推論に着目した数学的活動の展開に関する研究

—帰納的推論・類推的推論と演繹的推論—

矢部　敏昭*・下島　久幸**

A Study of Mathematical Activities as based on Reasoning

YABE Toshiaki, SHIMOJIMA Hisayuki

序章

算数・数学の概念や原理は，単なる言語的な伝達で教えられるはずの知識ではない。それは，ふさわしい数学的活動と主体の対象への積極的な働きかけを通して，子どもそれぞれの自己のうちに構成していくものである。

現在，算数・数学の学習において子どもの考えを生かし，子どもとともに算数・数学の学習を作り出し，作り上げていく教授—学習の展開が一層求められている。本論は，子どもたちに算数の新しい判断や推測を導くといった極めて生産的な面をもつ推論（帰納的推論，類推的推論）と，その判断や推測の正しさを保証する推論（演繹的推論）に着目し，算数学習の中に積極的に位置づけることを試みたものである。

よって，本論は，第I章において子どもと数学的活動を取り上げ，第II章において推論とその学習指導における問題点を明らかにする。そして，第III章においてそれらの問題点を考慮した授業設計を立案し実践するとともに，第IV章においてその検討と考察を行い，第V章において本研究のまとめを行うものである。

I章　子どもと数学的活動

算数・数学の学習は，既習の知識・技能を駆使して展開される。このことは，問題に直面したとき，その解決のアイディア・考え方がそれまでの数学的活動や経験から生まれることを意味する。つまり，何もない全く新しい考えというよりも，それは当面している問題に対して類似な問題を思い起こしたり，条件を少し変えて既習との関連を図ったりすることである。

このように，問題を修正したり，類似の問題を生かしたりすることは，子どもが問題に対して主体的な働きかけをすることであり，そのためには，与えられた問題であっても，自らの問題として，言い換えれば，客体である問題を主体（子ども）の中に取り込むということが大切である。そこで，子どもの対象への関わりとして，問題場面と解決の過程における数学的活動を取り上げて論ずることにする。

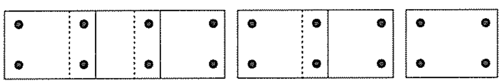
1　子どもと問題場面

子どもの思考は，問題場面から誘発されるものである。したがって，問題場面の設定は，子どもたちが学習意欲を高め，解決の過程において主体的な数学的活動を展開することができうるものでなければならない。そのためには，導入の問題を工夫することも大切であるが，そればかりでなく，与えられた問題であっても，子どもが自らの問題とし，主体的に関わる対象として位置づけるよう配慮することが必要である。

そこで，子どもに開かれた発展性のある問題場面の設定を考え，そこから発生する子どもたちの問いや疑問をもとに問題構成をする場面を取り上げて論述する。具体的な問題場面として，以下のものを取り上げる。

【問題場面】画用紙を，次のように横に少しずつ重ねてはっていこうと思います。

このとき，どんな問題が考えられるでしょうか。いろいろ自由に考えて問題を作ってみましょう。



キーワード：帰納的推論，類推的推論，演繹的推論

* 教育学部数学科教育教室
** 鳥取県米子市立車尾小学校

この場面では，４年生の既習事項を想起し，適切な類推をすることによって伴って変わる２量をいろいろにとらえることができる。

Ａ：画用紙の数と画用紙の面積

Ｂ：画用紙の数と画用紙の周りの長さ

Ｃ：画用紙の数と画用紙の重なりの数

Ｄ：画用紙の数と画びょうの数

そして，例えば，Ｃのような２量のとらえ方から，子どもたちは次のような具体的な問題を作り出す。

『10まい画用紙をはると，画用紙の重なっている部分はいくつできるでしょう。』

この例のように子どもが問題作りをする活動は，学習したい内容を取り上げるということで子どものニーズに応えている。さらに，画用紙を貼るというより身近な日常的な素材を提供することによって，子どもは興味や意欲を持って取り組むことができる。

また，子どもたちが問題場面から問題を構成する際には，前述した４年の既習事項から類推した例のように，その構成過程を通して教材の系統性や関連性を自ら思い起こすこともできる。

このように，教師が子どものニーズに応え，問題場面の設定を工夫することによって，子どもは積極的に自分自身が問題場面に関与し，主体的に問題作りに取り組む。そこで，客体であった問題場面がはじめて子ども自身のものとなり，数学的活動が始まるといえる。

ところが，子どもによっては，次のような不適切な問題作りをする場合も考えられる。

『今，画びょうが45個あります。画用紙は何まいはれるでしょう。』

子どもに開かれた問題場面の設定をすれば，子どもはより主体的に問題構成に取り組むようになるが，主体的になればなるほど間違いを起こしやすい。すなわち，問題そのものが主観的なものになればなるほど客観性がなくなり，多様性のある問題へと発展させることができなくなるという点も見逃すことができない。

前述の不適切な問題は，数値や条件を変えたりすることによって，適切な問題に変えることができる。画用紙をはるには，偶数個，つまり２の倍数の画びょうが必要であるから，画びょうの数値を変えると次のような問題が作れる。

『今，画びょうが50こあります。画用紙は何まいはれるでしょうか。』

また，数値は変えないで，条件を付加すると次のような問題にすることができる。

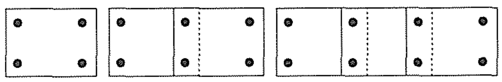
『今，画びょうが45こあります。画用紙は何まいはれて，画びょうは何こ残るでしょうか。』

このように，不適切な問題も数値を変更したり，条件を追加したりするなどの教師の適切な配慮によって，客観性のある問題にすることができる。そして，問題を修正することによってその問題の本質や構造が明瞭になり数学的活動もより創造的なものへと発展すると考える。

また，問題づくりには，はじめの問題が持つ数学的な意味を明確に把握できるという特徴もある。このことは前述した問題の修正によって数学的な構造が明らかになることと同様なことといえるだろう。つまり，子どもの問題構成におけるはじめの問題は，ある程度客観性があり，子ども同士の討議が活発となり，数学的活動を豊かにするものでなければならない。したがって，はじめの問題については，数学的に価値のある，発展性のある問題を子どもたちの共通の問題として提示することが大切であると考える。

共通問題（Ｄの関係に着目した場合）

画用紙を，下の図のように横に少しずつ重ねて画びょうではっていきます。



１まい　　２まい　　３まい

10まい画用紙をはると，画びょうは何こいるでしょうか。

子どもたちは，このような共通問題を既習を生かして解決し，その問題の本質や構造を明確にとらえる。そして，その数学的活動を通して帰納的な考え方や類推的な考え方などの数学的な考え方をはっきりとつかむことができる。さらに，この共通問題から次のような発展した問題や類似の問題を作るという，創造的でより高次な数学的活動が期待できる。

〈発展問題〉

（条件不足の問題から個人で条件設定）

『画用紙の縦を40cm，横を60cm，重なりの部分を10cmとするとき，10まい画用紙をはると，はった画用紙の面積はいくらになるでしょうか。』

2　子どもの考えと数学的活動

前項では，対象への主体的な関わりとしての思考活動を,問題場面における数学的活動を取り上げて論述した。本項では，まず子どもの考える場の保証という視点から子どもの考えと数学的活動について論じる。

子どもがよく考え主体的に学習を展開し，算数をともに作りあげることを誰もが願っている。そのためには，学習の場を常に考える場として位置づけ，よく考える子どもを育てる必要がある。しかし，現実には教え込むことに終始するあまり，あるいは，問題をかみ砕いてわかりやすくしようとするあまり,問うべき問いが問われず,子どもたちに考える場が保証されていないのではないかと思われる。したがって，考える場の保証とは，考えることを子どもの主体的な数学的活動として，問題解決の追究過程に位置づけることであるといえるのではないだろうか。ここでは，問題を把握し見通しを立てる場面を取り上げ，主体的な関わりとしての数学的活動がいかにあればよいのかという点について論じる。

この場面は，子どもたちが問題の構造を把握し，既習事項に基づいて解決の見通しを立てる場面である。つまり，子どもが対象に対して主体的にどのように関わっていこうとするのか，解決の方向を自ら意識化する場面である。この自らの意識化によって，はじめて問題解決の過程を通して自分が何を考えるのかが明確になり，主体的な数学的活動が展開できると考える。

以下では，前述した共通問題を取り上げて，具体的に説明する。この問題の構造を把握するためには，４学年の既習内容である次の３つの事項を想起する必要がある。

・対応する２量を把握し，その変化をとらえる。
・対応する２量の変化を表にわかりやすく表す。
・表から，対応する２量の変化の規則性を見つける。

子どもたちは既習を生かすことによって，伴って変わる２量が画用紙のまい数と画びょうの数であることをとらえる。そして，問題の単なる解を求めることだけでなく，この問題に潜む関数的な考え方のよさをとらえるためには，問題に対する自らの意識を学習課題にまで高める必要がある。つまり，子どもの問題把握から見通しを持つ段階において，次のような学習課題を子どもたち自身が設定する活動を取り入れることによって，この問題の構造がより明確になり，その後の数学的活動がより主体的で合目的的なものになると考える。

〈学習課題〉

画用紙のまい数と画びょうの個数の間にはどんな関係があるか調べましょう。

子どもの発達段階もあるが，考える機会を与えることなく，よく教師の側からこのような学習課題を一方的に提示して学習展開をする場合が多いが，決して子どもは主体的に関わらないであろうし，また，その活動を通して数学的な考え方など育てることもできないだろうと思われる。

見通しを立てる段階の数学的な活動についても考えてみよう。ここでは，既習事項から類推的に解決の方法を導き出すことが重要であり，例えば，次のような見通しが考えられよう。

・画用紙の数と画びょうの数の変化していく関係がわかりやすいように図や表を使って整理するといいだろう。
・図や表から画用紙の数が少ない場合のきまりを見つけるといいだろう。
・きまりを使って，式に表したら解けるだろう。

子どもたちは，これまでに様々な学習経験によって，多くの数学的知識を構成している。この見通しを立てる段階では，蓄積された多くの知識の中から解決に当たってもっとも適切な既習事項を選択することが解決の糸口になる。したがって，この段階で子どもたちに既習に立ち返らせ，問題に対する問いや疑問を十分に呼び起こさせることが，主体的に関わる数学的活動につながると考える。

次に,子どもの考えをどのように取り上げ展開すれば,主体的な数学的活動になるのかという視点で，問題解決の実行場面を取り上げて論述する。

この場面は，既に立てた見通しに沿って解決を進め，一応の解を得たならば，その解決に用いた手続きや方法の根拠を求めるなどの活動が期待される場面である。したがって，この過程では数学的な考え方に基づいて子ども自らが主体的に判断を下す場でもあり，「考えること」の指導において大変重要な場面である。

そこで,この過程における子どもの考えを帰納的推論，類推的推論や演繹的推論として取り上げ，前出の問題でもって説明する。

まず,「この問題の解決をどのようにして考えたのか」という帰納的推論や類推的推論によってより確かな推測を発見し構成する数学的活動について考えてみよう。

子どもたちは，少ないまい数の２，３の場合を調べることによって，画用紙の数と画びょうの数の関係に着目し，そこから次のような規則性を見い出す。

ア）画用紙の数が１まい増えるごとに画びょうの数は２こずつ増えている。

イ）画びょうの数は，画用紙を２倍して２をたした数になっている。

ウ）画びょうの数は，画用紙の数を４倍した数から重なりの部分の画びょうの数をひいた数になっている。

エ）画用紙の数が１まい増えるごとに画用紙の数と画びょうの数の差は１つずつ増えている。

ところが，この規則性はあくまでも帰納的推論に基づくものであり，必ず正しいという保証はどこにもない。そこで，子どもたちは，はじめに調べた２，３の場合以外の，画用紙５まいとか６まいで画びょうの数を確かめようとする。例えば，ア）のような規則性に着目した子どもが，画用紙５まい，６まいでも同じように２こずつ画びょうが増えていることを確かめたとすると，その子どもの推測はより確かな規則性として発見・構成されたことになる。そして，このより確かな規則性を用いて，10まいとか，20まいなどの画用紙が多い場合の画びょうの数を類推し，問題解決を図る。このような子どもたちの推論の過程に，適切な支援を与えながらそれらを主体的な数学的活動として子どもたちに意識づけることが，ここでの指導のポイントといえる。

