重みつきＧＰＡとその重みの求め方

－ＧＰＡは単純平均でよいか－

後藤 和雄*

Keywords: GPA，重み，AHP，一対比較，偏差値，総合評価

概 要

科目と単位数をかけて，単位数の総和で割った値ＧＰＡ（Grade Point Average）は科目間のＧＰ（評点）に存在する差，すなわち異なった科目で同じＧＰを取った意味を正確に表現していない。これを重みで表現する方法を示し，重みの求め方として階層意思決定法（ＡＨＰ法）で用いている，幾何平均法または固有ベクトル法を適用すること，および科目間のＧＰの調整としてＧＰ偏差値を定義することを提案するとともに具体例を示した。ただし，実際のデータによる応用例の議論は除いた。

さらに，素点と評点の問題や成績評価のガイドラインについても議論した。

1 はじめに

[2] で，一般科目の成績によって専門との成績の順位などを予測する方法として，スピアマンおよびケンドールの順位相関係数を最大化するように一般科目の重みづけをする方法を議論している。

この論文では，教養（一般）科目と専門科目との成績には相関があるが，別の基準（ＡＨＰ法の適用）で，教養科目と専門科目とで重みづけを行い，各学生のＧＰＡを求める方法を議論している。

科目間において，教員が付ける評価の得点（素点）の分布にはばらつきや平均値に偏りがある。楽勝科目や難しい科目においてＧＰＡを計算する場合には，選択する科目による学生間のＧＰＡの不平等をなくす必要がある。さらに，同一科目名において担当者による評価の違いや基準の違いを修正する必要もある。

それらを解消する方法には，よく知られている成績の偏差値やその平均値を求め，それをＧＰまたはＧＰＡに変換する方法が考えられる。

また，ＧＰＡを計算する場合に，各科目の偏差値によるＧＰ値から，科目すべてのＧＰの平均値であるＧＰＡ値を計算することが難しい場合などは，あらかじめ科目間での weight ウエイト（重み）を定めておき，ＧＰＡを計算する方法も考えられる。すべての科目間の重みを一度に求めるこ

*鳥取大学 教育センター　goto@uec.tottori-u.ac.jp

とが大変な場合には，各年度または教科分野ごとに比較して各年度・教科分野ごとの重みを求め，さらに各年度・教科分野に属する２つずつの科目を比較して，重みを求め，それを元にして，全体の重みつきＧＰＡを求める方法も考えられる（図１参照)。重みを求める１つの方法としてＡＨＰ（一対比較法）があり，この方法を４節で述べる。

2 重みつきＧＰＡ

学生のＧＰＡを計算する対象科目を $j=1,\ 2,\ \ldots,\ n$ とし，その素点を x_j，$1 \leqq x_j \leqq 100$ とする。

素点をＧＰに変換する場合の問題点については，[1] で考察されている。

x_j を素点に変換する関数を $\mathrm{GP}(x_j)$ と定義し，簡単に $g(x_j)$ と書く。素点 0 点から 59 点をＧＰ 0 点，素点 60 点から 69 点をＧＰ１点，素点 70 点から 79 点をＧＰ２点，素点 80 点から 89 点をＧＰ３点，素点 90 点から 99 点をＧＰ４点，100 点は 4 点または 5 点に対応させるが，[1] で明らかになっている欠点を除くために，素点の情報をすべて使って，GP を計算する方法を選ぶ。

したがって，$[x]^+ = \max\{x,\ 0\}$ とするとき，得点 x_j のＧＰ（Grade Point）を

$$g(x_j) = \mathrm{GP}(x_j) = \left[\frac{x_j - 60}{10}\right]^+ = \begin{cases} \dfrac{x_j - 60}{10}, & x_j \geqq 60 \text{ のとき}, \\ 0, & x_j < 60 \text{ のとき}, \end{cases}$$

と定義する。このとき，60 点はＧＰでは 0 点となる。

ところで，素点60 点をＧＰで1点とするように1点を加算する場合は，$x_j \geqq 60$ のとき，$\dfrac{x_j - 60}{10}+1$ とする。

科目間のＧＰの調整

科目 j に対して，各科目間の単位修得の難易度を調整する必要があり，$\mathrm{GP}(x_j)$ に重み w を付けて調整する方法が考えられる。

具体的には，次のように定義することを提案する。

卒業までに必要なすべての科目について，それぞれに対応する重み $w_1,\ w_2,\ \ldots,\ w_n$ を決定する。しかし，簡単には求められないときは，一対比較法（ＡＨＰ法，４節参照）を適用する。

すべての科目名 $j=1,\ 2,\ \ldots,\ n$ の２つずつの組み合わせについて，一対比較を行い，各項目の重み $w_1,\ w_2,\ w_3,\ \ldots,\ w_n$，$w_j > 0$ を定め，科目 j の単位数を t_j とする。このとき，

