減価償却の時期と償却方法によらず，キャッシュ・フロー流列の現在価値の総和が，企業価値を決定

後藤 和雄

Enterprise value determined by the sum of present value calculated from cash flow sequence, is free from any time and/or any depreciation method

Kazuo GOTO

鳥取大学教育支援・国際交流推進機構教育センター紀要　サージャント教授退職記念号
第15号　抜刷

Tottori University Education Center BULLETIN Special Issue in Commemoration of Professor Sargent
Number 15

平成 31 年 3 月　発行　　　March 2019

減価償却の時期と償却方法によらず，キャッシュ・フロー流列の現在価値の総和が，企業価値を決定

後藤 和雄*

Keywords: キャッシュ・フロー流列，減価償却，定率償却，定額償却，企業価値

概 要

キャッシュ・フロー流列から計算される現在価値 (Present Value, PV) の和で決定される企業価値 (Enterprise value, EV) は，任意の時刻および (and/or) どのような償却方法にも，依存しない。すなわち，企業価値は，キャッシュ・フロー流列を現在価値を計算する各期の割引率のみで決まる，ことを示した。さらに，無限和および連続和（無限和を一般化）でも同様な定理が成り立つことを示した。

Enterprise value (EV) determined by the sum of present value (PV) calculated from cash flow sequence, is free from any time and/or any depreciation method (i.e., any declining-balance method, any straight-line method, etc.). Moreover, the same holds true for the case of infinite sum and/or continuous sum (i.e., integral) also.

はじめに

会計学の研究者の友人（故 K. 本浪）から，次のことを質問された。

> 会計学では，貸借対照表 (Balance Sheet, B/S)，損益計算書 (Profit and Loss Statement, P/L)，キャッシュフロー計算書 (Cash Flow statement, C/F) から，企業価値が計算される。資産の減価償却方法には，定率法と定額法がある。実際の企業で研究すると，定額償却法や定率償却法には無関係に，配当列のみで企業価値が定まる，思われる。
> この事実が証明できないか。

であった。会計学では,「このことに関する厳密な証明がなく，経験的に使われている」という，彼の言葉であった。

この事実を**定理 1** で証明し，各期で割引率（割引方法）が異なる場合は**定理 2** で証明した。さらに，無限回を含めて，連続な場合に一般化 (**定理 3**) した。配当列から企業価値が決まるモデルとして，Edwards-Bell-Ohlson(ＥＢＯ) モデルや割引配当モデル (Dividend Discount Model, ＤＤＭ) などがある [1]。しかし，これらはキャッシュフローが与えられたときに，企業価値を求めるものである。原価償却方法の違いで，企業価値には違いがあるのかどうか，という議論はない。

定理 1，定理 2，定理 3 は過去に証明した。証明を簡素化し，会計学の友を想い公表する。

*鳥取大学 教育センター　KazuoGoto@tottori-u.ac.jp

1　キャッシュ・フロー流列と減価償却額

企業価値を評価する場合，各期における償却額に依らないで，キャッシュ・フロー流列の現在価値の総和が，企業価値になることを証明する。

次のように，第 j 期 $(j=1,\ \ldots,\ n)$ のキャッシュ・フロー流列 c_j，と各期の減価償却額の任意の分配額 d_j が与えられているとする。ただし，減価償却額の総額を $d=d_1+d_2+\cdots+d_n$ とし，利子率（割引率）を r と仮定する。ただし，$d_0=0$ とする。

期	1	2	$\cdots$	j	$\cdots$	n
キャッシュ・フロー	c_1	c_2	$\cdots$	c_j	$\cdots$	c_n
償却額	d_1	d_2	$\cdots$	d_j	$\cdots$	d_n
利子	dr	$(d-d_1)r$	$\cdots$	$\{d-(d_1+\cdots+d_{j-1})\}r$	$\cdots$	
利益	c_1-d_1-dr		$\cdots$	$c_j-d_j-\{d-(d_1+\cdots+d_{j-1})\}r$	$\cdots$	

