

〈論文〉

数学教育学における協同的問題解決の学習(第4次研究)

－授業評価の対象とその実践的試行－

矢部敏昭・多内京子・村上弘樹・于超

A Research on Cooperative Problem Solving in Mathematics Education

－ Object of Evaluation and Practical Trails －

YABE Toshiaki, TAUCHI Kyoko, MURAKAMI Hiroki, YU Chao

キーワード: 協同的問題解決, 授業評価, 数理の発見と解決, 数学的態度

Key Words: Cooperative Problem Solving, Lesson Evaluation, Mathematical Discovery and solve, Mathematics Attitude

I. 授業評価の実践的試行に向けて

－これまでの研究の経緯と授業評価の対象－

算数・数学教育における協同的問題解決の学習過程の構築に関しては, “人はいかに問題を解決するか” から “人はいかに学ぶか” への転換を基本的な考え方として5つの過程を提出し, その学習過程は実際の授業において過程毎に分断され展開されるものでないことは既に述べた通りである。また, 算数・数学教育として算数・数学の学習を考えるならば, 従来から重要視してきた論証の論理に加えて, その論証すべき事柄を見出す発見の論理の位置づけを提案してきた。

本稿では, 副題に挙げた授業評価の対象を明確にし, 実際の授業を通して授業評価を実現可能なものにするために第3次研究で提出した5つの学習過程を, 学習者の算数・数学的活動と集団による思考の共有に焦点化し, 以下の3つの学習の相に分けて実践的に試行するものである。

その第一は「数理の発見」の相である。本時の学習において学習者の思考と活動が動き出すのは, 既習との違いや新たな課題との出会いの状況においてである。ここでの具体的な算数・数学的活動としては, 数量に着目し数量の関係を把握し, また, 条件を吟味し結果を予想する等が評価の対象となろう。その第二は「数理の探究」の相である。学習者の思考が探究の活動に向かうのは, 解決の見通しや筋道が立てられた状況においてである。ここでの具体的な算数・数学的活動としては, 既に立てられた見通しに即して着実に解決を一つ一つ遂行し, 時に複数の解決を試みる。また, 見出した解の正しさを吟味し, 解決に用いた手続きや方法はなぜそれでよいか, その根拠を追求する等が評価の対象となろう。その第三は「数理の深化・発展」の相である。学習者の思考が深化・発展の活動へと向かうためには, 数理の発見・探究の相で解決に用いた数学的な見方・考え方や手続き・方法を活用する状況においてである。ここでの具体的な算数・数学的活動としては, 集団において数理の発見・探究の諸活動を振り返り, また, 初めの問題の条件の一部を変えたり場面を変えたりして, それらの見方・考え方や手続き・方法のよさを感じ, さらに新たな課題の発見へとつながる等が評価の対象となろう。

したがって, 上述した3つの相から導かれる具体的な授業評価の対象として, 以下の10項目

を算数・数学の学習を通して作り上げられる態度とするものである。

- 1) 数量に着目し、数量の関係を把握する態度
- 2) 問題の条件を吟味し、結果を予想する態度
- 3) 解決の見通しや構想を立てる態度
- 4) 見通しに即して解決を着実に遂行する態度
- 5) 多様な解決を試みる態度
- 6) 見出した解の正しさを検証する態度
- 7) 解決に用いた手続きや方法の根拠を追求する態度
- 8) 数理の発見と探究の諸活動を振り返る態度
- 9) 初めの問題の条件や場面の一部を変更して試みる態度
- 10) 新たな課題を発見する態度

態度の定義については、これまでに様々な解釈がみられるが、一般には「社会的事象や事物に対して、好意的あるいは非好意的評価、感情、行為傾向をもつ持続した体系」¹⁾と言われ、さらに、いくつかの側面が挙げられる。本稿においては、特に“経験をを通して作り上げられるもの”に着目し、算数・数学の学習に特有な行為を教師が学習者に育てつつ豊かな算数・数学的な活動をもたらすものとしてとらえるものである。また、態度は持続的であり、いったん形成されると長期にわたって持続される反応傾向であるが、学校教育で展開される日々の学習は、学習者にとって未知なる問題解決の連続であることを考えれば、出会う課題や解決すべき問題に依存することは言うまでもない。よって、後述する実践的試行においては“形成されつつある”，あるいは“身に付きつつある”ものとして考察の対象にするものである。

