

GPA定義の問題点とその一般化

後藤 和雄

概要

GPA (Grade Point Average) の定義は大学により異なる。2つの大学における例をのべ、その違いを考察する。GPAの構造を分析して、一般化したGPAを提案する。GPAの意義と問題点についても考察し、議論する。同じ素点であっても大学によりGPAの値が異なる例を論じる。履修放棄の問題を検討し、罰金法(GPにマイナス点を与える)を提案した。さらに、GPの分布が与えられたとき、2人の間の比較優位についても論じる。

1 はじめに

文科省のホームページ [1] より、成績評価基準とGPAについての考え方を引用する。

●成績評価基準の明示と厳格な成績評価の実施

大学の社会的責任として、学生の卒業時における質の確保を図るためには、各授業科目の学習目標や計画とともに、シラバス等において成績評価の基準を明示し、その基準に基づいた客観的な成績評価を行うことが重要です。その際、GPA制度を採用するなどして、一定の水準を満たした学生に対して表彰を行ったり、反対に一定の水準を下回った学生に対しては特にきめ細かな履修指導を行うなど、学生の学習意欲を喚起する取組を行うことも有効です。(… 中略…)

「GPA制度」とは？

アメリカにおいて一般的に行われている学生の成績評価方法の一種です。その一般的な取扱い例は以下のとおりです。学生の評価方法として、授業科目ごとの成績評価を5段階(A, B, C, D, E)で評価し、それぞれに対して4, 3, 2, 1, 0のグレードポイントを付与し、この単位当たり平均(GPA, グレード・ポイント・アベレージ)を出す。単位修得はDでも可能であるが、卒業のためには通算のGPAが2.0以上であることが必要とされる。3セメスター(1年半)連続してGPAが2.0未満の学生に対しては、退学勧告がなされる。(ただし、これは突然勧告がなされるわけではなく、学部長等から学習指導・生活指導等を行い、それでも学力不振が続いた場合に退学勧告となる。)

なお、このような取扱いは、1セメスター(半年)に最低12単位、最高18単位の標準的な履修を課した上で成績評価して行われるのが一般的となっています。

[2]では、厳格な成績評価および修了認定についての検討課題をあげている。すなわち、

検討すべきポイント：厳格な成績評価及び修了認定について、大学院設置基準上どのように位置づけるか

- 履修科目登録の上限設定による単位制度への実質化
 - ・法科大学院の学生が在学期間中その課程の履修に専念できるような仕組みとすることが肝要であるとされていることも踏まえ、単位制度の実質化の見地から、単位の上限設定を定めることとするか。
- 「厳格な成績評価及び修了認定」について
 - ・設置基準上明示するか。
- 「厳格な成績評価及び修了認定」の実効性を担保する仕組みの例
 - ・ある段階（例えば初年度修了時）において、履修状況及び学業成績から見て一定の水準に達していない限り、その段階以降の履修を認めない制度を導入すること。
 - ・成績評価や修了認定の客観性を担保するため複数教員による成績評価や試験問題の共通化などを図ること。
 - ・成績評価基準は学期末の試験のみではなく学生の授業への出席状況、宿題への対応状況、レポート等の提出状況等、日常の学生の授業への取組と成果を考慮して多元的な基準を設定すること。
 - ・「一定の成績水準を満たすこと」を修了要件として課すことは適切かどうか。
 - ・修了試験を課すことは適切かどうか。
 - ・GPA制度の導入

《GPA制度》

米国において一般的に行われている学生の成績評価方法の一種

学生の評価方法として、授業科目ごとの成績評価を5段階（A, B, C, D, F）で評価し、それぞれに対して4・3・2・1・0のグレード・ポイントを付与し、この単位当たりの平均を出す。

