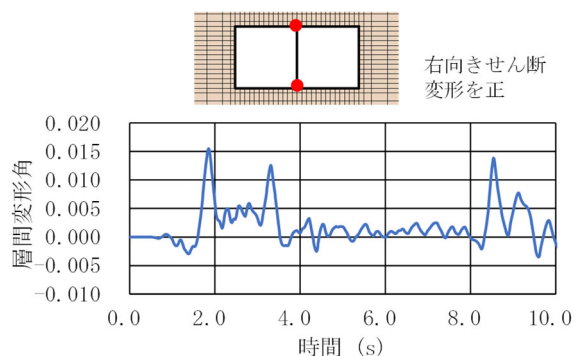


図 6.8 動的解析結果
層間変形角時刻歴

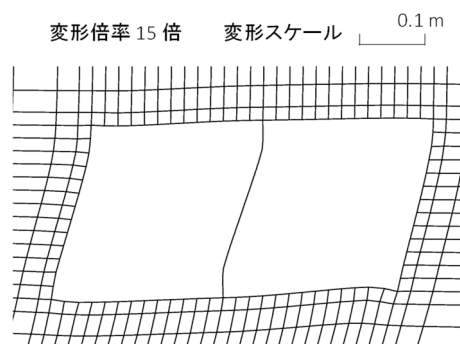
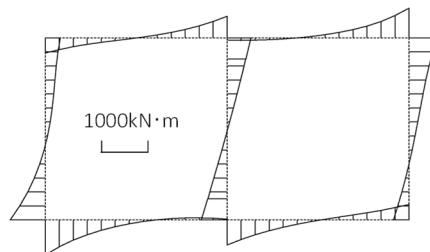
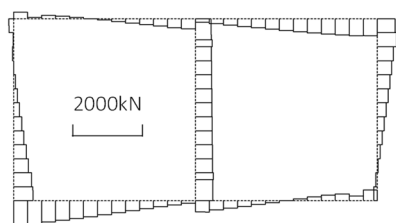


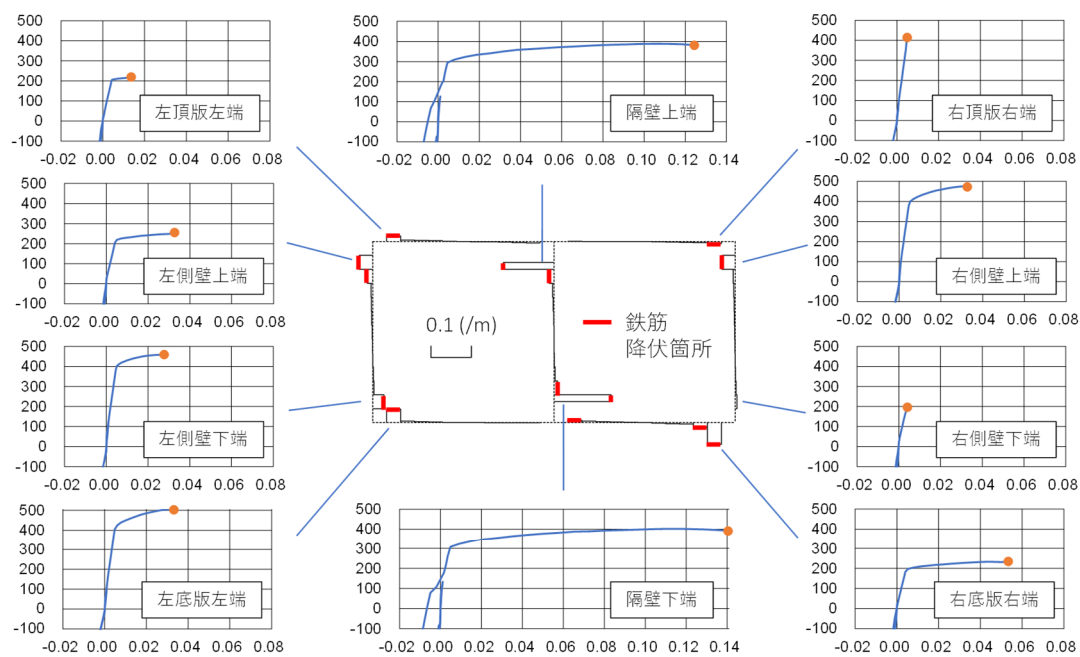
図 6.9 動的解析結果
最大層間変形角(0.0155)発生時の変形図



軸力 (右側・下側プロットが圧縮)

曲げモーメント

図 6.10 動的解析結果 図 6.9 と同時刻の軸力・曲げモーメント分布図



M～φグラフについて

- ・縦軸は 曲げモーメントM (kN-m) 横軸は 曲率φ (/m)
- ・縦軸・横軸とも、有意な値が生じる方向を正側にプロット
- ・青線は 0.00～1.85 s (最大層間変形角発生時) までをプロット

図 6.11 動的解析結果 図 6.9 と同時刻の曲率分布図および主要位置の M～φ 曲線

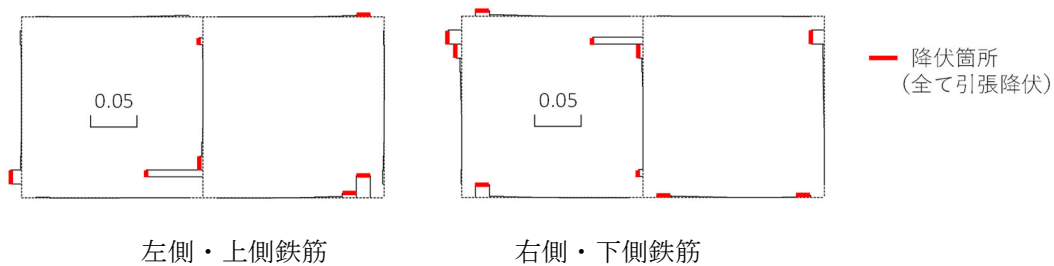


図 6.12 動的解析結果 図 6.9 と同時刻の鉄筋ひずみ分布

6.3 プッシュオーバー解析

本節では、いくつかの境界条件によるプッシュオーバー解析を実施し、それぞれの結果を動的解析結果と比較することにより、RC ボックスカルバートをファイバー要素でモデル化した場合の合理的な境界条件について検討する。

(1) 解析条件および検討ケース

解析は動的解析と同様、TDAP III⁶⁾を用い、図-5 に示したモデルによる自重解析結果の構造物の応力ひずみを初期条件とし、構造物のみを取り出したモデルに種々の境界条件を適用したプッシュオーバー解析を実施する。

なお加力点の载荷を漸増荷重で与えると、降伏後の荷重～変位曲線の傾きが小さくなったところで解析が不安定となるおそれがあるため、いずれの境界条件の解析とも、载荷点に漸増する強制変位を与えて反力を荷重として評価する。

図 6.13 にプッシュオーバー解析における境界条件の検討ケースを示す。「はじめに」でも述べたように、プッシュオーバー解析は地盤から受ける荷重や拘束の影響を比較的少数の離散的な载荷点や支持点でモデル化することが一般的であるため、各ケースの境界条件もこの方針の下で設定した。それぞれの境界条件の設定理由や意味については、次項の解析結果でそれぞれ説明する。

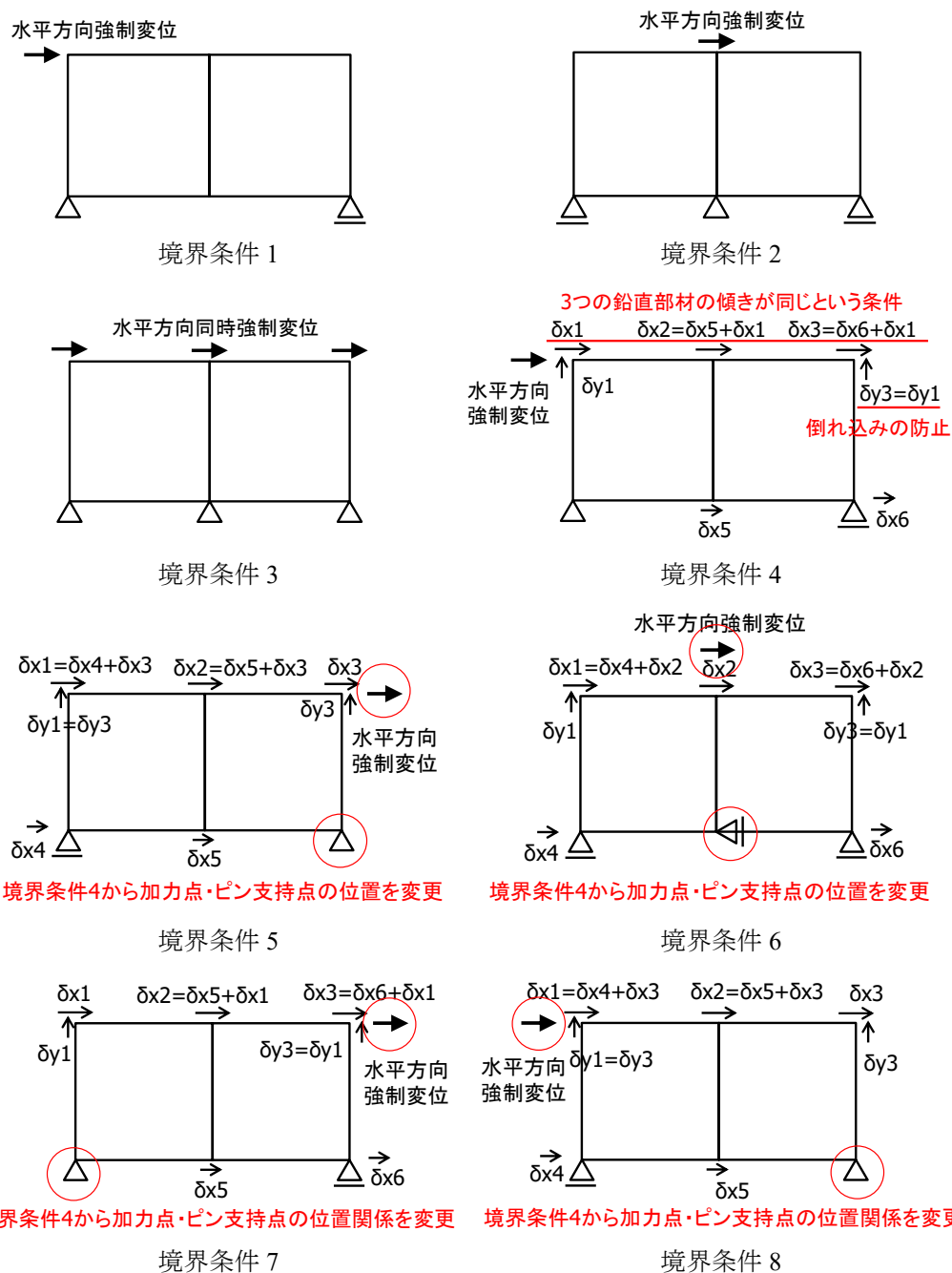


図 6.13 プッシュオーバー解析境界条件 検討ケース

(2) 解析結果

a) 境界条件 1

境界条件 1 は、一般的な境界条件の 1 つと考えられるものとして、底版をピンローラー支持として頂版の片側に集中荷重を与えるものである。

図 6.14 に荷重～層間変形角関係を示す。層間変形角が概ね 0.005 以上で、構造物が降伏して傾きが小さくなる。図中の「図出力ステップ」とは、以降の図で結果を示すステップである動的解析の最大層間変形角 0.0155 である。本論文ではプッシュオーバー解析の合理性を、結果が動的解析結果と比較して不自然に異なっていないかどうかにより評価するため、図 6.9, 図 6.10, 図 6.11 で示したのと同じ層間変形角 0.0155 時における変形図、軸力、曲げモーメント、曲率の分布図を動的解析結果と比較する。

図 6.15 に層間変形角 0.0155 時の変形図を示す。

図 6.16 に層間変形角 0.0155 時の軸力および曲げモーメントの分布図を示す。軸力図を図 6.10 に示した動的解析結果の軸力図と比較すると、まず頂版の左側に大きな圧縮力が生じ、底版の左側に引張力が生じている。これは、図 6.17 にイメージ図を描いたように、頂版の左端を加力することにより、左頂版に圧縮力が働き、カルバート右ボックスが全体的に右に移動しようとする、それにより左底版が引っ張られて引張力が発生する、というメカニズムと考えられる（図ではカルバート右ボックスの剛性が極端に大きいイメージで描いている）。また荷重系全体の時計回りの偶力により、構造物全体が右に倒れ込もうとし、左側壁よりも右側壁の方が圧縮力が大きくなっている。

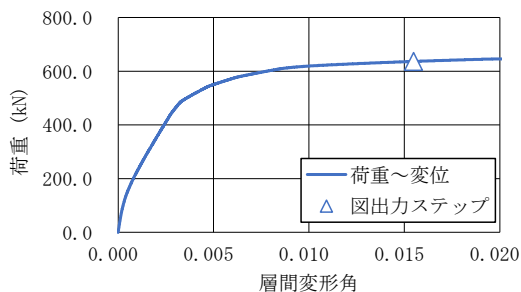


図 6.14 境界条件 1 荷重～層間変形角関係

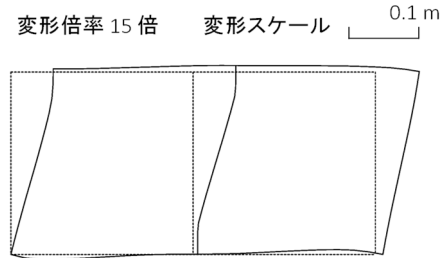
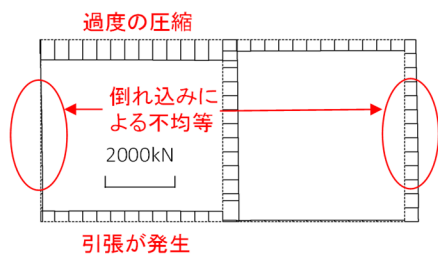
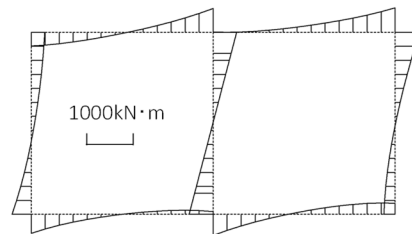


図 6.15 境界条件 1 層間変形角 0.0155 時の変形図



軸力（右側・下側プロットが圧縮）



曲げモーメント

図 6.16 境界条件 1 層間変形角 0.0155 時の軸力・曲げモーメント分布図

図 6.18 に層間変形角 0.0155 時の曲率の分布図ならびに主要位置の $M \sim \phi$ 曲線を示す。曲率分布図を図 6.11 に示した動的解析結果の曲率分布図と比較すると、頂版左端や左側壁下端で塑性ヒンジになっていない等の差異は見られるが、四隅の隅角部や頂底版と隔壁の交差部の剛域要素に隣接する 1 要素で塑性ヒンジが発生する傾向は一致している。

以上より、境界条件 1 は軸力分布において地盤－構造物一体動的解析結果と異なる不自然な結果となり、境界条件として改善の余地がある結果となっている。

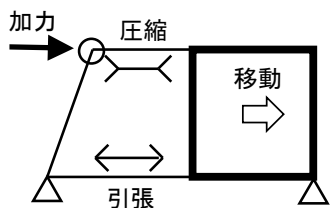
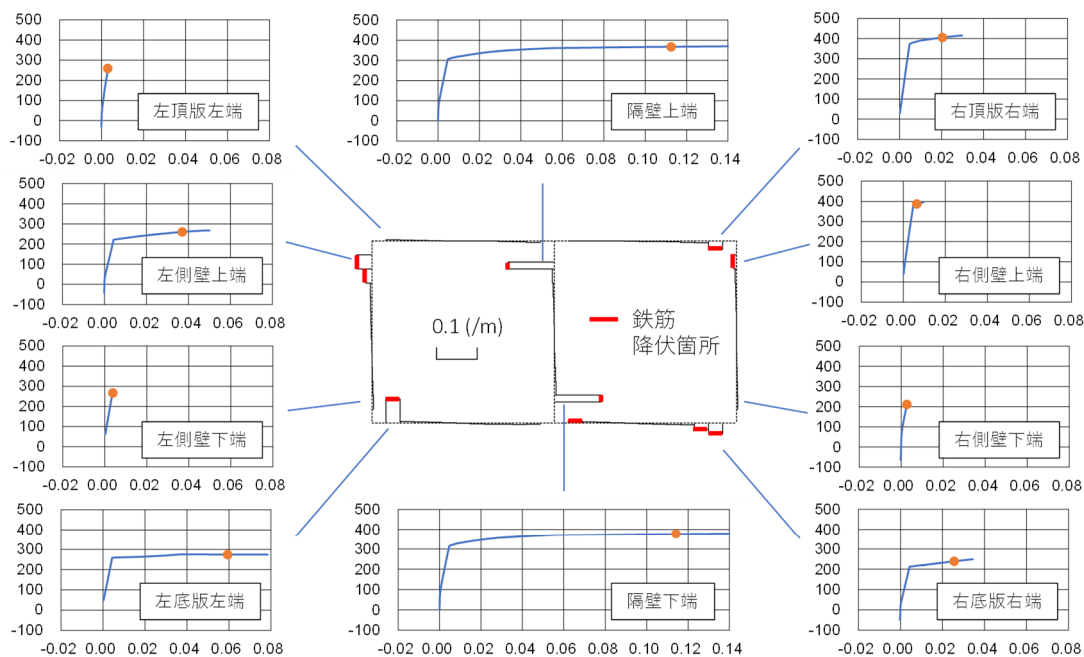


図 6.17 境界条件 1 の頂版・底版の軸力発生メカニズムのイメージ図



$M \sim \phi$ グラフについて

- ・縦軸は 曲げモーメント M (kN-m) 横軸は 曲率 ϕ (1/m)
- ・縦軸・横軸とも、有意な値が生じる方向を正側にプロット
- ・青線（スケールアウトしていないもの）は 層間変形角 0.02 までをプロット

図 6.18 境界条件 1 層間変形角 0.0155 時の曲率分布図および主要位置の $M \sim \phi$ 曲線

b) 境界条件 2

境界条件 1 の、左頂版圧縮・左底版引張という挙動を軽減するために、載荷点および水平支持点を中央の隔壁位置とした境界条件 2 を設定した。

図 6.19 に荷重～層間変形角関係を示す。耐力は図 6.14 に示した境界条件 1 よりもわずかに大きくなっている。

図 6.20 に層間変形角 0.0155 時の変形図を示す。

図 6.21 に層間変形角 0.0155 時の軸力および曲げモーメントの分布図を示す。軸力は、境界条件 1 と同様に、倒れ込みによる左右の側壁の不均等が生じている。頂版・底版の軸力は、境界条件 1 と比べれば図 6.10 に示した動的解析の結果に近くなっているが、図 6.22 にイメージ図を描いたように、境界条件 1 のメカニズムと同様に、力の流れから必然的に左頂版引張・右頂版圧縮・左底版圧縮・右底版引張となる。

図 6.22 に層間変形角 0.0155 時の曲率の分布図ならびに主要位置の $M \sim \phi$ 曲線を示す。曲率分布図を図 6.11 に示した動的解析結果の曲率分布図と比較すると、細かく見れば塑性ヒンジの発生箇所は異なる部分もあるが、四隅の隅角部や頂底版と隔壁の交差部の剛域要素に隣接する 1 要素で塑性ヒンジが発生する傾向は一致している。

境界条件 2 は、1 連ボックスに適用しようとする時、頂版、底版の格子点でない中間点に載荷点・支持点を設けることとなり不自然であることや、3 連以上となった時にどの格子点を載荷点・支持点とするか等に工学的な根拠が必要となることから、汎用性において課題のある境界条件であると言える。

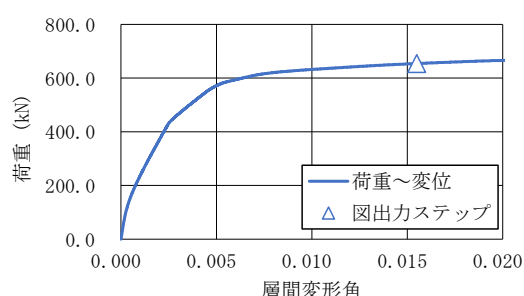


図 6.19 境界条件 2 荷重～層間変形角関係

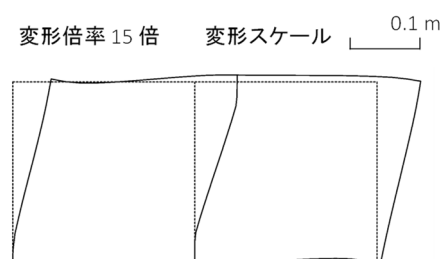
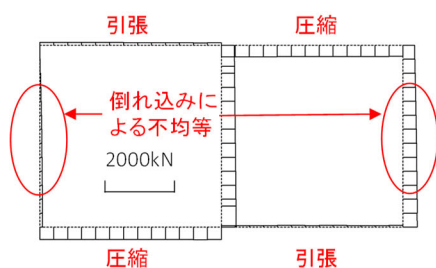
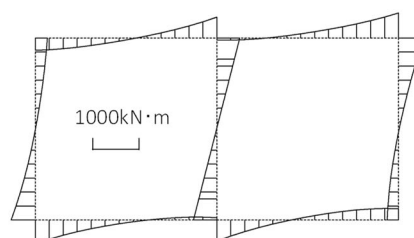


図 6.20 境界条件 2 層間変形角 0.0155 時の変形図



軸力 (右側・下側プロットが圧縮)