定理 1　企業価値 V は，各期における償却額に依存せず，キャッシュ・フロー流列 c_j $(j=1,\ldots,\ n)$ の現在価値の総和

$$V=\sum_{j=1}^{n}\frac{c_j}{(1+r)^j}$$

で与えられる。ただし，r は利子率（割引率）である。

証明. 減価償却額の総額は $d=d_1+d_2+\cdots+d_n$ である。$D_j=d-(d_1+d_2+\cdots+d_{j-1})$ $(j=1,\ 2,\ldots,\ n+1)$ と定義する。このとき，$d_0=0$ であるから，$D_1=d,\quad D_{n+1}=0$ であり，$D_{j+1}-D_j=-d_j$ である。

したがって，企業価値 V は，減価償却総額に，各期利益の現在価値を加えたものであるから，

$$\begin{aligned}
V&=d+\sum_{j=1}^{n}\frac{c_j-d_j-D_jr}{(1+r)^j}=d+\sum_{j=1}^{n}\frac{c_j}{(1+r)^j}-\sum_{j=1}^{n}\frac{(D_j-D_{j+1})+D_jr}{(1+r)^j}\\
&=d+\sum_{j=1}^{n}\frac{c_j}{(1+r)^j}-\sum_{j=1}^{n}\frac{D_j(1+r)-D_{j+1}}{(1+r)^j}\\
&=d+\sum_{j=1}^{n}\frac{c_j}{(1+r)^j}-\left[\sum_{j=1}^{n}\frac{D_j}{(1+r)^{j-1}}-\sum_{j=1}^{n}\frac{D_{j+1}}{(1+r)^j}\right]\\
&=d+\sum_{j=1}^{n}\frac{c_j}{(1+r)^j}-\left[D_1+\sum_{j=2}^{n}\frac{D_j}{(1+r)^{j-1}}-\sum_{j=1}^{n}\frac{D_{j+1}}{(1+r)^j}\right]\\
&=d+\sum_{j=1}^{n}\frac{c_j}{(1+r)^j}-\left[D_1+\sum_{j=1}^{n-1}\frac{D_{j+1}}{(1+r)^j}-\sum_{j=1}^{n}\frac{D_{j+1}}{(1+r)^j}\right]\\
&=d+\sum_{j=1}^{n}\frac{c_j}{(1+r)^j}-\left(d-\frac{D_{n+1}}{(1+r)^n}\right)=\sum_{j=1}^{n}\frac{c_j}{(1+r)^j}.
\end{aligned}$$

が成り立つ。ただし，$D_1=d,\quad D_{n+1}=0$ を使った。よって，証明された。　□

系 1.　第 n 期目での減価償却後の残存価値を v とする。このとき，企業価値 V は

$$V=\sum_{j=1}^{n}\frac{c_j}{(1+r)^j}+\frac{v}{(1+r)^n}$$

で与えられる。

したがって，企業価値 V は，各期における償却額に依存せず，キャッシュ・フロー流列 c_j $(j=1,\ldots,n)$ の現在価値の総和，と残存価格 v の現在価値，との和となる。ただし，r は利子率（割引率）である。

証明. この場合は，定理 1 の証明中において，$D_{n+1}=v$ でとすればよい。

したがって，企業価値 V は

$$V = d + \sum_{j=1}^{n} \frac{c_j - d_j - D_j r}{(1+r)^j} = d + \sum_{j=1}^{n} \frac{c_j}{(1+r)^j} - \left(d - \frac{D_{n+1}}{(1+r)^n}\right)$$
$$= \sum_{j=1}^{n} \frac{c_j}{(1+r)^j} + \frac{D_{n+1}}{(1+r)^n} = \sum_{j=1}^{n} \frac{c_j}{(1+r)^j} + \frac{v}{(1+r)^n}$$

で与えられる。よって，証明された。□

2　各期間で割引が異なる場合

次のように第 j 期 $(j=1,\ldots,\ n)$ のキャッシュ・フロー流列 c_j，と各期の減価償却額の任意の分配額 d_j が，与えられていると仮定する。ただし，減価償却額の総額を $d_0=0, d=d_1+d_2+\cdots+d_n$ として，第 $j-1$ 期から j 期目の利子率（割引率）を ${}_{j-1}r_j$ $(j=1,\ldots,\ n)$ とする。