また、協同的問題解決の学習においては、本稿で定めたそれぞれの相（数理の発見、数理の探究、及び数理の深化・発展）で学習者の主体性に基づき集団を構成し、学習者同士の対話と算数・数学的活動が展開される。これら協同的な学びの成立に関してもその対話の様相は授業評価の対象である。前論文^{2) 3)}（第2次研究、及び第3次研究）を参照されたい。

以上を踏まえて、授業評価の対象は算数・数学の学習の成果としての結果ではなく、学習者がいかに数理を発見し、探究し、深化・発展したかの過程である。言い換えれば、学習者が何を発見したかではなく、その何をどのように発見したかであり、発見の過程で何を考え、どのような試行をしたかであると言えよう。このことが前論文で提出した評価の対象の転換を意味するものである。

Ⅱ. 授業評価の実践的試行

1. 第3学年「小数」第1時 授業者 鳥取大学附属小学校教諭 多内京子

本実践は、第3学年に位置づけられた教材であり、一般的には端の量を表す数として小数を学ぶものである。本時においては、整数の十進位取り記数法の考えを、1より小さい数に拡張することがねらいである。

1.1 本時の目標

小数点のある数値の書き方を「数のしくみ」をもとに考えることを通して、小数表記の仕組みを理解することができる。

1.2 期待される算数的活動 (活動の水準を3段階に設定)

- A ; 数値を並べて間の数に着目する活動
- B ; 数直線上に表して間の数に着目する活動
- C ; 位取り表に表し、「数のしくみ」の考え方から1より小さい位の数に着目する活動

1.3 実際の授業場面の様相

1.3.1 「問題の構成」過程

下の表「3年生のある3人の体力テストの結果」が提示され、教師と児童のやり取りと児童同士のやり取りが展開する。(以下、教師の発問をT, 児童の反応をSで表す。)

「3年生のある3人の体力テストの結果」

名前	50m走 (秒)	立ち幅跳び (cm)	ソフトボール投げ (m)
たかし	9.9	162	21
きょうこ	10.5	145	9
ひろき	9.2	192	18

- T1-1 この表をみて、気づくことはありますか？
- S1 きょうこさんは、一番体力テストが悪い結果に思います。
 - S2 立ち幅跳びはひろき君、ソフトボール投げはたかし君が1番です。
 - S3 二人の差も求められます。でも、50m走はわかりません。
 - S4 50m走は、“点”があって気になります。
 - S5 そう、その“点”がわかりません。
- T1-2 皆さんは、体温や体重で“点”のある数字を見たことはありますか？
- S1 あります。そうか、少しわかるかも知れません。
 - S2 一番早いと思うひろき君と一番遅いきょうこさんの差はわかりません。
- T1-3 そうですね。50m走で、たかしさんはきょうこさんよりどれだけはやいのでしょうか？
- S1 式は、「10.5-9.9」になるのかな？
 - S2 1秒くらいのちがいかな？
 - S3 “点”より右の数字がわからないな。
- T1-4 課題の提示「どのように考えたら二人の速さのちがいがわかるか考えましょう。そして、そのわけをみんなに伝えよう。」