単位取得はDでも可能であるが、卒業のためには通算のGPAが2.0以上であることが必要とされる。

3セメスター（1年半）連続してGPAが2.0未満の学生に対しては、退学勧告がなされる。

この論文では、成績を評価する方法に関する問題はむつかしいので、成績の付け方および学習結果の評価の方法は扱わない。得点が与えられたという条件のもとで、GPAについての問題のみを扱う。

2 GPAとは

Grade Point Average を略してGPAという。GPA制度とは、現在のアメリカの大学において、用いられている学生の成績評価システムのことである。

文科省の指導で、GPA制度を日本の大学が取り入れるようになった。この成績評価システムはA, B, C, D, Fというランク法であり、100点満点法によって与えられる各素点に対して、A（90点から100点）、B（80点から89点）、C（70点から79点）、D（60点から69

点) などに対応させる評価法である。A, B, C, D, F (不合格) と直接に成績を評価して、学生に提示する評価もある。また、AA, A, B, C, D (不合格) という評価を用いる大学もある。文科省の [1] によれば、素点の何点が A, B, C, D のいずれに対応するか、という決まりはかかれていない。

GPA を計算する場合、ランク法であるので順序尺度であるが、もとの素点を考慮して、このランクを間隔尺度であるとも考えることにより、A, B, C, D, F に対応して、GP (Grade Point) として、それぞれ 4 点, 3 点, 2 点, 1 点, 0 点を与えている。

GPA の計算法は、

$$GPA = \frac{\{(\text{科目の単位数}) \times (\text{その科目で得た Grade Point})\} \text{の総和}}{(\text{履修登録した科目の総単位数}) \text{の総和}}$$

で定義される。

履修登録した科目であっても履修をしないと、分母が履修を登録した科目の総単位数であるから、GPA の値が小さくなる。登録したが履修の意志がない科目については、登録を抹消する。登録抹消の期間 (Drop/(and, or) add Period) は決められており、学期の開始後 2 週間程度が普通である。

3 GPA の定義と利用方法—鳥取大学と長崎大学の定義

鳥取大学における利用方法は、報奨として、「優秀学生育成奨学金受給者の選考」「学生表彰規則実施に関する申合わせによる成績優秀者の選考」「成績優秀者に対する履修登録単位数の上限の緩和」であり、基準は「授業料免除有資格者の判定」「日本育英会奨学生出願有資格者の判定 (2 年次以上)」「大学院への飛び入学の判定」「学業成績不振学生への指導」などである。

[6, p.22] では、GPA を次のように定義し、利用する事項についても述べている。

2 GPA 制度について

GPA (Grade Point Average) 制度とは、成績の ABCDF ランク法で、ABCD を合格点、F を不可とし、このランクに A (90 点~100 点) は 4.0, B (80 点から 89 点) は 3.0, C (70 点~79 点) は 2.0, D (60 点~69 点) は 1.0, F (59 点以下) 及び不履修は 0 のそれぞれ数値 (GP: Grade Point) を与え、各学期ごとに、学生個々の履修科目の GP にその科目の単位数をかけ、その総和を履修登録科目の総単位数で除して GPA を算出します。

ある学生が 1 年次前期で 11 科目 18 単位を修得し、その成績が以下のものであったとすれば、GPA は次のようになります。

$$GPA = \frac{(\text{科目の単位数} \times \text{その科目で得た GradePoint})}{\text{履修登録科目の総単位数}} = \frac{40}{18} = 2.22$$

この学生の GPA は 2.22 となります。この計算式において分母は履修登録単位数となりますので、履修を取りやめる科目がある場合は、履修取消期間内に登録科目を抹消しなければ不利になります。

表 1: [6, p.22] の表から (番号を付け加えた)

