量としての角概念の指導

矢部　敏昭*・笹田　昭三*・林　　学**

A Study of Teaching Angles as a Quantitative Concept on Mathematical Learning

Yabe Toshiaki, Sasada Shôzô, Hayashi Manabu

I．問題の所在

小学校における角の指導は，「量と測定」，「図形」領域に位置づけられている。一般に，量と測定を指導する際には，２つの量の大小や相等の比較にはじまる下記の４つの基本的な指導段階を踏まえる必要があると言われ，また，量に関する指導においてはそれらの４つの段階を踏んだ指導が多く展開されている。

① 直接比較の段階
② 間接比較の段階
③ 任意単位による数値化の段階
④ 普遍単位による数値化の段階

また，量のもつ基本的な性質としては，ものの形を変形したり，位置を移動したり，あるいは，いくつかに分割したりしても，そのものの量は不変である「量の保存性」があり，この性質を用いて量を比較したり測定したりする活動が位置づけられている。この量の保存性を基にするとき，例えば，２つの容器の水を合わせるといった量の加法性をもつものとなる。この性質は，体積をはじめ，長さ，面積，重さ，そして角の大きさについても言えることである。

本稿のテーマである角の指導については，学習指導要領及び教科書の扱いからみるとき，第２学年においては，形としての直角の指導，第３学年においては，形としての角の定義，及び角の大小比較，第４学年においては，回転の角の定義，及び角の単位「度」による角の大きさの測定と角のかき方，という指導が位置づけられている。

＊鳥取大学教育学部数学科教育教室
＊＊鳥取大学教育学部附属小学校
キーワード：角概念，測定の４段階，教具・学習具

１．間接比較，任意単位による数値化の段階の欠落

角の指導については，前述した測定の基本的な指導段階からみるとき，間接比較，及び任意単位による数値化の段階が欠落していることが指摘できる。

第２学年における角の指導では，三角形や四角形の構成要素に着目し，これらの図形を明らかにすることから直角の概念形成をはかっている。つまり，この学年における角の指導は，「図形」領域に位置づけられているのである。また，第３学年における角の指導も「図形」領域に位置づけられ，その具体的な指導内容は，二等辺三角形，正三角形を取り扱う中で，等辺を重ねるように折りたたむことにより底角がぴったり重なることを知る。さらに，角の大きさについては，三角形の構成と関連させ，角が辺の長さに関係しない概念であることが取り扱われる。

「量と測定」領域として位置づけられる角の指導は，第４学年からであるが，その扱いは，前述した角の相等，大小についての直接比較から，一度に，角の大きさを回転の大きさとしてとらえ，それを測定する単位としての「度」が導入されるのである。このことは，学年の系統からみた角の指導の領域間の希薄さが指摘できるとともに，間接比較，任意単位による数値化の段階が欠落していることが指摘できるのである。

２．「形としての角」と「量としての角」の指導の混在

第３学年における「形としての角」については，三角形の構成と関連させた取り扱いがなされていることは前述した通りであるが，「形としての角」の定義は，「１つの頂点から出ている２つの辺がつくる形を角という。」である。そして，具体的な指導内容をみるとき，角の大小の比較においては，角をつくる２辺の開き具合いによっ

て比べることが示されている。このことは，角の大きさが辺の長さに関係しない概念であるということであるが，実際，この概念の理解が児童にとって難しい。また，角の大小の判断を問う場面において，多くの児童はその判断の根拠を辺の長さに求めるのである。

この問題を解消するためには，「形としての角」をそのまま保存し，図形の構成要素として角をとらえる見方では解消されず，一歩進めることが必要である。つまり，図形の構成要素として取り上げられた角について，量としてとらえるための積極的な角の大小比較への見方に変え，測定の基本的な指導段階である直接比較，あるいは間接比較を取り入れることを考えるものである。

例えば，「量としての角」への積極的な見方として，直接比較の段階で２つの角を重ね，頂点と一方の辺を合わせたとき，もう一方の辺が隠れるのか隠れないのか，を判断の基準とするような指導が考えられる。また，このような積極的な直接比較は，第３学年だけでなく，第２学年においても直角を１つの単位として測定する活動を設定することは可能であると考える。

３．回転角としてのとらえ方の問題

角の大きさを回転の大きさとしてとらえる指導は第４学年である。その際，前学年までに学んできた角の見方（図形の構成要素として）や，角の相等や大小についての直接比較を中心とした既習事項を基にして，回転の大きさへと展開する。また，回転の大きさとして角をとらえる指導では，それを測定する単位としての「度」が用いられる。つまり，数値化の段階における児童の活動は，普遍単位による測定が位置づけられているのである。

もし，角の大きさを量としてとらえることを考えるためには，そこに１つの測定の基本的な指導段階である任意単位による数値化の段階が必要ではないかと考えるものである。なぜなら，児童が既に学んできた現在までの量の学習を振り返るとき，任意単位による数値化の段階は，児童の目を，量としての角の見方へ向けるとともに，その過程において量としての角の認識が深められるものと考えるのである。また，この任意単位による数値化の過程は，その後の指導段階である普遍単位による数値化の必要性を児童の意識の中に起こさせるものである。

そして，普遍単位の必要性を感じさせるためには，共通単位の通用する社会的な広がりをみせることが大切である。例えば，「個人の単位」→「隣どうしの単位」→「班の単位」→「学級の単位」→「学年の単位」→「学校の単位」といった，社会的な広がりは任意単位による数値化の段階でしか行えない活動なのである。

さらに，回転角としてのとらえ方を問題にするとき，360°を超える角についても扱いたい。五角形の内角の和が540°になることは，次学年において学習する。そのとき，540°を回転角のイメージとしてとらえさせたい。そのためには，第４学年の指導において，角の大きさを一回転までにとどめず，一般角まで指導することが考えられる。なぜなら，五角形の内角の和を，児童は180度×（５－２），あるいは180度×５－360度として，計算によって求めるが，量としての角の大きさのイメージがなければ，本当の理解と言えないと思われるからである。また，角を回転の量としてとらえるためには，加法性を完備することが必要だからである。数の加法を使って，角の加法を考えることができるというよさも合わせて指導できるものと思われる。

II．研究のねらいと方法

１．研究のねらい

本研究は，Ｉにおいて指摘した問題点の克服を目指し，「量と測定」及び「図形」領域に属する角概念の指導に関する一貫した学習の系統性を明らかにし，合わせて教材・教具の開発と工夫を行うことをねらいとするものである。

したがって，本研究の第一の目的は，第２学年から第４学年の角概念の形成における量としての角の認識を高めていく指導の系統化をはかるものである。第二の目的は，それぞれの学年において学習の一端を担う教材の開発，及び教具・学習具の開発と工夫を行い，具体的な教具・学習具を提示するものである。第三の目的は，第一，二の目的から明らかにされた指導の系統と開発した教具・学習具に対して，プログラム及び教具・学習具の活用性の視点から実践的検討を行うものである。

２．研究の方法

本研究の方法の第一は，角概念の形成の立場から，その理論的な検討を行うため，大学と附属との共同研究を組織し，量概念の基本的な考え方や実践的な視点の洗い出しに努め，主として文献研究を取り入れた。また，その取り組みの方法は，理論的な協議として量概念の形成におけるシェマの対象と機能であり，実践的な協議として角概念に必要な指導段階及び実践に伴う教具・学習具の作成である。方法の第二は，実践的検討をより正確に行うため，学習の様子をとらえるビデオテープによる観

察法と，教師・児童の発言内容を記録するテープの録音を行い，観察法と実践記録の記述の方法を取り入れた。方法の第三は，必要に応じて2つの学級による比較実験授業を試み，試行とその結果に基づく再試行の方法を取り入れたものである。