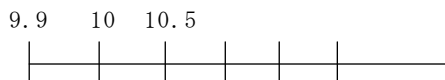
1.3.2 「集団による共有」過程

T2-1 線分図や数直線に表した人たちは、1目盛りをいくつにしましたか？

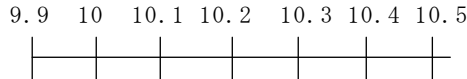
- S1 1目盛りは10です。
- S2 1目盛りは1です。

T2-2 9.9の次はいくつですか？

- S3 10で、その次は10.5です。



- S4 1目盛りは0.1で、違いは6秒です。
- S5 おかしいよ。ありえない。6秒の違いなら、きょうこさんは15秒になる。

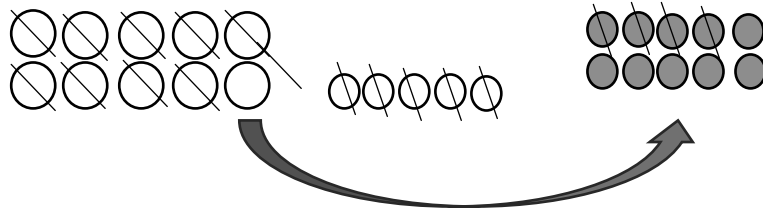


S 6 0.1が6個分の違いです。

T 2-3 ○図で表している人たちがいます。

S 1 大きい○が1秒で、小さい○が何秒かな？

でも、○図でひき算しました。違いは小さな○が6個分。



繰り下がり（大きな○を小さな10個の●にする）

S 2 あ～やった、学んだよ。前に勉強した。繰り下がりのあるひき算だ。

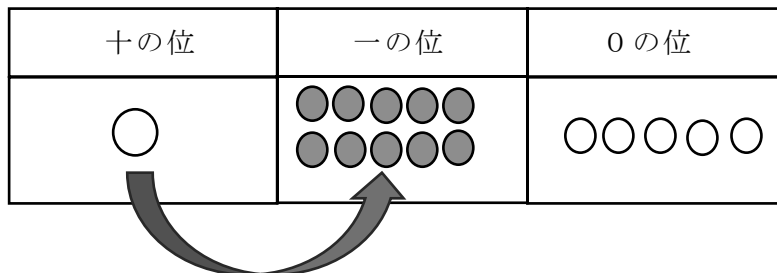
T 2-4 位取り表を使って表している人たちもいます。

S 1 十の位と一の位と0の位で表しました。

位取り表の中に、○図を描きました。

十の位	一の位	0の位
-----	-----	-----

S 2 私は、位取り表で表しました。



10は、1が10個です。

S 3 すると、9.9の次は10だ！ S 4 0の位に小さい○が6個！

S 5 二人の違いは、小さい○の6個分です。

1.4 第3学年「小数」の考察

ここでは、「数理の発見」と「数理の探究」の2つの相について考察するものである。

1.4.1 「数理の発見」の相の考察

一般に、本時の課題は教師が提示することが多く、また、その提示は問題の形で提示される。協同的問題解決の「問題の構成」過程は、問題の状況を提示し学習者とともに問題を設定し、また課題を生み出し学習のめあてを構成するものである。

上述した1.3.1の「問題の構成」の過程では、学習者にとって未知の小数が示されており、教師の予想通りに子どもたちは小数に着目していることがわかる。既習の整数と合わせて小数を提示したことが、子どもたちの疑問や問題意識につながったものと推察する。

また、この過程の目的は教材の必然性と未知への喚起を生み出すことであり、学習者にとって

は問題の状況 (situation) に出会い、既知の数量を分析し未知の数量を導き出す活動である。整数で表された立ち幅跳びやソフトボール投げの記録からはその差を求めることができるが、50 m走は未習である。言い換えれば、本過程は学習者に提示された目の前の問題状況において、これまで獲得した知識や技能だけでは必ずしも問題の解決は十分でないという認識が、課題の発見への過程であり、本時の問題意識を生じさせたものとする。