授業科目名	単位数	評価	ポイント
1. 大学入門ゼミ	2	A	$2 \times 4.0 = 8$
2. 情報リテラシー	2	A	$2 \times 4.0 = 8$
3. 心理学	2	B	$2 \times 3.0 = 6$
4. 暮らしの中の生命科学	2	C	$2 \times 2.0 = 4$
5. コミュニケーション英語 I A	1	C	$1 \times 2.0 = 2$
6. コミュニケーション英語 I B	1	C	$1 \times 2.0 = 2$
7. ハングル I	1	F	$1 \times 0 = 0$
8. 健康スポーツ	1	A	$1 \times 4.0 = 4$
9. 微分積分学	2	C	$2 \times 2.0 = 4$
10. 基礎物理学 I	2	D	$2 \times 1.0 = 2$
11. 基礎化学 I	2	不履修	$2 \times 0 = 0$
合計	18		40

なお、本学では GPA を次の事項に利用しています。

鳥取大学優秀学生育成奨学金受給者の選考

鳥取大学学生表彰規則に関する申し合わせによる成績優秀者の選考

授業料免除有資格者の判定

独立行政法人日本学生支援機構が行う奨学生出願有資格者の判定 (3 年次以上)

以上が [6] である。

長崎大学環境科学部規定 [3] では、成績評価と認定について、

(成績評価)

第 15 条 専門教育科目の考査の成績評価は、AA (90 点以上)、A (80 点以上 90 点未満)、B (70 点以上 80 点未満)、C (60 点以上 70 点未満)、D を (60 点未満) の評語をもって表し、AA、A、B 及び C を合格とし、D を不合格とする。

(成績優秀者の認定)

第 16 条 学生が、各学年末において、在学中に登録した履修科目のすべての単位を修得し、かつ、次の計算方式によるグレード・ポイント・アベレージ (以下「GPA」という。) が 4.0 以上である場合には、成績優秀者として認定する。

$$GPA = \frac{\left[\frac{100 \text{ 点満点で評価したときの得点} - 50}{10} \times \text{当該科目の単位数} \right] \text{の総和}}{\text{履修に登録した授業科目の総単位数}}$$

とあり、次のように成績の評価基準の意味を詳しく定義し、GPA の計算法も定めている。

4. 試験及び成績 (5) 成績評価基準について (学部規程第 15 条を参照)

環境科学部においては、専門教育科目の考査の成績評価は100点満点の素点で評価します。

成績の通知は以下の評語で表し、AA, A, B, Cを合格、Dを不合格とします。

AA (90点以上以上) : 到達目標 (基準) をほぼ完璧に達成 (90%以上), もしくは目的以上の学習成果である。

A (80点以上90点未満) : 到達目標をほぼ達成 (80-90%程度) している。

B (70点以上80点未満) : 到達目標をおおよそ達成 (70-80%程度)。

C (60点以上70点未満) : 到達目標の最低限のレベル (60%程度) には達しているが、誤りや不十分な点も多い。

D (60点未満) : 到達目標に達していない。

(6) GPA (Grade Point Average) について (学部規程第16条を参照)

環境科学部ではGPA (Grade Point Average) 方式により成績の総合評価を行い、成績優秀の判定基準などに用いられます。

GPAは以下の計算方式により得た値とします。

- ① 授業科目ごとの評価を表すGP (Grade Point) は100点満点で評価したときの得点を P として、

$$GP = \frac{P - 50}{10}$$

で定義する。ただし、60点未満の場合は不合格であるので、 $GP = 0.0$ とする。合格最低点の60点が $GP = 1.0$ 、最高点の100点満点が $GP = 5.0$ となる。

- ② 在学中に受講した全ての科目のGPの平均評価を表すGPAは、

$$GPA = \frac{\sum (\text{各科目の単位数} \times GP)}{\text{履修登録総単位数}}$$

で計算し、小数第3位を四捨五入し表示する。

以上により、[3] はGPAについて定義し、有効数字のことが考慮されている。

長崎大学の定義によるGPは、60点が1点で、90点が4点で、100点が5点に対応し、素点1点の増加はGP点の0.1の増加に対応する。60点以上がGPを加点する評価の対象科目であるから、59点以下の得点はGPを0点として、GPAを計算する式では加算されない。