曲げモーメント

図 6.21 境界条件 2 層間変形角 0.0155 時の軸力・曲げモーメント分布図

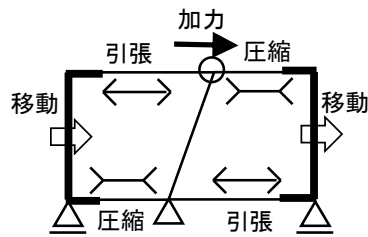
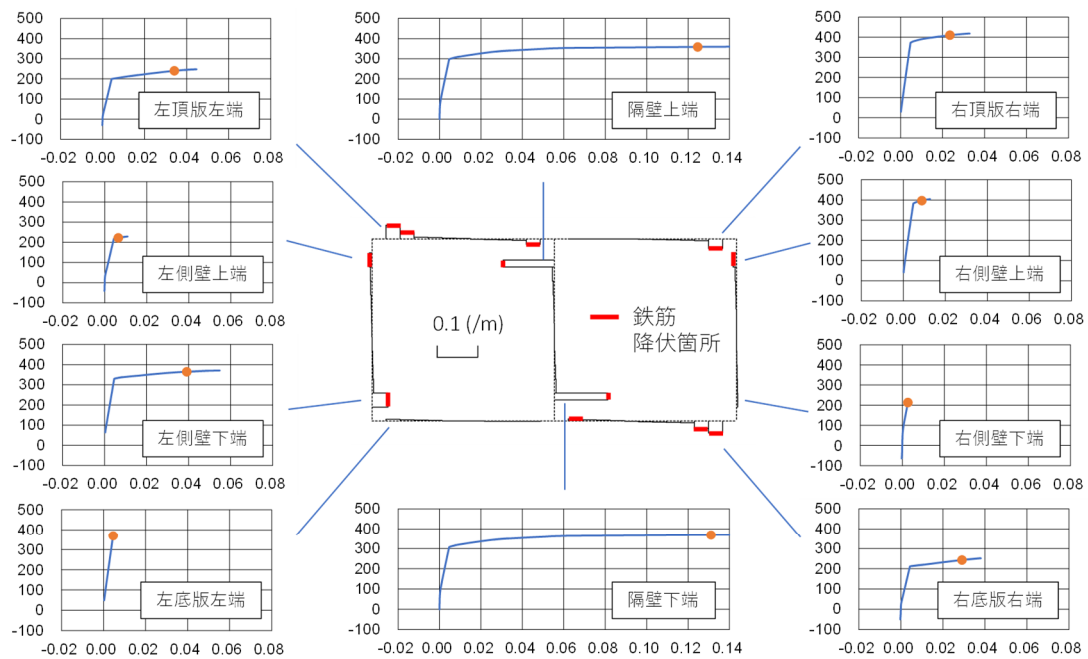


図 6.22 境界条件 2 の頂版・底版の軸力発生メカニズムのイメージ図



M~φグラフについて

- ・縦軸は 曲げモーメントM (kN-m) 横軸は 曲率φ (/m)
- ・縦軸・横軸とも、有意な値が生じる方向を正側にプロット
- ・青線 (スケールアウトしていないもの) は 層間変形角0.02までをプロット

図 6.23 境界条件 2 層間変形角 0.0155 時の曲率分布図および主要位置の M~φ 曲線

c) 境界条件 3

境界条件 1 および境界条件 2 の、頂版・底版の特定の位置に圧縮・引張が発生する事象を解消するために、頂版の 3 つの格子点を同時に強制変位載荷し、底版の 3 つの格子点をピン支持する境界条件 3 を設定した。

図 6.24 に荷重～層間変形角関係を示す。ここで縦軸の荷重は、3 つの載荷点あるいは 3 つのピン支持点の水平反力を合計したものである。耐力は境界条件 1 および境界条件 2 よりも大きくなっている。

図 6.25 に層間変形角 0.0155 時の変形図を示す。境界条件 1 の図 6.15 および境界条件 2 の図 6.20 でもわずかに認められるが、鉛直部材が伸びている様子がわかる。これは、断面の平面保持の仮定で曲げ変形を評価するファイバーモデルに RC 部材を適用した場合、曲げ変形後も全断面圧縮となるような大きな軸圧縮力が作用していない限りは、図 6.26 に示すように、コンクリートの引張応力が引張強度を超えて曲げひび割れが発生することにより中立軸が圧縮側に偏り、断面図心に沿った部材長が伸びるためである。このことは実験等の実現象でも報告されている^{例えば 7)}。頂版・底版については、境界条件より部材長は固定されている。

図 6.27 に層間変形角 0.0155 時の軸力および曲げモーメントの分布図を示す。軸力図でまず目を引くのが頂版・底版に大きな圧縮力が発生していることであり、図 6.10 に示した動的解析の結果と比べても過大なものとなっている。これは上述したように、曲げひび割れが発生する場合には部材長が伸びるといいう性質を持つファイバー要素の長さを固定した境界条件が原因であることは明らかである。また境界条件 1 および境界条件 2 と同様に、倒れ込みによる左右の側壁の不均衡が生じている。

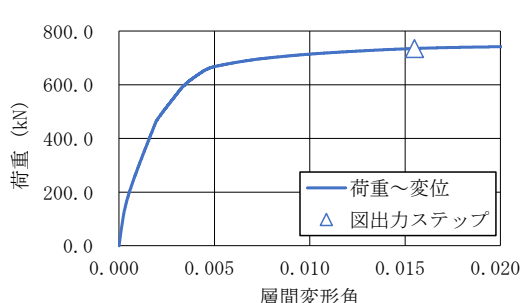


図 6.24 境界条件 3 荷重～層間変形角関係

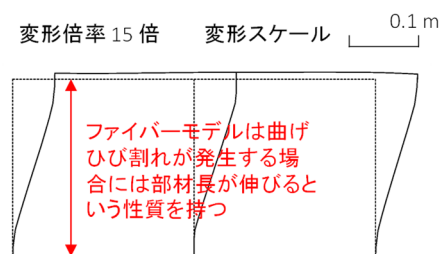


図 6.25 境界条件 3 層間変形角 0.0155 時の変形図

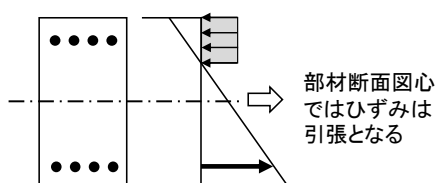


図 6.26 RC 部材断面のイメージ

図 6.28 に層間変形角 0.0155 時の曲率の分布図ならびに主要位置の $M \sim \phi$ 曲線を示す。曲率分布図を見ると、頂版および底版に塑性ヒンジが全く発生しておらず、図 6.11 に示した動的解析結果とはやや様相が異なる。図 6.25 に示した変形図からも、頂版・底版はほとんどたわんでいない様子がわかる。これは頂版および底版に大きな圧縮力が発生することにより、曲げに対して全断面有効の状態となり、見掛け上の曲げ耐力が大きくなるためと考えられる。

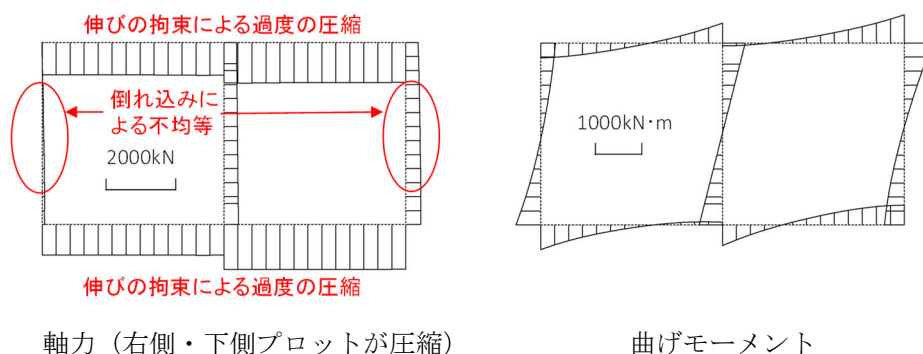
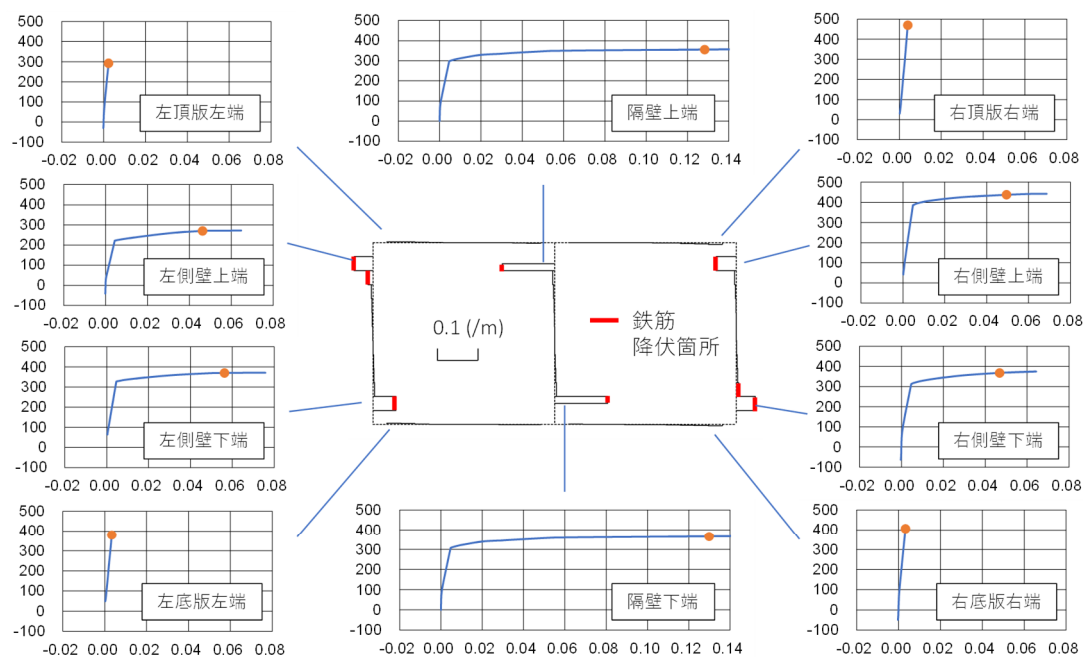


図 6.27 境界条件 3 層間変形角 0.0155 時の軸力・曲げモーメント分布図



$M \sim \phi$ グラフについて

- ・縦軸は 曲げモーメント M (kN-m) 横軸は 曲率 ϕ (1/m)
- ・縦軸・横軸とも、有意な値が生じる方向を正側にプロット
- ・青線 (スケールアウトしていないもの) は 層間変形角 0.02 までをプロット

図 6.28 境界条件 3 層間変形角 0.0155 時の曲率分布図および主要位置の $M \sim \phi$ 曲線

図 6.29 に、頂版・底版の 3 つの強制変位載荷点およびピン支持点の水平反力の内訳を示す。反力の値は位置により大きく異なり、符号が本来反力として発生する方向と逆向きのものもある。これは各点の反力に、伸びようとするファイバー要素の長さを拘束する力の分が加算されているためであることは明らかである。

以上より境界条件 3 は、ファイバー要素を用いる場合には、軸力分布や反力の内訳に工学的に不自然なところが認められるため、課題のある境界条件であると言える。

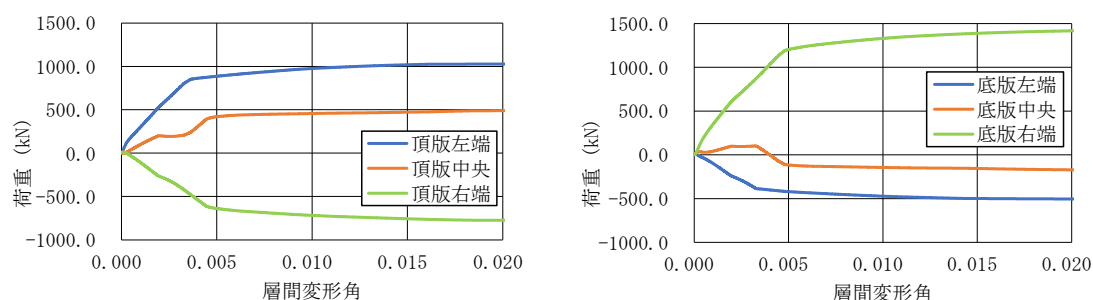


図 6.29 境界条件 3 反力の内訳

d) 境界条件 4

続いて境界条件 1～3 の問題点を解消するために境界条件 4 を設定した。これは「頂版および底版の特定の格子点に荷重が集中しない」「部材の伸縮を過度に拘束しない」ことを基本とした境界条件で、直接の加力点は頂版左端、ピン支持点は底版左端であるが、図中に併記したように、多点拘束 (MPC : Multi Points Constraint) を活用して、3 つの鉛直部材の平均傾き (上下端の変位差) が同じになるような条件を課したものである。また倒れ込みによる側壁断面力の左右不均等を解消するために、頂版の左右の端点の鉛直変位が同じとする条件を課している。

図 6.30 に荷重～層間変形角関係を示す。耐力は境界条件 1 と境界条件 3 の中間程度となっている。

図 6.31 に層間変形角 0.0155 時の変形図を示す。

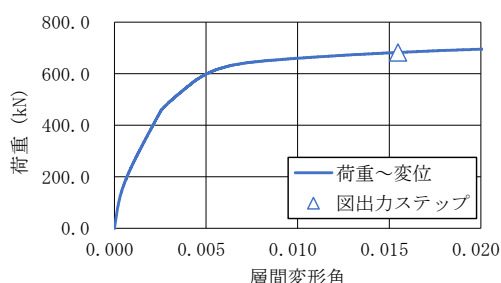


図 6.30 境界条件 4 荷重～層間変形角関係

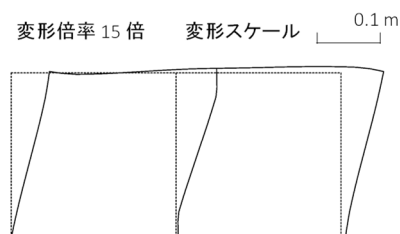


図 6.31 境界条件 4 層間変形角 0.0155 時の変形図

図 6.32 に層間変形角 0.0155 時の軸力および曲げモーメントの分布図を示す。軸力は、境界条件 1～3 で見られたような不自然な分布は解消されており、図 6.7 に示した常時の軸力と比較して大きな増減がない結果となっている。図 6.10 に示した動的解析の軸力と比べると、平均的な軸力は境界条件 4 の結果の方が少し小さめ、言い換えると動的解析では常時よりも少し軸力が増加している。これは、動的解析が周囲を地盤で囲まれており、ファイバー要素が伸びようとするのを拘束している影響が多少あるためと考えられる。

図 6.33 に層間変形角 0.0155 時の曲率の分布図ならびに主要位置の $M \sim \phi$ 曲線を示す。曲率分布図を図 6.11 に示した動的解析結果の曲率分布図と比較すると、細かく見れば塑性ヒンジの発生箇所は異なる部分もあるが、四隅の隅角部や頂底版と隔壁の交差部の剛域要素に隣接する 1 要素で塑性ヒンジが発生する傾向は一致している。

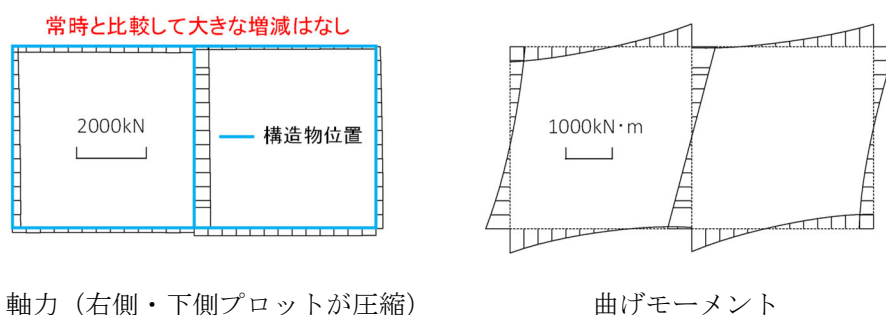
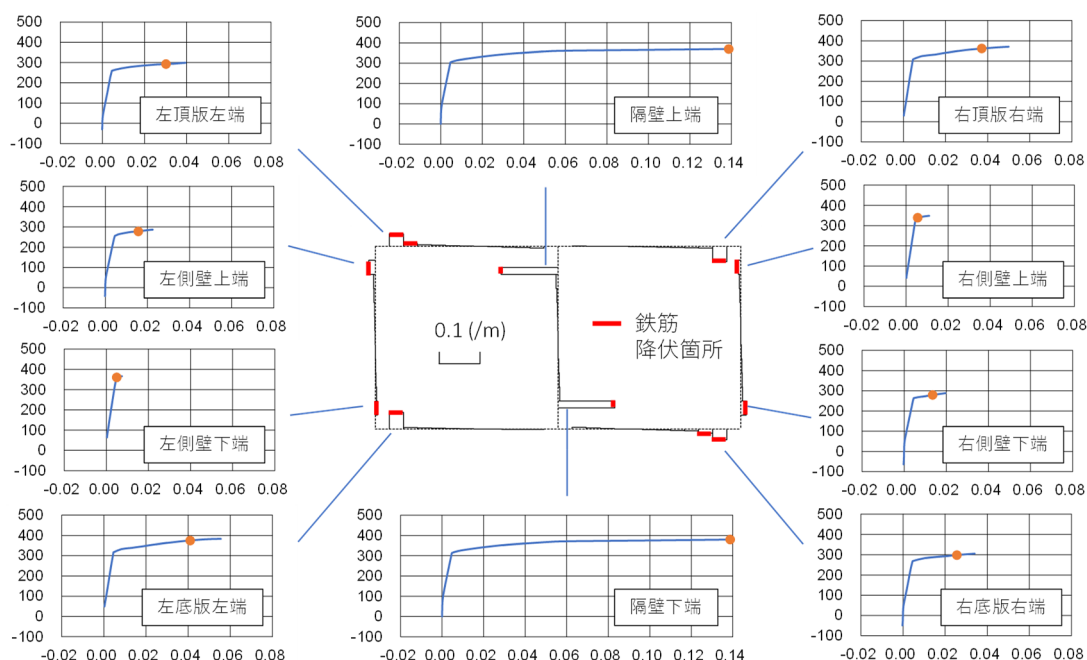


図 6.32 境界条件 4 層間変形角 0.0155 時の軸力・曲げモーメント分布図



$M \sim \phi$ グラフについて

- ・縦軸は 曲げモーメント M (kN-m) 横軸は 曲率 ϕ (/m)
- ・縦軸・横軸とも、有意な値が生じる方向を正側にプロット
- ・青線 (スケールアウトしていないもの) は 層間変形角 0.02 までをプロット

図 6.33 境界条件 4 層間変形角 0.0155 時の曲率分布図および主要位置の $M \sim \phi$ 曲線

本境界条件において、直接の加力点は頂版左端、ピン支持点は底版左端であるが、3つの鉛直部材の傾きが同じになるような多点拘束を課しているため、それぞれの点に反力が発生する。図 6.34 に、頂版・底版の各点の水平反力の内訳を示す。境界条件 3 の図 6.29 で見られたような、各格子点間に発生する反力の大幅な不均等は解消され、工学的に見て自然な内訳となっている。

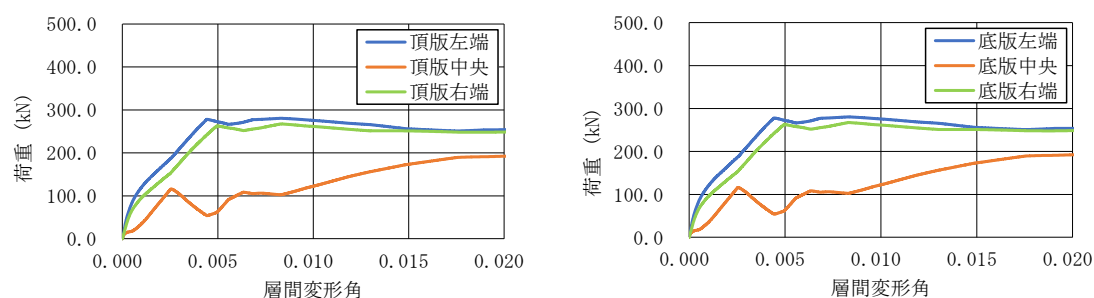


図 6.34 境界条件 4 反力の内訳

e) その他の境界条件

境界条件 5 および境界条件 6 は、境界条件 4 に対して加力点・水平支持点をそれぞれ中央・右端に変更したものである。これらの結果は、変形・断面力とも境界条件 4 と全く同じになった。変形図については、境界条件 4・境界条件 5・境界条件 6 で、それぞれ底版左端・底版中央・底版右端で変位が 0 になるが、同じ変形状態が平行移動しただけの差異であり、境界条件としては 3 者は等価と解釈できる。したがって結果図等の表示は割愛する。

境界条件 7 および境界条件 8 は、境界条件 4 に対して加力点・水平支持点の位置関係を変更したものである。結果として、境界条件 7 は頂版・底版に引張が、境界条件 8 は頂版・底版に過度の圧縮が発生し、いずれも合理的な境界条件と言える結果にはならなかった。結果図等の表示は割愛する。

境界条件が類似していても、境界条件 4・境界条件 5・境界条件 6 のように加力点と水平支持点が鉛直の位置関係にある場合はそれぞれ等価となり、頂版・底版に有意な軸力は発生しないが、境界条件 7・境界条件 8 のように加力点と水平支持点が鉛直の位置関係にない場合は、その位置関係に応じた有意な軸力が頂版・底版に発生することがわかった。

f) プッシュオーバー解析のまとめ

表 6.3 にプッシュオーバー解析の各ケースの結果の要点をまとめたものを示す。境界条件 5～8 については割愛する。同表より、RC ボックスカルバートをファイバー要素でモデル化した場合のプッシュオーバー解析においては、今回設定した境界条件の中では境界条件 4（境界条件 5・境界条件 6 も等価）が最も合理的な境界条件と考えられる。