Ⅲ．量としての角の概念の指導についての基本的な考え方

1．算数の学習におけるシェマの概念

(1)　シェマの一般的概念

算数の学習においては，一般に抽象的，形式的であるとか，あるいは，論理的，体系的であるとか言われる。このことは，人間の思考の世界で働く数学的な諸法則を対象としていることにあり，その結果として現実に存在するものと遊離しがちな傾向をもっていると言うことができる。子どもの生活経験と抽象的な数理とのつながりを結び付けるためには，算数の学習において子どもの中に形成させたい概念，性質，法則，手順等を抽出することが必要であり，それらの概念，性質，法則，手順等をシェマ（Schema）という名称でとらえている。つまり，シェマの意味するところは，「判断・行動の際に，いつでも組織的に用いることができる状態にある，ひとつのまとまりの一般的基準的な心的構造」であると定義される[(1)]。

そして，このことより，以下の2つのシェマの機能が挙げられる[(2)]。

①既有の知識を統合すること

②新しい知識を獲得するときの心的用具になること

つまり，シェマは，抽象化された個々の算数的事実を意味するものではなく，学び手の判断や行動に直接結び付く働きをもつものとしてとらえることができる。言い換えれば，「学習」は「シェマ形成」と同義にとらえることもできるのである。

また，学び手の判断や行動に直接結び付き働きをもつものとしてとらえるとき，さらに，シェマはどのような場面で働きをもつものとなるかを考えるとき，そこには「概念のシェマ」と「行動のシェマ」として区別することができる。つまり，対象のもつ客観的性質を明瞭にするのに働くシェマを「概念のシェマ」と呼び，行動場面に対応する行動の結果を決定するのに働くシェマを「行動のシェマ」と呼ぶことができる。前者は，どんな目的に対して，どのような考えをもてばよいのか，後者は，どんな場面に対して，どのような行動をとればよいのか，という形で，シェマの中身を表現することによって，学習によって獲得する心的構造はより具体的に記述することが可能となろう。

(2)　「角」の概念とシェマの思考的機能

Ⅰの「問題の所在」において既に述べたように，角の概念については，小学校段階ではおおむね以下の3つの段階に分けて提示される。

その第1の段階は，第2学年における形としての「かど」であり，それは三角形や四角形などの図形の構成部分として現れる。次の段階は，第3学年においてはじめて量としての角が現れるが，それは単位「度」による計量はされないものである。ここに，本研究の1つの焦点がある。つまり，いまだ「度」として表せられない角の概念の指導の問題である。しかし，既に学んできた「長さ」の測定や「かさ」の測定から獲得した「測定のシェマ」を利用することによって，量としての角の概念が比較的容易に形成されると考えるのである。すなわち，与えられた角が，任意に設定した単位の角のいくつ分になるかを調べる活動を先行することによって，量としての角の概念が構成されると考えるものである。そして，第3の段階は，「直角」や普遍的な単位である「度」による測定として提示される「計量された角」として現れる。その際，利用されるシェマが，既に形成されている測定のシェマであり，それは，長さやかさの測定から生まれたものであるが，角の測定においても「異なってはいるが，よく似た行動として包括する基礎的戦略」として位置づけられるのである。

以上，角の概念形成におけるシェマの機能より，測定のシェマをどのように配列し位置づけていくかが，本研究を進めるに当たっての基本的な考え方である。(本稿Ⅲ2の基本的な考え方，及び，Ⅳの全体構想，後述参照)

また，学び手の思考的機能[(3)]としてシェマをとらえるとき，以下の3つの事柄は確認しておきたい点と言えよう。

①シェマは，既有の経験に基づいて成立すること

②シェマは，問題を意識させ，次の行動を準備すること

③シェマは，たえず修正される余地をもっていること

2．基本的な考え方

(1)　角のとらえ方[(4)(5)]

角には，4つの見方がある。1つは，静的な角である。日光の入射角，2つの星の間の角，図形の角などのよう

に静止した感覚でとらえられるものがある。２つ目は，動的な角である。回転木馬，歯車のようにぐるぐると回り出す角がある。回転するような現象に目を向けるとき，角は１つの変量ととらえることができる。また，123回転したときの角の大きさは，１回転を360度という中途半端な単位に設定したために，360度×123という計算をして求めなくてはいけない。１回転を１とすると，123回転は123で非常に分かりやすくなる。回転する角を考えると，「度」に代わる新しい単位の必要性を感じることができる。数学では，弧度法（単位：ラジアン）を使う。３つ目は，形としての角である。これは，１つの点から出ている２直線が作る形と，１つの直線の端の点を中心として回転したとき，その後に残る形のことである。４つ目は，量としての角である。これは，その開き具合いと回転の量のことである。

これまでに述べてきた「形としての角」と「量としての角」は，言い換えれば，前者を「静的な角」後者を「動的な角」としてとらえることができ，また，対応するものと考える。

(2)　量としての角の概念に関する考え方[6]

平林氏は，測定と量概念の形成に関するJ．デューイの指摘，及びJ．ピアジェの詳細な考察をもとに，「測定概念は量概念の形成に先行する」という心的事実を指摘している。つまり，このことは，量概念ができてからそれを測定するのではなく，測定することによって量概念が形成される，ということである。

また，「測定の最も素朴な形態は比較である。一方をもとにして他方を測るのが比較である。多くの数学的概念が，この素朴な測定である比較という活動の結果として形成されることは，わたしは授業の中でしばしば実感もし，また見聞もしている。」と述べている。このように，大小を比較するには，まずそのものを測定することが前提となるのである。

そのためには，「長さ」の測定から得られた「測定のシェマ」を利用することによって，量としての角の概念が形成されると主張している。すなわち，与えられた角が，任意に設定した単位の角のいくつ分になるかを調べる活動を行うことである。測定のシェマとは，第１に「単位」あるいは「ものさし」の設定である。第２は，単位の反復適用である。第３は，端の処理に必要な単位の細分である。そして，この第２の活動が測定活動そのものに当たると考えるのである。

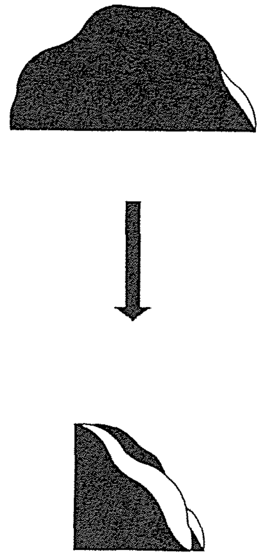
Ⅳ．全体構想

１．学年間の指導の系統

問題の所在において述べたように，角の扱いは，学習指導要領では，２年・３年は，「図形」領域に，４年では，「量と測定」領域に位置づけられている。ここでは，この学習指導要領での位置づけや，教科書の指導計画を尊重しつつ，量指導の４段階をふまえ，量としての角の概念の育成を目指すように，２年・３年・４年の系統的な指導計画を考える。

(1)　２年　単元名「三角形と四角形」

この単元では，形としての角が「かどの形」という用語で表現されて導入される。大きさは問題にしない。長方形・正方形・直角三角形を特徴づける要素として，不定形の紙で作った「直角」（図－１－１）が指導される。そして，三角定規の１つの角が直角になっていることを指導し，直角かどうか確かめるには，三角定規を使うと便利であることを指導する。