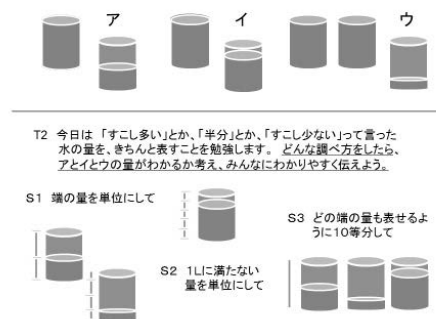
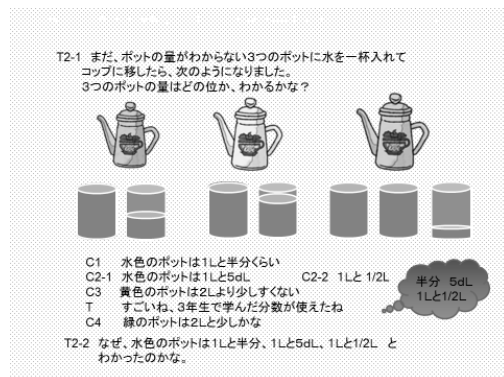
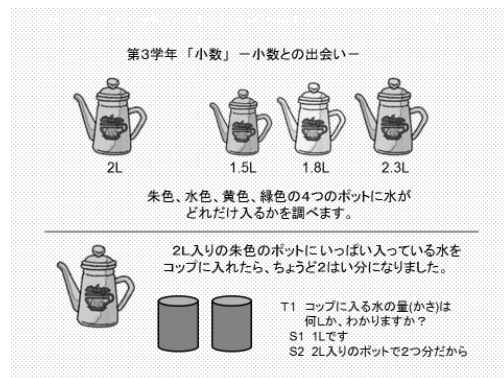
1.4.2 「数理の探究」の相の考察

本過程で期待する算数的活動は、既習の整数の仕組み（十進数）を基に端の量を子どもたちが主体的に十等分する活動である。そのために、授業者と最初に検討した問題状況及びその後の展開は右に示す通りであった。

複数の端の量に着目する問題状況の提示後、子どもたちの「少し多い」、「半分」、「少し足りない」等の端の量への着目後に1 Lマスを10等分する算数的活動の展開であった。つまり、既習である分数の表現と位取りの原理をもとに、2等分や5等分等の具体的な活動より10等分する考えを導くものであった。

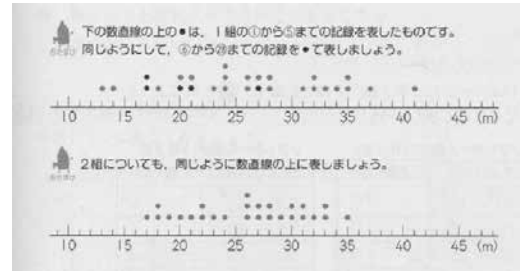
本過程「数理の探究」では、線分図をはじめ数直線図、○図等の子どもたちの算数的活動を生み出すとともに、位取りの原理とともに十進数のしくみまでも、子どもたちの創造的実践として展開されている点は、豊かな算数的活動がもたらされたものと言えよう。また、9.9の次は10でその次は10.5であるという実際の子どもの認識や、9.9秒と10.5秒の差は6秒であるという認識、さらには小数第1位の位を“0の位”と表現するに至った集団による子どもたちの話合いの過程は、まさに学習者の思考の様相が現れている展開であり、主体的に学ぶ子どもたちの未知の内容に対する認識の過程が読み取れるものである。

本過程は、学習者の解決と結果はいかに共有されるかを展開する過程であり、本実践においては解決に用いた手続きの算数的意味が話し合われ、根拠が明確にされるとともに、解決の結果の正しさが保証され、かつ、数学的な見方・考え方が顕在化される活動であったと言えるものとする。実際の展開においては、その後正しい位の名称“1/10の位”と小数点の意味が教師から指導され、子どもの身近な生活の中で目にする体温や体重等の小数表示が語られた時の子どもたちの反応は顕著であり、実感を伴った理解の一端が感じられたものであった。



2. 第6学年「資料の調べ方」第1時 授業者 鳥取大学附属小学校教諭 村上弘樹

本実践は、第6学年に位置づけられた教材であり、一般的には具体的な資料（例えば、ソフトボール投げ等）の学年や学級の記録をもとに、資料の特徴を表す「ちらばり」を数直線上に並べて考察すること（右図参照）が多い。