図 6.14, 図 6.19, 図 6.24, 図 6.30 に示した荷重～層間変形角関係曲線を重ね書きして各境界条件間で比較したものを図 6.35 に示す。境界条件 7・境界条件 8 については表示を割愛する。

最も合理的と考えられる境界条件 4 と比較して、境界条件 1 は荷重を小さめに、境界条件 3 は荷重を大きめに評価している。RC 部材は、軸圧縮力が作用しているときは曲げに対して全断面圧縮に近い状態となる（中立軸が引張側に移動する）ため曲げ耐力が増加し、逆に軸引張力が作用しているときは曲げ耐力は低下する。境界条件 1 は底版の引張力の影響で耐力を過小評価し、境界条件 3 は頂版・底版の過度の圧縮力の影響で耐力を過大評価していることが考えられる。

表 6.3 プッシュオーバー解析結果のまとめ

赤：好ましくない結果 青：好ましい結果

	軸力分布	倒れこみによる左右の不均衡	曲率分布 (塑性ヒンジの位置)	支持点・載荷点の反力の内訳	2連以外への汎用性
境界条件1	左底版に大きな圧縮力 左底版に引張力	あり	動的解析結果と概ね一致	—	特に問題なし
境界条件2	左頂版引張・右頂版圧縮 左底版圧縮・右底版引張	あり	動的解析結果と概ね一致	—	1連や3連の時の 載荷位置に難
境界条件3	頂版・底版に非常に 大きな圧縮力が発生	あり	動的解析結果とやや異なる	位置により大きく異なり不自然	特に問題なし
境界条件4	常時の軸力と比較して 大きな増減なし	なし	動的解析結果と概ね一致	自然	特に問題なし

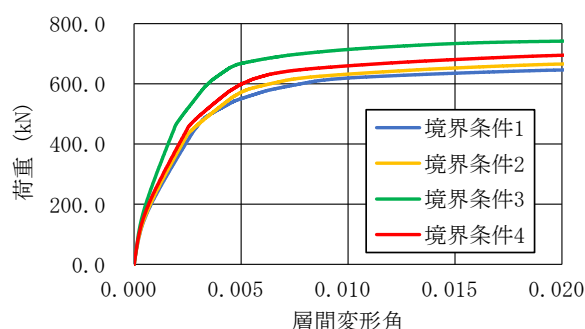


図 6.35 荷重～層間変形角関係の比較

6.4 まとめ

ボックスカルバート等の線状地中構造物の横断面を対象とし、ファイバーモデルを用いた部材非線形解析によりプッシュオーバー解析を実施する場合の合理的な境界条件について検討した。

検討の結果、これまで一般的に適用されてきたと考えられる境界条件 1～境界条件 3 では、部材に発生する軸力等の観点で課題があることがわかった。そこで多点拘束を活用した新たな境界条件 4（境界条件 5・境界条件 6 も等価）を設定した。検討の結果、大きな問題点は認められず、境界条件として合理的であることが示された。

しかし地盤－構造物一体モデルによる地震応答解析結果の断面力と比較すると、周辺地盤の拘束効果や周面せん断力の影響で、その分布は子細に見れば異なったものとなるため、合理性をさらに高めるための検討の余地は今後も残されていると考える。

またボックスカルバートの仕様が異なる場合（例えば 3 連以上、縦横の比率が変わる場合、断面性能が箇所によって異なる場合等）も今回の検討結果と共通の傾向が得られるのか、確認していく必要がある。

ベンチマークとした動的解析は、構造物は均一地盤中に埋設されているとしたものであり、今回合理性が確認されたプッシュオーバー解析手法もそのような（周辺地盤が均一に近い）条件においてのみ適用できるものと考えられる。「6.1 はじめに」でも述べたように、極端に剛性が異なる地層に構造物がまたがるような場合には、構造物単体モデルのプッシュオーバー解析では破壊モード等を正確に再現できないため、地盤－構造物一体モデル等によるプッシュオーバー解析を実施するのが妥当であると考えられる。また地盤が均一であっても、構造物単体のプッシュオーバー解析の結果とベンチマークとした地盤－構造物一体の動的解析の結果は、厳密に一致するものではないため、より高い精度を期待する場合には、

- ・ 特定の地盤条件限定のものとなる
- ・ 結果として得られる $P \sim \delta$ 関係の P は構造物に直接作用する力ではなく作用させる震度となる

といった制約を許容する限りにおいては、地盤－構造物一体モデル等によるプッシュオーバー解析を実施するという選択肢もありうる。

なお、多点拘束機能を持たないプログラムで境界条件 4 と等価な境界条件でプッシュオーバー解析を実施する方法について、付録 2 に示している。

参考文献

- 1) 土木学会：原子力発電所屋外重要土木構造物の耐震性能照査指針・マニュアル・照査例，2021.
- 2) 井澤淳，西山誠治，川西智浩，室野剛隆：地盤の非線形性を考慮した開削トンネルの破壊形態の確認方法，鉄道総研報告，Vol. 25，No. 9，pp. 39-44，2011.
- 3) 坂井公俊，室野剛隆，西岡英俊：ケーソン基礎のプッシュオーバー解析に用いる地震時慣性力の考え方に関する一考察，構造工学論文集，Vol. 56A，pp. 227-236，2010.
- 4) 土木学会：原子力発電所地質・地盤の調査・試験法および地盤の耐震安定性の評価手法 報告書 第6編 例示設計編，1985.
- 5) 土木学会：2012年度制定 コンクリート標準示方書 設計編，2013.
- 6) アーク情報システム 耐震・構造解析シリーズ：<<http://www.ark-info-sys.co.jp/jp/product/tdap/>>（2023年5月4日アクセス）
- 7) 土木学会：原子力発電所屋外重要土木構造物の耐震性能照査指針＜技術資料＞，2021.

第7章 構造物の経年劣化の不確実性を考慮した構造性能低下評価

7.1 はじめに

高経年化構造物の合理的な補修・補強計画策定や新設構造物の供用期間中の維持管理計画策定においては、構造物の保有性能を合理的に評価することが必要である。とりわけ材料劣化がもたらす構造性能低下を物理化学的知見に基づいて推定するとともに、その推定値が保有する不確実性を合理的に取り込むことが重要である。

本章においては、以下の項目を実施した。

①鉄筋腐食に関する既往研究の調査

(1) RC 部材軸方向の鉄筋腐食の分布形状に関する検討を実施している既往研究の調査

(2) 地中構造物に対して鉄筋の腐食が発生しやすい箇所について言及している既往研究の調査

②鉄筋腐食の分布形状が部材挙動に与える影響の検討

既往研究の調査結果(1)を踏まえ、RC 単純支持梁を対象として、腐食量の分布形状として相関距離をパラメータとした比較解析を実施し、分布形状の滑らかさが構造物の挙動に与える影響を調べた。

③鉄筋腐食に伴う地中構造物の構造性能低下に関する検討

既往研究の調査結果(2)を踏まえ、RC ボックスカルバート型の地中構造物を対象として、

○鉄筋腐食の空間的ばらつき（腐食箇所の差異）

○時間的ばらつき（腐食箇所の拡大や腐食量の増大）

が、構造物の耐力に与える影響について調べた。

7.2 鉄筋腐食に関する既往の研究

まず 7.3 節の検討の実施に先立ち、RC 部材軸方向の鉄筋腐食の分布形状に関する検討を実施している既往研究について、その概要を示す。

参考文献 1)は、塩害による腐食劣化予測に対する構造・鉄筋腐食連成解析手法について検討している。その中で、図 7.1 に示す塩水による乾湿繰返し実験の結果として、部材軸方向の塩化物イオン濃度分布（図 7.2）および腐食量分布（図 7.3）を示している。実験場は部材軸方向に一樣の環境条件であるにもかかわらず、コンクリートの不均一性により、鉄筋腐食量は部材軸上で大きくばらついていることを示している。

参考文献 2)では、部材軸方向の鉄筋腐食量の分布形状として、7.3 節で後述する相関距離を考慮した分布を適用した検討を実施している。図 7.4 は相関距離を考慮した 1 次元確率場の例である。検討ではまず、実験的に求めた平均質量減少率と最大荷重比の関係（図 7.5）から、部材全体で評価される平均質量減少率が同じであっても、鉄筋腐食量は空間的に変動するため、曲げ耐力の実験値はばらつくことを示している。続いて鉄筋腐食量の部材軸方向の分布に相関距離を考慮した 1000 ケースのモンテカルロシミュレーション（MCS）を実施している。この検討では、鉄筋腐食量の標準偏差および分布の相関距離は、既往の実測結果から、乱数を含む平均質量減少率の関数としている。解析結果による最大荷重比は図 7.6 に示すように、図 7.5 に示した実測値の傾向を概ね再現していることを示している。

参考文献 3)では、鉄筋の腐食分布形状が RC はり部材の曲げ耐力に及ぼす影響を検討している。図 7.7 に示す供試体を対象として、まず腐食鉄筋の断面積分布の実測値を示している（図 7.8）。続いて、腐食による鉄筋の断面積分布を、図 7.9 に示すように、sin 分布（1 周期・2 周期）およびランダム分布でモデル化したケースの解析を実施し、荷重-変位関係を求めている。解析結果は図 7.10 に示すように上記 3 ケースは、腐食後の鉄筋の平均断面積を一樣に分布させたケースよりも耐力が低下するが、3 ケース間では荷重-変位関係は大きな差はないことが示されている。

続いて 7.4 節の検討の実施に先立ち、RC ボックスカルバート型の地中構造物に対して、鉄筋の腐食が発生しやすい箇所について言及している既往研究について、その概要を示す。

参考文献 4)では、パラメータ解析による鉄筋腐食の影響評価において、海水管ダクト・取水路・取水ピットに対して、図 7.11 に示すような腐食箇所を設定している。いずれも、それぞれの埋設条件に基づいて実際に生じる可能性のある腐食状態を考慮したと記載されている。解析結果として、図 7.12 に示す腐食部位の差異に伴う最大荷重比（腐食がない健全な場合と腐食があり劣化した場合の最大荷重の比）の比較を行っている。

参考文献 5)では、ひび割れに起因する鉄筋腐食が生じた RC ボックスカルバートの耐荷特性を評価するための実験を実施している。実験ケースとして図 7.13 に示す区間 A と区間 B を設定している。いずれも、側壁上端に海水面および地下水面があるという条件の下で、実際に生じる可能性のある腐食状態を考慮したと記載されている。また「側壁上端部は、一般に海水の干満作用を受けやすい箇所である。側壁下端部は、鉄筋腐食した場合に影響が大きいと考えられる箇所である。」と記載されている。

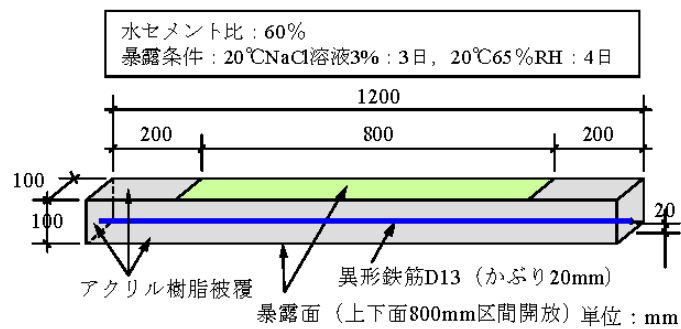


図7.1 塩水による鉄筋腐食実験¹⁾

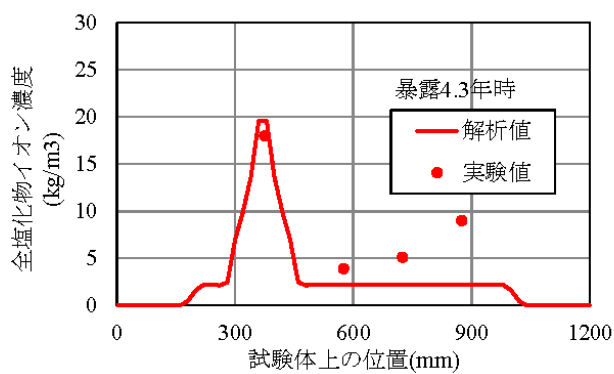


図7.2 塩化物イオン濃度分布¹⁾

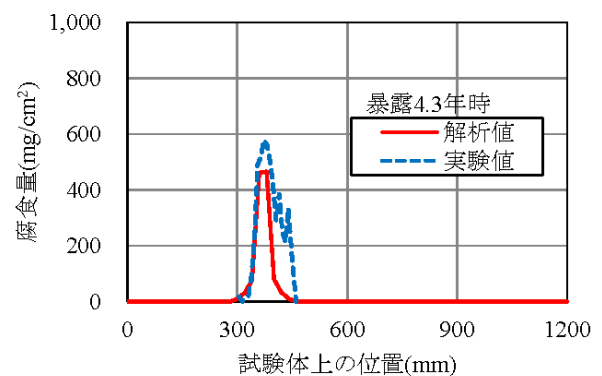


図7.3 腐食量分布¹⁾

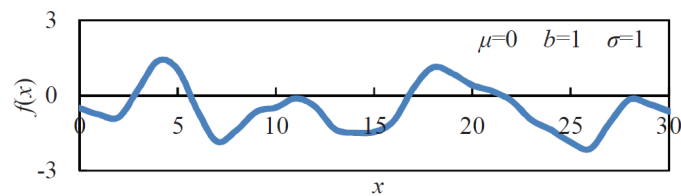


図7.4 相関距離を考慮した1次元確率場の例²⁾

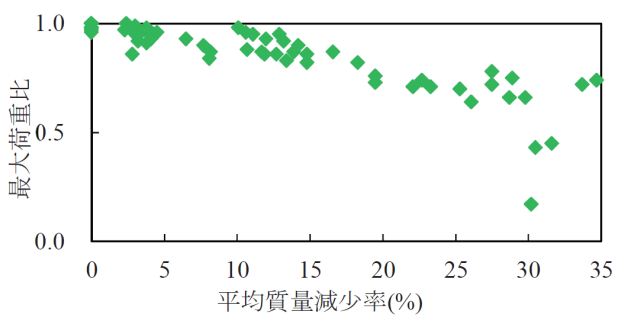


図7.5 実験的に求めた平均質量減少率と最大荷重比の関係²⁾

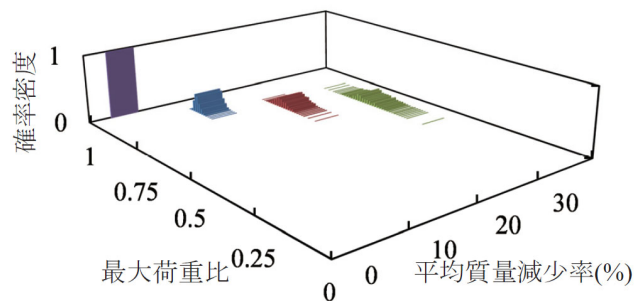


図7.6 断面解析から求めた平均質量減少率と最大荷重比の関係²⁾

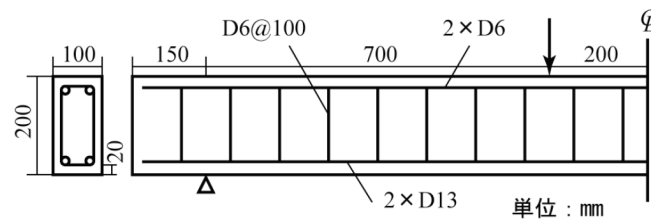


図7.7 解析対象供試体概要³⁾

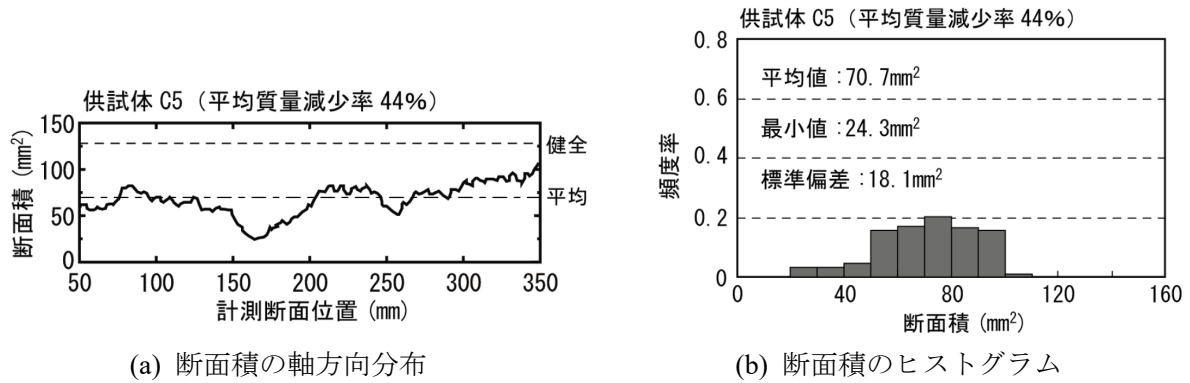


図7.8 腐食鉄筋の断面積分布の実測値³⁾

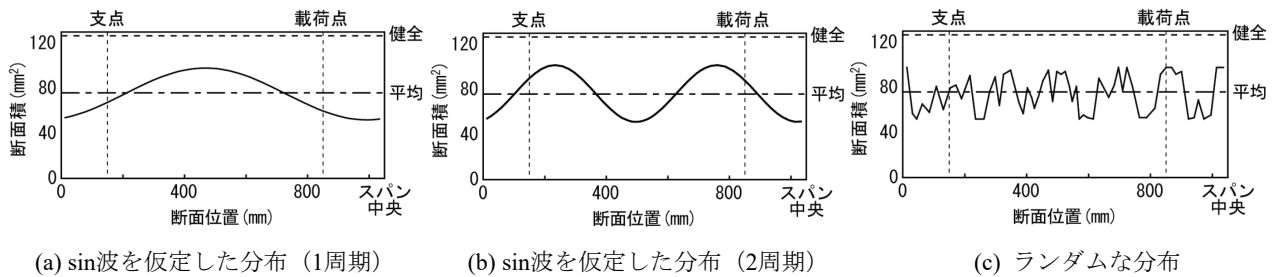


図7.9 仮定した断面積分布 (平均質量減少率40%) ³⁾

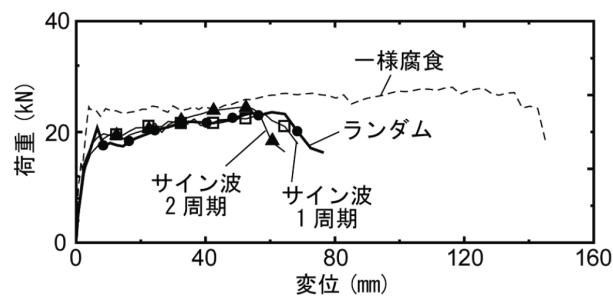


図7.10 荷重-変位関係³⁾

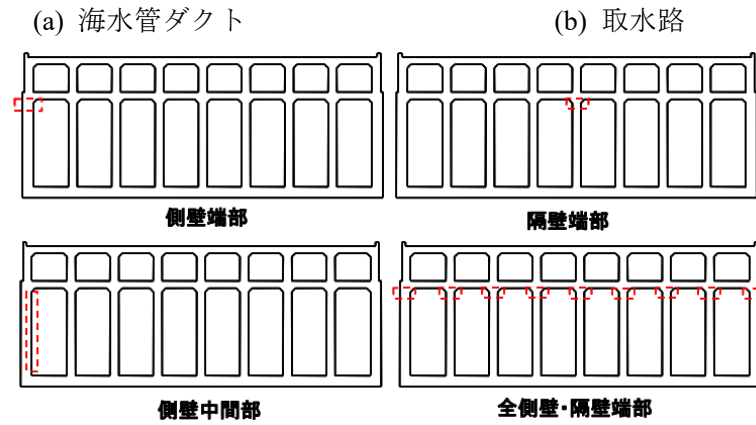
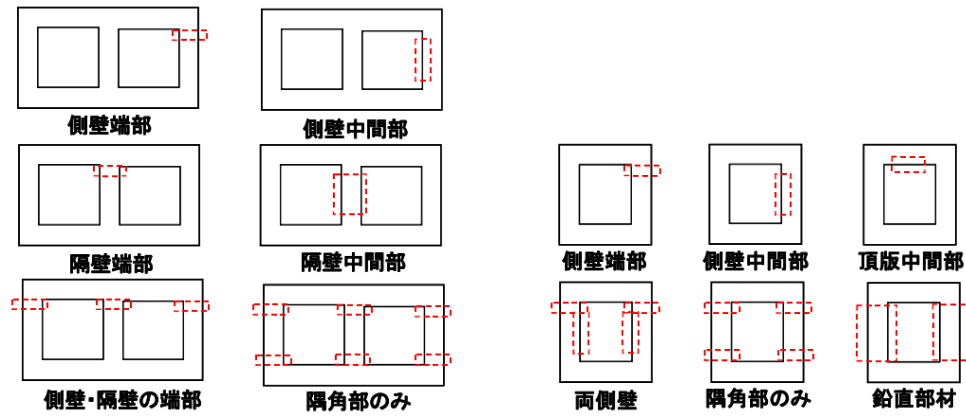