図－１－１

第１次　三角形と四角形（略）

<u>第２次第１時　直角</u>

・図－１を「直角発見器」と名付ける。

・「直角発見器」を使って，身の回りのものよりかどの形が①直角より大きいもの②直角と等しいもの③直角より小さいものを直接比較によって見つける。このとき頂点

と一方の辺を重ね合わせたとき，もう一方の辺が隠れるのか隠れないのかを判断基準とする。

・三角定規の角についても同様の扱いをする。

第2次第2時第3時　長方形と正方形

・いろいろな四角形を直角がいくつあるかによって，仲間分けをする。このとき「直角発見器」あるいは，三角定規を直接当てて判断させることが重要である。

①直角が1つもない四角形

②直角が1つある四角形

③直角が2つある四角形

④直角が4つある四角形

④を長方形と名付ける。

・④の四角形を辺の長さに目を付けて仲間分けをする。辺の長さがみんな同じ四角形を正方形と名付ける。

第2次第4時　直角三角形

・いろいろな三角形を直角があるかないかによって仲間分けする。このとき「直角発見器」あるいは，三角定規を直接当てて判断させることが重要である。

①直角が1つもない三角形

②直角が1つある三角形

②を直角三角形と名付ける。

・長方形，正方形から直角三角形を作る。

・作った直角三角形のかどの形をちぎったり，折ったり，重ねたりして調べる。

第3次　方眼紙を使って（略）

第4次　色紙を使って（略）

2年の段階では，直角を1つの単位として扱い，直接比較による「かどの形」の大小比較を中心に扱うものである。「直角発見器」を用いての大小比較という活動を多く取り入れることによって，道具の有用性を実感させることができると考える。また，「直角発見器」と名付けることのよさを忘れてはならない。名前を付けることによって，記憶・再生がしやすくなるからである。

(2)　3年　単元名「三角形」

この単元は，同じ長さの辺がいくつあるかに目を付けて三角形を仲間分けすることによって，二等辺三角形，正三角形を理解させ，それぞれの角の大きさに関する性質を知らせていくものである。その過程で，形としての角と量としての角の両方が取り扱われるのである。

二等辺三角形の角，正三角形の角については，それぞれ「2つの角の大きさが同じ」「3つの角の大きさがみんな同じ」ことを指導しなければならない。正三角形については，次の3点を指導して初めて「正三角形における角の性質」の理解が得られるものと考える。

①3つの角の大きさが等しいこと

②その角の大きさは，60度であること

③三角形では，2つの角の大きさを60度にすると，残りの角の大きさが，60度になること

3年で任意単位による数値化を行うことによって，量としての角の概念を深めると同時に，正三角形の角の性質についても理解を深めることが可能になる。即ち，①だけでなく，②，③の指導が可能となる。

第1次　二等辺三角形と正三角形の定義と作図（略）

第2次第1時　角の概念（2時間）

・三角定規のかどの形をいろいろ組み合わせて，トンガリ帽子を作る。（表－1参照）

表－1　三角定規の組み合せ

和	30°	60°	90°
45°	75°	105°	135°
90°	120°	150°	180°

差	30°	60°	90°
45°	15°	15°	45°
90°	60°	30°	0°

・かどの形が広がっている様子を観察する。

・角の定義を知る。

1つの頂点から出ている2つの辺が作る形を角という。

かどの形の広がり具合いを角の大きさという。

・それぞれの角の大きさの関係を調べる。

90度を単位とすると，……

45度を単位とすると，……

一番小さい15度を単位とすると，……

・一番小さい15度を1トンガリとすると，他の角が何トンガリになるかを調べる。単位「トンガリ」を設定する。

・30度と45度をあわせた75度は，どんな計算で求めたらよいか考える。

第2次第2時　角の大きさを測る道具作り（2時間）

・角の大きさを比べる方法を考える。

・角の大きさを測る道具を作る。

1トンガリずつ区切っていく。歪みができる。

三角定規を利用すると，歪みが少ない。

白紙の紙に０トンガリから12トンガリまでをかく。

それを厚めのOHPシートに写す。

・道具を使って，いろいろなトンガリの角をかく。

第３次　二等辺三角形と正三角形の角（略）

第４次　二等辺三角形と正三角形の相互関係（略）

３年での指導は,「形としての角」「量としての角」の混在している中で，任意単位による数値化（学級の単位とした場合は共通単位と呼ぶ方がよい）を取り入れることによって，長さ・かさなどと同様に単位を決めれば，角の大きさは数で表せるということを重視した。考え方だけでなく，量指導の基本は測定することであるから，「角の大きさを測る道具」を作り，第３次の二等辺三角形及び正三角形の授業で，角の大きさを測ったり，かいたりするのである。折ったり，重ねたりする角の大きさの相等だけでなく，数によっても相等を確かめることができるのである。

(3)　４年　単元名「角」

この単元は，回転角の定義，及び角の単位「度」による角の大きさの測定と角のかき方が主な内容である。問題の所在で述べたように，角の大きさを１回転までにとどめず，一般角まで指導することを考える。

この場面は，次に述べるような多くの数学的内容と子どもたちの豊かな数学的活動を含んだ場面であるので詳しく述べる。

この時間は，前時の三角定規の角の加法の復習から入り，加えたとき初めて360度を越える角のたし算(270度＋150度）を提示する。この場面は，360度までの角の加法ができるという具体から，360度を越える角の加法に移る。即ち，より広い具体に移る場面である。このとき，270＋150＝420という数の加法にしたがって，270度＋150度＝420度を安易に受け入れる児童がいるだろう。しかし，次に述べるように，多くの疑問が起こり，根本（定義）に立ちかえり，問題を整理して追究しないと解決できない，数学的内容を含んだ場面である。

270度の角と150度の角を張り合わすという具体的操作をしたとき，全円周を埋め尽くし，60度の重なりができる。切り貼りすると，全円周を埋め尽くし，60度の余りが出る。これらのことから安易に270度＋150度＝420度としてよいのかという疑問をもたせたい。また，残った形だけに目を付けるならば，60度と60度＋360度×１は変わらない。変わらないならば，同じ表現をしていいのではないかという考え方を引き出したい。逆に，60度と60度＋360度×１では，全円周を埋め尽くしていないのといるとの違いがある。違いがあるならば，別の表現をすべきだという考え方も引き出したい。根本(角の定義)にかえって考えるとどうなるのかという問題，普通の意味（数の加法）で角の加法を考えると，角をどのようなものとみなければならないのかという問題が出てくる。

第１次　角の単位「度」の導入（略）

第２次　角の測り方とかき方（略）

第３次第１時　三角定規の角（略）

<u>第３次第２時　回転の角と加法性の完備（１時間）</u>

・前時の復習をする。30度＋90度＝？　60度＋90度＝？
　120度＋150度＝？

・270度に150度をたしたらいくらになるか考える。
　実際に貼ったり，切ったりして考える。

・角の見方を考える。

<u>２つの辺が作る形という見方をしたとき</u>

何回回転しても形が同じである。即ち，２つの辺の開き具合いが同じである。このような見方をすると，270度＋150度＝60度となる。

<u>２つの辺の開き具合いという見方をしたとき</u>

やはり，270度＋150度＝420度とする必要はない。量の加法性を満たすためには，１回転以上回ったときも角とみなければならないのである。

従って，これらの２つの見方から一歩進めた「回転の大きさ」としての角の見方への意味に拡張して考えるようにする必要があると考えるのである。

第４次　時計が作る角（略）

第５次　対頂角は等しい（略）

２．学習指導のあり方

系統的演繹的に厳密に述べられた数学を学ぶのではなく，自ら数学を創り出す，数学が創られる過程を経験し，子どもが自ら活動することによって，数学的知識・原理・概念などを再発見・再構成するような学習でありたい。