このことを数式で表す。科目 j の得点 (素点) を x_j ($0 \leq x_j \leq 100$) とすると、

$$GPA = \frac{\sum_{j \in K} \left(\frac{(x_j - 60)^+}{10} + 1 \times \frac{\text{sgn}(x_j - 59.5) + 1}{2} \right) \times (\text{科目 } j \text{ の単位数})}{\sum_{j \in K} \text{科目 } j \text{ の単位数}} \quad (1)$$

とかける。ただし、 K は履修登録した科目の集合であり、関数 $\text{sgn}(x)$ を

$$\text{sgn}(x) = \begin{cases} 1, & \text{if } x > 0 \\ 0, & \text{if } x = 0 \\ -1, & \text{if } x < 0 \end{cases}$$

と定義し、関数 x^+ を

$$x^+ = \max(0, x) = \begin{cases} x, & \text{if } x \geq 0 \\ 0, & \text{if } x < 0 \end{cases}$$

と定義する。得点が 60 点以上という条件は除かれ、(1) で表現できる。

4 GPA 導入の契機と利用・活用方法

[4, p.2] は、GPA について次のように報告している。

平成 15 年度現在、163 校 (23.2%) が導入しており、国立大学 27 校 (27.0%)、公立大学 10 校 (13.1) %、私立大学 126 校 (23.9) % である。12 年度は 67 校、13 年度は 88 校、14 年度は 146 校である。

GPA 導入の契機は 1997 年の大学審議会答申である。成績評価に対する大学の責任の明確化のために、個々の授業や学習の成果のあり方を工夫すべきことが指摘された。翌年 (1998) の大学教育審議会答申では、

- ①授業設計と教員の教育責任、
- ②成績評価基準の明示と厳格な成績評価の実施、
- ③履修科目登録の上限設定と指導、 ④教員の教育内容・教育方法の改善、
- ⑤教育活動の評価の実施、

が提案された。その厳格な成績評価の具体例として GPA が提示されたのである。2000 年の大学審議会答申『グローバル時代に求める高等教育のあり方について』では、グローバル化の進展により、大学の教育研究の国際的な通用性、共通性の向上と国際協力強化を図るための具体例として、GPA やアドバイザー制度が提案された。

(… 中略…) 先導大学の取組みを分析すると GPA 導入の主目的として、

- 1. 学生の学習意欲の向上、
- 2. 学生の責任ある履修行動の促進、
- 3. 厳格な成績管理と指導、

の 3 点にまとめることができる。GPA の活用方法として、

- 1. 履修指導 (履修制限、履修単位数の上限の緩和、退学勧告など)、
- 2. 奨学金、報奨金の審査、 3. 早期卒業の審査、
- 4. 留学、企業 (外資系など) への就職など、

が主要なものとして見受けられる、と報告している。

5 ICU での取り組みおよび成績評価

[7, pp.4-38] では、網川正吉 (国際基督教大学 (ICU) 前学長) が GPA について述べている点は、(p.23, 29, 30, 33, 36 から)

- ・GPAを日本で導入した最初の大学が国際基督教大学で、50年間続いている。
- ・リベラルアーツは煩雑である。
- ・アカデミック・アドバイザー制で学生の面倒を見ている。
- ・GPAをなるべく標準化する努力をしている。
- ・社会科学は甘い。一番厳しいのが理学系です。
- ・GPAは2.6を標準にしてほしい、と学長の時にいった。
- ・大学院のGPAを標準化することは意味がない。

なぜならば、アメリカの大学院の単位はGPA3以上でなければ、単位がでない。

- ・一律に全科目に関してGPAを採ってもしようがないのではないか。
- ・少なくとも一般教育科目群と基礎科目群に関してはGPAを標準化するように努力する。

成績の表現の仕方も単に点数制、グレードポイントでいいのかという問題がある。

- ・FDの目的は、日常的に教育問題を考える場を作ることである。
- ・特に、一般教育については毎学期そういう場を作っている。
- ・GPAの意義は、教育というのは共同的な取り組みに関係することである。
- ・教育というのは大学全体の共同の取り組みである。そういう共同の取り組みをそうあらしめるための一つの仕組みとしてGPAがある。
- ・GPAのデータの分析、つまり、ある学年のGPAの分布とか、あるいはその担当部署だとか、もしあるとしたら？