図7.11 パラメータ解析における腐食箇所⁴⁾

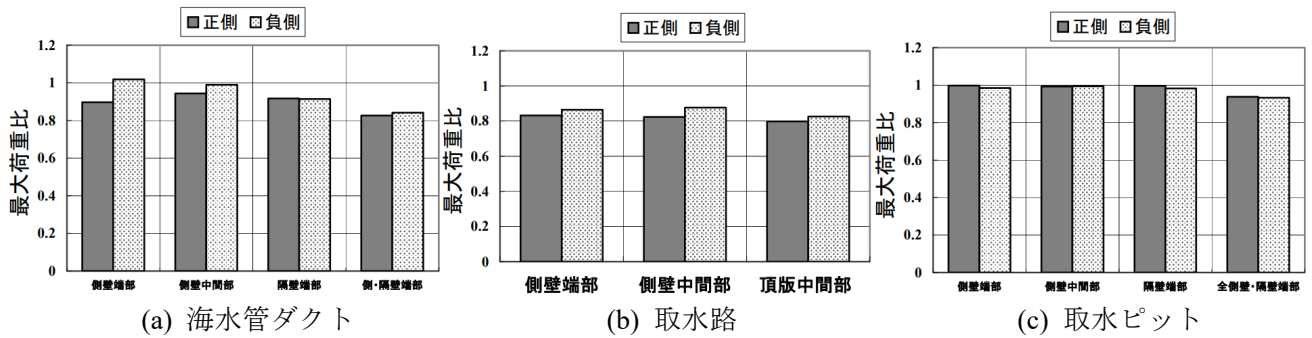


図7.12 パラメータ解析による腐食部位の差異に伴う最大荷重費の比較⁴⁾

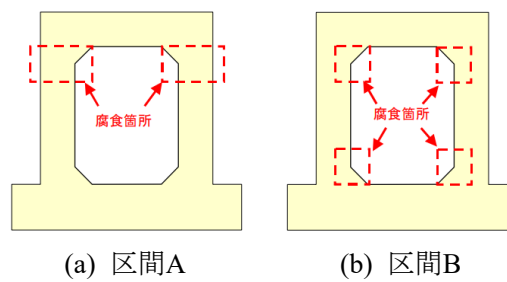


図7.13 実験における腐食箇所⁵⁾

7.3 鉄筋腐食の分布形状が部材挙動に与える影響の検討

(1) 解析概要

参考文献 1)～3)より，通常鉄筋の腐食状況は軸方向に一樣ではないため，腐食量の分布形状を考慮することが重要であることがわかった．そこで本節では，相関距離を考慮した分布を鉄筋の腐食量の分布形状に適用した検討を実施することとする．

参考文献 2)においても相関距離を考慮した分布を鉄筋の腐食量の分布形状に適用した検討を実施しているが，同文献においては，分布の相関距離は，既往の実測結果から，乱数を含む平均質量減少率の関数として設定しており，相関距離が結果に与える影響については検討をしていない．

本検討においては，相関距離をパラメータとした比較解析を実施し，分布形状の滑らかさが構造物の挙動に与える影響を調べる．

(2) 解析条件

a) 基本条件

解析対象は、図 7.14 に示す単純支持の RC 梁とする。鉄筋は上側・下側とも 150mm ピッチであるが、解析モデルは単位奥行き (1.0m) を切り出しているため、解析上は鉄筋断面積は $1000/150=6.67$ 本分ある。検討では梁の曲げ挙動に注目し、断面の平面保持を仮定したファイバー要素を用いる。したがってせん断補強鉄筋については、解析上は考慮していない。コンクリートファイバーは 22 層に分割する。軸方向には 50 要素に分割する (1 要素 100mm)。

荷重は梁の中央に漸増する強制変位で与える。強制変位入力点と梁の節点の間には剛ばねを介し、ばね反力から荷重を求める。

物性値を表 7.1 に示す。コンクリートの非線形特性はコンクリート標準示方書⁶⁾に示されるコンクリートの応力-ひずみ曲線にて、鉄筋の非線形特性はバイリニアにてモデル化する。

鉄筋の腐食の効果は、断面積の減少によって評価する。表 7.1 に示すように、腐食による断面積減少率の中央値を 0.25 とする。断面積減少率の対数標準偏差を 0.30 とし、軸方向への変動を考える。ただし圧縮側 (上側) 鉄筋は解析結果には大きな影響を与えないと考え、断面積減少率の変動を考えるのは引張側 (下側) 鉄筋のみとし、圧縮側鉄筋については減少率は一律 0.25 の一様分布とする。変動の軸方向への分布形状については次項で説明する。

解析コードは TDAPIII⁷⁾を用いる。

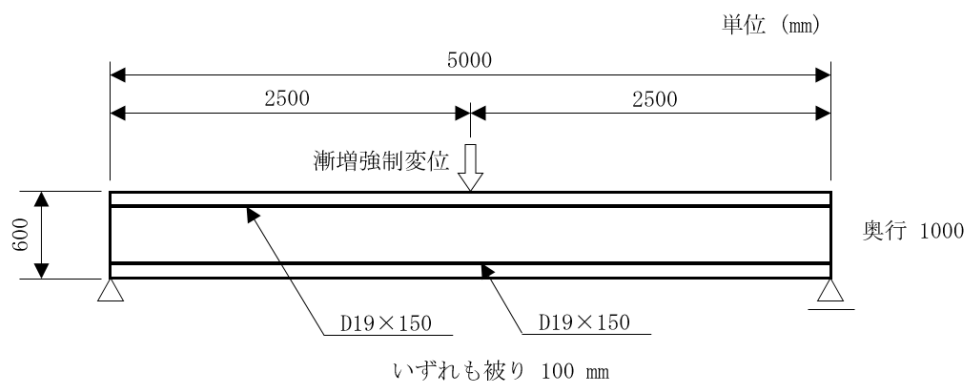


図7.14 解析対象

表7.1 物性値

コンクリート	圧縮強度	24 N/mm ²
	引張強度	0 N/mm ²
鉄筋	降伏強度	345 N/mm ²
	腐食による断面積減少率の中央値	0.25
	腐食による断面積減少率の対数標準偏差	0.30

b) 腐食量の分布形状

距離 y だけ離れた2点の相関係数が、 y を相関距離と呼ばれる変数 d で正規化したパラメータで指数関数的に減少することを表現した式(7.1)で表される自己相関関数を考える.

$$\tau(y) = \exp\left(-\left(\frac{y}{d}\right)^2\right) \quad (7.1)$$

ここに

y : 距離

d : 相関距離

次に、自己相関関数が式(7.1)に従い、かつばらつきが標準正規分布に従う分布 $\alpha(z)$ を、式(7.2)に従いフーリエ級数表示による確率場を利用して設定する方法^{8), 9)}により求める.

$$\alpha(z) = \sqrt{2} \sum_{i=1}^N \sqrt{2S(k_i)\Delta k} \cos(\varphi_i + k_i z) \quad (7.2)$$

ここに

z : 座標

$S(k_i)$: パワースペクトル密度関数 $S(k_i) = \frac{d}{2\sqrt{\pi}} e^{-\frac{k_i^2 d^2}{4}}$

$k_i = \frac{2\pi i}{\lambda_0}$ $\Delta k = \frac{2\pi}{\lambda_0}$ 今回 $\lambda_0 = 100d$ とした

φ_i : $-\pi < \varphi_i < \pi$ の一様乱数

N : 今回 200 とした

続いて、上記により求めた標準正規分布に従う分布 $\alpha(z)$ から、表 7.1 に示した対数標準偏差に従う断面積減少率を計算する.

解析においては、鉄筋の断面積減少率を所定の対数正規分布に従うようにランダムに変動させて MCS を実施する. その際、ばらつきの相関距離を「0.125m」「0.25m」「0.5m」「1.0m」「2.0m」の場合を設定し、それぞれ式(7.2)における乱数 φ_i を変えた 500 ケースの解析を実施して応答を評価する.

図 7.15 に、式(7.1)による各相関距離に対する自己相関関数を示す.

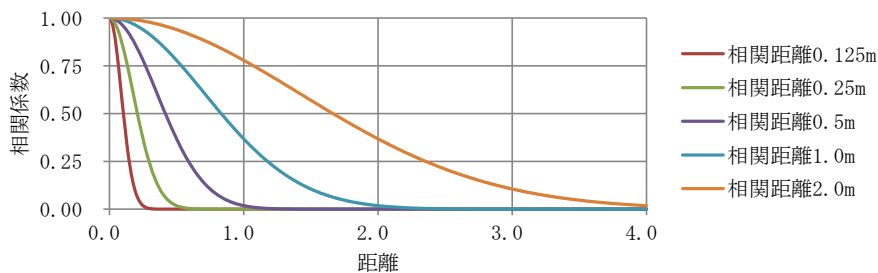
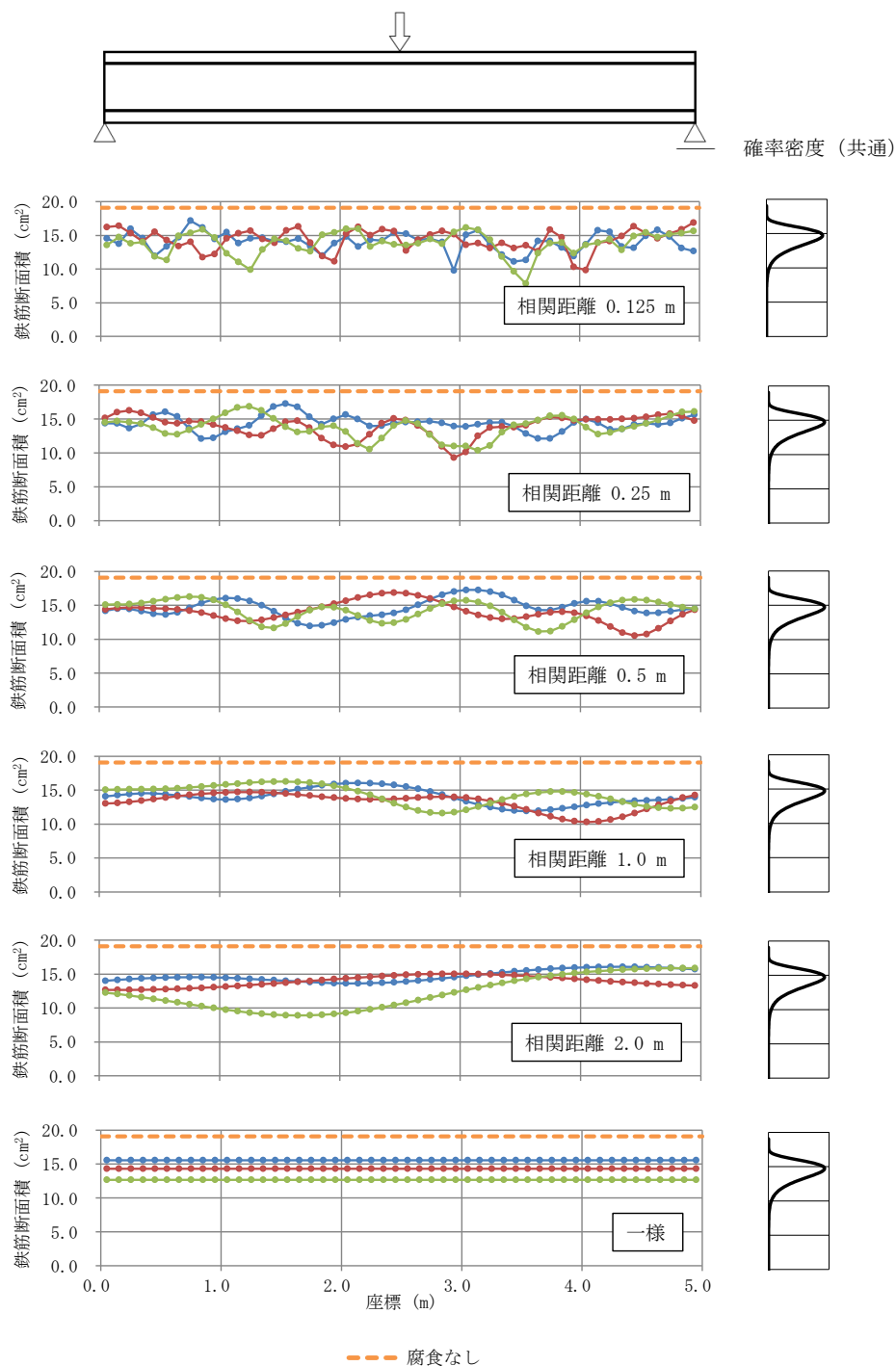


図7.15 自己相関関数

また部材軸方向に変動のない「一様」の場合も設定する．この場合には 500 ケースの標本はランダム発生させるのではなく，所定の累積確率分布を等分する形で発生させる．

図 7.16 に各相関距離における引張（下側）鉄筋断面積の分布例を示す．相関距離が大きくなるに従い，分布が滑らかになっていく様子がわかる．なお鉄筋は奥行方向に複数本あるが，上記の断面積の分布は複数本の鉄筋の合計断面積を表している．



各相関距離について全500ケースのうち代表3ケースを例示（「一様」は「 $-\sigma$ 」「中央値」「 $+\sigma$ 」の3ケース）

図7.16 引張鉄筋断面積分布

(3) 解析結果

a) 荷重～変位関係

各相関距離について、荷重～変位関係を重ね書きしたものを図 7.17 に示す。MCS を実施したのは 500 ケースであるが、全てを重ね書きするとかえって分布状況が観察しにくくなるため、ここでは代表 100 ケースのみ重ね書きしている。

各相関距離とも概ね変位 10mm 付近で曲げ降伏荷重に達するという概略の傾向は共通しているが、相関距離に依存して、以下の特徴が観察できる。

曲げ降伏前の立ち上がりの直線部分に着目すると、相関距離 0.125 m はばらつきが小さいが、相関距離が大きくなるほど傾きにばらつきが生じるようになる。これは、相関距離が大きくなるほど梁全長にわたって曲げ剛性が滑らかに変動するために、荷重～変位関係の傾きにケース毎の差異が生じてくるが、相関距離が小さくなると曲げ剛性が梁の軸方向位置で小刻みに変動するため、梁全体としてはその平均的な曲げ剛性が、荷重～変位関係に反映されるためであると考えられる。

荷重～変位関係が初期直線から折れ曲がる曲げ降伏変位に着目すると、相関距離が小さい場合は、上述したばらつきの小さい直線部分からの枝分かれとなるため、曲げ降伏変位は比較的広範囲に分布しているが、相関距離が大きくなると、曲げ降伏変位は比較的小さい範囲に集中するようになる。

変位 20mm では全てのケースで曲げ降伏後となっているが、そのときの荷重については、相関距離が大きくなるほど平均値が大きくなる傾向が見られる。これについては「c) 曲げ耐力」で定量的に分析する。

標本の散らばりの範囲については、たとえば「相関距離 0.125m」「相関距離 0.25m」「一様」で小さい側に比較的大きく外れた曲線があるが、相関距離が大きいときに発生しやすいあるいは発生しにくいといった一定の傾向は見られないため、有限個の標本で鉄筋断面積が平均から離れたケースが発生するか否かに依存すると考えられる。

解析では 20mm までの変位を実施しているが、今回の解析では断面の平面保持を仮定したファイバー要素を用いており、せん断破壊が直接的には評価できないことから、さらに大きな変位まで載荷したとしても明確な耐力低下は発生しないことが予想される。

b) 曲げ降伏時付近の挙動

各ケースとも概ね曲げ降伏時付近である変位 10mm のときの引張鉄筋のひずみ分布を、相関距離毎に代表 3 ケースについて、図 7.18 に示す。各図には鉄筋断面積も併記している。

梁全長における鉄筋ひずみの最大値（以降「最大鉄筋ひずみ」と称す）に着目すると、ほとんどのケースで最大鉄筋ひずみは降伏ひずみを超えている。ただし相関距離が小さい場合ほど最大鉄筋ひずみは小さい値から大きい値の広範囲に発生し、相関距離が大きくなると最大鉄筋ひずみは大きい値があまり発生しなくなる。この理由は、併記した鉄筋断面積の分布を参照することにより、以下の 2 つが考えられる。

- ①相関距離が大きいほど、鉄筋断面積の小さい部分が曲げモーメントの大きい梁の中央付近に当たる確率が小さくなるため。
- ②相関距離が小さいほど、鉄筋断面積の小さい部分が短い区間に集中し、ひずみもそこで集中するため。たとえば相関距離 0.125m では、鉄筋ひずみの大きな部分は 1 要素分（長さ 100mm）に集中する

が、相関距離が大きくなると、たとえば相関距離 1.0m の 3 番目の例や相関距離 2.0m の 3 番目の例を見ると、鉄筋断面積の小さい部分が梁中央付近に当たっているが、鉄筋ひずみの大きい部分は数要素分にわたって分散している。

なお最大鉄筋ひずみ（鉄筋ひずみ分布のとがり具合）は、相関距離の小さい場合は、要素分割の細かさにも依存する（細かいほどとがり具合が鋭くなる）ことが考えられる。

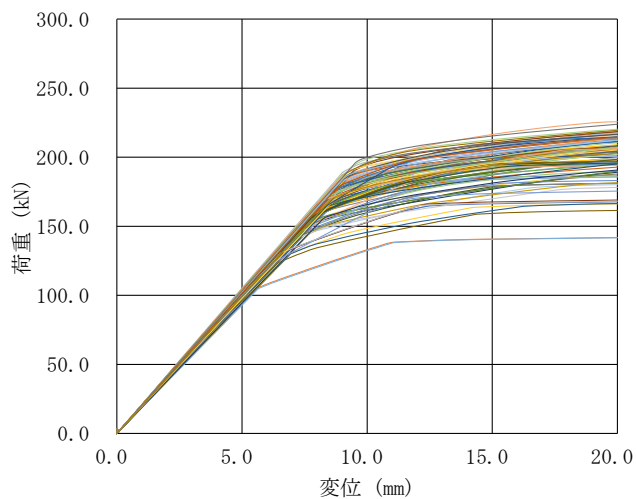
各相関距離における全 500 ケースについて、図 7.18 に示した変位 10mm 時の最大鉄筋ひずみと変位 10mm 時の荷重の関係を示す散布図を図 7.19 に示す。各相関距離とも概ね荷重の小さいケースで最大鉄筋ひずみが大きくなるという関係となっている。また相関距離が小さいほど最大鉄筋ひずみが広範囲に分布し、図 7.18 で確認されたような大きな値が発生するようになる。「一様」のケースでは、散布は 1 本の線の上に乗るようになる。

各相関距離における全 500 ケースについて、最大鉄筋ひずみのばらつきを表す確率密度分布を図 7.20 に示す。図 7.18 や図 7.19 で観察された通り、相関距離が小さいほど最大鉄筋ひずみが広範囲に分布する様子がわかる。

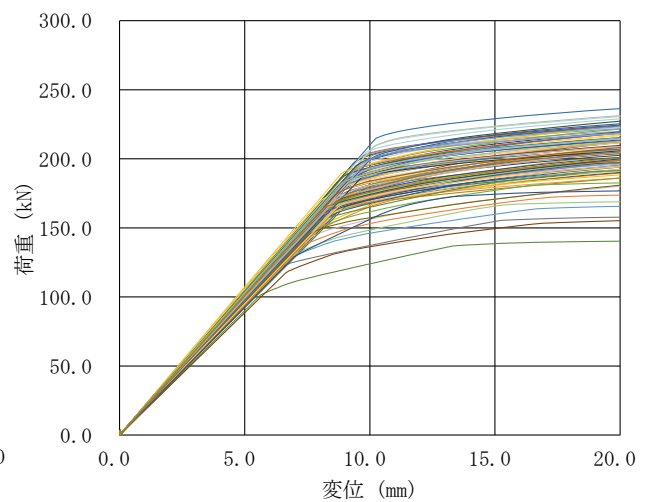
c) 曲げ耐力

図 7.17 の荷重～変位関係より、各ケースとも変位 10mm 付近の曲げ降伏後も荷重は漸増していくが、本検討では変位 20mm 時の荷重を曲げ耐力とみなすことにする。各相関距離における全 500 ケースについて、曲げ耐力のばらつきを表す確率密度分布を図 7.21 に示す。図 7.17 でも観察されたように、相関距離が大きくなるほど平均値は大きくなる傾向が見られる。この理由は「b) 曲げ降伏時付近の挙動」で述べた①、すなわち相関距離が大きくなると、全 500 ケースで、鉄筋断面積の小さい部分が曲げモーメントの大きい梁の中央付近に当たらないケースが発生するようになり、これらのケースで曲げ耐力が大きくなるためと考えられる。

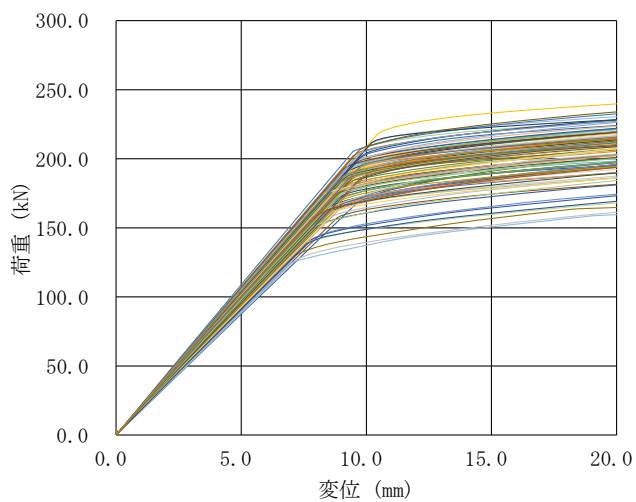
なお「一様」のケースのみ分布が滑らかになっているのは、標本を所定の確率密度分布に従うようにランダムに発生させているのではなく、前述したように所定の累積確率分布を等分する形で発生させているためである。