なぜなら,「人間は生まれつき進んで情報的交渉を求める旺盛な知的好奇心をもち，それこそが人間らしく生きる原動力である」[7]と考えるからである。

この立場に立つと，次のような学習に必要な条件が考えられる[8]。

①子どもに自由な思考を

②豊富で構造化された環境を

③子どもの働きかけに適切な応答を

④相互交渉を通して知的発達を

これら4つの視点で算数の学習を構成すると，次のようになると考える。

①は，いかに考える時間を保障し，考える道具・方法の自由を与えるかという問題である。

よく紙と鉛筆があれば数学ができるといわれるが，子どもはそうはいかない。学年が下がれば下がるほど具体物が必要であり，それを操作することによって何かを発見するものである。学年・問題場面に応じた考えるための道具を準備し，操作をさせないと，子どもの思考は進まない。多様な考え方・見方をさせたければ，いろいろな考える道具を準備しなければならない。子ども自らが知識・原理・概念などを構成していくためには，上記のような準備と配慮が必要なのである。

②は，考える場（問題・課題）をいかに設定するかという問題である。

その場は，子ども自身の身近かにあり，子ども自身が手を下しうる場でなければならない。そして，子ども自らが手を下すことによって，新しい関係が意識されるだけでなく，その関係によって，さらに新しい関係が意識されるような場であることが必要である。

また，このような場は，子どもの思考に合い，生活の中にあり，数学が使える場でなければならない。さらに，なるべく多くの子どもたちが関心をもてる場でもなければならない。

③は，できた（わかった）子，できない（わからない）子に対する手だての問題である。

これは，深く追究させるために必要である。できた（わかった）子に対しては，自分の考え方の説明，他の考え方による追究，次の問題の発見などを促すことによって，深い追究が可能になるとともに，自分で問題を発見し，自力で問題解決しようとする態度が育成される。できない（わからない）子に対しては，できたという成功感を味わわせることが次の意欲につながるのであるから，教師が一緒に操作したり，考え方のヒントを与えたりして，解決に導かなくてはならない。

このような手だてだけでなく，普段から子どもの思考を観察し，次の活動に必要なものを準備しておくことも，教師としての大切な働きである。

④は，子どもどうし，子どもと教師との話し合いによって，深い理解に導くかという問題である。

このことについては，J．ピアジェもまた，子どもの論理の発達にとって，子どもどうしの相互作用が不可欠であると指摘しており[9]，授業における相互作用が理解及び概念形成においては，重要な役割を果たすものと考える。

例えば，自分と対立する考え方の存在を知ること，問題解決に多様なアプローチがあることを知ること，友だちに理解してもらうためには図を用いて説明した方がよいことを知ることなどは，話し合いによって育てられるものである。数学的知識・原理・概念などを再発見・再構成するような学習であるためには，この話し合いによる意見交換の場が必要であり，子ども自らが「判定する人」にならなければならない。教師が常に判定し，教えていたのでは，数学を創る，再構成するという経験は得られないものと考えるのである。

3．教具・学習具の開発

算数の学習においては，最低，次の2点を考えることが必要である。

①算数・数学を創り上げていく場

②考えるための道具

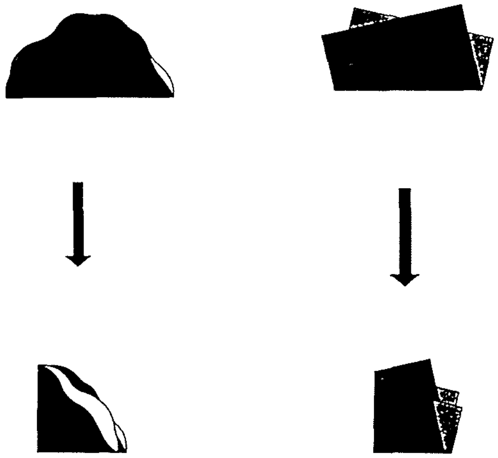
特に，②は学習具と深くかかわる。このことは，算数・数学も問題場面と同様，教具・学習具もまた算数の学習活動をより豊かに創り出すものであり，また，数学的な見方・考え方を誘発するものである。つまり，よりよい学習具は，子どもの学習を能動的にし，より深い追究活動を生むのである。

そして，これらの教具・学習具作りに子どもが積極的に参加することも大事である。なぜなら，仮に，学習具によって，問題の解決をはかり，結論を出して授業が終わったのであれば，子どもたちが深く考えたのではなく，学習具が解決したことになりかねないのである。言い換えれば，教具・学習具の開発に子どもが積極的に参加する意味はここにあると考えるのである。また，子ども自身が作ることによって，道具そのものの仕組みを理解することができるというよさがある。

量としての角の概念を育成するために，次のような学習具を考案し，学習活動に積極的に活用した。そのねらいとそれを活用しての学習活動を簡単に紹介する。

(1)　2年

学習具とは，言えないかもしれないが，一番大きな成果は，図－1－2を「直角発見器」と名付けたことである。



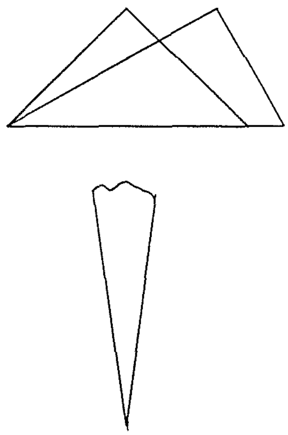
直角発見器

図—1—2

(2)　3年

◎OHPシートで作った1トンガリ（15度）

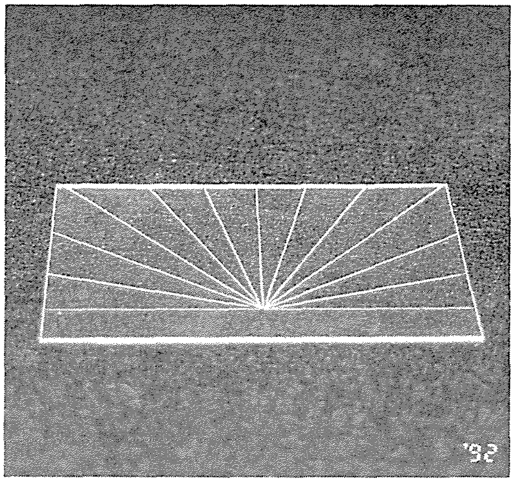
これは，「測定のシェマ」の第2の単位の反復適用を行って角の大きさを測るのに使用する。



1トンガリ

図—2

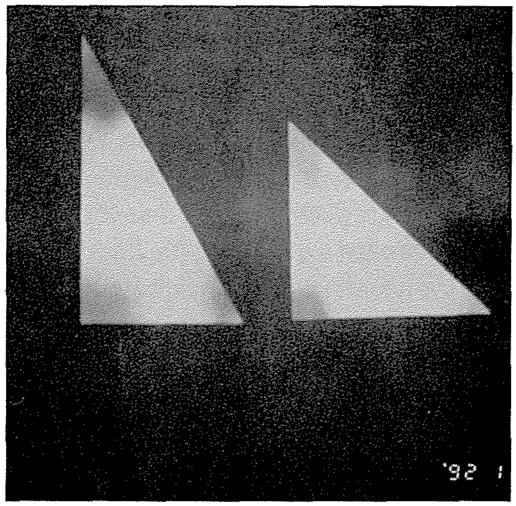
◎角の大きさを測る道具



図—3

少しでも誤差を少なくするための工夫をさせ，図—3を白紙の紙に書き，OHPシートに写すという活動をした。多くの児童が，自己評価カードに「作るという大変さがよくわかった。」と記しているのを見て，派手ではないが意義深い活動の1つであると考える。