定義 重みつきＧＰＡ（wGPA とかく）を

$$w\mathrm{GPA} = \frac{\displaystyle\sum_{j=1}^{n} w_j t_j g(x_j)}{\displaystyle\sum_{j=1}^{n} w_j t_j}$$

と定義し，集合 $\{1,\ 2,\ 3,\ \ldots,\ n\}$ の部分集合を S として，重みつき部分（weighted partial）ＧＰ

Ａを

$$wp\mathrm{GPA} = \frac{\displaystyle\sum_{j \in S} w_j t_j g(x_j)}{\displaystyle\sum_{j \in S} w_j t_j}$$

と定義する。

これは，重みを付けた平均値の式であり，平均値の一般化である。

重みを付ける場合，１年から４年まで配当されている科目すべてにおいて，すべての科目を考慮して対応する重みを求めることが難しい場合は，一対比較を行うことを考える。しかし，すべての開設科目についての重みを一対比較法で行うには，組み合わせの数が多い[1]ので，半期または１年ごとに区切り纏めた科目について，一対比較法で各科目の重みを求め，半期ごと，１年ごと あるいは各セメスターごとに各期の重みを定めて，ＧＰＡを求めることも有効である (2ページ後の図１参照)。

一方，全学共通科目（人文系，社会系，自然系，語学系，保健・体育系など），専門基礎科目，専門（初期の導入科目と応用科目）などのようにグループに分けて，そのグループ間の重みを一対比較法で求め，さらに，細かく各グループ内での科目の重みを求める方法も考えられる。

たとえば，１年から４年までの各学年それぞれに配当されている科目群において，ある学生の科目群で計算した重みつＧＰＡを，それぞれ GPA_1，GPA_2，GPA_3，GPA_4 とする。各学年に配当されている科目群の重みを p_1，p_2，p_3，p_4 とする。このとき，

$$\frac{1}{p_1 + p_2 + p_3 + p_4}(p_1\mathrm{GPA}_1 + p_2\mathrm{GPA}_2 + p_3\mathrm{GPA}_3 + p_4\mathrm{GPA}_4)$$

は，卒業時のＧＰＡである。さらに，各 $j = 1,\ 2,\ 3,\ 4$ について

$$\text{累積}\,(j)\mathrm{GPA} = \frac{\displaystyle\sum_{k=1}^{j} p_k \mathrm{GPA}_k}{\displaystyle\sum_{k=1}^{j} p_k}$$

を，j 学年までの**累積ＧＰＡ**と定義する。

さらに，半期ごとの累積ＧＰＡの場合は，$j = 1,\ 2,\ \ldots,\ 8$ である。

3　ＧＰ偏差値

ＧＰ偏差値を考える。素点からＧＰ得点に変換して，科目間の重みをあらかじめ定めておいて調整することを，重みつきＧＰＡで定義した。対象学生が変わるごとに，試験問題や学生の質が変わ

[1] n 科目のとき $_nC_2$ 通りの組み合わせがある。卒業単位を 124 単位で，１科目２単位として 62 科目である。卒業研究を 10 単位としても約 57 科目がある。

62 科目では $_{62}C_2 = 1891$ 通り，50 科目では $_{50}C_2 = 1225$ 通りである。１年 26 科目，半期で 13 科目受講すると，$_{26}C_2 = 325$ 通り，$_{13}C_2 = 78$ 通りの組合わせがあり，それぞれについて一対比較をすることになる。

り，学生集団の性質が変わる。特定の学生が集団のどこの位置にいるのかを知るために，一般に偏差値が用いられている。

ＧＰの平均値と標準偏差は，正規分布の理論および実際の成績分布から，経験的なＧＰの平均は約 2 であり，標準偏差は 0.6 から 1.5 である。平均が 2 になる理由の一つは，60 点未満にはＧＰを計算する式から除かれ，60 点ではＧＰ得点は定義から ＝0 点で，100 点ではＧＰ得点は 4 点であるからである。60 点をＧＰ得点 ＝1 点とするように，もとのＧＰを与える式に 1 点を加えた式 $\dfrac{x_j-60}{10}+1$ を考えるときは平均値は 3 点となる。よって，普通の意味における偏差値と同様な計算式

$$\text{ＧＰ偏差値} = \frac{x_j - \overline{x_j}}{\sigma_j} + 2.5$$

によって，得点 x_j に対する**ＧＰ偏差値**を定義する。ただし，$\overline{x_j}$ は科目 j の得点の平均値であり，σ_j は科目 j の得点の標準偏差である。2.5 は平均点をとった人のＧＰ偏差値を 2.5 とするためであり，値 2.5 を任意に大きくも小さくもできる。

したがって，ある科目 j の全体の平均値に等しい得点を取った学生の，ＧＰＡ偏差値は 2.5 点である。

表 1 のような例を考える。

表 1:

開講年次	科目	得点	平均 μ	標準偏差 σ	ＧＰ偏差値	重み	学年のＧＰ
	A	60	90	10	0	3	
1	B	70	70	15	2.5	3	0.94
	C	50	75	13	0	2	
2	D	85	80	14	2.86	3	
	E	65	70	9	1.94	3	2.4
3	F	75	65	20	3	2	
	G	80	70	15	3.17	3	3.10
4	H	70	65	10	3	2	
	I	90	75	15	3.5	2	3.25

科目ＡのＧＰ偏差値が 0 であるのは，平均 μ に比べて得点が低いからである。科目ＣのＧＰ偏差値も 0 であるのは，得点が合格点の 60 点よりも小さいからである。

各科目 A, B, ..., H, I の重みをそれぞれ

A	B	C	D	E	F	G	H	I
w_1	w_2	w_3	w_4	w_5	w_6	w_7	w_8	w_9
3	3	2	3	3	2	3	2	2

とすると，表 1 右辺の「学年のＧＰ」は

$$0.94 = \frac{3\times 0 + 3\times 2.5 + 2\times 0}{3+3+2} \qquad 2.40 = \frac{3\times 2.86 + 3\times 1.94}{3+3}$$

$$3.10 = \frac{2 \times 3 + 3 \times 3.17}{2 + 3} \qquad 3.25 = \frac{2 \times 3 + 2 \times 3.5}{2 + 2}$$

と計算される。ただし，小数 3 位で四捨五入した。

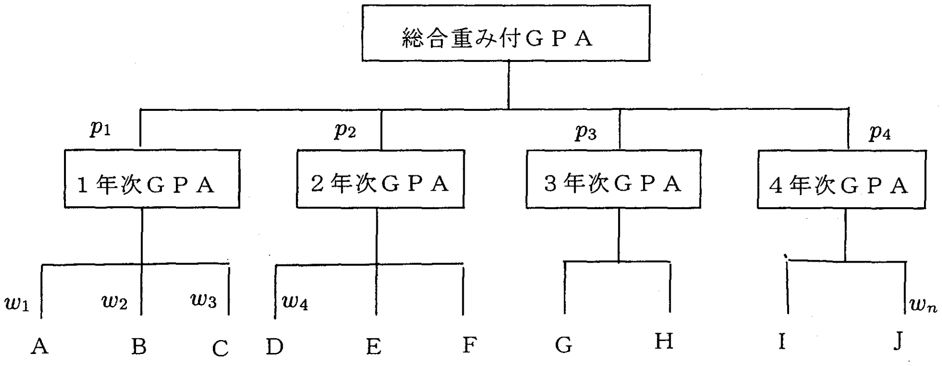

図 1: 階層分析 1

重みについて考える。教養科目が多く配当されている初年時の１，２年生の教養教育を重視するならば１，２年で開設されている科目の重みを高くし，専門科目を重視するならば３，４年生で開設されている科目の重みを大きくする。しかし，４年生については，３年次の 12 月ごろから就職活動（就活，しゅうかつ）がはじまり，かつ４年次で開設されている講義は多くはないし，就活で学生たちは学習に身が入らない。したがって，４年次に配当されている科目は，大学での学習の総合的な纏めでもあるし，少人数の教育科目も多いので，４年次の開設科目の重みは小さい方が望ましい。

表 1 の例で，学年の重みを表 2 のようにすると，4 年次までのＧＰＡ偏差値は

$$\frac{3 \times 0.94 + 3 \times 2.4 + 2 \times 3.1 + 2 \times 3.25}{3 + 3 + 2 + 2} = 2.27$$

である。

重みつきでない普通に計算したＧＰＡは 60 点をＧＰ得点 1 点とした式で計算したものと比べると，

$$\frac{1 + 2 + 0 + 3.5 + 1.5 + 2.5 + 3 + 2 + 4}{9(\text{科目})} = 2.167$$

である。重みが重い科目の得点が高いので，重みつきＧＰＡは 2.27 であり，重みがつかない 2.167 よりは，ＧＰＡは 0.103 点高くなる。ＧＰＡは 60 点をＧＰ得点 0 点とすると，ＧＰＡは 1.103 点高くなる。

注意　各科目の重要度が同じと仮定する。各科目の平均値 $\overline{x_j}(j = 1,\ 2,\ \ldots,\ n)$ が異なるときは，重みとして $p_j = \dfrac{M}{\overline{x_j}}$ とおくと，平均値による差を単純に無くすることができる。ただし，M は科目の理想的な平均値である。

しかし，この定義では各科目における成績のばらつき（分散）を考慮していない。

表 2:

1年	2年	3年	4年
p_1	p_2	p_3	p_4
3	3	2	2

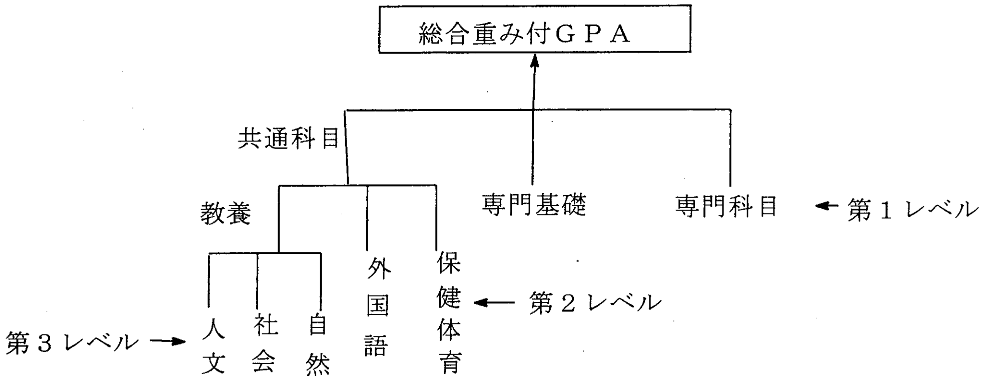

図 2: 階層分析２

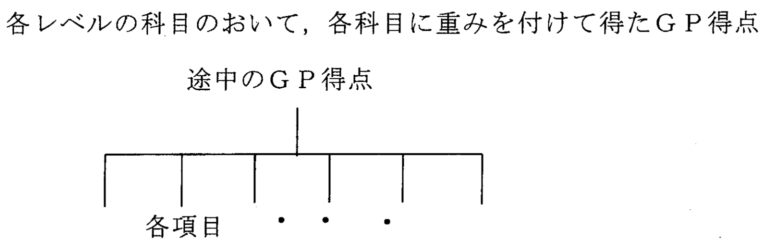

図 3: 各階層の分析

4 一対比較法による重みの求め方

重みにより，効率的な選択を行うこと，行動（目的）の評価と意思決定（ＧＰＡを決定）するための，新しい意思決定法として階層化意思決定法（Analytic Hierarchy Process, ＡＨＰ）がある。これはサーティ Saaty により 1971 年に考案された手法であり [4]，この手法を科目（開設科目）の重みづけの方法に援用する。

課題である問題[2]，すなわち（総合された重みつき）ＧＰＡを求める（解決する）ことを考える。

[2]いったい誰が一対比較をして重みを決めるかという問題がある。大学がＧＰＡを使って学生同士を比較するのであれば，大学の意思決定機関で行い，学部内で使うのであれば各学部の意思決定組織であり，学科内であればそれぞれの学科の意思決定組織であり，この場合，学科間では教える内容が異なり，対象学生のＧＰＡの平均値が異なるので，重みとしては，各学科のＧＰＡの平均値から一対比較行列をつくり重みを求める方法，または学科間の平均値や分散が等しくなるように各学生のＧＰＡに学科間の平均ＧＰＡの差を加わえ，分散の平方根（標準偏差）で割って調整する方法が考えられる。

科目群から科目を２つずつ組にして，重要さ（重み）を一対比較で評価し，一対比較行列をつくる（作り方は後述)。この行列から，元の重みを推定する方法の１つにＡＨＰ法があり，重みを求める方法には，**固有ベクトル法**と**幾何平均法**がある。２つの方法で求めた値には違がある（一致する場合もある，以下の表 3 を参照）が，どちらかの方法で求める。科目数が多い（8 以上の）ときは固有ベクトル法を用いないと，推定値と真の値との誤差が大きくなることがある。

この論文では例として，項目数が少ない例で幾何平均法と固有ベクトル法を説明し，節の最後で理論的な説明をしている。

表 3 のように３つの科目（項目）で考える。

対象の重要度（ウエイト，重み weight）w_1，w_2，w_3，　$w_1+w_2+w_3=1$ を一対比較法で求め，一対比較行列を定める。さらに，幾何平均法で各項目の重要度を計算し，固有値と固有ベクトルはコンピュータを用いて計算する。

表 3:

j の得点	得点	科目	A	B	C	幾何平均法	weight(w)	重み	固有ベクトル法	weight(w)
100	x_1	A	1	3	5	$\sqrt[3]{1\cdot 3\cdot 5}=2.466$	0.648	w_1	0.928119	0.648
70	x_2	B	$\frac{1}{3}$	1	2	$\sqrt[3]{\frac{1}{3}\cdot 1\cdot 2}=0.874$	0.230	w_2	0.328758	0.230
60	x_3	C	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{2}$	1	$\sqrt[3]{\frac{1}{5}\cdot\frac{1}{2}\cdot 1}=0.464$	0.122	w_3	0.174679	0.122
					計	3.804	1		1.431556	1