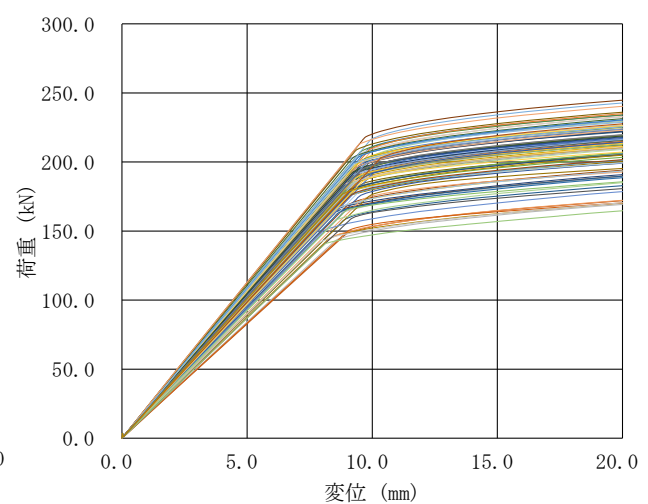
相関距離 0.125 m



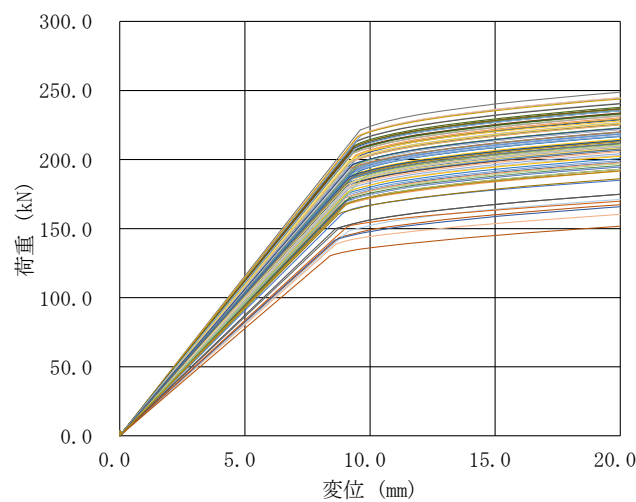
相関距離 0.25 m



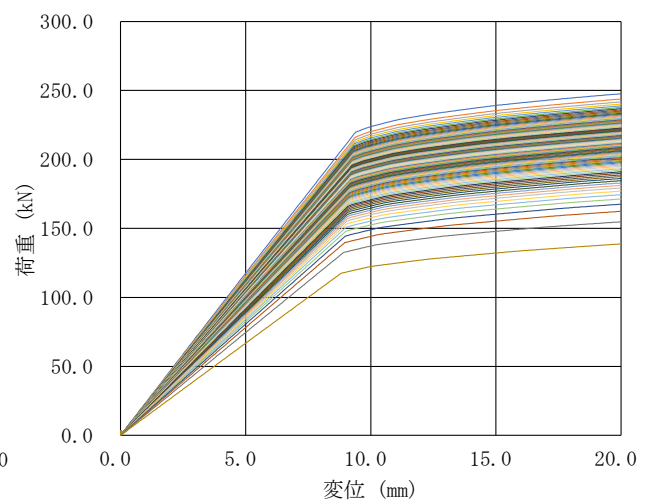
相関距離 0.5 m



相関距離 1.0 m

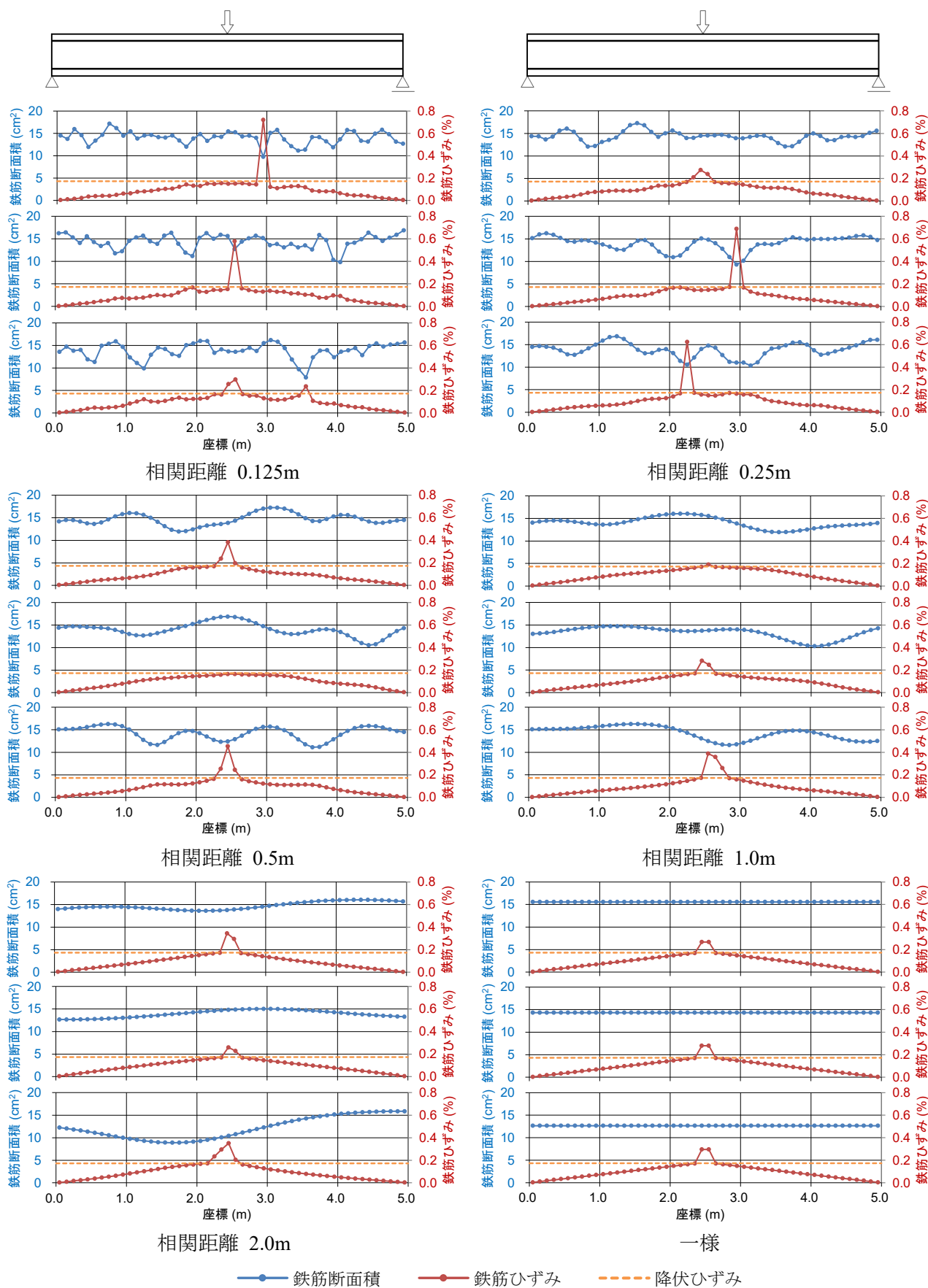


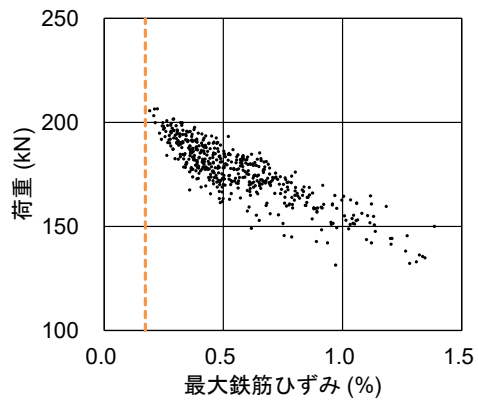
相関距離 2.0 m



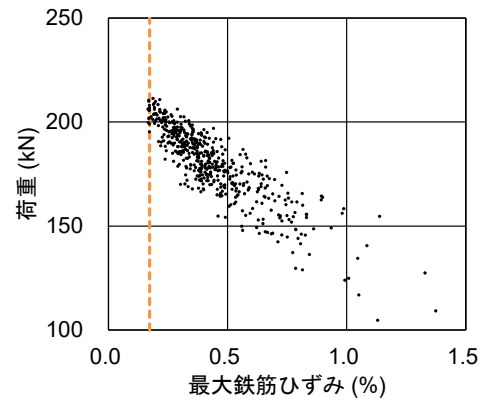
一様

図7.17 荷重～変位関係 代表100ケース

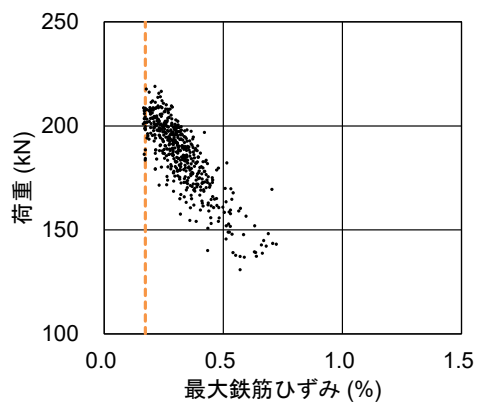




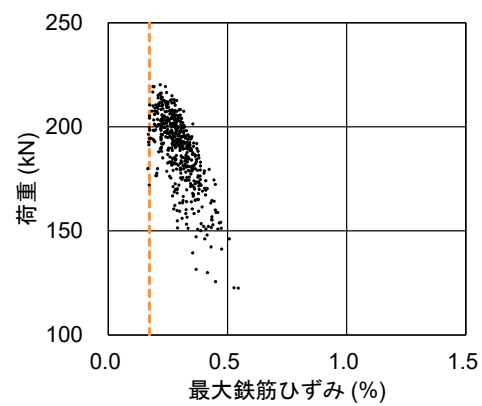
相関距離 0.125 m



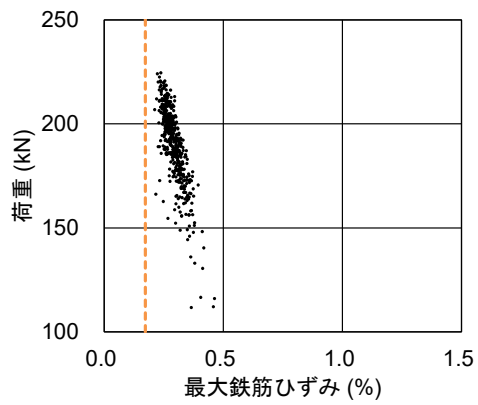
相関距離 0.25 m



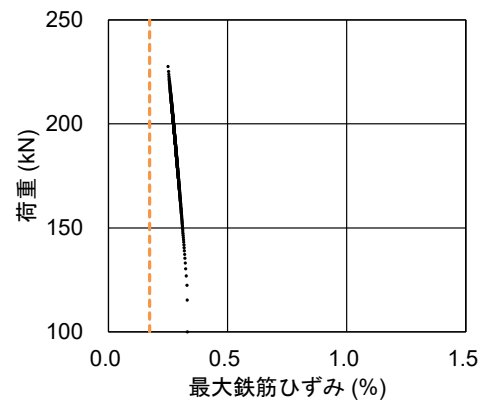
相関距離 0.5 m



相関距離 1.0 m



相関距離 2.0 m



一様

・ 散布データ --- 降伏ひずみ

図7.19 変位10mm時 最大鉄筋ひずみ～荷重関係 500ケースの散布図

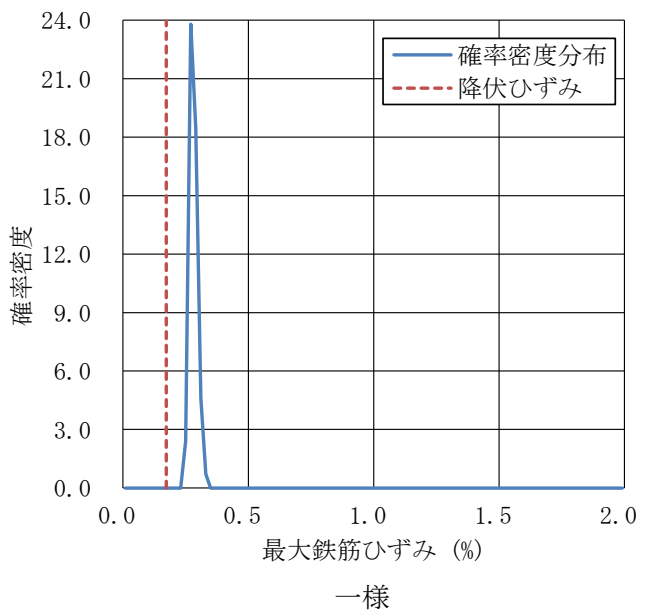
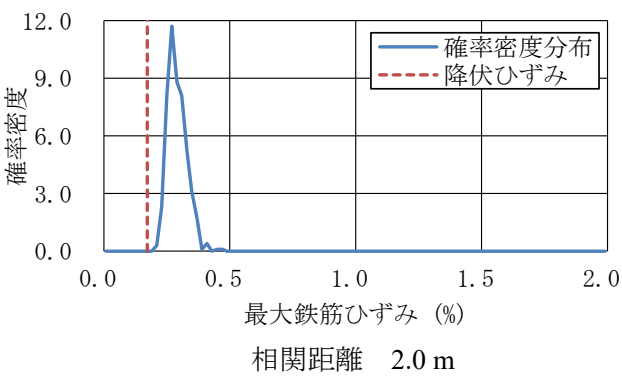
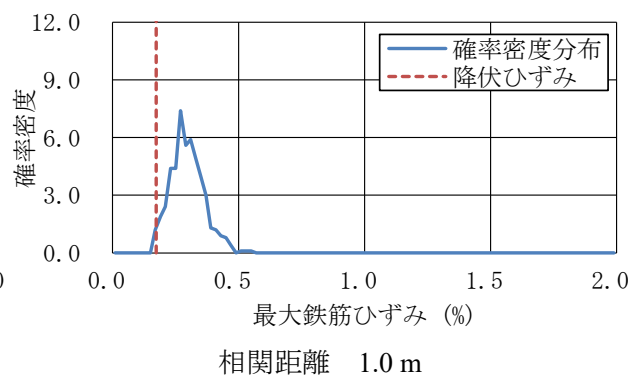
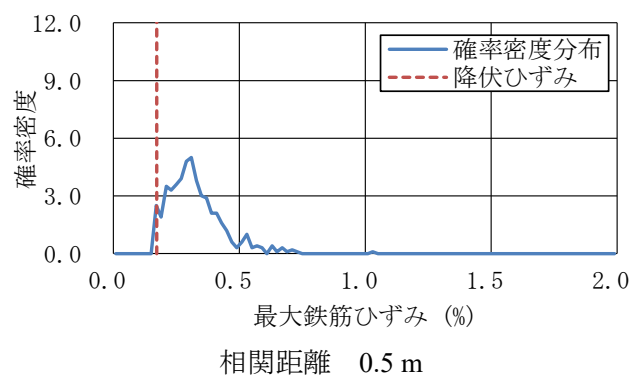
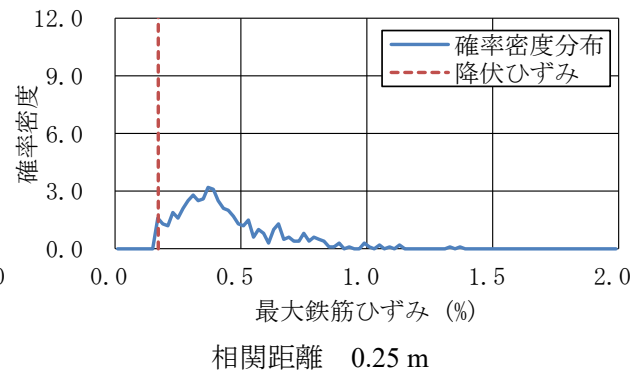
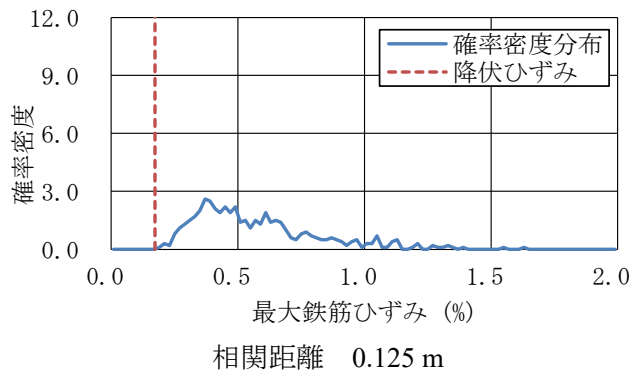
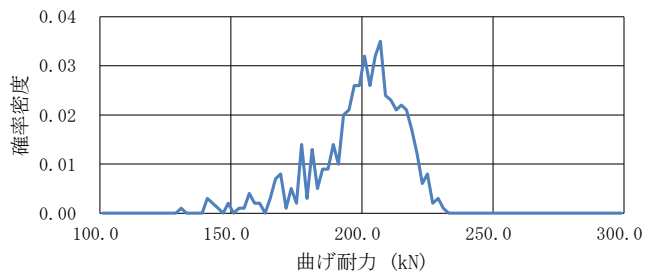
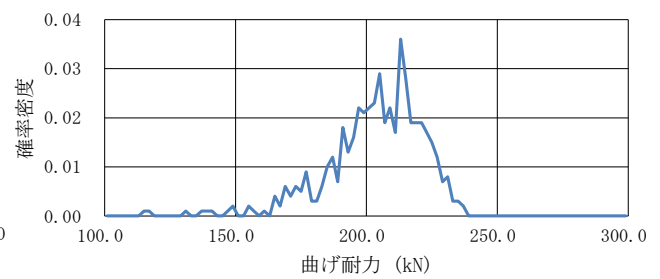


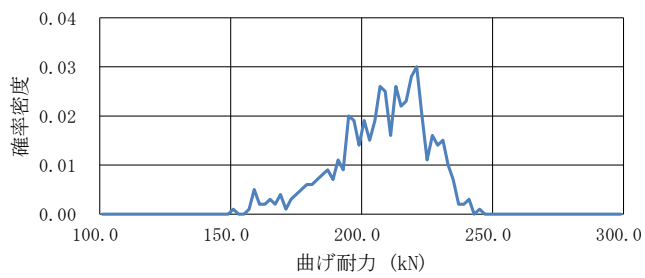
図7.20 変位10mm時 最大鉄筋ひずみの確率密度分布



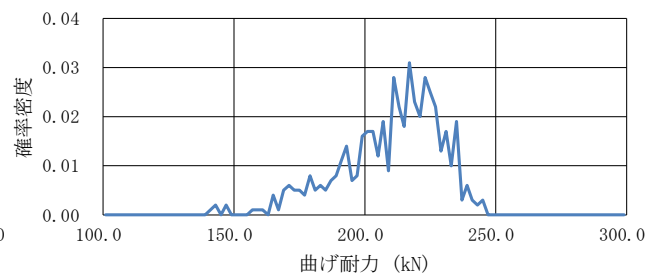
相関距離 0.125 m



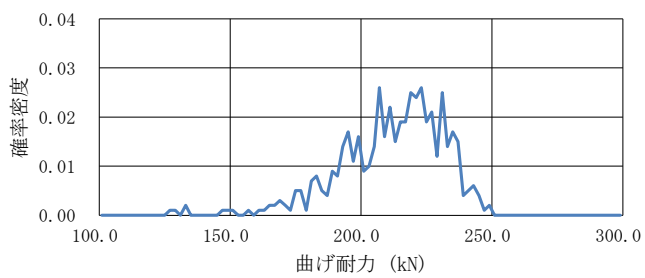
相関距離 0.25 m



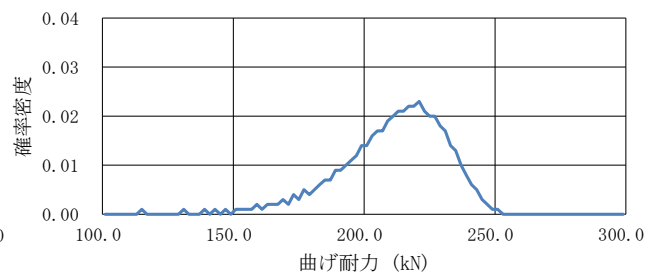
相関距離 0.5 m



相関距離 1.0 m



相関距離 2.0 m



一様

図7.21 曲げ耐力（変位20mm時の荷重）の確率密度分布

7.4 鉄筋腐食に伴う地中構造物の構造性能低下に関する検討

(1) 解析概要

本節においては、RC ボックスカルバート型の地中構造物を対象として、

- 鉄筋腐食の空間的ばらつき（腐食箇所の差異）

- 鉄筋腐食の時間的ばらつき（腐食箇所の拡大や腐食量の増大）

が、構造物の耐力に与える影響について調べる。

7.2 節で記載したように、参考文献 4)および参考文献 5)では、鉄筋の腐食箇所としては、

- 腐食の要因となる先行ひび割れが入りやすいこと

- 鉄筋腐食が構造に与える影響が大きいこと

から、ボックスカルバートにおける部材の交点（隅角部）近傍を選定しているケースが多かった。

そこで、本節の検討においても、鉄筋腐食箇所は基本的に隅角部近傍に生じるものとして、上述した鉄筋腐食の空間的ばらつき（腐食箇所の差異）および時間的ばらつき（腐食箇所の拡大や腐食量の増大）をパラメータとした解析検討を実施する。

参考文献 4)および参考文献 5)では、腐食箇所等のパラメータを変動させるケース数は比較的少数にとどめているが、本検討においては検討ケースを多数設定して、構造に与える影響について検討する。