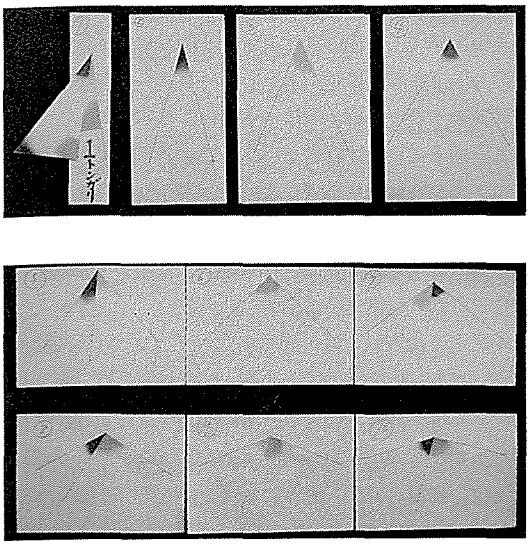
◎画用紙で作った三角定規



図—4

これは，三角定規の角を組み合わせていろいろなトンガリ帽子を作る場面で使うものである。そのとき行うちぎって貼るという活動によって，角の大きさは，辺の長さに関係しないということと角の加法性を意識させることができる。

◎角の広がりを観察させるための掲示物



図ー5

直角に近付いて，直角になり，直角より大きくなっているということを観察させるものである。この観察によって，角の広がりを視覚的に捉えることができる。また，1トンガリ(図ー2)を当てて測っていくことによって，数値化するとともに，1トンガリずつ大きくなっていくことを捉えさせるものである。

V．実践報告

1．2年「三角形と四角形」

(1) 指導内容についての考え方

直角を1つの単位として，「かどの形」を直角を使って大小比較する活動を取り入れる。まず，身の回りの物を「かどの形」が直角であるもの，直角より大きいもの，小さいものに分けさせる。次に，長方形・正方形の概念形成において，いろいろな四角形の中から直角が1つ，直角が2つ，直角が3つ（4つ）ある四角形を見つけさせる。このとき，直接直角を当てて判断させることが重要であり，頂点と1つの辺を重ねたとき，もう1つの辺が，対象物の辺を隠すのか隠さないのかによって，判断させる。このような活動が直接比較による大小比較になるのである。

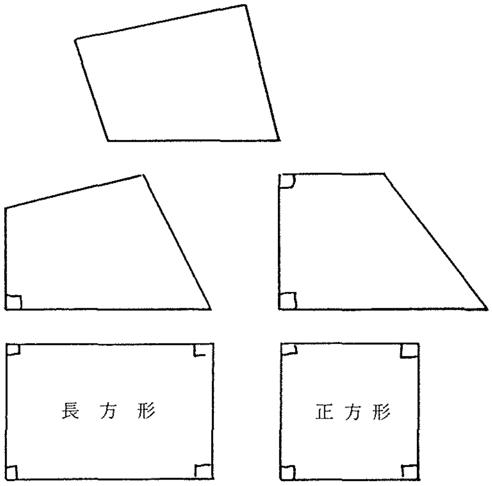
辺の性質については，ぴったり重なったら辺の長さが等しいことを発見させる。ここで「折り返しの原理」を指導するのである。さらに，直角三角形の概念形成においても，三角形を「かどの形」が直角であるものとそうでないものとに分類する。このときも，実際に直角を当てて判断させることが大切である。次に，正方形を対角線で切ってできる直角二等辺三角形を調べる。折ったり，切ったりすることによって，底角が2つ合わさったものが直角になることを発見させたいのである。

このような活動が量としての角の概念の育成につながるばかりでなく，角の合成・分解などの意識が育成されるとともに，直角発見器が大変役に立つということを意識させることになる。

(2) 実践について

①長方形・正方形の概念形成の授業

いろいろな四角形を直角がいくつあるかによって，四角形を分類していくと，直角が0個，直角が1個，直角が2個，直角が4個の四角形に仲間分けされる。



図ー6

このとき，直角が3個の四角形がないことに疑問をもった児童が「ぼく直角が3つのできる。」と言って，黒板にかき始めた。2度かいたが，できず，席に着いた。みんなで直角を1つ，2つ，3つとかいていくと，どうしてか4つ目も直角になったのである。

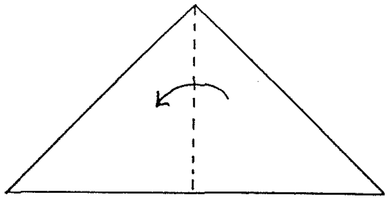
量としての角の概念の育成とは，関係ないが，長方形と正方形の相互関係も意識させることができる。

②直角三角形の概念形成の授業

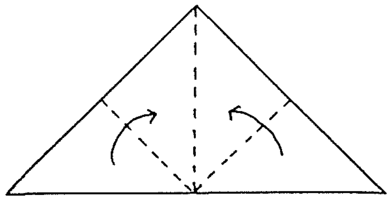
児童は，ものさしと折ることによって，辺の長さが等しいことを発見した。「かどの形」については，直角でないことを見つけた。何人かの児童は，図ー7のように折って，ぴったり重なるから辺の長さも「かどの形」も等し

いと言った。

さらに，A君は，図―8のように折ると正方形になるし，底角を2つ合わせたものが直角になるという主旨のことを発表した。そこで直角発見器を半分におり，測りなおしてみると，ぴったり重なったのである。



図―7



図―8

2．3年「三角形」

(1)　指導内容についての考え方

「測定することによって量概念が形成される」という考え方を具現化するために，「ものさし(角の大きさを測る道具)」(図―3）を作り，三角形の角の大きさを測ることを考えた。共通単位として，三角定規を組み合わせてできる最小の角15度を選んだ。なぜなら，165度以外の15度の倍数の角は，三角定規を用いて作ることができるからである（表―1参照)。また，この「ものさし」による測定活動が，4年での「度」という単位による計量活動を深めるものと考えたからでもある。

測定活動の第1は，15度，30度……を任意単位として，他の角との関係を考えさせるものである。ここでは，何は何の何倍，何は何の半分，何は何の何倍とちょっとなどと表現することになる。この活動の後で，15度を共通単位にして，「1トンガリ」と名前をつけ，数値化することを試みた。第2の測定活動は，他の角が何トンガリになっているかを調べる活動である。

角の大きさを数値化することによって，角の大きさを伝えたり，記録したりするのに便利なばかりでなく，角の大小の直接比較を数で比較することを可能にする。また，角を演算の対象として考えることができる。例えば，角の加法性については，75度であれば，三角定規の30度と45度を合わせた大きさという理解を，2トンガリ＋3トンガリ＝5トンガリというように，数の加法に置き換えて理解させることができる。このように数値化することによって，角の加法性・相等性を明確にすることもできるのである。

さらに，この道具を作ることによって，コンパスとものさしを使っての作図だけでなく，角の大きさを使った作図という活動を付け加えることができる。図形の構成要素である頂点，辺，角による総合的な学習が，角の大きさを測る道具を作ることによって，3年で可能になる。このような総合的な学習によって，図形の認識をより深めることができると考える。

(2)　実践について

①角の概念と数値化の授業

1組の三角定規を組み合わせて，子どもたちは，30度＋45度，45度＋60度，30度＋90度，60度＋90度は，発見したが，45度－30度（60度－45度）を見つけることができなかった。