表 3 から，学生の総合点は

$$
\begin{aligned}
f_j &= \frac{1}{w_1+w_2+w_3}(w_1x_1+w_2x_2+w_3x_3) = w_1x_1+w_2x_2+w_3x_3 \\
&= 0.648\times 100+0.230\times 70+0.122\times 60=88.22
\end{aligned}
$$

である。(重みつきＧＰＡは $\frac{88.22-60}{10}=2.83$ である。）これは，普通の平均値 $\frac{100+70+60}{3}=76.66$ より，$11.56(=88.22-76.66)$ 点高い。理由は 100 点を取っている科目Ａの重要性が，ＢまたはＣよりもそれぞれ３倍，５倍と高いからである。

得点を逆順に（Ａ，Ｂ，Ｃ）= (60, 70, 100) としたときの総合評価得点は，

$$
f=0.648\times 60+0.230\times 70+0.122\times 100=67.18
$$

となり，重要科目の得点が取れていない（60 点）ときは，普通の平均値よりも $-9.48(=67.18-76.66)$ 点，評価が低くなる。

固有ベクトル法とは，一対比較行列 M から，

$$
Mw=\lambda w
$$

学部間の場合も，上述の各学科を各学部と置き換えると，重み（重要度）を定める問題も解決できる。

を満たす,（実数のうちで正の）最大固有値 λ と固有ベクトル w を求めて，固有ベクトルの各成分をウエイトとする方法である。

第１科目は第２科目より３倍の重み，第１科目は第３科目より５倍の重み，第２科目は第３科目より２倍の重みであると仮定すると，行列 M として

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 \\ \frac{1}{3} & 1 & 2 \\ \frac{1}{5} & \frac{1}{2} & 1 \end{bmatrix}$$

を得る。行列 M の最大固有値は 3.00369 （項目数３個に近いことに注意）であり，固有ベクトルは (0.928119, 0.328758, 0.174679) である。

表３の例では，幾何平均法と固有ベクトル法で求めた重み（weight）が小数３位まで一致しているが，一般には異なる。しかし，データ数が少ないときには，幾何平均法と固有値法で求めた両者の重みにはあまり違いがないので，計算が容易な幾何平均法で求めることがある。

この例から分かるように次のようなメリットがある。楽勝科目の重みを小さくして，得点は取れないが重要な科目などの重みを高くなどして，同一レベルの科目群の総合評価につなげることができる。また，異なる分野の重要さを weight で表すことで，分野を総合した総合評価も得ることができる。

この方法は，単に科目の得点を 0 点から 4 点ないし 5 点のＧＰに変換し，普通の意味での平均値を求め，対象学生のＧＰＡとした単純なものよりは，科目の重要性を考慮に入れたものである。

4 科目（項目）の例を表 4 で示す。

表 4:

科目	A	B	C	D	幾何平均法	重み	重み	固有ベクトル法	重み
A	1	1.1	1.3	1.4	$\sqrt[4]{1 \cdot 1.1 \cdot 1.3 \cdot 1.4} = 1.1895$	0.295	w_1	0.585246	0.295
B	$\frac{1}{1.1}$	1	1.1	1.2	$\sqrt[4]{\frac{1}{1.1} \cdot 1 \cdot 1.1 \cdot 1.2} = 1.0466$	0.260	w_2	0.514907	0.260
C	$\frac{1}{1.3}$	$\frac{1}{1.1}$	1	1.2	$\sqrt[4]{\frac{1}{1.3} \cdot \frac{1}{1.1} \cdot 1 \cdot 1.2} = 0.9571$	0.237	w_2	0.470987	0.237
D	$\frac{1}{1.4}$	$\frac{1}{1.2}$	$\frac{1}{1.2}$	1	$\sqrt[4]{\frac{1}{1.4} \cdot \frac{1}{1.2} \cdot \frac{1}{1.2} \cdot 1} = 0.8392$	0.208	w_3	0.41951	0.208
				計	4.0324	1		1.984091	1

このとき，固有値は 4.00184 （項目数の 4 に近いことに注意）である。

固有ベクトル法と幾何平均法

固有ベクトル法と幾何平均法について詳しく述べる。

n 個の項目の重要性（weight，重み）を w_1, w_2, ..., w_n とする。これらは直接に求められなくて未知であるが，2つずつの比較で相対的な重要度（重み）の比率は測定可能な量と仮定する。

n 個の項目から2つずつを比較して，その重要度の比 $\dfrac{w_i}{w_j}$ を ${}_nC_2 = \dfrac{1}{2}n(n-1)$ 個求め，行列

$$M = \begin{bmatrix} \dfrac{w_1}{w_1} & \dfrac{w_1}{w_2} & \dfrac{w_1}{w_3} & \cdots & \dfrac{w_1}{w_n} \\ \dfrac{w_2}{w_1} & \dfrac{w_2}{w_2} & \dfrac{w_2}{w_3} & \cdots & \dfrac{w_2}{w_n} \\ & & \cdots & & \\ \dfrac{w_n}{w_1} & \dfrac{w_n}{w_2} & \dfrac{w_n}{w_3} & \cdots & \dfrac{w_n}{w_n} \end{bmatrix}$$