(2) 基本的な解析条件

検討対象構造物は第 6 章に示した地中構造物と同じとする。図 7.22 に検討対象構造物を、図 7.23 に配筋図を再掲する。構造物物性は表 6.1 に示したとおりであり、再掲は省略する。

構造物のモデル化を図 7.24 に再掲する。構造物は、隅角部の所定範囲を剛域要素にて、それ以外の部分をファイバー要素にてモデル化する。鉄筋腐食を解析条件として反映させるのはファイバー要素の部分のみとする。

地盤条件は構造物が極端に剛性の異なる層にまたがっていないこと等から、本節では構造物の埋設条件や地盤条件に基本的に依存しない構造物単体の耐力を算定することとする。したがって第 6 章で述べたように構造物単体を取り出したプッシュオーバー解析を基本とする。解析は、第 6 章で実施したように、

自重解析 → プッシュオーバー解析

の手順で実施する。構造物の埋設条件や地盤条件は、自重解析時のみに使用する。地盤物性、地盤も含めた解析モデルは、表 6.2、図 6.3、図 6.5 に示したとおりであり、再掲は省略する。

プッシュオーバー解析時の境界条件は、第 6 章で最も合理的とされた「境界条件 4」とする。図 7.25 にプッシュオーバー解析時の境界条件を再掲する。

なお本検討においては、部材は断面の平面保持を前提としたファイバー要素でモデル化するため、材料非線形解析のようにせん断破壊を直接的に評価することはできない。したがって曲げ降伏による剛性低下のみに着眼した検討となる。

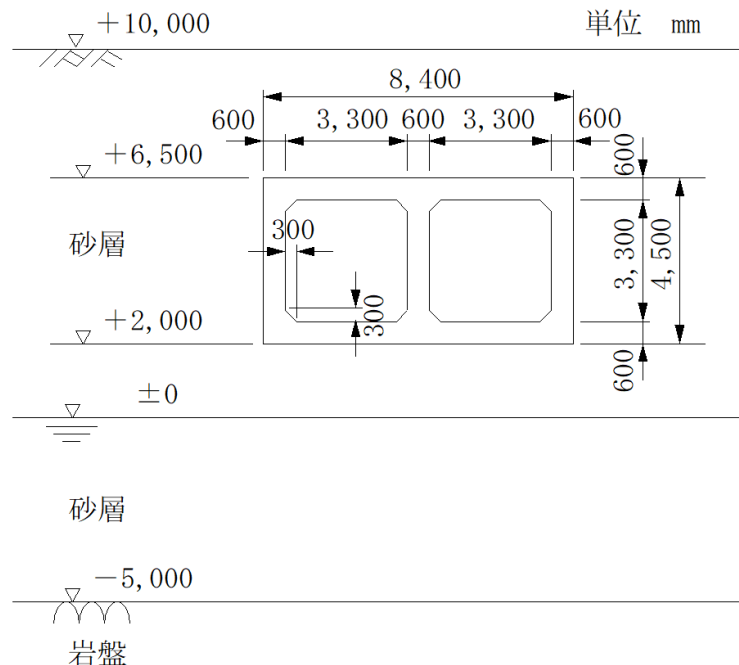
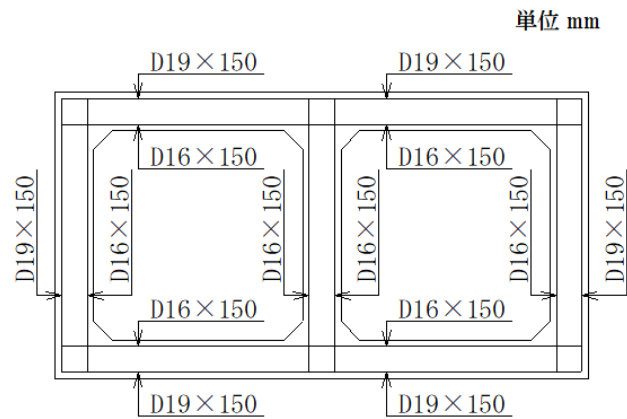
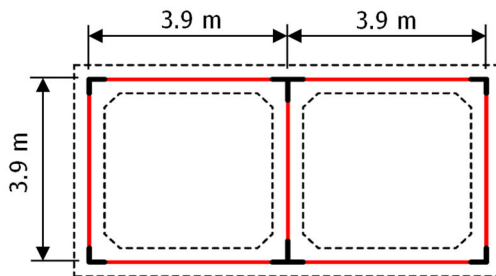


図 7.22 検討対象構造物



被り 100mm
せん断鉄筋比 0.094%

図 7.23 配筋図



構造物の要素分割は、剛域長さ
が変則的な隔壁上下端を除き、
全て0.3mで分割。

— 剛域要素
— ファイバー要素

図 7.24 構造物のモデル化

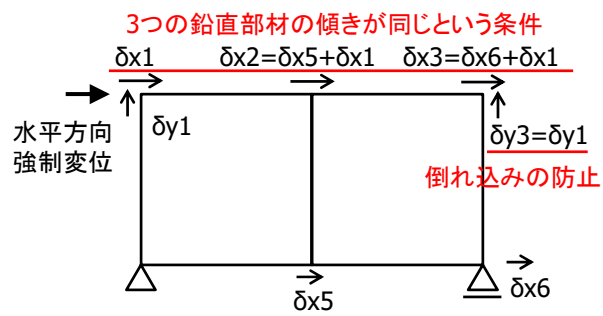


図 7.25 プッシュオーバー解析時の境界条件

(3) 腐食箇所のパラメータスタディ

a) 解析条件

本項では、腐食箇所の異なるいくつかのケースを設定したパラメータスタディを実施する。

腐食箇所数が同程度で腐食位置の異なるケースは「腐食の空間的なばらつき」に対応し、腐食箇所の増大は「腐食の時間的なばらつき」の検討に対応すると考えられる。

図 7.26 に検討ケースを示す。(1)項で言及したように、腐食を想定する箇所は各部材の端部としている。それでも全ての部材端部で腐食の有無を考えると、ケース数は $2^{10}=1024$ と膨大になり、結果の整理も困難となるため、図で示すように、代表的な腐食箇所数 (0, 1, 2, 4, 6, 10) および代表的な腐食箇所を選択した全 21 ケースを設定した。

腐食は鉄筋断面積減少に反映させる。図 7.27 に鉄筋断面積分布として Case18 の例を示す。鉄筋断面積減少は一般部のファイバー要素に適用するものとし、隅角部の剛域要素は不変とする。図 7.26 で赤丸を付けた各部位について、鉄筋断面積減少率は、剛域隣接要素で 0.5、剛域から 2 番目の要素で 0.25、それ以外は 0.0（断面積減少なし）とする。内側と外側の鉄筋の減少率は同じとする。

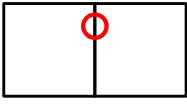
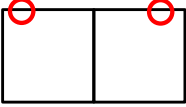
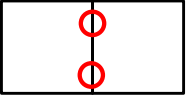
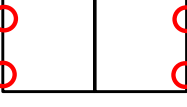
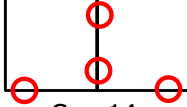
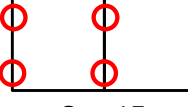
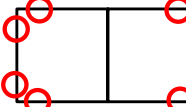
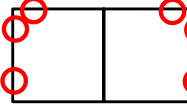
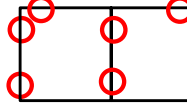
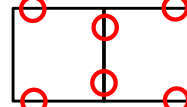
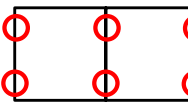
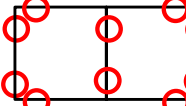
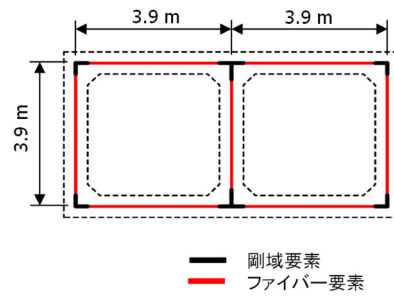
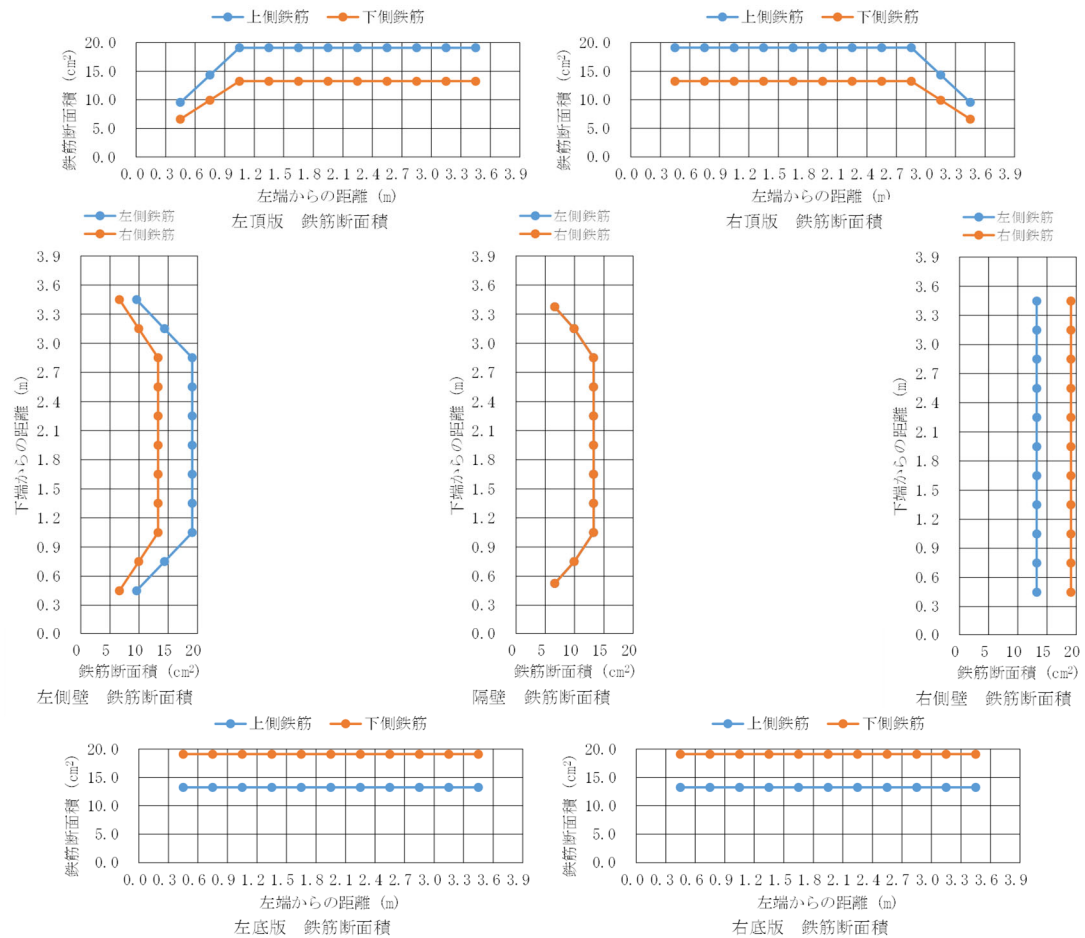
腐食箇所数	検討ケース	○ 腐食想定箇所
0	 Case01	
1	    Case02 Case03 Case04 Case05	
2	     Case06 Case07 Case08 Case09 Case10	
4	     Case11 Case12 Case13 Case14 Case15	
6	     Case16 Case17 Case18 Case19 Case20	
10	 Case21	

図 7.26 腐食箇所のパラメータスタディの検討ケース



構造物の要素分割は、剛域長さ
が変則的な隔壁上下端を除き、
全て0.3mで分割。



剛域要素は解析上腐食を考慮しないためプロットしていない

図 7.27 鉄筋断面積分布 Case18 の例

b) 解析結果

全 21 ケースの荷重～層間変形角関係を、腐食箇所数毎にまとめて図 7.28 に示す。

腐食箇所数の増加に伴い、全体的に見れば耐力が低下していく様子がわかる。ただし同じ腐食箇所数の中でケース毎に耐力のばらつきがあり、腐食箇所数間での大小の逆転もある。たとえば腐食箇所数 4 の Case14 よりも腐食箇所数 6 の Case17 の方が耐力は大きくなっている。また Case11 と Case15 の曲線を比較すると、曲線が折れ曲がる付近（層間変形角 0.003 付近）の荷重は Case11 の方が大きいですが、途中で逆転して最終耐力は Case15 の方が大きくなるという興味深い現象も見られる。

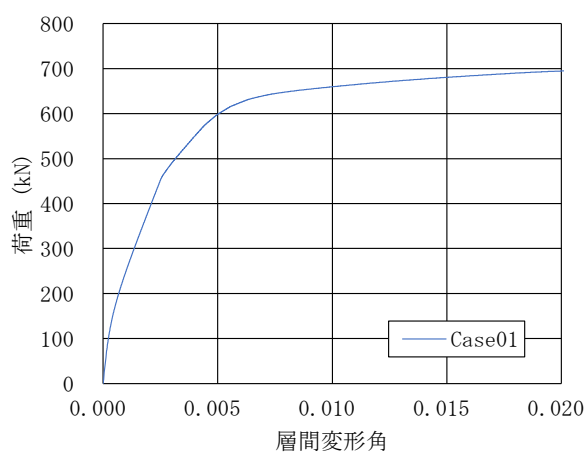
解析条件で述べたように、解析を実施した 21 ケースは、全ての箇所の腐食の有無を網羅したものではない。また図 7.25 に示したように、載荷は頂版を右向きに加力したものであり、左向きに加力したケースは含まれていない。しかしながら、腐食箇所数 2 の Case06～Case10 を比較することにより、概ね以下のような傾向があると言える。

- ①Case06 と Case07 がほとんど重なっていることから、頂版の両端が腐食した場合と底版の両端が腐食した場合の耐力低下はほぼ同等であると考えられる。
- ②Case08 と Case09 がほとんど重なっていることから、左側壁（加力点側の側壁）の両端が腐食した場合と右側壁（加力点から遠い側の側壁）の両端が腐食した場合の耐力低下はほぼ同等であると考えられる。
- ③部材の両端に腐食に伴う耐力低下の大小は、以下のようになる。

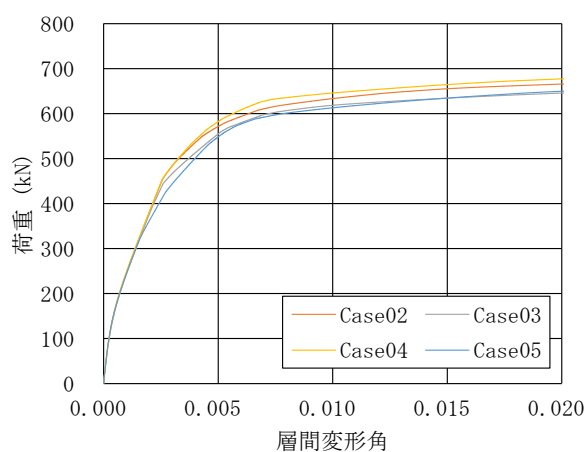
側壁両端腐食 > 頂版 or 底版両端腐食 > 隔壁両端腐食

上記②の知見については、構造物の対称性や地震時に構造物に作用する力の対称性から妥当な結果と考えられるが、これはプッシュオーバー解析の境界条件として、第 6 章において構造物の左右に不均等な挙動が生じないことが確認された「境界条件 4」を採用した結果得られたものと考えられる。

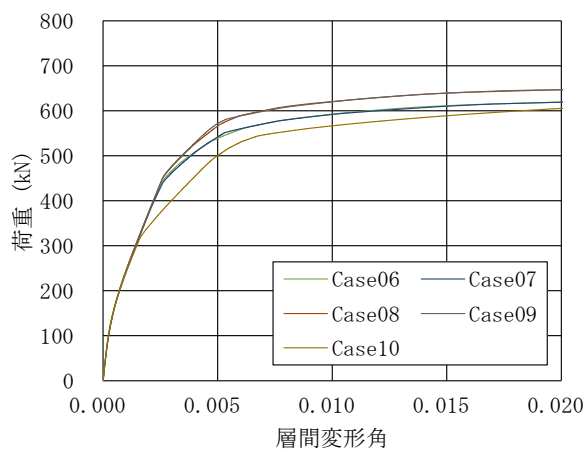
続いて、腐食箇所に基づく耐力低下量の加算が成り立つか否かを調べてみた。検討の結果、成り立つ場合と成り立たない場合があることが分かった。図 7.29(a)が成り立つ場合の結果である。Case14 の腐食箇所はCase07とCase10の腐食箇所を合わせたものである。Case14の荷重～層間変形角関係の曲線は「Case07の曲線+Case10の曲線-Cas01（腐食なし）の曲線」に一致していることから、Case07の耐力低下量とCase10の耐力低下量を合わせたものがCase14の耐力低下量ということになる。一方、図 7.29(b)が成り立たない場合の結果である。Case13 の耐力低下量は Case06 の耐力低下量と Case08 の耐力低下量を合わせたものよりも小さくなっている（耐力があまり低下しない）。これは「頂版左端の弱部」と「左側壁上端の弱部」が、構造全体で見れば「左上隅角部の弱部」として概ね同じ効果を持ち、Case06 と Case08 の耐力低下量を足すことは、その効果をダブルカウントする形となるためと考えられる。それを確認するために、層間変形角 0.005 における塑性化箇所（鉄筋降伏箇所）を示したものが図 7.30 である。Case13 に緑点線で示したように、頂版左端と左側壁上端はともに鉄筋腐食箇所であるが、塑性化は頂版左端のみに発生している。これは頂版左端が先に塑性化することにより左上隅角部の曲げモーメントが解放され、左側壁上端の塑性化に至らなかったものと考えられる。