2.1 本時の目標

資料から必要な情報を抜き出し特徴について話し合う活動を通して、表やグラフの表し方に興味・関心を持ち、資料の調べ方について意欲的に取り組むことができる。

2.2 期待される算数的活動（活動の水準を3段階に設定）

- A；資料からわかることを挙げている活動
- B；資料を表やグラフにしてまとめる活動
- C；表やグラフなどの中から具体的な数値や特徴に着目し、理由を考える活動

2.3 実際の授業場面の様相

2.3.1 「問題の構成」過程

6年1組と2組の体力テストで行ったソフトボール投げの資料（出席番号順）が、教師から表で提示される。

T1-1 この表からどんなことがわかりますか。

- S1 最高と最低の記録がわかります。 S2 1桁の記録の人数がわかります。
- S3 最高の50m以上は一人で、記録は55mです。

T1-2 2クラスの平均は、どちらも20.4mで同じです。

平均が同じなら、「1組と2組の成績は同じ」と言っていていいでしょうか。

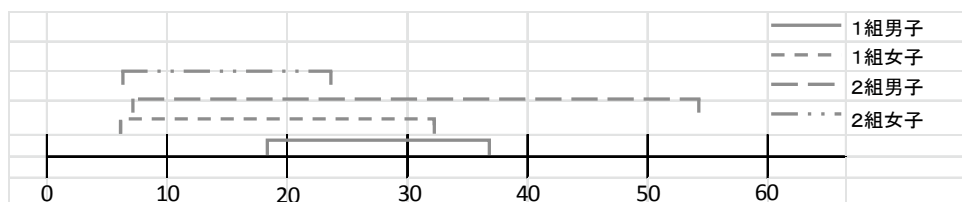
- S1 1組の最高記録は37mで、2組の最高記録は55mだから同じとは言えない。
- S2 2組は最低記録が3人もいるので、1組の方がいいと思います。

T1-3 どちらの組が良く投げているか、説得力のある理由を見つけて伝えよう。

2.3.2 「集団による共有」の過程

教師による2クラスの男女別の散らばりの様子（下図）が示された後、各グループ内で解決に取り組んだ算数的活動の様相が共有された。ここでは、それらの特徴的な様相とそこで見いだされた課題が共有された。

「ソフトボール投げの記録のちらばりの様子」



1) Aグループの算数的活動

問題の提示で示されたクラス毎の記録に着目して、記録順に並び替える。さらに、記録を10m範囲の度数表に表す。

このグループの課題は、何m毎の範囲にすることが全体の特徴や傾向が正しく捉えられるのかであった。具体的には、5m幅がよいのか、10m幅がよいのかであった。

2) Bグループの算数的活動

Aグループと同様な活動を展開したが、度数分布表に表す段階で記録の範囲を、「以上と未満」の用語を用いなかったため、度数に違いが表れた。

3) C, D, Eグループの算数的活動

既習のグラフ表現としては、子どもたちにとっては棒グラフである。

そのことが顕著に表されたグラフがCグループの表現である。Dグループのグラフは、日常生活の中で目にしていたことにより、本単元で学ぶ柱状グラフが表わされた。なぜ、柱状グラフに表すかの意味や理由については、今後の課題になり得る。

さらに、Eグループのグラフは、1クラス全体について男女別に表しながらも、クラス全体の特徴と傾向をみようとして度数を合わせた棒グラフに表している。男子の記録は、横長に広く散らばっている様子がわかり、他方、女子の記録は5mから25mの範囲に偏っていることがグラフから読み取れるものである。

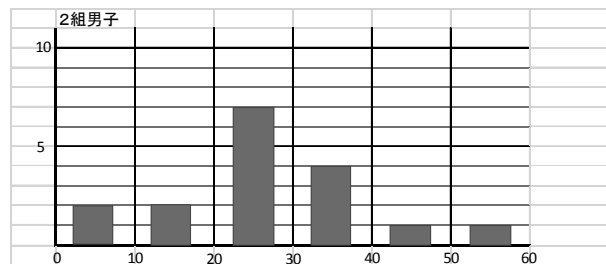
これら3つのグループの課題は、度数の幅と表し方であり、10m幅がよいか、5m幅がよいかが集団での話し合いにおいて議論となった。