を得る。ただし，第 i 行目の第 j 列目の $\dfrac{w_i}{w_j}$ は，科目 j に対する科目 i の重要度の倍率である。

正確に2つずつ比較されたとき，この行列から全体の重み w_1, w_2, ..., w_n を求める方法がＡＨＰ（Analytic Hierarchy Process）法である。これらの重みを求める方法に固有ベクトル法と幾何平均法があり，幾何平均法は項目数が少ない（7 項目以下の）ときには有効な方法である。

固有ベクトル法とは，

$$Mw = \lambda w$$

を満たす最大固有値 λ と，対応する固有ベクトル w を求め，このベクトル w を重要度とするものである。$w = (w_1,\ w_2,\ \ldots,\ w_n)^t$（^{t} は転置ベクトルを表す）とすると，

$$Mw = n(w_1,\ w_2,\ \ldots,\ w_n)^t = nw$$

を満たす。ただし，$w_1 + w_2 + \cdots + w_n = 1$ を満たす。

幾何平均法とは，行列 M の各行の要素を掛けて，その幾何平均を求め，その相対度数を重要度とするものである。すなわち，a と b を

$$\sqrt[n]{w_1 w_2 \cdots w_n} = a, \qquad \sum_{j=1}^{n} \frac{w_j}{a} = \frac{1}{a}\sum_{j=1}^{n} w_j = b$$

とおく。行列 M から得られる幾何平均のそれぞれは

1 行目の幾何平均　$\sqrt[n]{\dfrac{w_1}{w_1}\cdot\dfrac{w_1}{w_2}\cdot\dfrac{w_1}{w_3}\cdots\dfrac{w_1}{w_n}} = \dfrac{w_1}{a}$

2 行目の幾何平均　$\sqrt[n]{\dfrac{w_2}{w_1}\cdot\dfrac{w_2}{w_2}\cdot\dfrac{w_2}{w_3}\cdots\dfrac{w_2}{w_n}} = \dfrac{w_2}{a}$

...

n 行目の幾何平均　$\sqrt[n]{\dfrac{w_n}{w_1}\cdot\dfrac{w_n}{w_2}\cdot\dfrac{w_n}{w_3}\cdots\dfrac{w_n}{w_n}} = \dfrac{w_n}{a}$

である。このとき，ベクトル

$$\left(\frac{w_1}{ab},\ \frac{w_2}{ab},\ \ldots,\ \frac{w_n}{ab}\right) = \frac{1}{ab}(w_1,\ w_2,\ \ldots,\ w_n)$$

の各成分を，各項目の重要度とするものである。

整合度

一対比較が正しいかどうかを判断する尺度として，**ＣＩ値**（**整合度** Consistency Index）があり，

$$\text{ＣＩ値} = \frac{\text{最大固有値} - \text{項目数}}{\text{項目数} - 1}$$

で定義される。一対比較の回答が正しく行われている尺度，すなわち整合の度合いを示す値である。サーティ Saaty により，ＣＩ値＝0 ならば完全整合であり，0.1〜0.15 以下であれば有効な値であると言われている。

整合性を判断する基準として，**ランダム整合度**（ＲＩ，Ramdom Index）もある。これは，同じ大きさの行列で成分

$$a_{ij} \quad (i < j), \qquad a_{ii} = 1, \qquad a_{ji} = \frac{1}{a_{ij}} \quad (i < j)$$

をもつ行列をランダムに作り，その行列の**整合度**（**ランダム整合度**ＲＩという）と，回答から得られる一対比較行列の整合度ＣＩとを，それらの比率によって比較する方法であり，

$$\text{整合比, Consistency Ratio} = \frac{\text{ＣＩ}}{\text{ＲＩ}}$$

で**整合比**（**ＣＲ**）と定義する。このＣＲ値が 0.1 以下であれば整合に関しては問題ないと言われている。

注意. 幾何平均法は項目数が 7 個以下までは，まず安心して使用できる。しかし，項目数が 10 以上になると重みの順序が入れ替わる例があるので，項目数が 8 個以上の場合には，固有ベクトル法を用いて重みを求める方法を用いる。