次に，「どうしてそのように考えることができるのか」という演繹的推論の展開によって未知の規則性・性質を確立する数学的活動について考えてみよう。

子どもたちは，帰納的推論，類推的推論によって発見・構成された規則性の根拠について，今一度注目する。そして，例えば，画用紙の数が１まい増えるごとに画びょうの数が２こずつ増えていくことについて，その根拠を図や表と立式を対応させながら説明する。

〈立式〉

10－１＝９　→　増えた画用紙の数

２×９＝18　→　（１まいで増える画びょうの数）×（増えた画用紙の数）

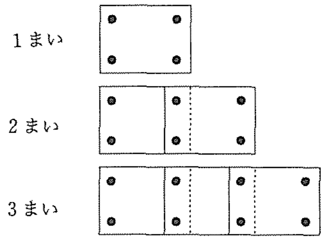
４＋18＝22　→　（最初の画びょうの数）＋（増えた画びょうの数）

〈表との対応〉

画用紙の数	1	2	3	…	10
画びょう数	4	6	8		
増えた個数	0	2	2		

〈図との対応〉

最初の画びょう４こを固定して考える。



このような演繹的推論の過程では，発見・構成された規則性の根拠は，操作による説明や図式化による説明によって信頼性を与えられ，その規則性が確立する。

この過程は，子どもたちが自らの判断の正しさを，自らが打ち立てた根拠に基づいて推論し，筋道立てて説明するという，まさに主体的な数学的活動の大切さを自覚する過程でもある。したがって，教師の適切な問いかけによって子ども自身が自らの問いとして受け止め，自ら考えていけるように常に配慮することが必要である。

II章　推論と学習指導における問題点

１　それぞれの推論の考え方とモデル化

(1)帰納的推論について

算数科の学習における典型的な１つの思考形式である帰納的推論は，片桐重男氏の主張する数学の方法に関係した数学的な考え方の１つである帰納的な考え方に大変関わりが深い思考形式であるとみなして，それに基づいてその考え方について説明する[(1)]。

帰納的な考え方とは，観察されたいくつかの事例の考察を基にして，それらの間の規則性，類似性に着目し，その性質，法則等を一般化することによって１つの結論を導き出すという考え方である。そして，この考え方は完全帰納法と不完全帰納法に分けられる。完全帰納法とは，ある集合におけるすべての個々の事例を取り上げ，それら個々の事例について単独で成立すると主張される帰納的考え方である。しかし，この考え方は，既知の事実の列挙に過ぎず，新しく法則や性質を発見することはできない。これに対して，不完全帰納法は，多数の既知の事例に共通して成立する主張を，未知の事例についても同じように成立するとみなし，それらを一般化して普遍的法則，性質を発見する帰納的な考え方である。小学校の算数の実際の指導でも，完全帰納法は用いられるが

一般的に帰納法と言えば，不完全帰納法のことを指している。

ここで，帰納的推論の進め方をモデル化し，その思考形態としての特徴を把握しておきたい。

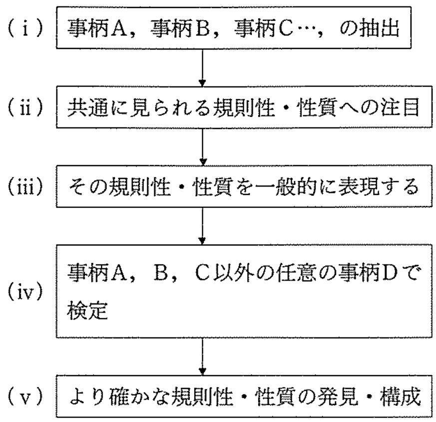


図1　帰納的推論のモデル

図1の中の事柄A，B，Cは既知の事柄であり，抽出する事柄が多いほど，それらの事柄に共通する規則性や性質は注目されやすいと言えよう。帰納的推論は，「特殊から一般を導く」と言われているが，図1の上からも明らかであり，さらに未知の規則性や性質に着目した発見のための推論であると言える。また，ポリアの言う暗示的接触，支持的接触という表現を用いて上記の図1を見るならば，（i）から（iii）の段階までが暗示的接触，（iii）から（v）までの段階が指示的接触と考えられる。

(2)類推的推論について

算数科の学習におけるもう1つの典型的な思考形式である類推的推論は，片桐氏の主張する類推的な考え方と大変関わりが深い思考形式であると捉えて，それに基づいてその考えを説明する(2)。

類推的推論とは，考察しようとするある事柄について，直接その規則性や性質が導き出せない場合に，その事柄と諸点で類似したもう一つの事柄を抽出し，抽出した事柄についてすでに成り立っている性質や法則が考察の対象としている事柄についても同じように成り立つであろうというように思考を進めていく推論である。そして，帰納的推論と同じように検証は必要である。

小学校の算数の指導でも，この類推を使う場面は大変多く，教科書の例題の解法を理解した後で，適用題をその方法で適用しようというのも類推である。また，類推はこの程度の簡単な類推から群論のような非常に程度の高い数学的正確さをもって行われる段階のものまで発展性をもったものである。

ここで，類推的推論のモデルを示し，その思考形態の特徴を探ることにする。

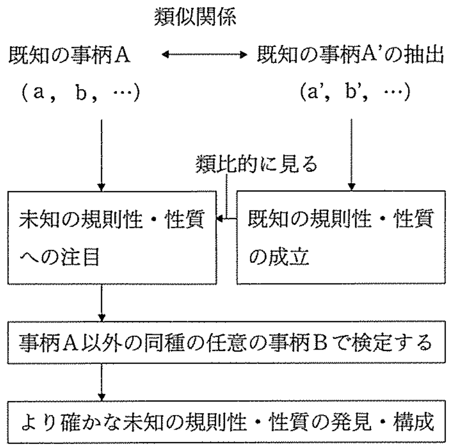


図2　類推的推論のモデル

図2の中の事柄A’は，考察する事柄Aとの間で類似した諸点（aとa’，bとb’など）をもつ既知の事柄であり，必ず，既知の規則性・性質が成立している対象でなければならない。類推的推論も，図2の上からも明らかのように，前述した帰納的推論と同様に「特殊から一般を導く」推論であり，未知の規則性や性質を発見するための推論であると言える。ただし，考察の対象とする事柄Aに対して，必ず類似した事柄A’の存在が必要であり，これは，特に小学校の算数学習の場合には既習事項としてとらえることもできる。

(3)演繹的推論について

算数科の3つ目の典型的な思考形式である演繹的推論は，片桐氏の主張する演繹的な考え方と大変関わりが深い思考形式であると捉えて，それに基づいてその考えを説明する(3)。

演繹的推論とは，ある真の命題を根拠として，他の命題が真であることを論理的に導き出す推論である。根拠とした命題を前提または仮定といい，導き出した命題を結論といっている。前提（仮定）から結論を，論理の法則に従って導き出す過程を演繹といい，三段論法や背理法，転換法，同一法などがある。この推論は，帰納的推論や類推的推論とちがって，一般から特殊へと進める推論であり，全く疑う余地のないものである。しかしなが

ら，演繹的推論と帰納的推論・類推的推論は決して反駁するものではなく，お互いに補完しあって数学的な概念を構築していくものであると考えられる。

小学校の場合，多くの演繹的推論は，その根拠が操作であったり，実際の経験であったり，図であったりする。そして，その推論も１段階か２段階の論理的な説明程度のものに留められることが多い。それは，発達段階からして当然といえるが，低学年のうちから様々な場面で演繹的な考え方に着目させ，問題の構造をとらえていくという努力を経験することは大切なことである。つまり，子どもたちが帰納的あるいは類推的に見通したり，解決したりしたことに対して，既習の経験や既知なるものを根拠として説明を加える活動によって自らの考えをより明確なものにしていくものとしてとらえたい。その説明を加える活動は，ただ単に言葉だけでなく，実際の操作であったり，図式化したものであったりする場合も考えられる。

小学校における演繹的推論をこのように捉えるとすれば，その思考形態は，次のようにモデル化することができる。

（ｉ）未知の規則性・性質の発見・構成

↓

（ii）規則性・性質の根拠への注目

↓

（iii）操作による説明，図式化による説明，実際の経験

↓

（iv）未知の規則性・性質の確立

図３　演繹的推論のモデル

図３の（ｉ）の段階は，帰納的推論や類推的推論によって導き出された，ある事柄に対する未知の規則性・性質である。（ii）の段階は，子どもたちが自ら帰納的，類推的に考え出した規則性や性質が正しいと自信を持って主張したくなり，自ら説明しようと，その根拠に注目し意識化する段階と考えたい。そして，(iii)の段階は，それらの規則性や性質を導き出す過程で用いた手続きや考え方を振り返り，これらの根拠を明らかにするために，操作や図式等によって説明する段階である。(iv)の段階は，(iii)の説明によって数学的な規則性・性質が確立された段階である。この確立された規則性・性質は，１つの既知の規則性・性質となり，新たな帰納的推論や類推的推論に活用される。つまり，この段階は演繹的推論の終点であると同時に，帰納的推論や類推的推論の出発点にもなっている。

このように，演繹的推論は帰納的推論と類推的推論とお互いに補完しあって数学的な知識を構築していくと考えることができる。

2　学習指導における問題点

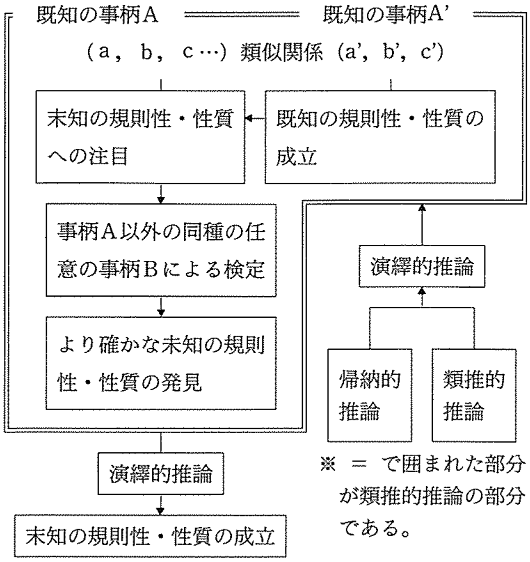
(1)帰納的推論における問題点

帰納的推論は，新しい事柄についての規則性や法則の予想や発見に適した推論であり，子どもたちの創造的能力を培う面からも大切である。しかしながら，今までの算数学習を見る限り，数量や図形についての基礎的な知識と技能を身に付けることに主眼が置かれ，それらを身に付ける過程で培うべき数学的な考え方などが軽視されていたのではないだろうか。その結果，数学的な考え方と密接な関係にある「見通しをもち筋道を立てて考える」ということも学習過程の中で十分指導がなされなかったのではなかろうか。つまり，従来の算数学習では，問題解決における子どもたちの推論の進め方について，あまり配慮がなされなかった部分があるのではないかということである。