30度，45度，60度，75度，90度，105度，120度，135度，150度を提示して（図―5参照)，気付くことを聞いたら，次のような反応があった。

C：どんどん広くなっていく。

C：番号が増えるにつれて，広まっていく。

C：2と3と4と5は，直角に近付いていく。6が直角になって，7からどんどん大きくなって，直角より大きくなっていく。

これらの反応を基に,「かどの形の広がり具合いを角の大きさといいます。」と量としての角を定義した。

その後，広がり具合いは，数の仲間か，量の仲間か聞いた。数というつぶやきもあったが，広がりを大きさととらえた意見が多くあった。

C：量だと思います。広がっていくたんびに大きくなっていくから量だと思います。

C：僕も量だと思います。この広がっていくのに，大きくなっていくようすが現れるので，量だと思います。

この後, OHPシートで作った1トンガリと三角定規を組み合わせてできる角をかいたプリントを配布して，1トンガリの何倍になっているか追究させ，わかったことを発表させた。

C：今さっき，どんどん広がっていって，6番で直角になっているといったのと同じように，1番が2番になると2倍，3番になると3倍というふうに，倍ずつ上がっている。

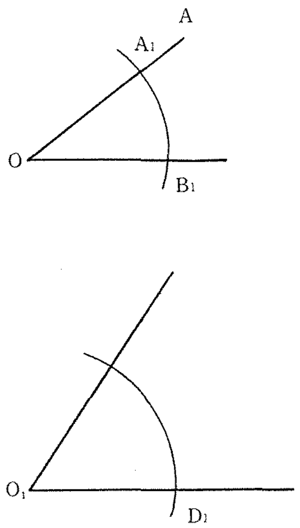
1トンガリという単位を反復適用して，何トンガリになるかを調べ，倍関係を理解していた。

②「角の大きさを測る道具作り」の授業

長さにはものさし，重さにははかり，かさにはデシリットル升とリットル升があるように，角の大きさを測る道具を作ろうということで授業に入った。

児童に角の大きさを比べるにはどうしたらよいかと尋ねたところ，次のような反応があった。

円をかいて，その中に角をかき，二等辺三角形のように，最後に線を引き，そこの長さを測ればよいというものであった。この考えを逆向きに使うと，下図のように$\angle AOB$，$\angle CO_1D$があったとき，同じ半径で区切り，$A_1B_1 < C_1D_1$ならば$\angle AOB < \angle CO_1D$という判断ができる（図－9）。



図－9

これは，正しい考え方である。しかし，何トンガリかわからない。そこで，1トンガリずつ区切っていくという発想が生まれる。さらに，任意の角を与えたとき，1トンガリずつ区切っていったのでは手間がかかる。1トンガリ，2トンガリ……をまとめたものを作ればよいという考えが出る。三角定規を使えば，2トンガリ，3トンガリ，4トンガリ，6トンガリはかける。1トンガリ，5トンガリは，足し算・引き算で作ればよい。この方が歪みが少ない。

このように考え，図－3を白紙の紙にかき，OHPシートに写し，角の大きさを測る道具を作ったのである。

3．4年「角」

(1) 指導内容についての考え方

3年で，上述のような考え方により，「トンガリ」という共通単位を設定し，角の大きさを数値化するとともに，「角の大きさを測る道具」を作り，簡単に角の測定とかき方を指導した。従って，「度」という単位を指導するときに重要なことは，「端の処理に必要な単位の細分化」という数学的な考え方を指導することである。

①「三角定規の角」の指導について

3年では，三角定規を組み合わせることによって，角の広がりを見せ，量としての角を考えさせた（図－5参照）。また，三角定規を組み合わせてできる最小の角15度を共通単位として数値化することと角の加法性をねらいとした。

4年では，角の加法性とともに，実際に三角定規を使えば，何度の角が作りだせるか調べることに重点を置く。3年では，劣角（平角より小さい角）を扱ったが，4年では，優角（平角より大きい角）を考えることにする。

そうすると，三角定規を組み合わせると，23通りの角ができるのである。わずか30度，45度，60度，90度という4種類の角で，23通りできるのは驚きである。

②回転角を導入する意味について

回転の角を導入する意味は，例えば，200度＋300度に対する値を存在させるために必要なのである。角の最大値が360度であれば，その値は存在しない。存在させるためには，見かけの形は同じでも，θ＋360度×n（$0 \leqq \theta <$ 360度，n：回転数）という一般角を考えないと，その値は存在しないのである。200度＋300度＝140度＋360度×1である。回転の角は，角を数学的な量として認めるために考え出されたものだと捉えることができる。

(2) 実践について

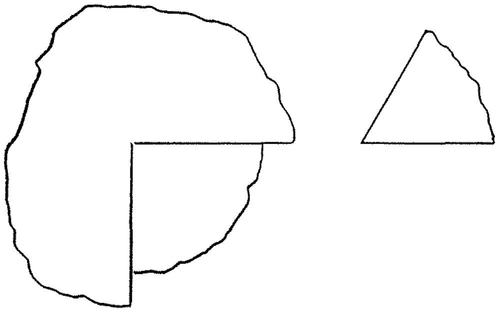
①回転角の授業

前時に三角定規の組み合せによって，360度までの角の加法を学習しているので，その復習から入った。即ち，30度＋90度，60度＋90度，120度＋150度という計算をさせたのである。次に，270度に150度の角を合わせたらどれぐらいの大きさの角になるか手書きをさせた。270度の手書きの時はできたが，420度では，半数近くの児童は鉛筆が動かず困っているようであった。2人黒板に書かせ，説明を求めた。

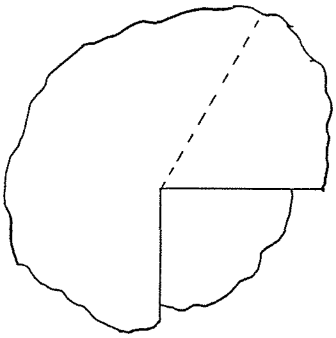
C_1：1回りが360度なんだから，1つ丸をかいて，420度なんだから，360度に60度をたして，（ここでつまる）（図―10）

C_2：もし，透明だとした場合，1回転は360度なんだから……先生違った。（図―11）

この後，270度と150度の紙を配り，自力解決の段階に入った。どうしてよいかわからない児童，余りの60度をどのように表現してよいか困っている児童，重なりを切る児童などが見られた。



図―10



図―11

何度になるか考え方を聞くと，次のような反応があった。

C：270＋150＝420で，420度です。

C：270度＋150度なんだけど，360度より大きくなるので，150度の方を90度と60度に分けて，鉛筆で線を引いたら，全体は360度と60度になります。

T：どうして360度と60度という表現をしたの。

C：角は，360度までしか習っていないから，420度はありえない。

C：どんな大きな円も360度までしかないから，たせない分を余りとして出した。

T：角の計算も数の計算と同じようにできるといいのではないですか。そのときは角をどのように考えなければいけないのですか。

C：270度に150度をたすということは，１回転に60度を継ぎたせばいい。

C：たすというのは，継ぎたしてしまうということだから，円の上に60度を２重にしたら420度になります。

C：余った60度と同じように，どんどん作っていけばよい。

このような話し合いをした後，360度を越えた場合の角は，重なった部分を「度」で表せば，大きな場合についても計算ができるということを話して授業を終えた。

Ⅵ．考察と今後の課題

１．本研究の考察

本研究は３年間に渡る実践を踏まえ，第２学年から第４学年までの角概念の指導の系統化，それぞれの学年における教具・学習具の開発と工夫，及び特筆すべき児童の数学的活動の視点に焦点を当て，研究を進めてきた。本章では，これらの視点から考察を行うとともに，実際に行った児童に対する評価も含めて論述するものである。