期	1	$\cdots$	j	$\cdots$	n
キャッシュ・フロー	c_1	$\cdots$	c_j	$\cdots$	c_n
償却額	d_1	$\cdots$	d_j	$\cdots$	d_n
利子	$d\ {}_0r_1$	$\cdots$	$\{d-(d_1+\cdots+d_{j-1})\}\ {}_{j-1}r_j$	$\cdots$	
利益	$c_1-d_1-d\ {}_0r_1$	$\cdots$	$c_j-d_j-\{d-(d_1+\cdots+d_{j-1})\}\ {}_{j-1}r_j$	$\cdots$	

ただし，${}_0R_j$ を，$1+\ {}_0R_j=(1+\ {}_0r_1)(1+\ {}_1r_2)\cdots(1+\ {}_{j-1}r_j)$ と定義する。

定理 2.　企業価値 V は，各期における償却額に依存せず，キャッシュ・フロー流列 c_j $(j=1,\ldots,n)$ の現在価値の総和

$$V = \sum_{j=1}^{n} \frac{c_j}{1+\ {}_0R_j} \qquad \left(= \sum_{j=1}^{n} \frac{c_j}{(1+\ {}_0r_1)(1+\ {}_1r_2)\cdots(1+\ {}_{j-1}r_j)}\right)$$

で与えられる。ただし，${}_{j-1}r_j$ は第 $j-1$ 期から j 期目の利子率（割引率）であり，$1+\ {}_0R_j=(1+\ {}_0r_1)(1+\ {}_1r_2)\cdots(1+\ {}_{j-1}r_j)$ である。

証明. 減価償却額の総額は $d=d_1+d_2+\cdots+d_n$ である。$D_j=d-(d_1+d_2+\cdots+d_{j-1})$ $(j=1,2,\ldots,n+1)$ と定義する。$D_1=d,\ D_{n+1}=0$ であり，$D_{j+1}-D_j=-d_j$ である。

したがって，企業価値 V は

$$V = d + \sum_{j=1}^{n} \frac{c_j - d_j - D_j\ {}_{j-1}r_j}{1+\ {}_0R_j} = d + \sum_{j=1}^{n} \frac{c_j}{1+\ {}_0R_j} - \sum_{j=1}^{n} \frac{(D_j - D_{j+1}) + D_j\ {}_{j-1}r_j}{1+\ {}_0R_j}$$

$$
\begin{aligned}
&= d + \sum_{j=1}^{n} \frac{c_j}{1+\ {}_0R_j} - \sum_{j=1}^{n} \frac{D_j(1+\ {}_{j-1}r_j) - D_{j+1}}{1+\ {}_0R_j} \\
&= d + \sum_{j=1}^{n} \frac{c_j}{1+\ {}_0R_j} - \left[\sum_{j=1}^{n} \frac{D_j}{1+\ {}_0R_{j-1}} - \sum_{j=1}^{n} \frac{D_{j+1}}{1+\ {}_0R_j}\right] \\
&= d + \sum_{j=1}^{n} \frac{c_j}{1+\ {}_0R_j} - \left[D_1 + \sum_{j=2}^{n} \frac{D_j}{1+\ {}_0R_{j-1}} - \sum_{j=1}^{n} \frac{D_{j+1}}{1+\ {}_0R_j}\right] \\
&= d + \sum_{j=1}^{n} \frac{c_j}{1+\ {}_0R_j} - \left[D_1 + \sum_{j=1}^{n-1} \frac{D_{j+1}}{1+\ {}_0R_j} - \sum_{j=1}^{n} \frac{D_{j+1}}{1+\ {}_0R_j}\right] \\
&= d + \sum_{j=1}^{n} \frac{c_j}{1+\ {}_0R_j} - \left(d - \frac{D_{n+1}}{1+\ {}_0R_n}\right) = \sum_{j=1}^{n} \frac{c_j}{1+\ {}_0R_j} + \frac{D_{n+1}}{1+\ {}_0R_n} = \sum_{j=1}^{n} \frac{c_j}{1+\ {}_0R_j}
\end{aligned}
$$

である。ただし，$D_1 = d$,　$D_{n+1} = 0$ を使った。よって，証明された。 □

系 2.　第 n 年目での減価償却後の残存価値を v とする。このとき，$D_{n+1} = v$ であるから，定理 **1** の証明の最後の行から，企業価値 V は

$$
V = \sum_{j=1}^{n} \frac{c_j}{1+\ {}_0R_j} + \frac{v}{1+\ {}_0R_n}
$$

で与えられる。

したがって，企業価値 V は，各期における償却額に依存せず，キャッシュ・フロー流列 c_j $(j = 1, \dots, n)$ の現在価値の総和，と残存価格 v の現在価値，との和となる。ただし，${}_{j-1}r_j$ は第 $j-1$ 期から j 期目の利子率（割引率），$1+\ {}_0R_j = (1+\ {}_0r_1)(1+\ {}_1r_2)\cdots(1+\ {}_{j-1}r_j)$ である。