男子
55
41
38
34
34
31
27
26
25
23
21
20
20
19
11
9
8

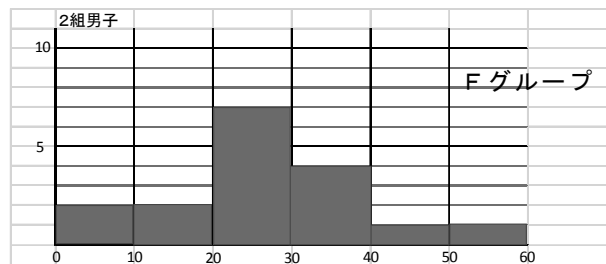
2組男子	
記録(m)	人数
50以上~	1
40以上~50未満	1
30以上~40未満	4
20以上~30未満	7
10以上~20未満	2
0以上~10未満	2

2組男子	
記録(m)	人数
50~	1
40~50	1
30~40	4
20~30	5
10~20	4
0~10	2

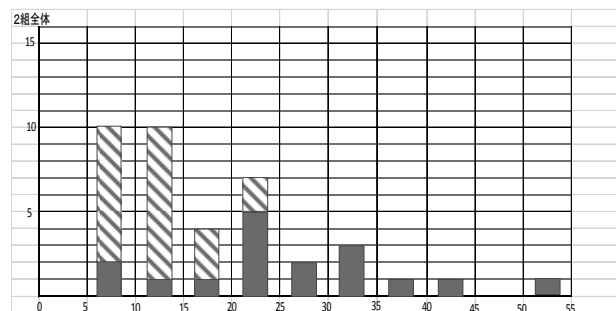
Cグループ



Dグループ



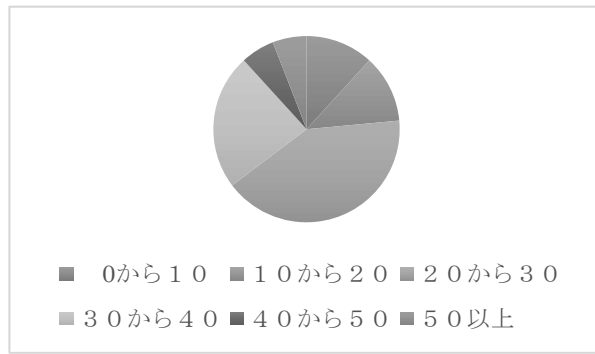
Eグループ



4) F, G, Hグループの算数的活動

Fグループの活動は、右図のような円グラフに表し、G及びHのグループはFグループと同様な割合を表す帯グラフで表したものである。

本時の課題の設定において、教師が発したT1-3「説得力のある理由を見つけて伝えよう」の問いは、子どもたちに様々な表現を生み出すことにつながったものと推測される。



2.4 第6学年「資料の調べ方」の考察

ここでは、「数理の発見」と「数理の深化・発展」の相について考察するものである。

2.4.1 「数理の発見」の相の考察

子ども達は、2つのクラスの記録について成績は“同じではない”と漠然としてみていたが、教師の発言(T1-2)によって全体の特徴や傾向は平均で比べられないことに驚きを感じるとともに、どのような数理的な処理や表現が必要かについて自らの課題として受け止めたことが、教師と子どもたちの対話や子ども同士の対話から推察される。そして、教師の発問(T1-3)によって多様な資料の整理の仕方が生み出されたものである。一般に、本時の算数的活動は数直線上に表の数値(ソフトボール投げの記録)をプロットする展開が多い。そして、次時において本実践で取り上げた度数分布表や柱状グラフの表し方について学ぶものである。

言い換えれば、本時における子どもたちの課題の発見は既習の“平均では全体の特徴や傾向は十分把握できないこと”への着目であったと言えよう。授業者が意図した本単元における子どもの思考のつながりをつけた指導計画は、第2時において「度数の表し方」について考え、第3時は「棒グラフから柱状グラフの書き方」であり、第4時は「度数分布表や柱状グラフから、全体の特徴や傾向を読み取る」である。そして、第5時において「区間の区切りを変えて、区切りの異なる度数分布表の考察」へと続く計画である。その計画は立案の段階で本時の子どもたちの算数的活動を的確に予測していたものであったと言えよう。