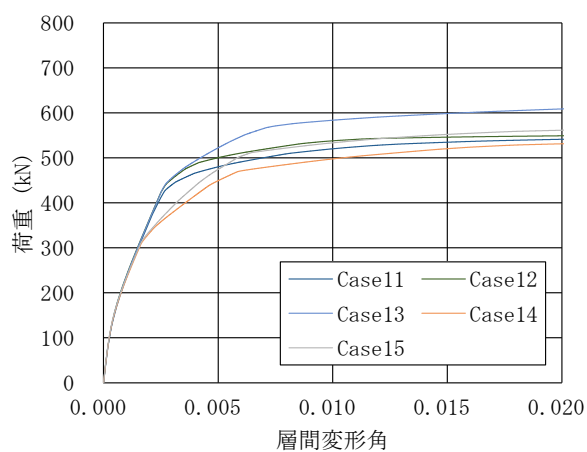
腐食箇所数 0



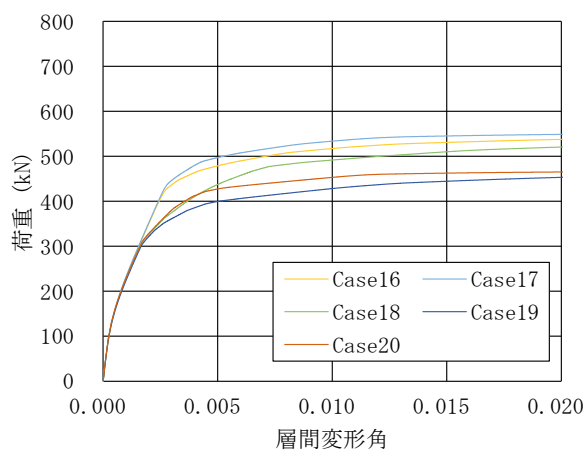
腐食箇所数 1



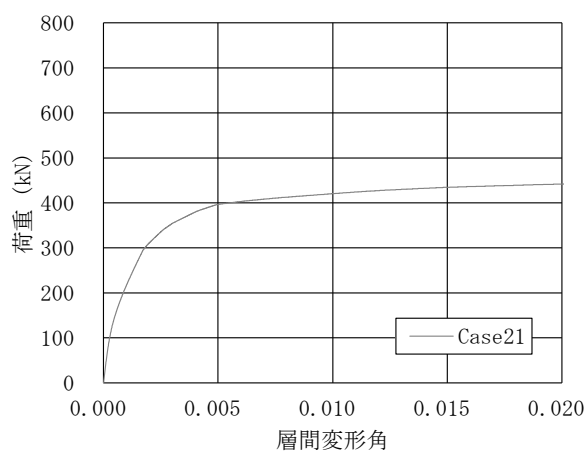
腐食箇所数 2



腐食箇所数 4

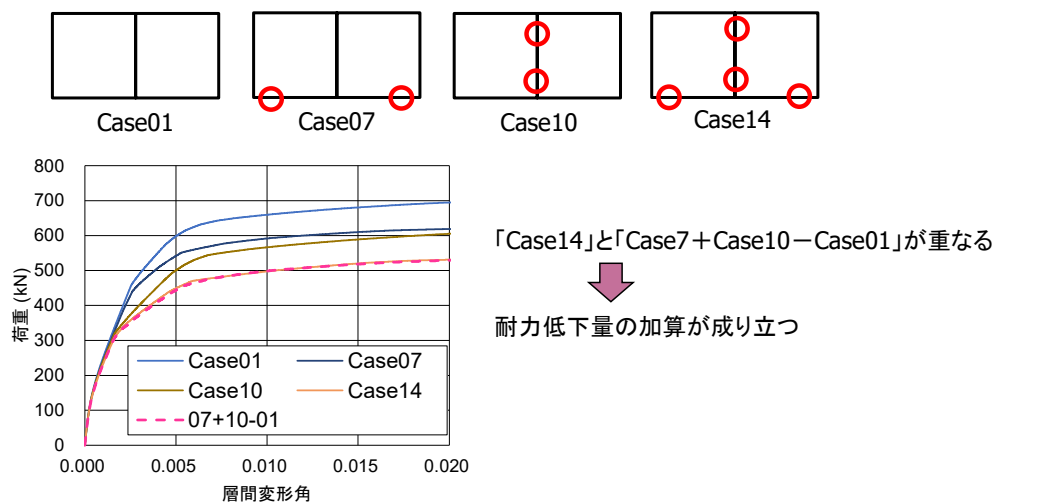


腐食箇所数 6

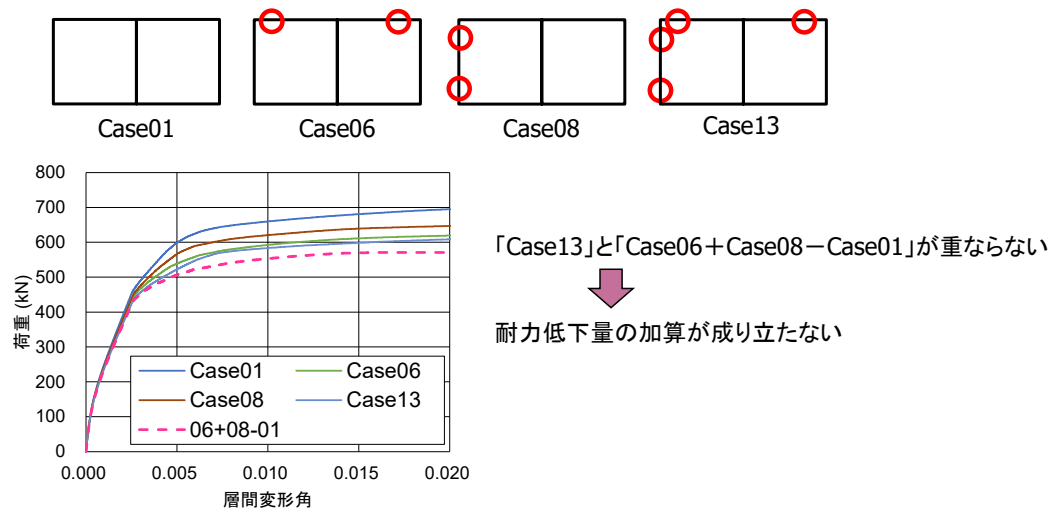


腐食箇所数 10

図 7.28 荷重～層間変形角関係



(a) 耐力低下量の加算が成り立つ場合



(b) 耐力低下量の加算が成り立たない場合

図 7.29 腐食箇所に基づく耐力低下量の加算

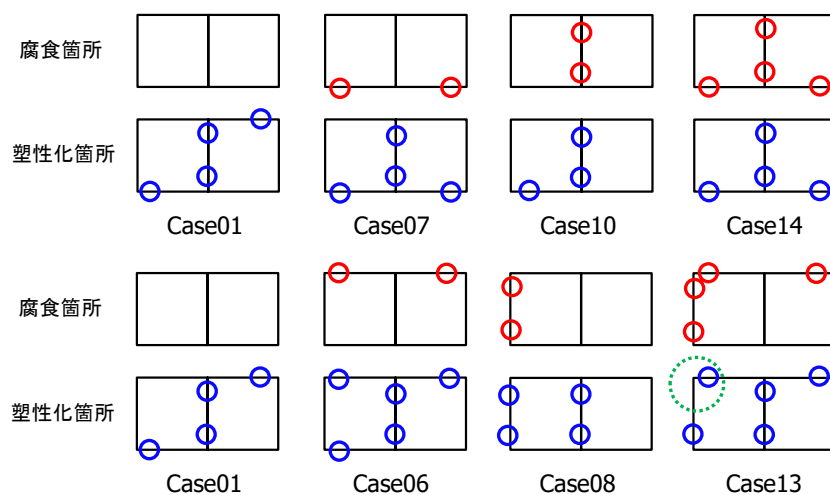


図 7.30 層間変形角 0.005 における塑性化箇所

荷重～層間変形角関係曲線の途中で荷重の大小が逆転しているケースがあることは上述したが，これを分析するために全ケースの荷重～層間変形角関係を重ね書きしたものを図 7.31 に示す．これを見ると，曲線が最初に顕著に折れ曲がるタイミングが比較的明確に二分されていることがわかる．ケースの内訳を分析した結果，最初に折れ曲がるグループが隔壁の両端腐食が含まれるケースであり，次に折れ曲がるグループが隔壁の両端腐食が含まれないケースであることがわかった．これは，図 7.25 で示したプッシュオーバー解析の境界条件が 3 つの鉛直部材（左右側壁と隔壁）の傾きが同じであることに加え，隔壁以外の部材の鉄筋に D19 が使われている一方で隔壁は D16 のみであるため，隔壁の両端腐食が含まれるケースではそこが最初に影響を受けやすいためと考えられる．図 7.30 に示した層間変形角 0.005 における塑性化箇所を見ても，各ケースとも隔壁両端が塑性化しており，载荷の比較的初期の段階から隔壁の影響が大きいことが伺える．

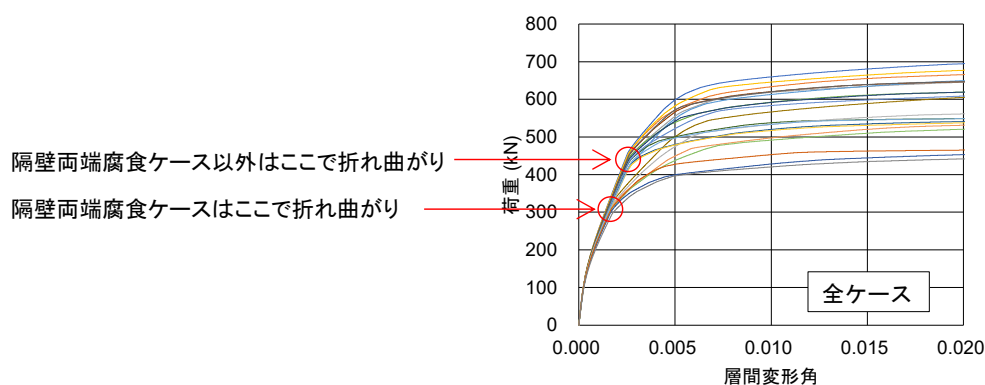


図 7.31 荷重～層間変形角関係 全ケース重ね書き

(4) 腐食長さのパラメータスタディ

a) 解析条件

本項では、腐食箇所が同じ場合に、1箇所あたりの腐食長さの異なるいくつかのケースを設定したパラメータスタディを実施してその影響を分析する。この場合、腐食長さの違いによる「腐食の空間的なばらつき」と、腐食の進展により腐食長さが増加する「腐食の時間的なばらつき」の2つの意味合いを含む検討に対応するといえる。

図 7.32 に解析ケースを示す。腐食箇所は前項「腐食箇所のパラメータスタディ」のうち、代表として図 7.26 に示す Case13 を基本とする。図 7.32 のレイアウトは図 7.27 と同様であるが、各部材のグラフの縦軸と横軸の表記は省略している。

本パラメータスタディでは、腐食箇所の剛域隣接要素の断面積減少率を 0.5 で共通とし、減少なしの部分へのすり付き長さ（要素個数）を変化させる。すり付き長さの短いケース（1 要素ですり付き）から、本パラメータスタディの Case01, Case02, … Case05 とする。1つのケースのすり付き長さは、全部材および外側鉄筋・内側鉄筋で同じとする。すなわち本パラメータスタディの Case02（2 要素ですり付き）が前項「腐食箇所のパラメータスタディ」の Case13 と同じである。

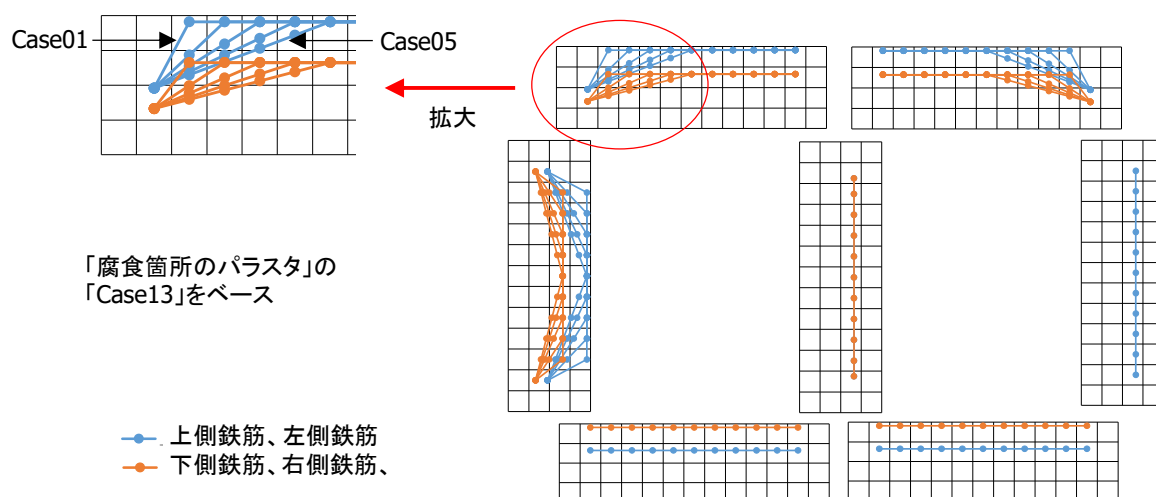


図 7.32 腐食長さのパラメータスタディの解析ケース

b) 解析結果

解析結果として、荷重～層間変形角関係を図 7.33 に示す。

5 ケースの線は全て重なっている。すなわち部材端部腐食量からのすり付き長さは、結果にほとんど影響を与えないことがわかる。これは、第 6 章で分析したように、プッシュオーバー解析の载荷に伴って塑性ヒンジが発生するのは部材端部のみであるので、その部分の鉄筋量のみにはほぼ依存し、部材中間部分の鉄筋量は構造物の挙動に大きな影響を与えないためと考えられる。

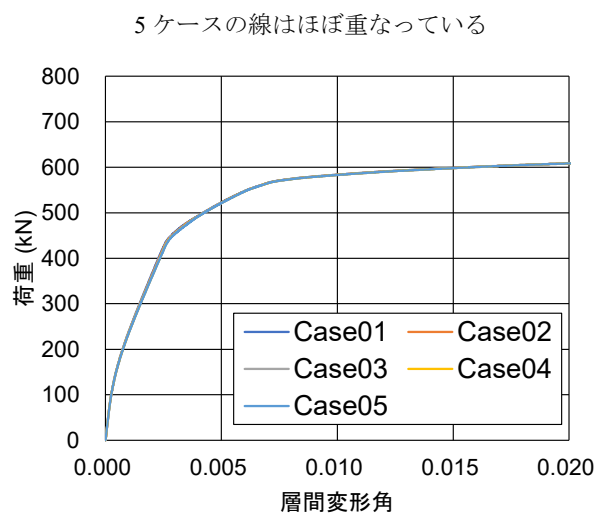


図 7.33 腐食長さのパラメータスタディの解析結果

(5) 腐食量のパラメータスタディ

a) 解析条件

本項では、腐食箇所および腐食長さが同じ場合に、1箇所あたりの腐食量の異なるいくつかのケースを設定したパラメータスタディを実施してその影響を分析する。本パラメータスタディは、腐食の進展により腐食量が増加する「腐食の時間的なばらつき」の検討に対応するといえる。

図 7.34 に解析ケースを示す。腐食箇所は(3)項「腐食箇所のパラメータスタディ」のうち、代表として図 7.26 に示す Case13 および Case19 の 2 種類を基本とする。

本パラメータスタディでは、腐食箇所の減少なしの部分へのすり付き長さ（要素個数）を 2 要素分で共通とし、腐食箇所の剛域隣接要素の断面積減少率を変化させる。剛域隣接要素の断面積減少率は、Case01：0.0（減少なし）、Case02：0.1、・・・Case09：0.8（ケース番号は本パラメータスタディのケース番号）とする。1つのケースの断面積減少率は、全部材および外側鉄筋・内側鉄筋（隔壁は左右の鉄筋）で同じとする。すなわち本パラメータスタディの Case06（剛域隣接要素の断面積減少率 0.5）が前々項「腐食箇所のパラメータスタディ」の Case13 および Case19 と同じである。

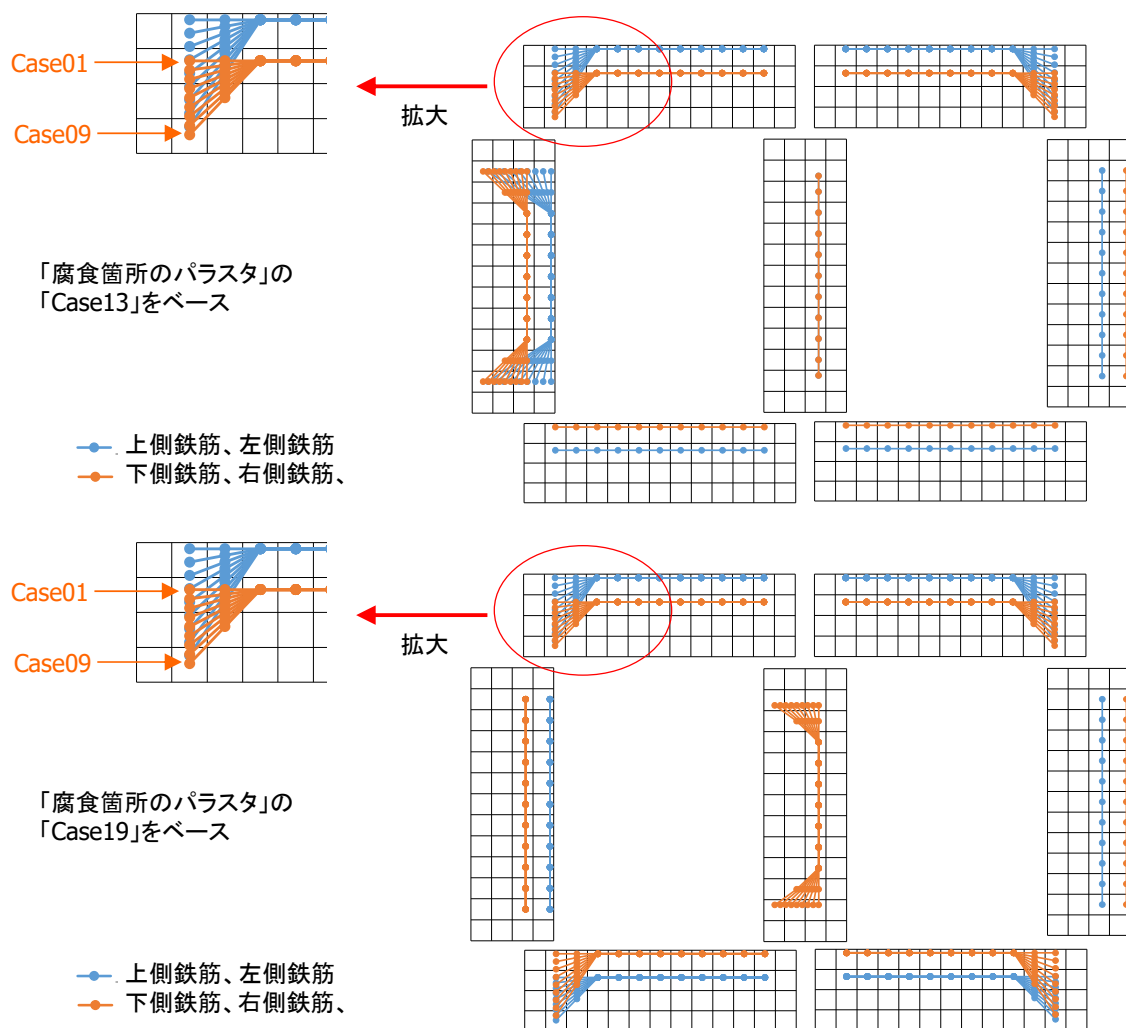


図 7.34 腐食量のパラメータスタディの解析ケース

b) 解析結果

解析結果として、「腐食箇所のパラメータスタディの Case13 をベース」の場合と「腐食箇所のパラメータスタディの Case19 をベース」の場合それぞれの荷重～層間変形角関係を図 7.35 に示す。

Case13 をベースにした場合と Case19 をベースにした場合では、腐食箇所数の違いから感度に差異は生じる（腐食箇所数の多い Case19 の方が当然感度は大きくなる）ものの、腐食量の変化率に対する耐力の変化率は、腐食量が大きくなる（鉄筋断面積が小さくなる）ほど若干感度が大きくなる程度で、概ね比例関係（ケース間の線の間隔が大体同じ）となることがわかる。これは解析モデルがファイバー要素を用いて曲げ挙動を追跡する梁系のモデル化であることから、ある程度予想できる結果といえる。

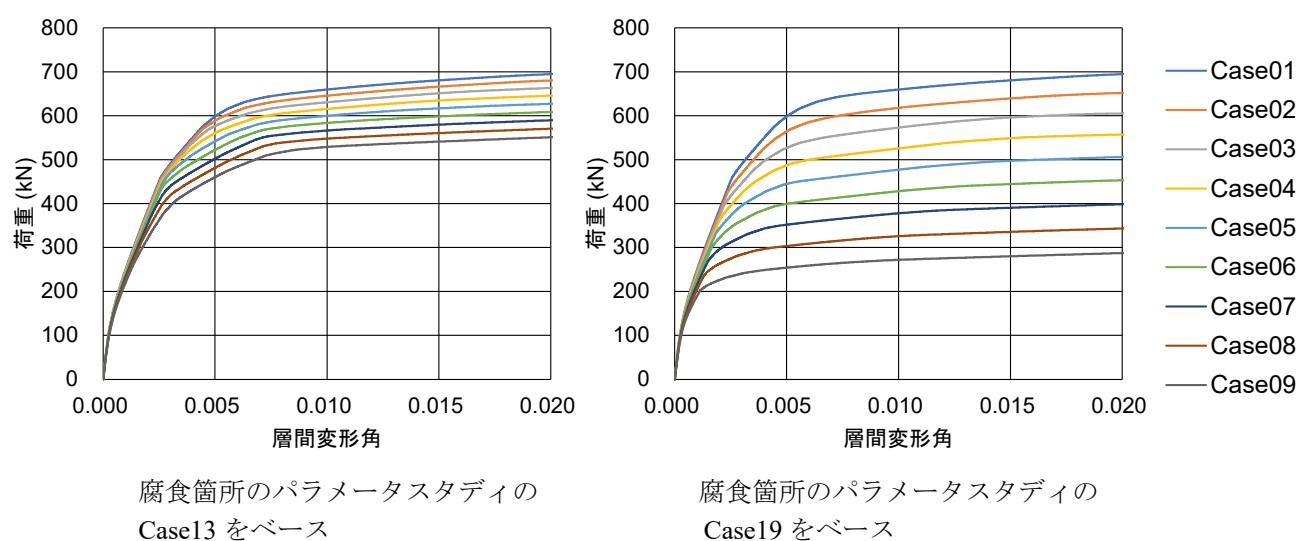


図 7.35 腐食量のパラメータスタディの解析結果

7.5 まとめ

鉄筋腐食に関する既往の研究の調査より、以下のことが分かった。

- (1) RC 部材軸方向の鉄筋腐食の分布形状に関し、通常鉄筋の腐食状況は軸方向に一様ではないため、腐食量の分布形状を考慮することが重要である。
- (2) RC ボックスカルバート型の地中構造物では、「腐食の要因となる先行ひび割れが入りやすいこと」「鉄筋腐食が構造に与える影響が大きいこと」から、隅角部近傍の腐食が重要となる。

既往研究調査(1)を踏まえた、RC 単純支持梁を対象とした腐食量の分布形状を変化させたパラメータスタディでは、腐食量の平均値やばらつきが同じであっても、相関距離によって曲げ耐力や鉄筋ひずみのばらつき状況が異なること等の知見が得られた。

既往研究調査(2)を踏まえた、RC ボックスカルバート型の地中構造物を対象とした腐食箇所・腐食長さ・腐食量を変化させたパラメータスタディを実施した。たとえば腐食箇所のパラメータスタディでは、ケース間で荷重～層間変形角関係の曲線の大小が途中で逆転する場合があることや、腐食箇所に基づく耐力低下の加算が成り立つ場合と成り立たない場合があるなど、いくつかの興味深い知見が得られた。

今回の検討では、たとえば地中構造物を対象とした検討では、腐食箇所や腐食量を、全部材の内側鉄筋・外側鉄筋（隔壁は左右の鉄筋）で同じと仮定するなどの簡易化を行っているため、今後はさらに工学的根拠に基づく腐食状況を想定していく必要がある。

また本章の実施項目は、腐食状況が変わることによる構造性能低下の定量的なばらつきをパラメータスタディにより評価するところまでであり、構造物の損傷確率評価は実施していない。今後は、構造物の環境条件に基づく鉄筋の腐食箇所や腐食量を確率パラメータとして設定し、MCS を実施することにより構造物の地震時損傷確率を算定するような評価技術を確立していくことが課題として挙げられる。

参考文献

- 1) 鈴木三馨, 福浦尚之, 丸屋剛: 塩害による腐食劣化予測に対する構造・鉄筋腐食連成解析手法, 大成建設技術センター報, 第 46 号, 2013.
- 2) 福島広之, 櫻井絢子, 宮本祥平, 秋山充良: 塩害環境下にある PC 桁に生じる鉄筋腐食の空間変動性の確率・統計的表現とそのライフサイクル信頼性解析に関する基礎的研究, コンクリート工学年次論文集, Vol.38, No.2, pp. 1561-1566, 2016.
- 3) 斉藤成彦, 高橋良輔, 檜貝勇: 鉄筋の腐食分布が RC はり部材の曲げ耐荷性状に及ぼす影響, 土木学会論文集 E, Vol. 64, No. 4, pp. 601-611, 2008.
- 4) 松尾豊史, 松村卓郎, 宮川義範: 経年劣化した鉄筋コンクリート製地中構造物の構造性能評価に関する検討(その 6)ー鉄筋腐食を考慮した照査用限界値推定法の提案ー, 電力中央研究所報告, N08083, 2009.
- 5) 松尾豊史, 松村卓郎, 原口和靖: ひび割れに起因する鉄筋腐食が生じた RC ボックスカルバートの耐荷特性評価, 構造工学論文集, Vol. 60A, pp. 771-781, 2014.
- 6) 土木学会: 2007 年制定 コンクリート標準示方書設計編, 2007.
- 7) 耐震・構造解析シリーズ | アーク情報システム: <<http://www.ark-info-sys.co.jp/jp/product/tdap/>> (2023 年 5 月 4 日アクセス)
- 8) S.O.Rice: Mathematical Analysis of Random Noise, Bell System Technical Journal, Vol.23, pp282-332, 1944.
- 9) Shinozuka: Digital Simulation of Random Processes in Engineering Mechanics with the Aid of FFT Technique, Stochastic Problems in Mechanics, University of Waterloo Press, pp.277-286, 1974.