ここで，帰納的推論のモデルを使って，具体的に配慮の欠けていた２つの問題点について言及する。まず一つには，帰納的推論の「共通に見られる規則性・性質への注目」という（ii）の段階の指導が適切に行われていない場合が多いのではないかという問題である。次に，もう一つの問題点についてであるが，帰納的推論の(iv)の段階の指導が不十分ではなかったかという点である。つまり，この段階(iv)から先は，演繹的推論と考えていたのではないか。さらに，確かめもしないで，導き出した規則性や性質が成り立つと考えていたのではなかということである。

(2)類推的推論における問題点

類推的推論も，前述した帰納的推論と同じように，未知の問題に対して，新しいものを発見するときに用いられる大切な考え方である。また，帰納的推論や演繹的推論とも大変深い関わりを持っているので，このことを図式化して振り返っておきたい。



〈関連図〉各推論の関わり

この図のように考えると，ある事柄についての新しい規則性や性質の発見は，演繹的推論によって確立され，その後この発見された新しい規則性や性質が基になって，また新たな帰納的推論や類推的推論が形成され，次々に新しい発見につながっていくものと考えられる。

したがって，類推的推論は新しいものを創り出していく上で，欠かすことのできない推論であり，その果たす役割は大変大きいと考える。

さて，１つ目の問題点としては，類推的推論が見通しを持つということ大変深く関わっているにもかかわらず，このことに対する認識が薄かったのではないかということが挙げられる。子どもたちは，新しい問題に直面したとき，解決の結果や方法の見通しを持とうと，あれこれ性質が成り立つと考えていたのではないかということで試行錯誤するが，なかなか見通しを持つことができない。そこで，教師の側から直接解決の方法やその一部を与えてしまって，子どもたちに問題解決に取り組ませているのではなかろうか。その原因を考えてみるならば，今までの算数学習の実際においては，このような見通しを持たせることをあまり重要視しなかったため，見通しと大変関わりの深い類推的推論などについて，指導者が熟知していなかったことが根底にあるように思われる。その結果として，学習者である子どもたちも見通しを持つ経験が浅く，自らの手で既習事項に着目し，それを生かすことによって解決の見通しを持つ活動を学習過程に位置づけることが十分できなかったのではないだろうか。

したがって，子どもたちは，問題解決に当たって類推的に考えるよさを自らとらえることが少なかったのではないかと考える。

子どもたちが見通しを持つ場面で，類推的に考えることのよさを味わうには，次のようなことを配慮していかなければならないと考える。

ア．新しい問題を提示したら，常に既知のこれと似た問題を想起させる指導をしていくこと。つまり，子どもにとって未知の問題の解決は，既知の事柄や考え方を駆使することによって解決が可能だからである。

イ．想起した既知の事柄の中から，どの事柄を取り上げるかの判断の場を位置づけること。つまり，子どもたち自身にこの問題で有効であると思われる事柄を選択させ，それを用いて，いろいろな考えを整理したり，組織立てたりさせるようにすることである。

次に，もう一つの大きな問題は，考察の対象としている事柄Aに類似している事柄A'を，どのようにして子どもたちが抽出してくるのかということである。事柄Aを考察しようとして類推する場合，どのような事柄A'を抽出すべきかという問題は，やはり，G. Polyaがいうように学習者である子どもたちの経験によるしかないのではないだろうか。多くの経験を累積し，様々な場面でそれを適用しながら経験を充実させることによって，考察の対象とする事柄Aに対して，最も適切な類似の事柄A'を抽出できるのではないかと考える。

３つ目の問題点としては，帰納的推論の場合にも指摘したように，類推的推論によって導き出した規則性や性質を同種の他の事柄で検定しようとしていないのではないかということである。

(3)演繹的推論における問題点

演繹的推論は，前述したように帰納的推論や類推的推論によって発見された規則性や性質の正しさを確かめる推論であり，数学的な知識を構成していく上で欠かすことができない重要な役割を果たしている推論である。

前章で提起したモデルによる演繹的推論の問いかけ，図式化などは位置づけていくことは大切である。この考えに立ったときにも問題点がいくつか考えられる。

ここでは，演繹的推論のモデルと関連づけて，具体的に問題点を探ることにする。

まず，１つ目の問題点としては演繹的推論のモデルの(ⅱ)の段階における根拠への問いかけが適切に行われていたのだろうかということが挙げられる。つまり，子どもたちが，帰納や類推によって導き出した規則性や性質

に対して教師が絶えず「どうして，そうなるの」「なぜ，それでいいの」「ほんとうにそうなるだろうか」などと，問いかける姿勢に欠けていたように思われる。

２つ目の問題点は，演繹的推論の(ⅱ)の段階の「なぜ」とか「どうして」という問いかけに対して，それに答えるべく図式化したり，操作したりする活動が適切に位置づけられていたのかということである。今までの学習では往々にしてこの活動が不十分であり，子どもたちが自ら進んで「〜だから」と考えたり説明したりする演繹的な考え方が身に付かず，それらの考えを用いるよさも味わうことが十分にできなかったのではないだろうか。

Ⅲ章　実践の構想と授業設計

Ⅰ章では，子どもの考えを生かすということについて数学的活動を取り上げ，その重要性を論じた。Ⅱ章では，各推論と学習指導における問題点を明らかにした。

本章では，前章を受けて，実践の構想と授業設計を行うものである。

１．実践に当たっての基本的な考え方

(1)実践的研究の視点

視点ア．子どもとともに問題場面を設定することによって，子どもは自らの問題としてらえるばかりでなく，解決の糸口となるある規則性・類似性に注目する数学的活動を展開するのではないだろうか。(帰納的推論の学習指導における問題点1)

視点イ．直接調べることが難しい，例えば数の大きい場合を課題とすることによって，子どもは見い出した規則性（きまり）を，別なるいくつかの場合で確かめる数学的活動を展開するのではないだろうか。(帰納的推論の学習指導における問題点2)

視点ウ．帰納的推論によって導かれた，より確かな規則性（きまり）の正しさを問うことによって，子どもはその根拠を図や表をもとに明らかにする数学的活動を展開するのではないだろうか。(演繹的推論の学習過程における問題点1,2)

(2)学習過程に即した推論の展開と予想されるいくつかの推測

本教材「順々に調べて」は，日常生活に見られる具体的事象が素材となり，求めようとする数量の依存関係に着目したり，帰納的に考えてある１つの規則性を見出したりして問題の解決に活用するといった関数的な見方・考え方を育てることがねらいである。

したがって，本教材は，研究の視点であるア〜ウの数学的活動を子どもたちがどのように展開するのかを考察するのに大変適した教材といえる。

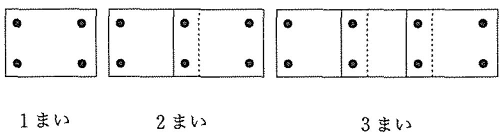
そこで，前述した研究の視点に立って，以下の具体的実践について，次のような推論の過程を通して検討していくこととした。

①何をきめると何がきまるかという数量の依存関係を明確にする。

問題場面を設定することによって，子どもたちは依存関係にある２つの数量に注目し，さまざまな問題づくりをする。そして，より客観的で発展性のある，次のような共通問題を構成することに至る。

共通問題

画用紙を，次のように横に少しずつ重ねて画びょうではっていきます。画用紙を10まいはると，画びょうは何こいるでしょうか。



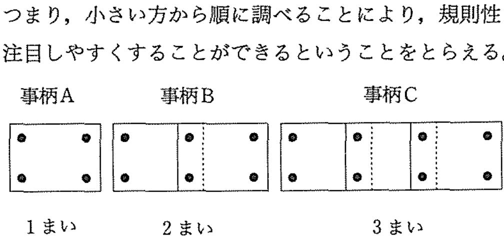
さらに，子どもたちは数量の依存関係をより明確にして，次のような学習課題を設定することができる。

学習課題

画用紙のまい数と画びょうの数の間にはどんな関係があるか調べましょう。

②帰納的推論のモデルの(ⅰ)に沿って実践化を図る。

２，３の事柄を抽出して，少ない場合から順に調べる。つまり，小さい方から順に調べることにより，規則性に注目しやすくすることができるということをとらえる。



帰納的推論のモデルの(ⅱ)，(ⅲ)に沿って実践化を図る。

モデルの(ⅱ)で抽出した２，３の事柄について，いろいろな観点から考察することによって，多様なきまりを

見つけ，一般的なきまりとして問題の解決に当たる。

〈予想される推測（ア)〉

画用紙の数	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
画びょうの数	4	6	8	…	…	…	…	…	…	?

＋2　＋2　＋2　？

（規則性）画用紙の数が1まい増えるごとに，画びょうの数は2こずつ増えていくだろう。また，規則性から次のように式化して考えると，どんな数の多い場合もきちんと類推していくことができる。

（式化）　10－1＝9

2×9＝18

4＋18＝22　　　答　22こ

〈予想される推測（イ)〉

画用紙の数と画びょうの数を対応する縦の関係で考察すると，次のような規則性が見出せる。

（規則性）画用紙の数を2倍した数に，2をたした数が画びょうの数になっていくだろう。

（式化）　画用紙の数×2＋2＝画びょうの数

1×2＋2＝4

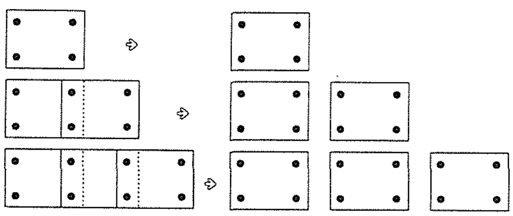
2×2＋2＝6

3×2＋2＝8

……

10×2＋2＝22　答22こ

〈予想される推測（ウ)〉



仮に，画用紙が重ならなかったらどうなるかを，図を活用して考えると，次のような規則性が見出せる。

（規則性）画用紙の数を4倍した数から，重なっているところの画びょうの数［(画用紙の数－1)×2］をひいた数が画びょうの数になっていくだろう。

（式化）画用紙の数×4－（画用紙の数－1)×2

1×4－（　〃　1－1)×2＝4

2×4－（　〃　2－1)×2＝6

3×4－（　〃　3－1)×2＝8

……

10×4－（　〃　10－1)×2＝22

答　22こ

〈予想される推測（エ)〉

画用紙の数	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
画びょうの数	4	6	8	…	…	…	…	…	…	?
その差	3	4	5	…	…	…	…	…	…	…

画用紙の数と画びょうの数だけでなく，画用紙の数と画びょうの数の差に注目すると，次のような規則性が見えてくる。

（規則性）画用紙の数が1枚増えるごとに，画用紙の数と画びょうの数の差も1ずつ増えていくだろう。

（式化）　10－1＝9

3＋9＝12

10＋12＝22　　　答　22こ

③帰納的推論のモデルの(iv)に沿って実践化を図る。

帰納して見出した規則性を，(i)で抽出した事柄以外の事柄で検定して確かめる。

〈予想される推測（ア）の場合〉

例えば，画用紙を8まいはったときの画用紙の数と画びょうの数の間の規則性が成り立つかどうか考えてみる。最初の式化されたものに，8まいの場合を当てはめてみる。

（式化）　10－1＝9　←　増えた画用紙の数

8－1＝7

2×9＝18　←　1まいで増える画びょうの数×増えた画用紙の数

2×7＝14

4＋18＝22　←　最初の画びょうの数＋増えた画びょうの数

4＋14＝18

でてきた18この画びょうの数は，表からも実際に確かめてみても正しいことがわかる。

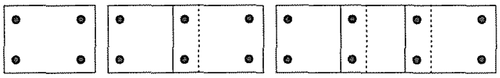
(イ)，(ウ)，(エ)については省略する。

④帰納的推論のモデルの(v)を演繹的推論のモデルに沿って実践化を図る。

帰納的推論によって発見し構成した規則性を，確かにそうなるか，操作したり，図式化したりして筋道立てて説明する。

〈予想される推測（ア）の場合〉

例えば，『なぜ，そのような式になるのか』その根拠を図との対応で説明する。(最初の画びょう４こを固定して考える。)