(1)　量指導の４段階

この実践的研究の中で，学習指導要領及び教科書の指導より一歩踏み込んだものとしては，３年での「トンガリ」という単位による数値化及び「角の大きさを測る道具作り」と，４年での回転角の解釈である。

今までの指導では，第３学年において量として角を捉えるための積極的な指導は難しかった。例えば，２つの角の大小比較は，１つの直線をそろえることによる直接比較で学習が進められてきたのである。しかし，本研究で主張している任意単位による比較は，児童に普遍単位による比較の必要性を生み出し，また，任意単位（トンガリ）を作り出す活動によって，図形の構成要素としての角の，形としての捉え方から，量としての捉え方へ発展させる活動として位置づけることができたと考えるものである。つまり，３年で「任意単位による数値化の段階」の指導を行ったことによって，量指導の４段階を踏まえることができたと考える。

その際，任意単位である「トンガリ」の作り方については，一組の三角定規のそれぞれの角の大きさを基に，最小単位としての15度（１トンガリ）を作り出す展開を試みた。Ⅴ実践報告において述べた通り，児童にとって最小単位を作り出す見方（45度－30度＝15度）は，児童自身で展開していくことは難しく，ここに教師と児童による学習の構成が必要であった。しかし，角に対するこの数学的な見方は，本学年で重要な児童の数学的な活動を生み出し，「個人の単位」→「班の単位」→「学級の単位」といった共通単位の通用する社会的な広がりを，学習の中でみせることができたのである。

また，第３学年に位置づけた共通単位による測定活動は，第４学年における「度」という普遍単位の導入に際しても，一連の活動として学習の構成に役立ち，児童に量としての角概念を形成するスムーズな数学的活動を導いたと考える。

(2)　教具・学習具について

この実践的研究の元々のアイデアは，三角定規の角に

よる角の加法性を指導することであった。角の加法性を取り上げる展開を考えたとき，それは，第4学年の指導が問題であるばかりか，前学年までの指導についても考えなければならない問題であることが浮かび上がってきた。つまり，2年の「直角」と4年の「度」の間を埋めるためには，3年でどのような活動をしなければならないのかを考えたとき，三角定規の組み合せによって，角の広がり具合いを見せ，数値化する必要があると考えたのである。測るという活動があって，初めて数値化が生き，量概念が形成されるものである。当然，それならば，測る道具も必要となってくるのである。

このような考えの基で，芋づる式に教具・学習具が開発されていったのである。作ったものはどれも身近にあるものばかりであるが，使い方によって学習効果は大きく異なる。

例えば，「画用紙で作った三角定規」(図―4）である。色をつけたことによって，視覚的にどこの角とどこの角を組み合わせたのかがすぐわかるという効果がある。また，ちぎって頂点と辺を合わせて貼るという操作活動をすることによって，角の大きさは辺の長さに関係しないこと，新しい角ができていることを活動を通して学ばせることができるのである。身近にある三角定規を画用紙で作りちぎらすことによって，三角定規をより身近なものにすることができるのである。

身近なという点で考えるならば,「角の大きさを測る道具作り」もその1つである。なぜなら，この道具作りは児童が自分の手で作ったという意味で身近であるばかりか，この道具作りに児童自身が参加した意義は見逃せない点である（詳しくは，IV全体構想3.教具･学習具の開発を参照されたい)。

普遍単位と計器はセットで考えている。それは，長さでいえば,「cm，mm」とものさし，かさでいえば,「dℓ，ℓ」とデシリットル升・リットル升である。子どもたちは，算数の道具を自分自身の手で作るという経験は初めてであった。1本の線にも正確さが求められる。少しでも歪みを少なくする工夫が求められる。角におけるここでの工夫は，三角定規の角の大きさそのものを使うことと，足し算・引き算によって，5トンガリ・1トンガリを作ることである。このような苦労や工夫を自分自身が経験することによって，計器の仕組みがわかり，初めて自由に使えるようになるのである。これが本当の意味で身近といえるのであろう。

授業後の自己評価カードに，多くの児童は次のように記している。

「作るという大変さがよくわかった。」

「角の大きさを調べるには，今日作った道具を使って，やればいいということがわかりました。頂点の所に角を当てるだけで何トンガリかわかるから便利だと思いました。」

「今日の課題は，角の大きさを測るにはどうしたらよいかということでした。でも，よく考えてみれば，1トンガリを基本にすれば，本当によくわかります。」

普遍単位・計器を与える前に，このように根本に立ち戻った作業をすることによって,「測定のシェマ」を意識させることができ，道具の仕組み・便利さも感得できるのである。

(3) 教具・学習具の活用

教具・学習具の素材の多くは紙である。紙のよさは，ちぎる・切る・貼るという操作活動が手軽に行えることにある。

2年の実践で，直角二等辺三角形の底角を2つ合わせると直角になるという子ども自身の発見や正方形になるという発見（図―8）は，市販の三角定規を使ってわかるものではない。紙で作った直角二等辺三角形で考えるから発見できるものであり，しかも，操作活動そのものが発見の正しさを裏付ける根拠にもなっているのである。

これと同様のことは，角の広がりを見せる授業（3年)，三角定規を組み合わせてできる角を考える授業，及び回転角の授業（4年）でも言えることである。

回転角の授業では，270度と150度を切り貼りした。60度の余りと60度の重なりができる。これを見て初めて，この60度をどう表現するのかという課題が子ども自身のものになるのである。

次に，角の広がりを観察させるための掲示物(図―5）について考えてみたい。

まず，1つ1つの角は，静的な角である。しかし，1から順に提示することによって，静的な角が動的な角に変わる。子どもたちの「広がっていくたびに大きくなっていく」「この広がっていくに連れて，(角が)大きくなっていくようすが現れる」という発言は，広がりを角の大きさと捉えていると考えることができる。即ち，この教具は「量としての角」の概念形成に効果があると考えられる。

次に,「角の大きさを測る道具」の活用について述べる。角は，図形の構成要素の一部であるから，やはり図形の性質の理解との関連で考える必要がある。

二等辺三角形の底角の大きさが等しいことと，正三角形の角の大きさが等しいことの理解が，数値化及び角の

大きさを測る道具を作り，そして，実際に測定することによって深まる。なぜなら，これは，ぴったり重なるから等しいという理解を，何トンガリと何トンガリになるから等しい，みんな4トンガリ（60度）だから等しいというように数で表現することによって，角の大きさが明確になり，理解が深まると考えるからである。また，このことは，子どもたちにとって，数の学習においても比較する対象を数値化し，大小比較するという先行経験に基づくものである。さらには，量比較においては，数による表現が操作による表現より一層明確になり，一般的な量表現であるという子どもたちの認識に合致するものと考えるからである。

また，二等辺三角形と正三角形の相互関係の学習においても辺の条件による相互関係の理解だけでなく，角の大きさを測る道具を作ったことによって，角の条件についても相互関係を考えさせることができるのである。即ち，底角が4トンガリの二等辺三角形をかいたとき，どんな三角形ができているか考えさせることである。

このように角の大きさを数値化し，そのための角の大きさを測る道具を作ったことによって，3年で，辺・角による総合的な学習が可能になったのである。

(4)　数値化の効果

一般的に数学的な量を理解させるためには，相等性・加法性・連続性を指導することが必要である。これらのことは，角を重ねたり，切り貼りしたりすることによっても指導は可能であるが，さらに，単位を決めて数値化することによって，今まで学習してきた数の計算との関連ができ，それらを明確にすることができる。