(回答) 学部長に関心があれば、自分でデータを集めたり、調査させたりする。

そして自分の施策としてだす。要は学部長です。学部長がどのように教育の質というものを考え、表現しようとしているか(です)。

- ・青森公立大ではGPAを導入したが、アカデミックアドバイザーを置かなかつたため失敗に終わる。ICUではどうか？

(回答) (アカデミックアドバイザーは) ICUも本当はうまくいっていない。

教員1人あたりの担当学生数が15から20人を超えたらもう機能しない。

である。

[7, p.41]で、田崎宜義は成績評価の問題点として、

「成績評価基準が不明確」「成績評価の方法」「成績評価における評点の設定」「成績のフィードバックが不十分」「成績評価が甘い、成績評価が手抜きである」「不正行為を防止して欲しい」「CAP制」「学外資格(英検、TOEICなど)の単位認定」

をあげている。

[7, pp.46-53]で、渡辺雅男は成績についての考え方として、

「学業達成度をはかる目安としての試験(資格試験)」と「序列づけの手段としての試験(選抜試験)」とがある。成績評価のジレンマとしては、「学習の成果を評価する『成績評価』」と「序列化を正当化するための『成績評価』」とが、ジレンマである。

と言及している。さらに、GPAに対する疑問として、

- ・「選考基準としての有用性」を優先させてよいのか
- ・「国際的通用性とはなにか」「勉学意欲の向上」になるのか

- ・「目的意識をもった学習意欲」を引き出すことになるのか
- ・「教育の質の保証」になるのか、
- ・「厳格な成績評価」といえるのか

という問題を提起し、

GPA 制度は教育そのものではなくて、学生の目的意識を持った学習意欲を引き出すための仕組みにすぎない (p.52)。(教育の質の保証と) GPA の厳格な成績評価とはイコールではない、という絹川の指摘があり (p.53)、授業評価しても授業改善にはならない (p.68)、

と言及している。

6 成績のつけ方

クイズ・テスト・宿題の集合から点数の低いものを除いて成績をつける、コンピュータプログラム化された Grade book が、米国には存在する。米国では、Grades の集合から Grade の低い点数の部分集合を除いて、最終結果に最高の Grade をどのように与えるかという方法が研究されている。[8] は効率的に Grades の集合から最適に除くアルゴリズムを与えている。

日本における、個別の成績評価で問題のある評価は、

1. 不合格の割合の上限を決めて成績をつける、
2. 不可がなく、ほとんどの学生に A (90 か 95 点) をつける、
3. または、数種類の同じ点数を用いて、成績評価に使う、

などが知られている。

学力の低い学生や学んできた学習内容も少ない学生が入学している、といわれている。それを裏付けるように、今までどおりの試験問題の試験成績の平均点は下がっている。講義している数学で強く感じる。シラバスの目標とする修得レベルを維持することは、年々難しくなっている。全国的にもそのような傾向が現れている。しかし、学力低下が GPA に現れたという報告は見受けられない。各科目の成績のつけ方および GP のつけ方から、現れることはないからである。修業年限で卒業する卒業生が少なくなろうとも、成績がよくないと卒業させないという強い意志が大学になれば、GP および GPA は高いが、学力や実力がない学生が卒業することになる。

7 GP の与え方と GPA

100 点満点法で評価した成績 (得点) のうち、60 点以上の得点を 10 点ずつ 4 等分して、各区分および一点を、GP の評点として 1, 2, 3, 4, および 5 点に対応づける場合がある。