１まい　　２まい　　３まい

(イ)，(ウ)，(エ)については省略する。

なお，(ア)～(エ)の立式を画用紙のまい数をｎとしてより一般的に表すと，次のようになる。

(ア)　$2\times(n-1)+4=2n+2$

(イ)　$2\times n+2=2n+2$

(ウ)　$4\times n-2\times(n-1)=2n+2$

(エ)　$3+(n-1)+n=2n+2$

また，本問題の数学的構造はすべて$2n+2$という式に統合される。その観点から見ると，(イ)が最もその数学的構造に則った式であるといえる。

さらに，この式は，$2n+2=2(n+1)$となり，これをことばの式にすると，(画用紙の数＋１)×２＝画びょうの数となる。したがって，より一般的に分かりやすい表現にすると，次のようになる。

画びょうの数は，はった画用紙の数に１をたした数を２倍した数である。

２．授業の設計（授業実施案の作成）

本授業は，前述した研究の視点に立って，単元の導入の２時間を授業構成したものである。すなわち，第１時を帰納的推論や類推的推論によって「より確かな推測を発見・構成する」(45分)＝自力解決を中心とした学習展開にし，第２時を演繹的推論の展開によって「未知の規則性・性質を確立する」(45分)＝集団解決を中心とした学習展開になるよう授業の設計を考えた。

以下，授業実施案を具体的に示す。

⑴単元名　　　順々に調べて

⑵単元の目標

①関心・意欲・態度

・より身近な素材に関心を持ち，意欲的に問題作りをしようとする。

・数量の変化に注目し，多様なきまりを見つけようとする。

・見つけ出したきまりの正しさを図や表で明らかにしようとする。

②数学的な考え方

・既習事項を想起して，適切な類推によって問題に対する見通しをもつことができる。

・数の小さい場合を調べて，数量の間の規則性を見つけ，数の多い場合を類推することができる。(帰納的推論によって規則性を見つけ問題を解決することができる。)

・見つけた規則性が確かにそうなるか筋道を立てて考えることができる。(演繹的推論によってその規則性を根拠に基づいて説明できる。)

③表現・処理・技能

・ねらいに沿った問題作りをすることができる。

・変わり方を正しく表や図に表すことができる。

・順序よく場合を調べ，見つけたきまりを使って問題を解決することができる。

・ある条件のもとで，考えられるすべての場合を順序よく調べ，条件に合った場合を見つけることができる。

④知識・理解

・数量の関係を考察する際の伴って変化する二つの数量の依存関係を理解する。

・二つの数量の対応や変わり方に着目するなど，数量の関係の見方や調べ方について理解する。

⑶指導計画総時間数　５時間

１次　少ない場合から順に調べ，きまりを見つけて解く問題

１時　画用紙の数と画鋲の数（帰納的推論や類推的推論によって「より確かな推測を発見・構成する」）……本時

２時　画用紙の数と画鋲の数（演繹的推論の展開によって「未知の規則性・性質を確立する」）

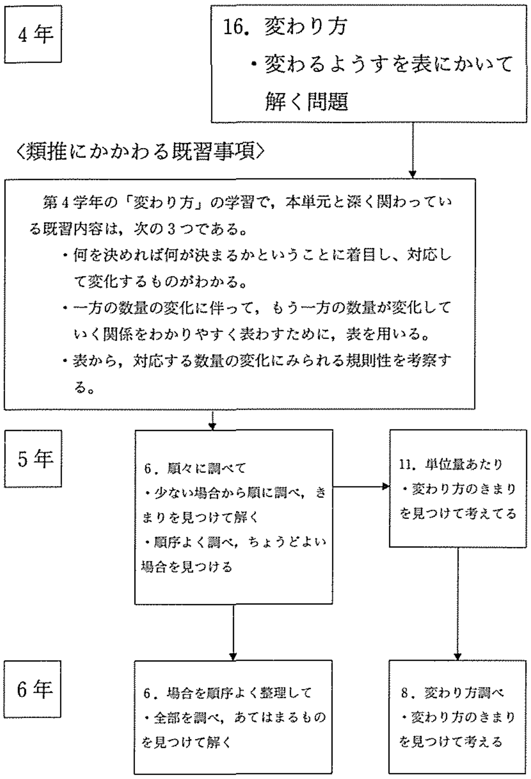
３時　発展問題（画用紙の数と，画びょうの数以外の他の対応する数量に注目した，児童の自作問題）

２次　順序よく調べ，ちょうどよい場合を見つける問題

１時　２種類のものを買って一定の代金になる組

２時　縦と横の長さを変えて，最大の面積になる場合

(4)本単元と前後関係



(5)単元の概説

第4学年「変わり方」の単元のねらいは，関数の考えの基礎として，具体的な問題場面の場で，対応させる数量に着目し，それらの関係を表やグラフに表したり，これらを用いて関係を明らかにしたりする能力を漸次伸ばしていくことである。

第5学年では，これを受けて，簡単な式で表されている関係について，その対応や変化の仕方にどんな特徴が見られるか調べて，関数的な関係についての理解を深めるとともに，関数の考えを伸ばすことを主要なねらいとしている。

さらに，第6学年では，これまでに学習してきた数量関係についての見方をまとめるという立場で，特に比例関係にある数量を中心に考察し，関数的な考えをいっそう伸ばすことをねらいとしている。

このように，「D数量関係」の中心的指導内容である関数の考えは，低学年から初歩的な内容について学習し，素地作りを行い，第4学年でその考えの基礎を，第5学年でその考えの理解と伸長を，そして第6学年でその考えの一層の伸長を図るように取り上げられている。

したがって，本学年での本単元の設定は，一連の関数の考え方の指導に位置づくものであり，数量の関係を考察する能力を育てる上でも重要な意味を持っていると考える。

本単元の内容は数量関係を考察する場合に，帰納的に考える経験を段階的に積むような取り扱いになっている。つまり，第1次は数量の関係を整理してその中から規則性を発見させる学習であり，第2次は数量の関係を整理して，条件に合う場合を調べる学習である。

児童は，4年生の「変わり方」の学習で，対応して変わるものに着目し，それをもとに表を使って関係を整理し，きまりを見つけて課題解決するという経験をしてきている。また，5年生になって，直方体の底面積と体積，速さにおける時間と道のりなどの数量の関係をとらえるとらえる過程で，帰納的に考える学習をしている。

本単元の学習に当たっては，児童の主体的な活動を促すために，単元の導入で数量の関係に着目した問題作りをさせる。また，問題の解決においては，次のような点に学習のポイントをおいて，帰納的推論・演繹的推論のモデルよる指導の実践化を図る。

学習のポイント

・ねらいにあった問題作りをすること。(必然性のあるものにする。)

・既習経験から問題解決の見通しをもつこと。

・対応する数量関係を表に表し，変化のきまりに着目して問題解決するという帰納的な推論のよさを味わうこと。

・発見し構成した規則性を根拠に基づいて説明することによって，自らの帰納的推論を振り返り，演繹的推論の役割を把握すること。

(6)学習過程の概要（第1次の第1時，第2時）

①第1時の目標

（関・意・態）

・より身近な素材に関心を持ち，意欲的に問題作りをしようとする。

・数量の変化に注目し，いろいろな観点から考察することによって，多様なきまりを見つけようとする。

（数学的な考え方）

・既習事項を想起して，適切な類推によって問題に対する見通しをもつことができる。

・数の小さい場合を調べて，数量の間の規則性を見つけ，数の多い場合を類推することができる。(帰納的推論によって問題を解決することができる。)

②第2時の目標

（表現・処理・技能）

・変わり方を正しく図や表，式に表すことができる。

・根拠に基づいて説明するために，式と図や表を対応付けるなど，工夫して表すことができる。

（数学的な考え方）

・見つけた規則性が確かにそうなるか筋道を立てて考えることができる。(演繹的推論によってその規則性を根拠に基づいて説明できる。)

③準備

紙を順に並べた図，画用紙，磁石玉

Ⅳ章　実践の具体的検討と考察

1．帰納的推論の展開の考察

本節では，問題場面の設定と問題構成の過程，および自力解決の過程に注目して，帰納的推論の展開を振りかえり，実践的研究の視点ア，イについて検討を加えるものである。

(1)問題場面の設定と問題構成の過程

①２量の依存関係の抽出

問題場面の設定は，画用紙を黒板に磁石玉を使って１枚，２枚，３枚と順に貼付しながら，３枚目は子どもたちに実際に操作させるという活動を取り入れながら行われた。以下，依存関係の抽出場面におけるプロトコールの一部を示す。

T　画用紙の枚数が変わると，他にどんなものが変わりますか。できるだけたくさん考えてみよう。

（時間をとって各自ノートに書かせて発表させる）

C、重なっているところの数です。

C、磁石の数です。

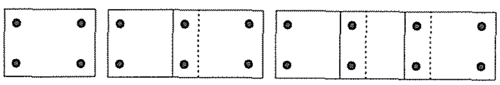
C、横につなげた画用紙の面積です。

C、つないだ画用紙の横の辺の長さです。

C、画用紙の対角線の長さです。

C、画用紙のたての赤線の数です。

画用紙を，次のように横に少しずつ重ねてはっていこうと思います。



１まい　　２まい　　３まい

（子どもが予想して貼る）

②２量の依存関係に着目した問題づくり

次に，子どもたちに自らとらえた依存関係の２量を使って自由に問題作りをするように指示がなされた。子どもたちの作った問題の主なものを，着目した依存関係別に分類して整理すると次のようになる。

《画用紙の数と重なりの数に着目した例》

・画用紙を10まいつなげると，重なりの部分はいくつできるでしょう。

・画用紙の数が増えると重なりができますが，１まいずつ増えていくにつれて，重なりはどうなるでしょうか。

・画用紙の重なりの数が10になるのは，何まいの時でしょう。

《画用紙の数と磁石の数》

・画用紙が６枚あると，じ石はいくついるでしょうか。

・１まいの画用紙をはるとじ石が４こです。では，画用紙が30枚だとじ石は，何個になるでしょう。

・じ石の数が10個の時，画用紙は何枚でしょうか。

・画用紙の枚数が１枚ずつふえるにつれて，じ石の数はどうかわるでしょう。

《画用紙の数と面積》

・画用紙１枚17㎠としたら，６まいで何㎠でしょうか。（重なりのところは12㎠と考えて）

・画用紙を３枚重ねると，265㎠になりました。その画用紙のたての長さは12cmで，横は８cmでした。重なりは何㎠でしょう。

・１枚の画用紙の面積は，32㎠です。３枚つなげると，たて４cm，横１cmのが２こ重なっていました。面積はいくらでしょう。

《画用紙の数と横の辺の長さ》

・画用紙１枚の横をもし5.7cmとしたら，４枚では何cmでしょう。（重なっている長さは，1.7cm）

・１枚の画用紙の横は８cmです。重なりあっているところは１cmです。３枚つなげた横の長さは，何cmでしょう。

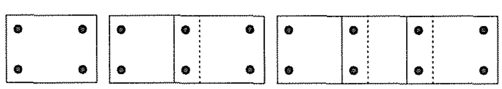
・画用紙１枚の横の長さは，30cmで，たては25cmです。３枚つなげると，いったい何cmになるでしょう。ただし，つないでいる所の重なりは２cmとします。