2.4.2 「数理の深化・発展」の相の考察

集団の話合いによる共有の場面では、記録順により並べ替えた表、度数分布表、棒グラフ、柱状グラフ、円グラフ、及び帯グラフ等が取り上げられた。度数分布表は区間を区切った表であり、そこでは区間をどのように区切るかが子どもたちの間で議論となった。そして、区間の境界値をどのように扱うかも議論となった。第4学年で学んだ「以上・未満」の用語の意味やその活用の仕方は、次時につながる本単元の主要な課題である。

また、柱状グラフは表す量が連続量の場合に用いられる。このことの意味の議論は、棒グラフとの対比により次時において学ぶ課題である。例えば、柱状グラフ(ヒストグラム)は長さや重さ等の変量を区分し、それぞれに入る度数をグラフ化したものであることから、その柱の高さと底辺の長さをかけた面積は各区分の度数に比例し、さらに分布の考察の対象になるのである。これらの事柄はまさに次時以降の学習の課題となるのである。

Ⅲ. 授業評価の対象

前章Ⅱでは、実践的試行として第3学年「小数」の導入、及び第6学年「資料の調べ方」の導入を取り上げて、前者の実践では「数理の発見」と「数理の探究」の2つの相を考察の対象とし、また後者の実践では「数理の発見」と「数理の深化・発展」の2つの相を取り上げて考察した。本章では、授業評価に焦点を当てた考察を行うものである。

1. 「数理の発見」の相における評価の対象

「小数」の実践においては、問題状況において既習の整数と併記して未知の数である小数が提示された。既知の数量を分析（ここでは、整数同士の差への着目）し、未知の数量（小数同士の差）が本時の課題となった。算数・数学の学習において、問題は未知の数量を導き出し、それを問いの形にすることによって構成される。つまり、子どもたちにとっては未知の数量への着目が課題発見へと導くのである。なぜならば、未だ学んだ事柄でないから問題となり、そこに学ぶ必要性が指摘できるのである。教師の側からは教える必然性と言え、学習者の側からは考える必要性と言えらるからである。

「資料の調べ方」の実践においては、2クラスの生のデータ（出席番号順）が示された中で全体の特徴や傾向をとらえるという、子どもたちにとっては困難な状況であった。また、資料の特徴や傾向を把握する術としては平均のみを学んでいる子どもたちにとっては課題である。子どもたちにとってなぜ課題となるのか、与えられたデータをみる限り平均では説明できないこと等が、その後の算数的活動を推し進める原動力になったと推察される。子どもたちが既に学んできた事柄を使えば数理的に何ができ、どんな事柄についてはそのまま適用することができないかを知ることが課題の発見であり、このプロセス（過程）を学習者の主体的な活動によって展開されるとき、その後の算数的活動は主体の意志を持った活動が期待できると考えるのである。協同的問題解決の学習過程に「問題の構成」を位置づけた一つの意味はここにあると言え、また、算数的活動が機能するのは学習者の合目的活動に依ることが本実践の「数理の発見」の相においてみることで言えるのである。

2. 「数理の探究」、及び「数理の深化・発展」の相における評価の対象

「小数」の実践においては、「一の位」より小さい量（端の量）について線分図、数直線や位取り表等が子どもたちの既に学んだ思考の手段として表現され、新しい位を作り出そうとしている算数的活動が展開された。線分図の表現では1目盛りがいくつを表すのか、数直線の表現では二人の速さの差は位取り表ではどのように説明できるのか等は、今まで学習してきた整数の構成や相等・大小の知識と技能が具体的な活動を促したとみることができる。さらに、十進数の構成のしくみにまで考える対象を拡げて、整数同士のひき算をもとに端の量を繰り下げる操作を用いて意味づける活動は、子どもたちの多様な表現（解決）に増して、本実践の「数理の探究」の相における学びの質の高さが指摘できるものと考えられる。つまり、端の量をもとに「一の位」を十等分することの理解が本時のねらいであるが、その評価の対象は「一の位」を十等分するに至る過程であり、なぜ十等分することが端の量の表し方として説明がつくのかである。また、“その十等分”はどのような疑問をもとに、どのような検討を経て様相として現れたかが理解を支える重要な過程なのである。