学科間の履修科目の違いや、成績評価の学科教員間での評価の仕方の違いや、学生数が多いため同一科目を異なる教員で担当しているときの各教員の評価の違いや、数学と英語といった平均値や分散の違った種類の科目の評価を得点化し、これを GP に変換し、GP を加えていることなどが、解決のむつかしい問題である。

GPAを求める計算式からいえることは、(履修放棄によるGPAの調整と不合格になった科目の調整を除いて、) 厳格な成績評価と、GPおよびGPAとは無関係である、ということである。GPAは、科目の評価点(100点満点法)の総合計点から平均点を計算すること、すなわち英語・数学・国語などの素点から平均点を出していることと、(単位数を考慮することを除くと)ほとんど同じである。

優またはAに対応する最高のGP = 4点を得るのは、その科目を履修した学生の何%かを限定しておくことが、表彰などに使うなどといった他人と比較する場合には、必要であろう。慶応大学SFCでは、Aを上限20%に制限している。

8 GPA計算式の考察と一般化

GPAを一般化する。GPAはランク法であるので、必ずしも4, 3, 2, 1, 0点に対応させる必要はない。大きさの順序が保持されている、20, 10, 5, 3, 0のような単調減少する、数値であればよい。不合格の科目および履修放棄がないとき、GPは100点満点法における素点の平均値から計算することができる。

定義 1. 履修できる教育課程の科目のそれぞれに、番号1から番号 n を付ける。その集合を Ω とする。それらに対応した重みをそれぞれ w_1, w_2, \dots, w_n とする。各学部・各学科における、それぞれの科目に対する各科目の重要性は、重み w によって反映できる。

ある学生の選んだ科目について、その得点を x_j ($0 \leq x_j \leq 100$) とすると、対応する重みは w_j である。学生が履修を登録した科目の集合を、集合 Ω の部分集合 K とする。このとき、重みつき一般化GPA (Weighted Generalized GPA) を

$$\text{重みつき一般化GPA} = \frac{\sum_{j \in K} w_j f(x_j) \times (\text{科目 } j \text{ の単位数})}{\sum_{j \in K} w_j \times (\text{履修を登録した科目 } j \text{ の単位数})}$$

で定義する。ただし、素点 x ($0 \leq x \leq 100$) に対して、GPを与える $f(x)$ は、 x に関して非減少関数である。関数 $f(x)$ を素点 x に対する、一般化されたGP (GradePoint) という。

重みがすべて等しい場合に;

長崎大学 [3] の定義では、

$$f(x) = \frac{(x - 50)^+}{10} \quad (x \geq 60), \quad f(x) = 0 \quad (x < 60)$$

である。

式からわかるように60点以上の科目について、得点から50を引いた数と単位数とをかけて、総合計を10で割り、さらに履修登録科目の総単位数で割った式である。

鳥取大学 [6] の定義では、

$$f(x) = \left[\frac{x - 50}{10} \right]^+ \quad (x < 100), \quad f(100) = 4$$

である。ただし、 $[x]$ は x を超えない最大の整数である。

鳥取大学の定義では、満点の 100 点であっても GP は 5 点でなく、4 点である。したがって、100 点をとった事象と 90 点をとった事象が、同じ事象となる。長崎大学の定義では、満点である 100 点の GP は 5 点である。満点を取るということは特別のことであるから、別格として配慮すべきである。

重みがすべて等しく、さらに、履修放棄と不合格の科目がないならば、素点で計算することに対応する $f(x) = x$ の場合には、平均を計算することと GPA を計算することとは、ほとんど同じである。異なる点は、単位数を考慮していることのみである。詳しくいえば、単位数と重みを付けた GP との積の合計を、履修登録した科目の総単位数で割っている点のみである。