③共通問題の構成

学級全員で作った問題すべてを対象として解決を図ることは，時間的にも困難なので，机間指導する中で，Ａ子が考えた問題を抽出し，それをもとに共通問題が構成された。

共通問題

画用紙を，図のように横につないで，じ石ではっていきます。６まいはると，じ石は何こいるでしょう。



１まい　　２まい　　３まい

ここで，実践的研究の視点アについて検討するために場面設定後の①～③の活動を振り返ることにする。

まず，①の2量の依存関係を抽出する活動がどうであったのか振り返る。

当初は，場面設定から各自が自由に依存関係をとらえ問題づくりをするように展開が考えられていたが，子どもたちの実態を考慮して，はじめに依存関係を抽出して明確にすることによって問題づくりが容易になると判断し，実際には前出のような発問がなされたものと解釈する。つまり，依存関係がはっきりつかめていないと問題の意味が分からず問題解決がおぼつかないのは言うまでもなく，まして問題づくりなどができるはずないと考えたからだと思われる。

依存関係にある2量のうちの一方の量を画用紙の数に限定することによって，子どもたちは，上記の6種類の依存関係を考え出すことができた。2量のうち一方を特定することで，子どもたちの考察しようとする依存関係が把握しやすくなったといえる。

次に，②の2量の依存関係に着目した問題づくりについてどうであったのか振り返ってみよう。

子どもたちは，4種類の対応関係(画用紙のまい数と，重なり，磁石の数，面積，横の長さ）に着目して問題づくりを行っていたが，画用紙の数と磁石の数，画用紙の数と重なりに着目した問題づくりが多かった。内容的には，対応関係のきまりそのものを問題にしているもの，対応関係の特殊な場合を問題にしているもの，さらに，そのままでは解決できないものなどに大別できる。例えば，そのままでは解決できないものには，次のような条件不足の問題もあったが，オープンエンドな問題（一意に答えが設定されないように仕組んだ問題）として，発展問題を作る際により深く考えさせることとし，ここではそれ以上追求されなかった。

・画用紙のまい数がふえるにつれて，面積はどう変わっていくでしょう。

・画用紙のまい数が1まいずつふえるにつれて，横のながさは何cmずつふえるでしょう。

（この2つの問題は，重なる部分の面積や長さなどが決定しておらず，自分でいろいろな場合を想定して答えなければならない。）

さらに，③の共通問題の構成はどうであったのか考えてみよう。

共通問題を構成した後に，問題の把握が既習事項に着目してスムーズにできるように，学習課題「画用紙のまい数とじ石の数の間にはどんな関係があるか」の設定が考えられていた。学習課題を設定することは，6まいという特殊な場合の単なる解を求めるのではなく，解決を通して得られる関数的な考え方のよさに気づき，より主体的に学習活動を進めていくためにも大変重要である。しかしながら，本時の場合あえて黒板に学習課題として提示されなかった。この点については，疑問の残るところでもあるが，日ごろから授業の中で課題を明確にして課題解決に取り組む習慣が身に付いているようで，板書されなくてもほとんどの子どもたちが「画用紙のまい数とじ石のこ数との間の関係を調べる」ということを意識して自力解決に向かっていたようである。そのことは，その後の自力解決が意欲的に多様な考えで展開されていることからも明らかである。

ただし，構成した共通問題は，画用紙6まいという簡単な場合のじ石の数を考える問題であり，表や図から直接解決できる。帰納的推論や類推的推論で解決を図ろうとしたり，その推論のよさを感得したりする子どもの姿を期待するならば，画用紙の数をもっと増やし，表や図では直接解決できない大きな数値にした方がよかったのではないかと考える。

本時では，前述したように子どもとともに問題場面の設定がなされたが，その後の①や②の活動を見るかぎり，子どもたちは多様な数量関係に着目し，様々な問題づくりをしていることが分かる。したがって，子どもとともに画用紙を操作して問題場面を設定することは，子どもの学習に対する意欲を高め，学習の方向付けをするとともに，その後の2量の依存関係の抽出や問題づくりの活動をより主体的ものにすることができると考える。

また，Tの発問は問題場面に潜む数量の依存関係の抽出を容易にすると同時に，問題づくりへの方向性をもたせているといえる。発問後に，依存関係を意識して自ら問題づくりをする積極的な活動がなされたことからしても適切であったと考える。つまり，本時の数学的課題の糸口をつかませることによって，子どもの学習したいという要求に応えるとともに，なぜこの問題を考えるのかという問題の必然性を持たせることもにもつながったのではなかろうか。

このように，教師と子どもがともに問題場面を設定する活動を学習過程に位置づければ，子どもたちは自ら問題場面に積極的に働きかけ，自分の問題として取り込むことによって，その後の思考活動を主体的に展開することができるといえるのではなかろうか。したがって，本時の問題場面の設定から問題構成までの過程は，追求すべき課題が明確になり望ましい数学的活動が展開された

といえる。

⑵自力解決の過程

①解決の見通しの様相

問題把握後，さっそく見通しを立てる活動に入ったが，子どもたちが既習事項から類推したことは，次のようなことであった。

C１．表を使ってきまりがないか考え，次に図をかいて式を立てて求める。

C２．表を使ってきまりを見つける。式に表してみる。

C３．かんたんな４まいを図に表して，１まいの画用紙４こで考えて６まいで24こだから，重なっているとじ石の数は少ないので，６まいのときは24こ以下になる。図にかいてきまりを見つける。

C４．画用紙を１まいずつ順々にならべる図をかいて，画用紙のふえ方とじ石の数がどうなるかを調べると，きまりが見つかると思う。そのきまりを使って答えをだす式を立てる。

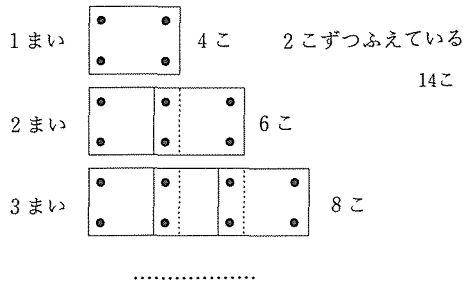
C１は，対応する２量の変化を表に表すことによって規則性を見つけ，立式するために図をかいて考えるという見通しである。内容についての表記が不十分ではあるが，方法的には適切な類推であるといえる。C２は，C１と同じように表を使うよさに着目して，規則性を見つけ，そこから立式し解決を図るという見通しである。C３は，数の少ない４まいの場合を図に表して検討することによって，６まいの場合の結果を見積り，さらに，図からきまりを見つけるという見通しである。結果の見積りをすることによって自分の解決方法をより明確なものにしている点は大変評価できる。また，帰納的に少ない場合を考えるという点も認めるところである。C４は，少ない場合から順々に図をかいて考え，対応する２量の変化に着目して規則性を見つけ，その規則性から立式を考えるという見通しである。この表現から内容については判断できないが，方法については，まさに帰納的な考え方に基づいた見通しであり，望ましい類推といえよう。

①の解決の見通しの様相と実践的研究の視点アとの関連では，C１～C４の見通しは，単に図や表にかいて機械的に解決を図ろうとするのでなく，いづれもきまりに着目して立式し，数の多い場合にも適用させて解を求めようとしている。既習事項である対応する数量関係を表に表し変化のきまりに着目して問題解決するという考え方が適切に類推されているといえる。また，子どもたちが学習課題をよく把握してから見通す活動に入っていると考えることもできる。数量の依存関係をより明確にして学習課題を設定する活動の重要性がここにもあらわれている。

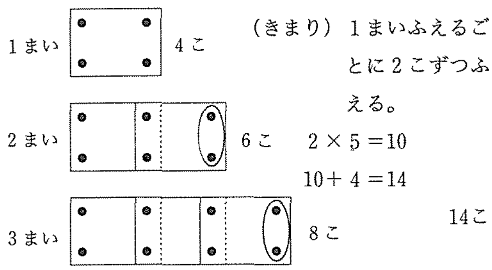
②ある規則性（きまり）に着目する様相

子どもたちは，自ら立てた見通しにしたがって自力解決に入ったが，以下解決の代表例を紹介し，子どもたちが規則性（きまり）に着目する様相を検討する。

C１：画用紙１まいから順に６まいまで図をかいて，図からじ石の数を求める。



C２：１まいから順に図にかいて，きまりを見つけて求める。



32まいの場合は，１まいで４こ，のこり31まいでふえるまい数は31まい。

31×２＝62　　62＋４＝66　66こ

ことばの式にすると，

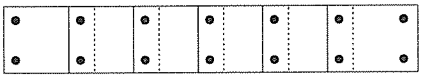
（ふえるまい数）×（１まいでふえるじ石）＋（はじめのまい数のじ石）＝（いる磁石の数）

C３：表を作って，きまりが見つからないか考え，次に図をかいて式を立てて求める。

画用紙	1	2	3	4	5	6
じ石	4	6	8	10	12	14

６まいのとき
14こ

表から２ずつふえていることがわかり，画用紙６まいのときの図をかいて式化する。



6まいとき　　2　×7＝14　　14こ

↑　　↑　↑

たて2こ　7れつ　じしゃくのかず

32まいのとき　2×33＝66　　66こ

ここで，さらに図を見直して，次のように式化し，その意味を考える。

2×6＝12

12＋2＝14　画用紙6まい

たて2こ　一番左の2こ

C4：表を少しかいて，きまりが分かったら計算(式)で答えを出すという見通しを立て解決する。

ここで，表をたてに見て，画用紙が1ふえると，じ石（マグネット）は2ふえていく。

画用紙	1	2	3	4	5	…
マグネット	4	6	8	10	12	…

画用紙を△，マグネットを○とする。

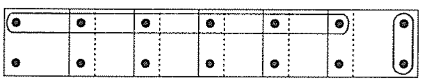
(式) △×2＋2＝○

6×2＋2＝14　　　14こ

画用紙32枚の時は，じ石は何こいるでしょう。

(式) 32×2＋2＝66　　　66こ

さらに，次のような図を使って式の意味の説明を考える。

6×2  +2

式の意味

6は，画用紙の枚数

(×) 2は，が2こ分で，×2

(＋) 2は，をたす。

14は，使っているじ石全部の数

C1は，帰納的推論のモデルの(i)，(ii)の段階に沿って進められていると見ることができる。ただし，2こずつふえるという規則性の根拠を図や表に求めることができず，立式することができていない。したがって，帰納的推論のモデルの(iii)の段階は見られず，画用紙6枚まで図をかき，解を14ことだしている。32まいの場合は当然のことながら繁雑で解決することができていない。

このC1については，机間指導をする中で，C3のような解決方法にいたるよう個人的に支援がなされた。

C2は，帰納的推論のモデルの(i)から(iii)までの段階に沿って進められていると見ることができる。つまり，画用紙1まいにつき2こずつふえることと，ふえる画用紙のまい数との関係に着目し，その根拠を図に求めて立式しているのである。また，32まいに限らず，どんな場合にも解決できるようにことばの式を考え一般化している点からも数学的活動の高まりが見られる。ただし，このC2の解決の過程には，帰納的推論のモデルの(iv)の段階を見い出すことができない。見つけ出した規則性をより確かなものにするために，例えば，画用紙8まいとか10まいなどで規則性が成立するかどうか検定して，より確かな規則性の発見・構成につなげたいものである。