言い換えれば、「数理の探究」の相における授業評価の対象は探究後の成果としての結果であ

る以上に、その結果に至る過程が重要なのである。“何を学び、何を生み出したか”以上に、“その何を、いかに学んだか”あるいは、“その何を、どのような過程を経たか”が授業評価の対象となると考えるのである。

「資料の調べ方」の実践においては、前章 2.3.2 で示した通り、子どもたちは既習の知識や技能を駆使して様々な表やグラフを表した。“なぜ、出席番号順の表を記録順に並べ替えたのか”や“男女別の度数分布表に表すに至ったのか”等は、解決の見通しに即して解決を遂行していく過程でより全体の特徴や傾向を明瞭にとらえるために検討された結果であろうと推察される。また、集団による共有のはじめで示された「ちらばりの様子」からは、クラス別及び男女別の記録の範囲の違いが共有された。そして、表現（数直線上による範囲）が子どもたちの考察の視点を「度数」に着目するという活動を生み出し、新たな表現としての度数分布表やグラフにつながったものとする。なぜならば、記録の幅（範囲）は特定できたものの、それぞれの記録に対応した人数はこの数直線上には示されず、また“ちらばりの様子”と言いながらも度数が読み取れないからである。

「数理の深化・発展」の相において、子どもたちの課題として挙げられた“度数分布表の幅は何mがよいのか”，以上や未満の用語を使わないグループでは“度数の数値が異なること”，他のグループとの比較により“棒グラフか、柱状グラフか”，また“なぜ、棒グラフではいけないのか”や“なぜ、柱状グラフになるのか”等は、「数理の探究」の相における課題であったと同時に、「数理の深化・発展」の相における課題でもあった。つまり、子どもたちの算数的活動は、活動の過程においてその用いている手続きや表現を振り返るとともに、活動後における他のグループとの比較と振り返りによりもたらされたものと考えられるのである。

言い換えれば、授業評価は算数的活動の中における振り返りと、算数的活動後の振り返りによる様相が対象となる。つまり、授業評価の対象は進行している学習状況や状態において子どもたちが随時変化していく過程を、子どもたちの実際に表した様相を対象とするものとするのである。

本研究は、科学研究費助成事業（学術研究助成基金）の基盤研究（C）、課題番号 26381205、研究題目「数学教育学における協同的問題解決の学習に関する基礎的研究」、研究期間：平成 26 年度から平成 28 年度による研究成果の一端である。

矢部敏昭（鳥取大学地域学部地域教育学科）

多内京子（鳥取大学附属小学校）

村上弘樹（鳥取大学附属小学校）

于超（鳥取大学大学院地域学研究科教育専攻）

引用・参考文献

- 1) G. W. Allport「態度の定義」, 新・教育心理学事典, 依田新監修, 1988. 4 版. 金子書房, pp. 539-542.
- 2) 矢部敏昭他「数学教育学における協同的問題解決の学習（第2次研究）－協同的な学びの「対話の様相」に焦点を当てて－地域学論集, 第11巻, 第3号. 2015. 3
- 3) 矢部敏昭他「数学教育学における協同的問題解決の学習（第3次研究）－学習過程の構築と評価の対象

- の転換－地域学論集, 第12巻, 第1号. 2015. 8
- 4) 矢部敏昭「数学教育における子どもの自己評価能力の形成に関する実証的研究」, 日本数学教育学会第34回数学教育論文発表会, 2001, 187-192.
 - 5) 矢部敏昭「子どもの自己評価能力の形成に関する実証的研究」日本数学教育学会, 数学教育学論究, Vol. 87, 45-64, 2007