9 GPA の有効数字

鳥取大学における GPA による成績評価の定義を用いた例は、表 1 である。各科目から得られる GP が 0 点から 4 点までの 5 つの目盛りでは荒すぎる、という数値計算上の問題が存在する。GP の有効数字が 1 桁であるにも関わらず、(小数 2 桁目までの) 有効数字 3 桁まで GPA を算出しているからである。数学的には有効数字は 1 桁であり、2 桁目から誤差が生じる。100 点満点法で成績を評価して、入力した点数を GP として整数値 0, 1, 2, 3, 4 に変換する。その後、GPA を計算すると、有効数字は 1 桁となる。GP が整数であることから、「その数値は無限の精度をもっている」と誤解している。

成績評価の入力に際しては、100 点満点法で入力しているから、有効数字を 2 桁にするためには、長崎大学で計算しているような定義 (計算方式) が望ましい。長崎大学では有効数字のことが考慮されている。素点 1 点の差は、GP では 0.1 の差であらわれている。100 点満点法での素点は、100 点を除いて 0 点から 99 点までの 2 桁の整数であり、素点の有効数字は 2 桁である。よって、四則演算した結果の GPA の有効数字は 2 桁である。

100 点満点法での素点を GP として、A, B, C, D, F を 4, 3, 2, 1, 0 に変換するとき、A, B, C, D については、素点で 60 点から 69 点、70 点から 79 点、80 点から 89 点、90 点から 99 点、100 点それぞれ GP = 1, 2, 3, 4, 5 点 (鳥取大学の場合は 100 点も GP = 4 点である。) に対応しているから、素点から計算する GPA と比べて、GPA の数値の精度は $\frac{1}{10}$ となる。有効数字の桁数は 1 桁であることが、近似値の理論の示唆するところである。

したがって、2 人の学生について、3.50 と 3.70 という数値が得られたとしても、GP に変換する評価式の有効数字のこと (または誤差) を考慮すると、鳥取大学の定義式で計算した GPA の値は等しい (3 または 4)、という意味しかもたない。この例については表 2 に具体例をあげた。

10 GPA の問題点—素点の情報を有効に活用するには—

素点を A, B, C, D に変換した後に、それぞれ 4, 3, 2, 1 点を GP として配点すると、GPA には問題が起こる。理由は、60 点から 100 点までの 1 点の刻みを、GP では 1, 2, 3, 4 点と 4 分類 (または 1, 2, 3, 4, 5 と 5 分類) し、0 点から 59 点までを GP = 0 点としているからである。精度は 1 桁となる。GP のとり得る値は 5 通り (または 6 通り) であるから、情報量は $\log_2 5 = 2.32$ ビット

(または $\log_2 6 = 2.58$ ビット) である。1 桁の整数の情報量は $\log_2 10 = 3.322$ ビットであり、2 桁の整数の情報量は $\log_2 100 = 6.644$ ビットである。したがって、情報量の損失は $\log_2 100 - \log_2 6 = 4.06$ ビットである。

G P の有効数字の桁数は 1 桁であるから、G P A を計算すると、有効数字は 1 桁である。表 1 の $\frac{40}{18} = 2.22$ は切り捨てか、四捨五入して、2 としなければならない。G P が整数であるので有効桁数は無限である、という勘違いから生じた。

G P が 4, 3, 2, 1 点となる元の得点 (素点) は、10 点の幅の中にある。これらの素点の G P がすべて同一であるので、もとの素点に比べて、G P および G P A の値の精度は $\frac{1}{10}$ となる。

以上の欠点を避けるためには、G P として素点 60 点が 1 点、70 点が 2 点、80 点が 3 点、90 点が 4 点、100 点が 5 点に対応し、その間の素点を連続的に補正 (G P の刻み幅は 1 点から 0.1 点になる。) すれば、(素点が 2 桁であり、素点と単位数との積の合計は 3 桁または 4 桁となるので、) G P A の有効数字を 3 桁にすることは可能である。理由は次のとおりである。