C3は，帰納的推論のモデルの(i)から(iv)に沿って進められていると見ることができる。最初，表を作成し画用紙6まいの場合のじ石の数は，直接表から求めている。その後で表からきまりを見つけ，それをもとに画用紙6まいの図から立式し，図に対応させその式の意味づけも行っている。さらに，32まいの場合も同じように考えて立式し解決している。また，図を見直して，最初のじ石の数とふえるじ石の数，画用紙のまい数との関係を考え，式変形をしている。モデルの(iii)の段階に当たると考えられるが，立式したものを図を根拠に見直し式変形してより一般的な表現にしようとしている点は評価できる。さらに文字や記号あるいは，ことばの式にするなどの工夫があればさらによい。C2とはちがって，見つけ出したきまりを図を使って確かめようとしているので，一応モデルの(iv)の段階に沿っていると見ることできるが，表中の画用紙6まいでなく他の場合について検討する活動が成されればさらに規則性の信頼は増すであろう。

C4は，帰納的推論のモデルの(i)から(iv)に沿って進められていると見ることができる。まず，表を作成し画用紙のまい数とじ石の数との間のきまりを見つけ，△と○を使って立式し一般化を図っている。そして，画用紙6まい，32まいの場合に適用させて解を求めている。帰納的推論のモデルの(iv)に当たる段階については，画用紙6まいの場合を図を使って検定し結果を確かめているが，図の表現から判断する限り立式の意味づけがやや不十分で，画用紙6まいのときの結果の説明だけになっているようである。

②のきまりへの着目の様相と実践的研究の視点アとの関連では，Ｃ１からＣ４までいずれも数量間の依存関係をとらえるために，数の小さい場合を調べきまりを見つけようとしている。つまり，Ｃ１，Ｃ２は図を根拠にして，Ｃ３，Ｃ４は表を根拠にして帰納的に考えることのよさを経験しているといえる。前述した場面設定から問題構成までの活動が主体的で自らのものになっているからこそ，自力解決の段階でも対象を単純化したり，具体的活動によって関連化したりするなどの数学的活動がきちんと展開されているといえるのではなかろうか。

③見い出した規則性（きまり）を別なる事柄で確かめる様相

ここでは，はじめに２つの解決例を示し，実践的研究の視点ウについて検討を加えるとともに，自力解決の場面における教師の臨機応変の処置との関連についても言及する。

Ｃ５：頭の中で，図や表を考え，最初から式化して求める。

６まいのとき

（６＋１）×２＝14　　　　14こ

32まいのとき

（32＋１）×２＝66　　　　66こ

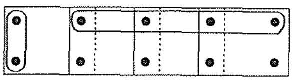
次に，意味を次のような図で考える。

（32＋１）×２＝66

↑　↑　↑

枚数　はしっこ　上と下

はしっこ　　まい数と同じ数（４こ）



上と同じ数

これは４まいだけれど６まいでも何まいでも同じ。

どんなまい数でも同じ

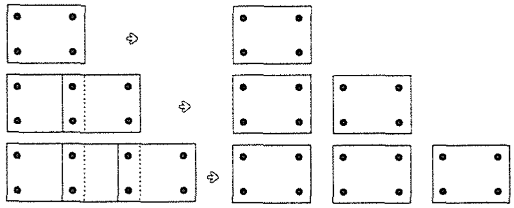
さらに次のような表を作って式をより一般的にする。

□	まいすう	1	2	3	4	5
△	横１辺のじ石の数	2	3	4	5	6
○	全部のじ石の数	4	6	8	10	12

（□＋１）×２＝○

□まいだと横１辺のじ石がまい数より１つ多くて，△このそれが上と下と２つあるから×２で○こになる。

Ｃ６：重ならない場合のじ石の数から重なっている所のじ石の数をひいて求める。

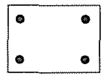


32×４＝128　　32－１＝31

31×２＝ 62　128－62＝66　　66こ

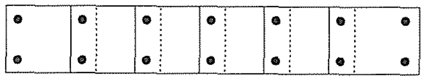
６まいのときに使ってみると

６×４＝24　　→

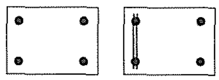


５×２＝10　　　　１まいにじ石が４ついると

６－１＝５　　　　して24こ



かさならせると



線のところをなくならせるためにその分をひいて出す。

24－10＝14

Ｃ５は，問題提示の図から直接立式し解決を図っている。画用紙４まいの図をかいて立式の意味づけをしているのは，帰納的推論のモデルの(iv)の段階の検定に当たるといえる。さらに，□，△，○を使った表を作成して見出した規則性をより明確にして一般化を図っている。したがって，帰納的推論のモデルの(iii)の段階に当たる活動が確実に遂行されていると見ることができる。

Ｃ６は，画用紙１枚から３枚までの場合の図をかき，重なっている箇所に着目して，その数が（画用紙のまい数－１）であるというきまりを見つけ出して立式している。そして，32まいの場合にその式を適用して解決を図っている。帰納的推論のモデルの(ｉ)から(iii)までの段階に沿って解決を行っていると見ることができるが，モデルの(iv)の段階に当たると考えられる活動では，問題で問われている画用紙６まいを直接抽出し，図を使って検定するとともに，式の意味づけも行っている。また，重なっていなかったらと仮定して，全体のじ石の数を求

め，それから重なっている部分のじ石の個数を差し引いて求めている点に注目したい。つまり，重ならなかったらといった仮定に基づいて考えることは，帰納的推論を展開する上でも望ましい重要な考え方であり，評価したい点である。

③のきまりを確かめる様相であるが，C５は見い出したきまりを画用紙４まいの場合の図を使って，C６は画用紙６枚の場合の図を使ってそれぞれ確かめている。C５もC６も別の事柄で検定することによって，自ら見い出した規則性への信頼性を高めることができたといえよう。さらに，C５は検定によって信頼性の高められた規則性をより明確にして一般化を図っている。このように，別なる事柄で確かめるという検定活動は，自らが見い出した規則性の正しさを判断できるばかりでなく，その判断に支えられ，さらなる高次な数学的活動を生むことにもつながるものであるといえる。

次に，解決の途中で行われた共通問題の構成にかかわる子どもの疑問と教師の対応を取り上げ，実践的研究の視点ア，イについて言及する。

見通しにしたがって自力解決をしている途中で，A男から図をかいていけばすぐに答えが出るからおもしろくないという反応があった。そこで，指導者と子どもたちの間で次のようなやりとりがあり，結局，はる画用紙の枚数を変えることになった。

T．今，A君から画用紙６まいなら図にかいていくとすぐに答えが出てしまって簡単すぎるという意見があったので，画用紙の数を変えたいと思います。いいですか。

C．いいです。

T．それでは，何まいくらいがいいですか。

C．…………

T．では，クラス全員の絵32まいを廊下にはる場合を考えてみよう。

ここでの子どもたちの意見を見逃さず取り上げ，より高次の共通問題に変更したことは，子どもたちが学習のねらいに迫るためにも，また帰納的な活動やそのよさを味わうためにも大変適切な教師の支援であったといえよう。また，子どもの側に立って考えれば，見通しの段階から既習に基づいて機械的に直接解決することよりも，帰納的に考えきまりを見つけ出し解決することの重要性をすでに意識していたからこそ，A男のような反応が出たともいえるのではなかろうか。

この事例に見られるように，数の少ない場合の考察をもとにある規則性（きまり）を発見し，それを数の多い場合に適用していく帰納的推論を展開するためには，子どもにとってある程度直接には手に負えない大きな数を扱うことが必要であるということがわかる。また，このように問題が変更されたことによって，前述したC５やC６のように自ら見い出した規則性（きまり）の信頼性を高めようと，別の事柄で確かめる検定活動が展開されたともいえよう。この問題の変更は，教師の子どもの反応に対する適切な臨機応変の処置によってなされたが，その後の子どもたちの数学的活動を高次のものへと展開させることができたという点で評価できる。

2．演繹的推論の展開の考察

本節では，集団により自力解決において用いた考え方や方法の根拠を明らかにする過程，及びそれらの考え方や方法を高め合う過程に注目して，演繹的推論の展開を振り返り，実践的研究の視点ウについて検討を加えるものである。

(1)規則性（きまり）の根拠を明らかにする過程

この過程は，自力解決において導き出された規則性（きまり）を取り上げ，その根拠について集団で検討し明確にすることによって，全体のものとして共有する過程である。ここでは，まず話し合いの一部のプロトコールを示し，その後考察するものである。

①話し合いにおけるプロトコール

自力解決終了後，解決の代表例として前述したC４，C２，C６の３つが抽出され話し合いに入った。

ア．抽出児C４の場合

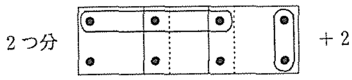
C４．画用紙が１まいのときはじ石は４こで，２まいのときは６こになるので，表を作って４まいまで調べました。表から画用紙が１まいふえると，じ石が２こふえていることが分かって，画用紙を△，じ石を○として，式は△×２＋２＝○になりました。それで，画用紙が６まいのときは６×２＋２＝14で14こ，32まいのときは32×２＋２＝66で66こになりました。（表を使って説明する。）

△⇨	画用紙	1	2	3	4	…
○⇨	じ石	4	6	8	10	…

T１．わかりましたか。C４さんは表から画用紙が１まいふえるとじ石が２こずつふえるというきまりを見つけて（表に数字を書き込む），きまりがあれば何とか式にできないかと考えたんですね。でも，式の

意味がよく分からない人もいるようなので図を使って説明してください。

C４．画用紙３まいのときの図で，△は画用紙のまい数で×２は画用紙の上の□の部分で下にも同じようにあるから２つ分で，＋２は右はしの２こです。



T２．まだ十分分かっていない人もいるようですが，同じような考えをした人もいましたね。だれか説明してください。

C６．画用紙３枚のときは，上の横一辺のじ石の数は画用紙のまい数と同じ数で，下も上と同じようにあって３×２で６になって，あとはしっこが２こ残っていて６＋２で，画用紙３まいの場合はじ石は８こになります。

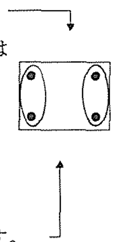
C．わかりました。

T３．もう少し順番に整理して考えてみましょう。

（画用紙１まいから順に３まいまでを実際に操作してＣ４の考えを明確にしようとする。）

T４．画用紙を１まいはったときで考えてみよう。＋２はいつも２足すことなんだけど，この２は何だろうか。

C．片方のはしのじ石の数です。



T５．では，画用紙１まいの場合はどんな式になりますか。

C．１×２＋２です。

T６.×２の２は図でいうとどこになりますか。

C．画用紙のたての部分の２こです。

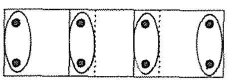
T７．同じように２まい，３まいの場合も考えてみよう。どんな式になりますか。

C．２まいのときは，２×２＋２＝６です。

C．３まいは，３×２＋２＝８です。

T８．画用紙が３まいになると，ふえたのは全部で３組で上と下にあるから３×２で６こ，はじめに２こあったから６こに２こをたして８こになりますね。

（画用紙３まいをはった図を活用し，じ石を操作して説明する。）

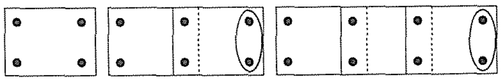


イ．抽出児Ｃ２の場合

C２．画用紙１まいから順に３まいまで図をかいてきまりを見つけました。画用紙が１まいふえるとじ石が２こずつふえる。はじめはじ石４こで，２まいのときは画用紙が１まいふえて，１×２で２こ，はじめの４こをたして６こ，だから，６まいのときは５×２＝10，10＋４＝14で，答えは14こになります。32まいの場合は，はじめ４こでふえるまい数は31まいだから，31×２＝62，62＋４＝66，答えは66こです。ことばの式にすると，（ふえるまい数）×（１まいでふえるじ石の数）＋（はじめのまい数のじ石の数）＝（いるじ石の数）になります。