[注]　このことは，任意の減価償却法でも成り立つことを示している。

3　連続割引の場合

時刻 $t \in [0, T]$ でのキャッシュ・フロー $c(t)$ と，償却額 $x(t)$ は積分可能で，区間 $[0,\ T]$ での減価償却額の総額を X とする。利子率 $r(t)$ は C^1 級関数（１回連続微分可能）と仮定する。

また，$D(t) = X - \displaystyle\int_0^{t-0} x(t)dt$ とおく。$D(t)$ は時刻 t での未償却額であり，$D(T)$ は償却期間末での残存価値である。このとき，次の定理が成り立つ。

定理 3.　企業価値 V は，

$$
\begin{aligned}
V &= \int_0^T e^{-\int_0^t r(v)\ dv} c(t)dt + e^{-\int_0^T r(v)\ dv} D(T) \\
&= \int_0^T \exp\left(-\int_0^t r(v)\ dv\right) c(t)dt + \exp\left(-\int_0^T r(v)\ dv\right) D(T)
\end{aligned}
$$

である。ただし，時刻 t での，キャッシュ・フロー $c(t)$，償却額 $x(t)$ および，利子率 $r(t)$ は積分可能と仮定する。$D(T)$ は償却期間末での残存価値である。

すなわち，途中の償却額に依存しないで，キャッシュ・フロー $c(t)$ と割引率 $r(t)$ のみに依存して，企業価値が決まる。ただし，$r(v)$ は割引率である。$e^{-\int_0^t r(v)dv} = \exp\left(-\displaystyle\int_0^t r(v)dv\right)$ は，時刻 t での価値を，現在価値にする連続割引率である。

証明. 連続割引の場合，各時刻 t での利益は，次の表のようになる。

時刻	t
キャッシュ・フロー	$c(t)$
償却額	$x(t)$
利子率	$r(t)$
利益	$c(t)-x(t)-D(t)r(t)$

区間 [0, T] での減価償却額の総額 X は定数であり，$D(t)=X-\int_0^{t-0} x(t)dt$ である。
よって，$D'(t)=-x(t-0)=-x(t)$,　$D(0)=X$ である。
企業価値 V は，減価償却額に，各期利益の現在価値を，加えたものである。したがって，

$$
\begin{aligned}
V &= X+\int_0^T e^{-\int_0^t r(v)dv}(c(t)-x(t)-D(t)r(t))dt \\
&= X+\int_0^T e^{-\int_0^t r(v)dv}c(t)dt+\int_0^T e^{-\int_0^t r(v)dv}(D'(t)-D(t)r(t))dt \\
&= X+\int_0^T e^{-\int_0^t r(v)dv}c(t)dt+\int_0^T \left(e^{-\int_0^t r(v)dv}D(t)\right)' dt \\
&= X+\int_0^T e^{-\int_0^t r(v)dv}c(t)dt+\left[e^{-\int_0^t r(v)dv}D(t)\right]_0^T \\
&= X+\int_0^T e^{-\int_0^t r(v)dv}c(t)dt+e^{-\int_0^T r(v)dv}D(T)-D(0) \\
&= \int_0^T e^{-\int_0^t r(v)dv}c(t)dt+e^{-\int_0^T r(v)dv}D(T) \qquad (\ D(0)=X\ \text{を用いた。})
\end{aligned}
$$

が成り立つ。よって，証明された。　□

[注意]　定理 3 は，どのような減価償却法で，(and/or) どの時刻で減価償却しようとも，企業価値の現在価値は，変わらないという結果を示している。

参考文献

[1] Ohlson, J. A [1995] "Earnings, Book Values, and Dividents in Equity Valuation",
Contemporary Accounting Research, Vo..2, 1995, pp.661–687.
持分評価における利益と簿価と配当

Title：　Enterprise value determined by the sum of present value calculated from cash flow sequence, is free from any time and/or any depreciation method.