第 8 章 結論

本研究では、構造物の設計体系が仕様規定型設計から性能規定型設計へと移行する中、各種設計条件の不確実性を考慮した設計手法として発展してきた信頼性設計法に焦点を当て、以下に示す項目を目的とした検討を実施した。

- ①合理的な入力地震動の設定方法の提案（第 2 章）
- ②地中構造物の損傷確率評価への MCS の適用とその理論的考察（第 3 章、第 4 章、第 5 章）
- ③構造物の経年劣化の不確実性を考慮した構造性能低下評価（第 6 章、第 7 章）

各章で得られた結論を以下に示す。

第 2 章では、信頼性設計法における「残余のリスク」を考える上で重要となる入力用模擬地震動の設定に関し、群遅延時間を用いた波形作成法に注目し、従来用いられてきた作成方法の課題・留意点を整理した上で、新たな作成方法として、波形の包絡線関数と群遅延時間のばらつきを関係付けることによる方法を提案・検証した。

従来の方法による作成波は、左右対称に近い包絡形状になる・ピークが集中する傾向がある・ノイズ成分が目立つ等の課題・留意点が認められたが、提案方法による作成波では、それらの問題点は解消され、波形の包絡形状の設定とサイトの位相特性の反映とを両立できる合理的な模擬地震動の作成方法であることが確認された。

第 3 章では、信頼性設計法レベル 3 の適用事例という位置付けで、RC ボックスカルバート型地中構造物を対象として、地盤物性を約 1.0m の薄い層厚毎に独立にばらつかせる条件で、地盤－構造物一体 2 次元動的解析による 1000 ケースの MCS を実施し、構造物の損傷確率を算定した。破壊モードとして曲げ破壊とせん断破壊を想定し、曲げ応答とせん断応答の相関性、ならびに曲げ破壊とせん断破壊の相関性を調べた。

検討の結果、地盤物性を薄い層厚毎にばらつかせるという条件下においては、曲げ応答（構造物の層間変形角）とせん断応答（照査位置のせん断力）はほとんど相関のない状態でばらつく一方で、曲げ破壊とせん断破壊は一定の相関を持つという興味深い知見が得られた。

第 4 章では、損傷確率が小さいときに効率的な手法として、MCMC（マルコフ連鎖モンテカルロ法）を利用して、標本発生空間を徐々に危険側領域に狭めていきながら損傷確率を求める MCS の一種である subset 法を取り上げ、RC ボックスカルバート型地中構造物を対象とした地盤－構造物一体 2 次元動的解析に適用して損傷確率を評価した。適用に当たっては、MCMC による標本の発生方法にオリジナルの工夫を施した。検討の結果、MCMC は良好に機能し、概ね妥当な損傷確率評価ができた。

subset 法は MCMC を用いるため、領域をはみ出た無駄な標本（不採用解析）がある程度発生する。今回不採用解析数は採用解析数と同程度発生したが、それでも通常の MCS よりは標本数にして約 2 倍効率的であることが確認された。

通常の MCS も subset 法も、損傷確率の精度は標本数に依存する。通常の MCS の精度評価式はよく知

られているが、subset 法についてはその既往研究例が見当たらない。そこで第 5 章では、標本数に起因する subset 法の損傷確率の理論上の精度評価式を導出した。疑似的な subset 法を実施して、導出した精度評価式が正しいことを検証した。

導出した精度評価式を用いて、subset 法と通常の MCS の損傷確率精度が同じになる標本数を比較することにより、両者の効率性を比較検討した。その結果、subset 法は通常の MCS と比較して、損傷確率のオーダーが小さくなるほど、飛躍的に効率性が上がること等が確認された。

第 6 章～第 7 章では、構造物の経年劣化に伴う鉄筋腐食状況の不確実性を考慮した応答のばらつきに関する検討を実施した。第 6 章では評価に先立ち、地中構造物の代表として RC ボックスカルバートの構造性能を評価する際のプッシュオーバー解析における新たな境界条件を提案した。提案手法は、これまで適用されてきたいくつかの境界条件と比較して、発生部材力等に関して妥当な結果がられ、合理的な境界条件であることが確認された。

第 7 章では、まず RC 単純支持梁を対象として鉄筋腐食量の分布形状を変化させた MCS によるパラメータスタディを実施し、腐食量の平均値やばらつきが同じであっても、分布形状の相関距離（滑らかさ）によって曲げ耐力や鉄筋ひずみのばらつき状況が異なること等の知見が得られた。

続いて、RC ボックスカルバートを対象とした鉄筋腐食箇所・腐食長さ・腐食量の変化が構造性能低下に与える影響について、第 6 章で提案したプッシュオーバー解析によるパラメータスタディを実施した。腐食箇所のパラメータスタディでは、ケース間で荷重～層間変形角関係の曲線の大小が途中で逆転する場合があること、腐食箇所に基づく耐力低下の加算が成り立つ場合と成り立たない場合があることなど、いくつかの興味深い知見が得られた。

本研究は、信頼性設計法の中でも最も精度の高い設計水準であるレベル 3 に主に焦点を当て、構造物の耐震照査に適用した際の新たな知見の獲得や手法の提案等において、一定の成果を得ることができた。特に、第 2 章の群遅延時間を利用した入力地震動の設定方法の提案や、第 4～5 章の subset 法のパフォーマンス確認や評価精度に関する理論的考察等、信頼性設計法において有用と考えられるものの、これまで既往の研究事例があまり多くなかったトピックスにおいても、それらが注目される 1 つの機会を与えることができたのではないかと考える。

信頼性設計法は構造物の耐震性能照査手法として、今後も適用範囲が拡大していくものと考えられる。特にレベル 3 は、計算機技術の発展に伴って標準化される方向で進んでいくものと期待される。本研究の成果が、今後の信頼性設計法の精緻化に向けての一助となれば幸いである。

付録

付録 1 subset 法の精度評価に係る数式の導出

付録 1 では、第 5 章における subset 法の精度評価式の導出過程で用いているいくつかの式の導出を実施する。

(1) 式(5.2) (順序統計量の確率密度関数の公式) の導出

式(5.2)の順序統計量の確率密度関数の公式、すなわち「0～1 の範囲に n 個の独立一様乱数を発生させたときの小さい方から m 番目の値 x の確率密度関数 $A(x, m, n)$ 」の導出は既往の資料等に記載はいくつか見られるが、過程がわかりにくいものが多いため、独自で導出を試みた。

0～1 の範囲に n 個の独立な一様乱数を発生させたとき、 $0 \sim x$ ($0 < x < 1$) の範囲に m 個含まれる確率は、式(5.1)に示した二項分布で、以下で表される。

$$C(x, m, n) = \binom{n}{m} x^m (1-x)^{n-m} \quad (\text{付1.1})$$

ここに、

$$\binom{n}{m} = \frac{n!}{(n-m)! m!} \quad (n \text{ 個から } m \text{ 個を選ぶ組み合わせの個数})$$

0～1 の範囲に n 個の独立な一様乱数を発生させたとき、 $0 \sim x$ ($0 < x < 1$) の範囲に m 個以上含まれる確率 $D(x, m, n)$ は、同様に以下のようになる。

$$D(x, m, n) = \sum_{r=m}^n C(x, r, n) = \sum_{r=m}^n \binom{n}{r} x^r (1-x)^{n-r} \quad (\text{付1.2})$$

$D(x, m, n)$ は「0～1 の範囲に n 個の独立な一様乱数を発生させたとき、小さい方から m 番目の値が x 以下となる確率」と言い換えられ、 x を変数とみれば「0～1 の範囲に n 個の独立な一様乱数を発生させたときの、小さい方から m 番目の値 x の累積確率関数」となる。

したがって順序統計量の確率密度関数すなわち「0～1 の範囲に n 個の独立な一様乱数を発生させたときの、小さい方から m 番目の値 x の確率密度関数」は、以下のようになる。

$$\begin{aligned} A(x, m, n) &= \frac{d}{dx} D(x, m, n) = \frac{d}{dx} \sum_{r=m}^n \binom{n}{r} x^r (1-x)^{n-r} \\ &= \sum_{r=m}^n \binom{n}{r} r x^{r-1} (1-x)^{n-r} - \sum_{r=m}^n \binom{n}{r} (n-r) x^r (1-x)^{n-r-1} \end{aligned} \quad (\text{付1.3})$$

ここで式(付1.3)右辺第 2 項は以下のように書き換えられる。

$$\begin{aligned}
& \sum_{r=m}^n \binom{n}{r} (n-r)x^r(1-x)^{n-r-1} \\
&= \sum_{r=m}^{n-1} \binom{n}{r} (n-r)x^r(1-x)^{n-r-1} + \binom{n}{n} (n-n)x^n(1-x)^{n-n-1} \\
&= \sum_{r=m}^{n-1} \binom{n}{r} (n-r)x^r(1-x)^{n-r-1} \\
&= \sum_{r=m}^{n-1} \frac{n!}{(n-r)!r!} (n-r)x^r(1-x)^{n-r-1} \\
&= \sum_{r=m}^{n-1} \frac{n!}{(n-r-1)!r!} x^r(1-x)^{n-r-1} \\
&= \sum_{r=m+1}^{(n-1)+1} \frac{n!}{(n-(r-1)-1)!(r-1)!} x^{r-1}(1-x)^{n-(r-1)-1} \\
&= \sum_{r=m+1}^n \frac{n!}{(n-r)!(r-1)!} x^{r-1}(1-x)^{n-r} \\
&= \sum_{r=m+1}^n \frac{n!}{(n-r)!r!} rx^{r-1}(1-x)^{n-r} \\
&= \sum_{r=m+1}^n \binom{n}{r} rx^{r-1}(1-x)^{n-r} \tag{付 1.4}
\end{aligned}$$

したがって,

$$\begin{aligned}
A(x, m, n) &= \sum_{r=m}^n \binom{n}{r} rx^{r-1}(1-x)^{n-r} - \sum_{r=m}^n \binom{n}{r} (n-r)x^r(1-x)^{n-r-1} \\
&= \sum_{r=m}^n \binom{n}{r} rx^{r-1}(1-x)^{n-r} - \sum_{r=m+1}^n \binom{n}{r} rx^{r-1}(1-x)^{n-r} \\
&= \binom{n}{m} mx^{m-1}(1-x)^{n-m} \tag{付1.5}
\end{aligned}$$

(2) 式(5.3)の導出

式(5.3)すなわち「0～1 の範囲に n 個の独立一様乱数を発生させたとき小さい方から m 番目と $m+1$ 番目の平均値 x の確率密度関数」を導出する.

m 番目と $m+1$ 番目と x の関係は, 付図 1.1 (a)のように x をはさんで m 番目と $m+1$ 番目が等間隔に位置している. したがって「0～1 の範囲に n 個の独立一様乱数を発生させたとき小さい方から m 番目と $m+1$ 番目の平均値 x の確率密度」は, 付図 1.1 (b)のように微小に区切った事象が発生する確率の重ね合わせとなる. これはこの動きうる範囲で, m 番目の確率密度分布と $m+1$ 番目の確率密度関数の畳み込み積分で計算される.

その際, m 番目の確率密度関数は式(5.2)の x を畳み込み変数 t に置き換えたものを適用できるが, $m+1$ 番目の確率密度関数は単に式(5.2)の x を t に置き換え m に $m+1$ を代入したものは適用できない. なぜなら $m+1$ 番目の発生条件として「 m 番目が t (図の赤丸) の位置に発生している」という前提があるからある. したがって「 $m+1$ 番目」は「 m 番目の値より大きい領域に $n-m$ 個の乱数を発生させたときの 1 番目の値」という取り扱いとなる. この確率密度関数は, 付図 1.1 (c)に書いた位置関係から,

$$A\left(\frac{2(x-t)}{1-t}, 1, n-m\right)$$

となるが,

- ・発生範囲の長さが本来の 1 から $1-t$ になる
- ・ Δt の変化率が発生範囲 $1-t$ の中では $2\Delta t$ と 2 倍になる

ことから, 畳み込み積分の際には変換係数

$$\frac{2}{1-t}$$

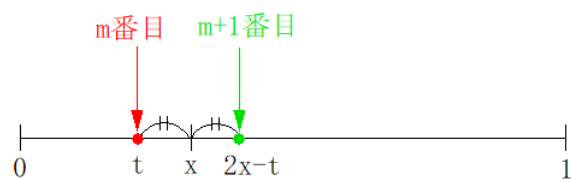
を乗じることとなる.

また付図 1.1 (b)(c)に書いたように, $1/2 < x < 1$ のときは, 畳み込み積分範囲は $t > 2x-1$ となる.

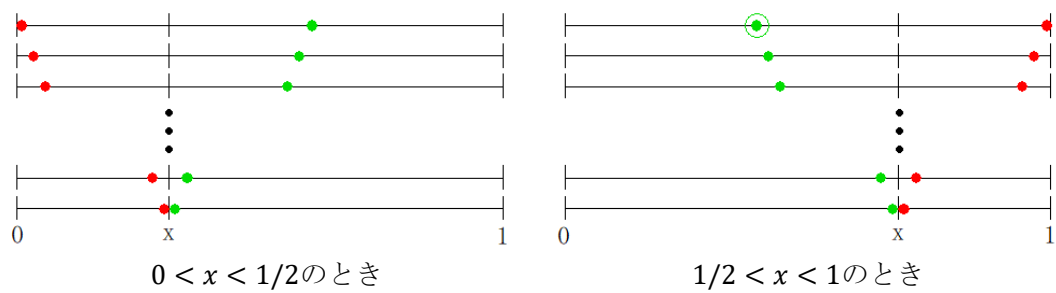
以上より, 「0～1 の範囲に n 個の独立一様乱数を発生させたとき小さい方から m 番目と $m+1$ 番目の平均値 x の確率密度関数 $B_1(x, m, n)$ は, 以下となる. (式(5.3)と同じ)

$$B_1(x, m, n) = \int_a^x A(t, m, n) \cdot \frac{2}{1-t} A\left(\frac{2(x-t)}{1-t}, 1, n-m\right) dt \quad (\text{付1.6})$$

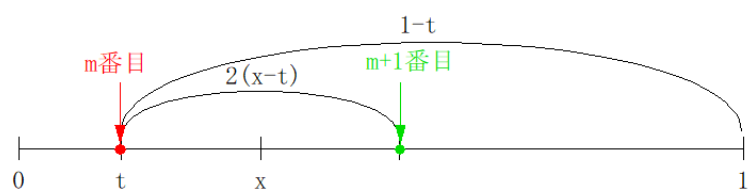
ここに $a = \max(0, 2x-1)$



(a) m 番目と $m+1$ 番目と x の関係



(b) 微小事象の確率の重ね合わせ



$2(x-t) < 1-t$ より $t > 2x-1$ (上図の $\odot$)

(c) 畳み込み積分の考え方 (特に $m+1$ 番目の取り扱い)

付図 1.1 式(5.3)の導出過程

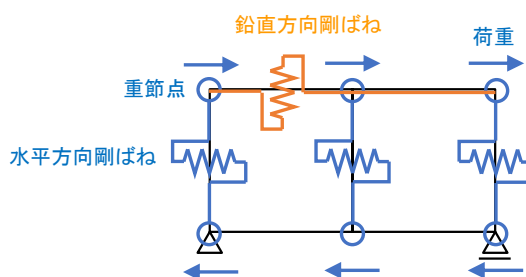
付録2 プッシュオーバー解析の境界条件に関する補足

付録2では、第6章の地中構造物のプッシュオーバー解析における合理的な境界条件に関する検討で、最も合理的な境界条件とした境界条件4に関する補足を行う。

多点拘束機能を持たないプログラムで境界条件4のプッシュオーバー解析を実施するには、付図2.1に示す方法で等価な境界条件とすることができる。手順を以下に示す。

- 1) 構造物の隅角部格子点（6箇所）に新たに節点（「重節点」と称す）を設ける。重節点は水平方向のみフリーとし、鉛直方向は固定する。
- 2) 重節点とその位置の構造物側節点を、水平方向の剛ばねで連結する。
- 3) 左右側壁上下端、隔壁上下端の重節点どうしを水平方向の剛ばね（完全な剛ではなく構造物の剛性と比較して十分に硬いばね値）で連結する。
- 4) 頂版の左端および右端の節点（重節点側ではなく構造物側節点）を鉛直方向剛ばねで連結する（境界条件4の倒れ込み防止の条件）
- 5) 頂版の各重節点に右向き、底版の各重節点に左向きの荷重を載荷する。荷重の大きさは、たとえば3)で設定した剛ばねのばね値が 1.0×10^{10} kN/m で、構造物の層間変位 0.1m まで載荷したい場合には、 1.0×10^9 kN まで載荷する。
- 6) 構造物の水平反力は、2)で設定した剛ばねの反力で評価できる。たとえば隅角部格子点の剛ばね反力は図6.29で示したものとなり、図6.26の荷重～層間変形角関係の荷重は、頂版（あるいは底版）の3つの格子点の剛ばね反力の合計となる。

今回、各剛ばねのばね値を 1.0×10^{10} kN/m で解析した場合、境界条件4と同じ解が得られることを確認している。



付図 2.1 第6章における境界条件4と等価な境界条件

謝辞

本学位論文をまとめるにあたっては、多くの方々の御支援と御指導をいただきました。ここに感謝の意を申し上げます。

私も長い会社人生の中で、還暦を過ぎ定年退職・再雇用というひとつの区切りを迎えた中で、今までに携わってきた諸々の研究成果を中心とした内容を、学位論文という形で残すことをと思い立ちました。これまで外部の委員会にもいくつか参加させていただいており、その中でほとんどと言って良いほど御一緒させていただいたのが、現在比較的数量少ない地中構造物を中心とした耐震工学の専門家でもある鳥取大学工学部社会システム土木系学科教授小野祐輔先生でした。そこで学位取得の御相談を持ち掛けさせていただいたところ、快く主旨指導教員として引き受けて下さいました。先生には今回の研究に関して多大なる御指導を頂きました。

副指導教員の香川敬生先生、指導教員の谷口朋代先生には研究あるいはレポートを通じて貴重な御指導を頂きました。特に香川先生には、本論の中で主要な位置を占める入力地震動設定の内容に関し、適切な御助言を頂き、論文のクオリティを向上することができました。また確率論の御専門である小柳淳二先生（現周南公立大学教授）には、OR 学会での講演の場を与えていただき、成果をアピールする上での貴重な刺激となりました。

本論文の主テーマである構造物の損傷確率評価の研究を始めたひとつのきっかけは、2011 年頃に携わった受託業務で、その折には日本大学工学部（土木学会原子力土木委員会委員長）中村晋先生に多大なる御指導を頂きました。ここに感謝の意を表します。

本論文は、前述のように私が大成建設技術センターに勤務する上で携わった業務の成果をまとめたものです。長島一郎技術センター長、社会基盤技術研究部丸屋剛エグゼクティブ・フェロー副技術センター長、社会基盤技術研究部材工研究室畑明仁室長には、研究成果を学位論文としてまとめる機会を与えていただきました。畑氏は本研究に関連した業務を共に実施してきた関係で、本論文と同様の損傷確率評価に関する学位を既に取得されており、本論文の元となっているほとんどの論文で共著者として指導いただきました。

また原子力本部先端解析技術部渡辺和明部長代理には、原子力施設を対象とした耐震検討業務に約 30 年来にわたって共に携わってきた長い付き合いであり、研究を俯瞰した立場で要所々々において的確な助言を頂きました。

そして忘れてはならないのが、現在は大成建設を退職されている立石章氏、志波由紀夫氏の御二方です。立石氏は私の大成建設入社当初からの先輩であり、私の構造物の耐震検討の研究の礎を築いていただいた方で、同氏なくして今回のテーマにおける学位取得はなかったと言って差し支えありません。志波氏は私が 1990 年代に技術センターに赴任してからの直属上司であり、本研究の元となっている多くの論文において共著となっており、多くの御指導をいただきました。

本論文においては、解析のほとんどが汎用解析プログラム TDAPⅢによっており、特に本論文で多用しているモンテカルロ法支援ツールの開発など、ことあるごとに大変お世話になった株式会社アーク情報システム数理解析部内藤伸幸部長に感謝の意を表します。

また最後に、私生活においても心の支えとなってくださった方々に感謝の意を表し、謝辞に代えさせていただきます。