T９．式とことばだけで説明したので，少し分かりにくかったかも知れないので図を使って説明してみてください。

C２．画用紙１まいで４こ，２まいにするとあと２つじ石がふえる。画用紙が１まいふえるとふえるじ石は２こ。画用紙が３まいになると，画用紙がもう１まいふえるから，またふえるじ石は２こになります。（図を使って説明する。）



T10．では，32まい全部はったら，じ石は２こが何回ふえたことになりますか。

C．31回だと思います。

T11．実は，Ｃ２くんが式の中にちゃんと31とかいてくれていますが，この31はどんな数ですか。

C．画用紙の数より１まいすくない数です。

T12．そうですね。ふえた回数ははった画用紙の数より１小さい数だから，Ｃ２くんの31のところは(32−１）と表すと，式の意味がよく分かりますね。

T13．これで，Ｃ２くんの考えがよく分かったと思うが，ここでちょっと表にもどって考えてみよう。Ｃ２くんの式の４というのは表の中でいうと何を表していますか。Ｃ４さんのかいた表を使って考えてみよう。

C．一番左の画用紙１まいのときのじ石の数。

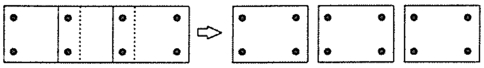
T14．では，この式（Ｃ２くんの式）の×２は表の中では，どの部分に当たりますか。

C.表の外に２こずつふえるようにかいてあるところ。

T15．２ずつふえるというのは（表中のその部分を示して），この式（Ｃ２くんの式）のこの部分を表しているんだね。表の中の４というのもちゃんとこの式に出ているね。

ウ．抽出児Ｃ６の場合

C６．画用紙が重なっていなかったら，１まいの画用紙でじ石が４こついているから32まい画用紙があったら４倍してじ石は全部で128こになる。画用紙を重ねると，Ｃ２くんと同じように重なっているところが31こあって，そこにじ石が31こずつ入るから，31×２＝62　62こになる。それで，本当は画用紙は重なっているので重なっていない128から重なっているところの62をひいて66こになりました。(重なっている画用紙を操作して重ならないようにして考える。)



T16．Ｃ６くんはうまく説明してくれたんだけど，もう１度みんなで考えてみよう。重ねずにはったら１まいで４こだから128こじ石がいることになるが，本当は128こもじ石はいらない。どうしてかな。

C．重なっているところはじ石がいらないから，128こもじ石はいらない。

T17．そうだね，画用紙と画用紙を重ねるとその部分のじ石はいらなくなるね。Ｃ６くんは32－１＝31というのをやっているけど，これは何を表しているのだろう。

C．画用紙が32まいはってあるとき，画用紙が重なっているところの数。

T18．最初に画用紙の数と重なりの数が出てたけど，このことだな。どんなきまりがありますか。

C．じ石の数ははってある画用紙の数よりも１小さい。

T19．そうだな。だから，Ｃ６くんは画用紙32まいから１ひいて重なったところの数３１を出して２倍したんだけど，なんで２倍するんですか。

C．重なっているところの上下合わせたじ石の数を出すため。

C．重なっているところはいつも２こずつじ石があまるから。

T20．重なっているところはいつも２こずつあまるから，実際には128こもいらなくて，重なってあまる62こをひいて66こになるんだね。

T21．ところで，一つみんな説明の中で言ってくれなかったんだが，本当にこの３つの式はあっているのだろうか。画用紙４まいのときの図を使って調べてみよう。

T22．画用紙４まいのときのじ石は何こいりますか。

C．10こです。(実際に図をかいて数えて確かめる。)

T23．Ｃ４さんの式はどうですか。

C．(△×２＋２＝○に代入して)４×２＋２＝10で合っています。

T24．Ｃ２くんの式はどうですか。

C．３×２＝６　６＋４＝10で合っています。

T25．Ｃ６くんの式はどうですか。

C．４×４＝16　３×２＝６　16－６＝10で合っています。

T26．今日は，やっていた人もあったかもしれませんが，説明の中で出てこなかったので確かめを付け加えておきました。

②式の根拠を求める活動の様相と教師の支援

ここでは，上記の３つの抽出例それぞれに見られる根拠を追求する過程とそれにかかわる教師の支援のあり方について考察する。

Ｃ４は，導き出した規則性をまず表を根拠にして説明している。これは，演繹的推論のモデルの(ⅱ)，(ⅲ)に当たると考えられる。さらに，△と○を使って式を一般化し，その根拠を表をたてに見ることによって画用紙の数とじ石の数の対応関係に結びつけて説明している。これは，モデルの(ⅳ)の段階を試みようとしているとみることができる。しかし，表を使った説明では不十分であった。そのため，Ｔ１の発言が必要となり，前述したプロトコールでは図を使って立式の根拠を説明するよう支援がなされている。支援の後で，Ｃ４やＣ５が画用紙３枚の場合の図を使って立式の根拠を説明したが，×２の説明が上下２つ分としているので２個ずつふえるというきまりに結びつきにくいようであった。

そこで，Ｔ３～Ｔ８の発言に見られるように，子どもたちとともに画用紙の枚数とじ石の個数の間の変化をより明確にとらえられるよう図の表し方を工夫改善し，立式の根拠に迫っていった。

この立式の根拠を求める活動において，Ｔ１の発言は「どうして△×２＋２＝○という式になるか。」という問いかけであると同時に，その問いかけに対して答えるべき図の用意を要求していると考えられる。さらに，Ｔ４の「～この２は何だろうか。」やＴ６の「×２の２は図でいうとどこになりますか。」の発問は，まさに演繹的推論のモデルの(ⅱ)の段階に当たる活動をより深めるためにも重要な発問であったといえる。

Ｃ２は，自力解決の段階では図をうまく活用し，規則性を導き出しているにもかかわらず，式や言葉だけの説明になっていたために，最初クラス全体での理解が深まらなかった。そこで，Ｔ９の発言によって，Ｃ２は少ない場合から順に１まい，２まい，３まいと図で説明する

ことによって，画用紙が１枚ふえるごとにじ石が２個ずつふえるということを明確にした。つまり，立式した×２と＋４について図の中に分かりやすく表し意味づけしたのである。したがって，Ｔ９の発言はＴ１と同様に根拠への問いかけであり，かつそれに答えるべき図の要求であり，適切なものであったといえる。

また，T11は，一般化したことばの式の説明を補足するためになされた発問であった。つまり，図を根拠にしてふえるまい数が画用紙の数－１であることの意味づけを求めたものと考えられる。立式の一般化に向けて適切な発問であったといえよう。

さらに，T13の発言によって図から表に立ち返って立式の意味づけをさせ，T14やT15によって表の中で×２や＋４を明確にしたことなど，演繹的推論のモデルの(ⅱ)の段階に当たる活動を発展させるためにも適切な支援であったといえよう。

Ｃ６は，図を根拠にして分かりやすく説明している。画用紙が重なっていなかったらという仮定を，図の操作によって理解しやすくし，立式を図に対応させている。演繹的推論のモデルの(ⅰ)から(ⅳ)の段階に沿って進めていると見ることができる。ただし，図が少ない場合の３枚であるのに対して，立式したものは32枚の場合であり，クラス全体としての理解が不十分であった。

そこで，T16～T20の発言がなされたが，それによって子どもたちは立式した32－１が何を表すのか，それをどうして２倍するのかなどの意味づけを理解することができたのではないかと考える。T17やT19のような発問は，前述したＴ４やＴ６と同じように立式の根拠を明確にするためには大変重要な発問であることは言うまでもないことである。

また，自力解決した段階で行っていた立式の検定活動については，説明の中で出てこなかったため，T21の発言によって再確認する活動が取り入れられた。この検定活動は，自ら解決した結果の信頼性を高めるだけでなくその後の解決の検討活動をより発展させるためにも，臨機応変の適切な支援であったように考える。

⑵集団で高め合う過程

この過程は，前過程によって共有された立式をより数学的に高いものへと価値づけるとともに，そのよさを味わう過程である。

ここで，まず子どもたちの検討活動の一部であるプロトコールを示し，その後考察するものである。

①検討活動におけるプロトコール

本時では，Ｃ２，Ｃ４，Ｃ６の３つの解決方法を検討する観点として，「立式が能率的であるのか(計算によって素早く簡単に処理できるのか)」ということを取り上げ，検討活動が展開された。

Ｔ１．Ｃ４，Ｃ２，Ｃ６の３つの中で，どれが一番計算しやすいだろうか。

……………

Ｔ２．Ｃ４がいいという人が一番多いようですが，どうしてですか。

Ｃ．Ｃ２，Ｃ６よりも式が１つでできているので分かりやすいからです。

Ｃ．Ｃ４はＣ２やＣ６のようにごちゃごちゃしていないし，１けたの数字が多いから簡単に早くできていいです。

※Ｃ．Ｃ２やＣ６はいろいろな式を使わないといけないからごちゃごちゃしているけど，Ｃ４は問題の最初の方の数を２倍して２をたすだけだから，Ｃ４がいいです。

Ｔ３．Ｃ２とＣ６を弁護するわけではないけど，Ｃ２とＣ６をＣ４と同じような式にしてみたいですね。できるだろうか。Ｃ４は△×２＋２＝○ですね。

Ｃ．△×２＝○○＋２＝○です。(板書する)

Ｔ４．これでいいですか。

Ｃ．△は紙のまい数ですか。それを２倍した時点から，Ｃ２の考えにはそんなものはないと思います。

Ｃ．それに，○の数は１つでないといけないのではないですか。

Ｔ５．どうもこの式はおかしいようですが，他にはないですか。

Ｃ．△－１×２＝○○＋４＝○です。(板書する)

Ｃ．　○が３つあっておかしい。

Ｃ．　○に４をたして，また○になるのはおかしい。

※Ｃ．　○＋４＝□がいい。

※Ｃ．　△－１に(　)をつけた方がいい。

Ｔ６．するどいですね。(　)をつけないと先にかけてしまうことになって困りますね。それから，○＋４＝□の考え方はとてもいい考えだと思います。でも，これは１つの式にならないでしょうか。

Ｃ．(△－１)×２＋４＝○です。(板書する)

Ｃ．いいと思います。

Ｔ７．よく分からない人もいると思うので，画用紙４枚のときの４を式にいれて調べてみよう。

Ｃ．(４－１)×２＋４＝10です。

Ｔ８．これは，確かに合っていますね。

Ｔ９．では，Ｃ４の△×２＋２＝○とＣ２の(△－１)×２＋４＝○の式を比べてみてどちらが考えやすくて簡単ですか。

Ｃ．Ｃ４の△×２＋２＝○の方です。

―――――――― 以下略 ――――――――

②高め合う活動に見られる様相

ここでの検討活動のねらいは，話し合いの段階で共有された，いろいろな考え方に基づいた立式をさらに検討を加えることによって，より高次の式としてとらえ直し，そのよさを味わうことであった。

Ｔ１の発問はこのねらいに即したものであり，子どもたちの考える対象を焦点化し積極的な検討活動を促すためにも重要であったと考える。つまり，簡潔化の観点から数学的な価値を追究し，比較検討することによって，式のよさを味わうことを期待したものだからである。ただし，この発問は，子どもたちに検討する対象が十分につかめず，指導者の意図するところが伝わらなかったのではないかと思われる。なぜならば，Ｃ４の式に比べてＣ２，Ｃ６の式は総合式で表されていないからである。