一対比較から一対比較行列の成分の求め方

図 4 のように点Ｐのところにマークし，項目Ａの重み w_i と項目Ｂの重み w_j との比が $1-p\ :p$（この順序に注意）で表せるとする。このとき，w_i と w_j との比は

$$w_i : w_j = (1-p) : p, \qquad \frac{w_i}{w_j} = \frac{1-p}{p}$$

であり，$\dfrac{w_i}{w_j}$ が行列 M の ij 成分である。

$p=0$ のとき，$\dfrac{w_i}{w_j} = \infty$ であり，項目Ａに対する項目Ｂの相対的な重みはない，すなわちＡのみ重要であることを意味する。

$p=1$ のとき，$\dfrac{w_i}{w_j} = 0$ であり，項目Ｂに対する項目Ａの相対的な重みはない，すなわちＢのみ重要であることを意味する。

$p=\dfrac{1}{2}$ のとき，$\dfrac{w_i}{w_j} = 1$ であり，項目Ａと項目Ｂ相対的な重みは等しいことを意味する。

したがって，図 4 において，項目Ａと項目Ｂのうち，点Ｐが近いほうの項目が重要度が高いと考える。

よって，項目Ａの重要度に対する，項目Ｂの重要度の比 $\dfrac{\mathrm{B}}{\mathrm{A}} = \dfrac{w_j}{w_i} = \dfrac{p}{1-p}$ は，$\dfrac{\mathrm{B}}{\mathrm{A}} = 1$ のとき同じ重要度であり，$\dfrac{\mathrm{B}}{\mathrm{A}} > 1$ のときＢの重要度が大きい。$0 \leqq \dfrac{\mathrm{B}}{\mathrm{A}} < 1$ のときＡの重要度が大きい。

項目Ａと項目Ｂに関して，重要と考える度合いの比率の p にマークする。マークは 0 から 100 までの実数値であるが，人間の感覚で相対的な重みを定めているから，5％刻み（20 等分），10 等分，または 5 段階区分が考えられる。「Ａがよい，どちらかと言えばＡがよい，どちらでもない，どちらかと言えばＢがよい，Ｂがよい」のときは，p として $\dfrac{1}{6}, \dfrac{2}{6}, \dfrac{3}{6}, \dfrac{4}{6}, \dfrac{5}{6}$ と考え定める。

項目Ａと項目Ｂを比較するとき,「Ａが非常に重要, Ａがかなり重要, Ａが重要, Ａがやや重要, 同程度, Ｂがやや重要, Ｂが重要, Ｂがかなり重要, Ｂが非常に重要」の９つの評価に対しては, $p = \frac{1}{10}, \frac{2}{10}, \frac{3}{10}, \frac{4}{10}, \frac{5}{10}, \frac{6}{10}, \frac{7}{10}, \frac{8}{10}, \frac{9}{10}$ がそれぞれに対応すると考える。

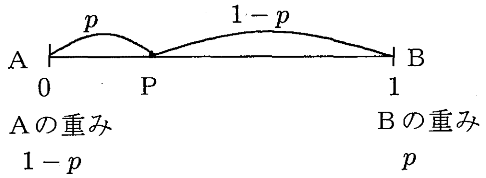

図 4: 比率

5 素点の付け方

試験問題の各問いにあらかじめ配点を定めておいて採点をし, 素点をそのまま成績評価とすることが望ましい本来の姿であるが, 学力低下により今までの内容の試験をしても合格点の 60 点を取れない学生がいるので, 試験の問題のレベル（難易度）を下げて対処している場合もある。それでも間に合わない場合には, 次のような対処法があるが, レポート科目と試験科目では対処法が異なるようである。

1. 受講生が少ない講義の場合, レポートの提出をしなければ不可であるが, 提出者には 100 点や 98 点を与える例を知っている。あるいは, 点数が偏った 90, 85, 80 点などのような点を付けたり, 不合格を出さず全員を合格とし, 90, 85, 80 点など何種類かの点数だけを与える例もある。これはＧＰを計算するには不適当な科目だと考える。

2. 極端によい点を付ける場合には, 学生がよくできるからという理由, または評価が甘いからという理由, の２つの理由が主に考えられる。得点分布の分散が小さいものは, 対象科目の試験内容が易しい場合か, または学生がよく理解・修得した場合が理由として考えられる。

   要求水準を上げなければ（学生は喜ぶかも知れないが）, 学習内容を修得する者の学力のレベルアップにはつながらず, 長期的には学力のレベルは低下する。理解や修得が充分できないので, 教える内容を３割削減すると理解や修得ができると考え, 削減すると長期的には学力が低下するのは, よく知られているように, 実証ずみである。

3. (1) 素点から, 合格点である 60 点以上にする方法に, 素点 x から評価点 $10\sqrt{x}$ と計算する（36 点が 60 点, 49 点が 70 点, 64 点が 80 点, 100 点は 100 点となる）方法や, 一律に下駄 α をはかせ, $x + \alpha$ を成績の点とする, 古典的方法がある。