資料の問2①の理由として，「角の広がり方が広くなって，大きくなるから。」という理由だけでなく，「㋑は5トンガリぐらい，㋐は2トンガリぐらいだから，たして7トンガリぐらいになるから。」と，数の加法を使って答えている児童もいる。このことは，角の大きさは，単位を決めると，数で表せることの理解の現れと捉えることができる（表一2参照）。また，三角定規の角を組み合わせていろいろな角を作り，量としての角を定義し，数値化したことは，角の加法性の理解に効果があると考えられる（表一3参照）。

資　　料

＊調 査 日　平成3年12月18日
＊調査対象　鳥取大学教育学部附属小学校3年生
＊1組が研究実践したクラスである。

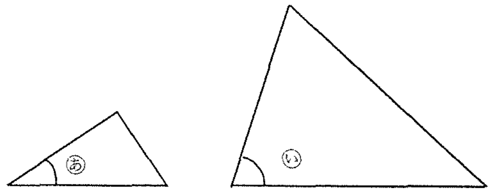
問1　角の多さきは，長さ・重さ・かさと同じように，測ろうとするものより小さいものをもとにして測れば，そのいくつ分と言うことで，数で大きさを表すことができる。

ア　できる　　イ　できない　　ウ　わからない

表一2

問1	ア	イ	ウ	無答
1組（37人）%	73.0	21.6	5.4	0
2組（35人）%	25.7	51.4	14.3	8.6

問2　2つの三角形の角を合わせたり，ひいたりして新しい角をつくることを考えました。



①　上の三角形の角あと角いを合わせて，大きな角をつくろうとしました。㋐と㋑をたして，大きな角をつくってもよいですか。

ア　よい　　イ　わるい　　ウ　わからない

②　上の三角形の角㋑から角㋐をひいて，小さな角をつくろうとしました。㋑から㋐をひいて，小さな角をつくってもよいですか。

ア　よい　　イ　わるい　　ウ　わからない

表一3

問2①	ア	イ	ウ	無答
1組（37人）%	78.4	13.5	8.1	0
2組（35人）%	34.3	51.4	14.3	0
問2②	ア	イ	ウ	無答
1組（37人）%	78.4	10.8	10.8	0
2組（35人）%	40	42.9	17.1	0

(5) そ の 他

文献研究の最大の成果は,「測定概念は量概念に先行する」という心的事実と，量概念の形成における「測定のシェマ」の重要性に着目し，それに基づく角の概念形成のプログラムを確立したことである。

また,「シェマ」を，抽象化された個々の算数的事実を意味するものでなく，学び手の判断や行動に直接結び付く働きをもつものとして捉えたことである。(本稿IIIを参照)

文献研究及び大学と附属との協議による成果は,「角」だけを捉えて実践するのではなく，量全体の育成，即ち，量指導の4段階・「測定のシェマ」の配列を考え，その例として角を取り上げ，研究実践できたことである。協議の中で出てきたことは,「任意単位による数値化の段階」の重視と「シェマ」の育成であった。授業記録・ビデオテープによって，シェマの育成の分析を試みているが，本稿では取り上げない。

2．今後の課題

本研究の目的は，1において述べたようにおおむね達成されたものと考える。しかし，本研究を一層発展させていくことを考えるとき，以下に挙げるいくつかの点について検討していくことが，今後の課題になるものと思われる。

その第1は，2つの学級にとどまらない多くの児童に対する実践的試行と資料の収集である。測定の4段階を踏まえた指導の系統化が作成されたことにより，今後，他校の児童に対しても試行し，資料の収集をする必要があると考えている。なぜなら，角概念の指導において，通常欠落している任意単位による数値化の活動は，本論文で述べたように，量としての角の概念形成にとって不可欠な活動として位置づけられるからである。また，この活動は，第3学年における静的な角の見方と動的な角の見方との指導の混在を区別する上でも役立つものである。

その第2は，角の大きさを測る道具作りの奨励と，教具・学習具の活動場面の拡大についてである。既存の一組の三角定規をもとに，最小単位としての15度（1トンガリ）を導き出す数学的活動は，まさに分度器作りそのものであり，この活動を通して量としての角の見方へと高められ，子どもたちの豊かな数学的な見方・考え方とアイディアが生み出されるところである。従って，角の大きさを測る道具作りの活動は，本研究で取り上げた展開のみに依ることなく，さらなる新たな展開を模索し，角の大きさを測る道具作りの活動を考え追究していくことが望まれるものである。

また，子どもたちは自分たちで作った角の大きさを測る道具を用いて，身の回りのいろいろな事物について測定を試みた。このことは，本研究で開発した道具が大きさ及び素材からみても適当であり，活用が容易であることが示されたと考える。

その第3は，回転の大きさとしての角の指導に関する新たな試みである。本研究においては，積極的に360度を越える角の存在を子どもたちに問うたことである。つまり，第3学年において子どもたちは，量としての角の捉え方をしてきていることから，また，角の大きさをはかる道具作りを経験してきていることから,「180度を越える角のかき方」や「360度を越える角の存在」について，一連の疑問や問いの出現が期待できるのである。本稿では,「270度＋150度は何度と表したらよいだろうか」という問題場面を設定し，実践を試みた。このような子どもの内から起こる問いに対して，数学的場面を構成し追究していくことは，今後も考えていきたい課題である。

その第4は，研究の方法についての反省である。授業分析の方法として当初計画していた学習の様子をとらえるビデオテープによる観察法や，教師・児童の発言内容を記録するテープの録音をもとにした実践記述とその分析については，本稿では取り上げることができなかった。これについても今後の課題としたい。

最後に，本研究は量としての角の指導について，その指導の系統化と子どもの量概念の形成の一端を担う教具・学習具の開発に努めた。今後，角をはじめとして，長さ・かさ・重さなどの量を含めた指導の組織化を，測定のシェマに基づいて研究していくことが必要なものと考えている。

引用・参考文献

(1) 小高俊夫著；「数学学習の基本概念」東洋館出版社 1979年 p. 4
(2) 同上書(1)；pp. 3-5
(3) 平林一栄著；「数学教育の活動主義的展開」東洋館出版社 1987年 pp. 324-325
(4) 志賀浩二著；「数学が生まれる物語 第4週 座標とグラフ」岩波書店 1992年 pp. 138-139
(5) 日本数学教育学会出版部；「算数教育指導用語辞典」教育出版 昭和59年 pp. 98-101
(6) 同上書(3)；p. 138 pp. 325-327
(7) 波多野誼余夫，稲垣佳世子著；「知的好奇心」中央

公論社　1973年　表紙裏

(8) 同上書(7)；pp. 100-110

(9) J. Piaget ; "The Origins of Intelligence in Children" New York, W.W. Norton & Company 1963, p 193

R.W. コープランド（伊藤俊太郎訳）；『ピアジェを算数教育にどう生かすか』 明治図書　1976　p. 69

Abstract

In general, the concept of angles has been taught in the two arears of "Quantities and Measurements" and "Figures" in elementary mathematical education.

This instructional sequencing has invited two criticisms. One criticism points out that two different aspects of "Angles as a figure" and "Angles as a quantity" are deal with at the same grade and therefore confusing to the learner. Another contends that these two teaching areas are not integrated well enough with each other.

Furthermore, prior to the teaching of "Angles as a quantity," neither "indirect comparison" nor "numerical comparison" has been taught to the learner; both are considered essential for understanding the notion of angles as a quantitative concept.

This paper tries to offer an improved instructional sequencing for teaching the notion of angles, along with appropriate teaching materials to ensure correct understanding of this subject matter.

Following contents have been focused;

(1) To improve instructional sequences for teaching of angles as a quantitative concept, and to constructs for teaching methods.

(2) To develop for instructional materials and learning goods.

(3) To discuss and evaluate for a new instructional sequences and an application materials.