そこで，指導者はＴ３のような発問を投げかけ，Ｃ２Ｃ６の式を総合式にしようとした。これは，Ｃ２，Ｃ６の式をＣ４の式のように総合式に式変形することによって，それぞれの式の共通性を見い出すことができるとともにちがいも明確になり，Ｃ４の式のよさを味わうことができると考えたからである。その後，この発問をきっかけとして教師と子どもが一緒になって総合式を作りあげる数学的活動が展開されている。また，この活動を通して※のような数学的なアイディアや既習事項が生かされ思考が深まっているといえる。まさに，この数学的活動は演繹的推論のモデルの(iv)の段階をめざす展開であり教師と子どもが考える対象を構成しながら思考を深めていると見ることができる。したがって，Ｔ３の発問はこの検討活動において子どもたちが自らの考えを高めて，式のよさを味わうために大変重要かつ適切な発問であったといえよう。

Ｔ７の発言は，話し合いの段階のＴ21と同じ機能を果たしているものと考えられる。つまり，検定活動をすることによって，作り出した総合式の正しさを自らが確証するとともに，その式の意味理解が進み，さらに発展的な数学的活動が期待できるという点で評価したい支援といえる。

本時は，数学的な価値観として簡潔化に焦点を当てて検討活動が展開されたが，さらに，他の観点（明瞭化，統合・一般化）からも立式の根拠を追究し，その過程を通して本問題の数学的構造を把握できるような数学的活動を考えたいものである。

Ｖ章　研究のまとめと今後の課題

本研究は，算数・数学学習の見直しから出発したものであり，その理論的基盤を構成主義やオープンアプローチに置き，学習における子どもの数学的活動の展開を学習過程に位置づけるとともに，推論の過程の様相を具体的に追究するというものであった。

以下，第１節で研究のまとめを，第２節で今後の課題を述べるものである。

１．研究のまとめ

(1)帰納的推論・類推的推論及び演繹的推論の重要性

本論のⅠ章とⅡ章において，学習主体（子ども）が数学的知識や方法を構成する数学的活動について言及し，その構成過程における子どもの思考に注目することで，推論の重要性を明らかにした。つまり，算数・数学学習において，子どもたちは常に「どのようにしてその考えを思いついたのか」という新しい推測や判断を導くといった極めて生産的な推論（帰納的推論・類推的推論）と，「そのように考えた根拠は何か」というその判断や考えの正しさを保証するといった推論（演繹的推論）を駆使して数学的活動を展開しているということであった。また，それらの推論は反駁するものではなく，相補完し合うものであり，例えば，前者の推論によって新しいものを発見すれば，発見したからこそ後者の推論によってその正しさが求められるという推論の必然性もそこにあったわけである。このような推論の過程は，子どもが意識するしないに関わらず経験していることであり，学習指導において推論の過程を位置づける重要性がここに見い出せるのである。

(2)研究の成果

本論のⅠ章からⅡ章で明らかにした数学的活動と推論の関わり及びその重要性と問題点を踏まえて，Ⅲ章で具体的授業設計をし実践するとともに，Ⅳ章でその検討と考察を行った。以下，実践研究の３つの視点に沿って研究の成果を記すものである。

ア．子どもとともに問題場面を設定することによって，子どもは自らの問題としてとらえるばか

りでなく，解決の糸口となるある規則性・類似性に注目する数学的活動を展開するのではないだろうか。(帰納的推論の学習指導における問題点)

① 前の学習が想起され問題の必然性が生まれるように，子どもとともに問題場面を設定すれば，そこを出発点として子どもは対象に対して主体的に働きかけ発展的に数学的活動を展開することができる。

そのためには，取り上げる素材がより身近かなものであること，以前の学習と関連する数学的内容・方法が存在していること，数量関係が多様にとらえられ明確にできることなどが場面設定の要件といえる。

② 問題場面の設定から発生する問いや疑問をもとに子どもが問題づくりをする場面やはじめの問題からより客観性があり数学的に価値のある共通問題を構成する場面を位置づければ，子どもは，問題場面に積極的に関与し自分の問題とすることによって自ら数学的活動を展開するとともにより創造的な数学的活動へと発展させることができる。

そのためには，学習のねらいにあった(本時でいうならば帰納的推論のよさが味わえるような）問題づくりをすること，より客観性のある数学的構造や本質が明確にとらえられ子どもが共有できるような共通問題の設定をすることなどが重要な要件といえる。

③ 子どもが問題把握から見通しを持つ段階において，数量の関係を明確にして自ら学習課題を設定する場面を位置づければ，問題の数学的構造が明確になり，その後の数学的活動をより合目的的に展開することができる。つまり，学習課題を設定することによって問題の構造がより明確になり，見通しが立てやすくなる。そして，解決の糸口である数量間の規則性（きまり）にも着目できるようになる。

そのためには,問題の中にある数量関係を明確にすること，子どもたち自ら課題設定をし課題意識を高めること，学習のねらいに沿った学習課題の表現にすることなどが重要な要件といえる。

イ．直接調べることが難しい，例えば数の大きい場合を課題とすることによって，子どもは見い出した規則性（きまり）を，別なるいくつかの場合で確かめる数学的活動を展開するのではないだろうか。(帰納的推論の学習指導における問題点2）

① 自力解決の段階において，具体化しさらに抽象化する活動場面を位置づければ，子どもたちは帰納的推論や類推的推論に対応する数学的活動を主体的に展開することができる。つまり，簡単な場合の数量を抽出することによって数量間の規則性（きまり）に着目しやすくなり，さらに規則性から式化するなど抽象レベルに引き上げることによって一般化できる。

そのためには，問題づくりにも関連するが子どもにとって直接念頭による算数処理で解決することが難しい場面が存在していること，対象を単純化したり理想化したする過程や，具体的な操作活動によって関連化したりする過程を学習に位置づけることなどが重要な要件といえる。

② 自力解決の段階において，自ら検定する活動場面を位置づければ，子どもたちは自らの推測を修正したり補強したりしてより客観性のあるものにすることができるとともに，検定後ますます高次な数学的活動が展開できる。

そのためには，①と同様，問題の数値は大きく直接調べることのできないものであること，自ら導き出した規則性や性質を確かめようとする意識を日々の学習から持たせるようにすることなどが重要な要件といえる。

ウ．帰納的推論によって導かれた，より確かな規則性（きまり）の正しさを問うことによって，子どもはその根拠を図や表をもとに明らかにする数学的活動を展開するのではないだろうか。
(演繹的推論の学習指導における問題点1，2）

① 集団解決の段階において，抽象化された数量関係を具体化する活動を位置づければ，自力解決において抽象化され一般化された数や式を操作や図式化などによる説明によって意味づけする数学的活動を主体的に展開できる。そのためには，教師の適切な問いかけによって子ども自身が自らの問いとしてとして受け止め考えていけるようにすること，一般化された規則性（きまり）の根拠を明確にするために適切な操作や図式化が考えられることなどが重要な要件である。

② 集団解決の段階において，推論のよさが味わえる活動を位置づければ，自力解決で用いた帰納的推論のよさを味わうことによって，演繹的推論を確立しようとする数学的活動を展開することができる。そのためには，問題場面にもどって学習を振り返ること，それぞれの考えのよい点や限界を明確にすること，必要に応

じて的確に活用できるようにすることなどが重要な要件である。

2．今後の課題

①推論のモデルの活用と改善

子どもの数学的活動の展開を考察するために推論を取り上げ，それぞれの推論のモデルを作成した。本実践では数量関係の一教材をとらえて推論のモデルを活用したが，今後他領域，他教材でも同様に活用検討し，さらなる改善を図っていきたい。

また，本実践研究の視点では特に取り上げなかったが帰納的推論のモデルの(iii)の段階で子どもが発見した規則性（きまり）をどのようにして一般化していくのか，さらに実践を重ね，より詳しく子どもの数学的活動を分析・検討する必要がある。

②類推的推論の展開の追究

本実践では数量関係の関数の考えを伸ばすことに関わって，帰納的推論に焦点を当てて数学的活動の展開を見た。今後，とりわけ数と計算領域の分数の四則計算を取り上げ,類推的推論に焦点を当てて実践検討を行いたい。

③演繹的推論の展開の追究

演繹的推論の展開については，モデルの(iii)の段階の数学的活動の展開に重点を置き実践的検討を加えたが，今後モデルの(iv)の段階を確立するためにも，話し合いにおける相互作用にも十分留意して実践検討をする必要がある。

④評価の視点との対応

本研究は，推論の過程を学習過程に位置づけ，そのモデルを通して数学的活動の展開を考察したが，このモデルの活用は学習過程に位置づけられる評価の視点とも密接に対応するものであると考えられる。指導者ばかりでなく推論の過程を子どもたちが認識し，自己評価するようになることも今後の課題の1つと考えられる。

引用・参考文献

(1) 片桐重男著「数学的な考え方の具体化」(明治図書 1988 pP:128-131)

(2) 同上 pP:134-135

(3) 同上 pP:139-142

(4) 中原忠男著「提言 数と計算領域における数学的な考え方」（新しい算数研究 №279 1994 p.13)

(5) 能田伸彦著「オープンアプローチによる指導の研究」

(6) 拙者「新しい学力観と問題解決」(明治図書 1992)

(7) G. Polya著，柴垣和三雄訳「帰納と類比」数学における発見はいかになされるか1(丸善 1959 p.23)

(8) G. Polya著，柿内賢信訳「いかにして問題をとくか」(丸善 1954)

(9) 伊藤説朗著「数学教育における構成的方法に関する研究上巻」(明治図書 1993)

(10) 中島健三著「算数・数学教育と数学的な考え方」(金子書房 1986)

(11) 島田茂編著「算数・数学のオープンエンドアプローチ」(みずうみ書房 1978)

(12) 松原元一著「数学的な見方考え方」(国土社 1990)

(13) 川口廷・中島健三編著「数学的な考え方と新しい算数」(東洋館 1968)

(14) 鈴木治著「思考の発達と学習一修正版一」(学芸図書 1965)

(15) 川口廷他5名著「新しい算数一数学へのアプローチ」(日本放送出版協会 1972)

(16) R. R. Skemp著，平林一榮監訳「新しい学習理論にもとづく算数教育」(東洋館1992)

(17) 清水静海著「個性を生かす算数授業」(明治図書1990)

(18) 坪田耕三著「いきいき算数子どもの問題づくり4・5・6年年」(国土社 1988)

(19) 片桐重男著「数学的な考え方・態度の指導事例集5年」(明治図書 1990)

(20) 小西豊文著「自ら学ぶ意欲を育てる算数指導の基礎技術」(明治図書 1993)

(21) 日本数学教育学会編著「算数教育指導用語辞典」(新数社 1984)

(22) 数学教育学研究会編「新算数教育の理論と実際」(聖文社 1991)

(23) 拙者「学習における子どもの興味と算数指導」(鳥取大学教育学部研究報告 教育科学 第32巻 第1号 1990)

(24) 拙者「数学的態度の形成に関わる自己評価の諸視点」(鳥取大学教育学部教育実践研究指導センター研究年報　第3号 1994)

(25) 拙者「数学教育における教師教育教材の開発に関する研究」(鳥取大学教育学部研究報告 教育科学 第35巻 第1号 1993)

(26) 新算数教育研究会編「新しい算数研究 №203,233,259,260,267,268,275」(東洋館 1988～1994)

(27) 楽しい算数の授業編集部「楽しい算数の授業 №107,109,110」(明治図書 1994)

(28) 教科書「算数5年上」(啓林館 1991)