   (2) 素点の順に並び替え, 上からの順位による相対累積度数により, 得点を 100 点から点数を割り付け, 素点での合格最低点を 60 点にして, その他の各素点に評価点を割り付ける。

   一般には, 図 5 のように, 素点 $x_{100} \leqq 100$ が評価点 100 点に, 素点 x_{90} 点が評価点 90 点に, 素点 x_{80} 点が評価点 80 点に, 素点 x_{70} 点が評価点 70 点に, 素点 x_{60} 点が評価点 60 点に,

対応する素点 x_{100}，x_{90}，x_{80}，x_{70}，x_{60} を決め，それ以外は補間（単調増加関数）で対応する得点を決めるという方法である。

グラフを相対累積度数分布（分布関数）とみなしたとき，成績の上位から p %の得点を評価点 x_p 点とする方法も考えられる。

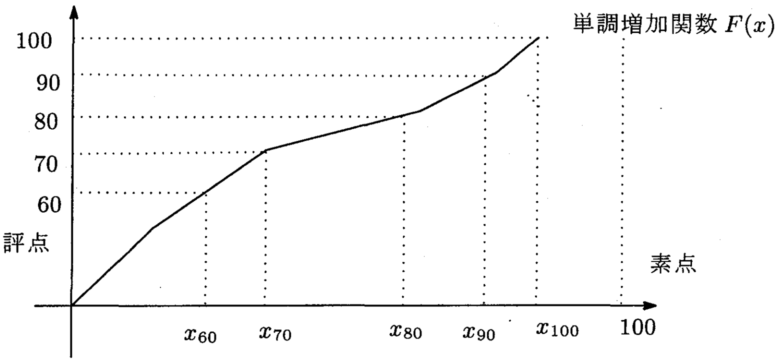

図 5:

成績評価のガイドラインについて

成績の上位何%をＡＡ（優・秀に相当），Ａ（優に相当）を決めている大学がある（上記の３ (2) に相当する)。これは成績評価がインフレーションを起こさないようにし，評価の質を保証するよい方策である。具体例として，次の大学の１例のみを挙げる。

広島修道大学は成績評価のガイドラインを，次のように定めている [3]；

> 共通教育としてではなく，大学として「成績評価についてのガイドライン」を以下のとおり実施。
>
> 1. １．授業科目の成績評価は，Ｘを除く評価においてＡＡを５％以内，Ａを２５％以内とする。ただし，演習科目および実技・実習科目，また講義科目および外国語科目のうち受講生が２０名以下の科目においては，その適用は担当教員の判断に委ねるものとする。
> 2. ２．上記の成績評価の基準が担当授業科目に適合しないと判断する教員は，その理由を添付して各学部教務主任に適用の除外を申し出ることができる。学部教務主任は，その理由が正当であると判断する場合は，その授業科目に「成績評価についてのガイドライン」を適用しないことを決定する。なお，共通教育科目については，共通教育委員長に申し出ることとし，共通教育委員長は共通教育委員会の意見を聞き，その適用の除外について決定する。
> 3. ３．各学部教務委員会および共通教育委員長は，成績評価が前記の基準と大きく異なる場合には，担当教員にその理由の説明を求めることができる。

（引用終わり）とある。

ＡＡとＡの評価である，80 以上の成績の割合を 5 + 25 = 30 %とし，成績の上位の比率を制限している。優ばかりを出す科目を制限し，厳格な評価および差がつくような試験や成績を求めている，ことがわかる。

この例のように，20 名以上の受講生がいる科目については，90 点以上を 5 %以内，80 点から 90 点未満を 25 %以内にするのが望ましい。すなわち，秀や優（すなわち評点 80 点以上）を最大で全体の 30 %以内にするのが望ましい。しかし，何%を 80 点以上（ＡＡやＡ，または秀や優に相当）にするかは大学の意思として決定し，明文化しておく必要がある。

ここで，成績分布が正規分布であると仮定すると，上位 5 %は 1.65(偏差値 66.5) 以上であり，上位 30 %は 0.53(偏差値)55.3 以上である。明らかに平均値は偏差値 50 である。

参考文献

[1] 後藤和雄，GPA 定義の問題点とその一般化，鳥取大学 教育センター紀要，第 3 号，(2006), 11–27.

[2] 長畑 秀和，後藤 和雄 (1993) 総合評価における重みつけに関する考察，岡山大学教育学部研究集録, 94 (1). pp. 57-68

[3] 第５７回中国・四国地区大学教育教育研究会資料，p. 63，(2009)

[4] Saaty, T. L.,(1980) *The Analytic Hierarchy Process*, MacGraw–Hil, New York.

本研究は，2008 年度・2009 年度科学研究費補助金（基盤研究（C））研究課題番号：20530856,「教養教育における学生の日本語運用能力向上の研究」の研究活動の一環として行った研究成果の一部である。