素点と単位数との積の合計 (G P の合計) は少なくとも 3 桁または 4 桁の整数になるから、有効数字は 3 桁または 4 桁である。卒業要件単位数が 124 単位の場合には、G P の合計は 12400 以下である。履修登録した単位数の合計は、一般に 2 桁または 3 桁である。したがって、G P A を算出したとき、小数第 3 位を四捨五入すると有効数字は 3 桁であるから、有効数字は 3 桁となり、3 桁目 (小数第 2 位) で素点における 1 点の違いを表現できる。

以下では、0 点から 100 点までの素点が与えられていると仮定する。

得点が 60 点以上 ($x \geq 60$) 以上の科目について、

$$f(x) = \frac{(x - 50)^+}{10} \quad (2)$$

とすれば、素点で (60 点, 70 点, 80 点, 90 点, 100 点) は、G P ではそれぞれ (1, 2, 3, 4, 5) 点に対応する。素点 1 点の刻み幅が、G P A の刻み幅では 0.1 点の刻み幅となる。たとえば、65 点の G P は 1.5 となり、66 点の G P は 1.6 となる。

(2) 式による G P A の特徴は、10 点の刻みではなく、1 点の刻みである素点の情報がある G P A に反映されることである。

平均値を計算し、その後に G P A に変換する場合と比べて、素点を G P に変換して G P A を計算する場合には、G P A の精度は 10 分の 1 になり、有効桁数が 2 桁ある元のデータの情報を活かしていない。

成績の評点を大学に報告する場合には、100 点満点法で成績の報告をすることが、多いと思われる。したがって、100 点満点法で評価した成績の評点を A, B, C, D, F に変換し、その後に G P A を計算する計算式ではなく、素点から G P A を直接に計算する方が、計算式としては望ましい。A, B, C, D, F に変換し、その後に G P A を計算する場合に、欠点が発生する具体例を次で示す。

11 具体例

表1のような評価A, B, C, D, Fを得た学生の素点が, 表2のようにA, B, C, D, Fによる評価は同じランクであるが, 学生1と学生2の素点による評価は第4列(x)と第5列(y)であると仮定する。

表2: GPAの欠点

科目	単位数 t	評価 h	学生1 x 点	学生2 y 点	G P 鳥取	学生1 xt	学生2 yt	学生1 長崎	学生2 長崎
1	2	A	100	90	8	200	180	5×2	4×2
2	2	A	100	90	8	200	180	5×2	4×2
3	2	B	89	80	6	178	160	3.9×2	3×2
4	2	C	79	70	4	158	140	2.9×2	2×2
5	1	C	79	70	2	79	70	2.9×1	2×1
6	1	C	79	70	2	79	70	2.9×1	2×1
7	1	F	—	—	0	-0	-0	-0	-0
8	1	A	100	90	4	100	90	5×1	4×1
9	2	C	79	70	4	158	140	2.9×2	2×2
10	2	D	69	60	2	138	120	1.9×2	1×2
11	2	不履修			0	-0	-0	-0	-0
合計	18				40.0	1290	1150	54	40

長崎大学の計算方式では, 学生1のGPAは $\frac{54}{18} = 3$ であり, 学生2のGPAは $\frac{40}{18} = 2.22\dots$ である。鳥取大学でGPAが $2.22 \left(= \frac{40}{18} \right)$ の学生は, 長崎大学の計算方式によるGPAは最低の2.22から最高の3までのいずれかの数値をとることになる。

素点から直接GPAを計算する場合には,

$$\frac{1290}{18} = 71.66\dots, \quad \frac{1150}{18} = 63.88$$

であるから, 11科目による学生1のGPAは $2.2 \left(\frac{71.66 - 50}{10} = 2.166 \right)$ のCで, 学生2のGPAは $1.4 \left(\frac{63.88 - 50}{10} = 1.388 \right)$ のDである。

学生1と学生2とのGPAの差は, $\frac{71.66 - 63.88}{10} = 0.7772$ である。学生1に, 不合格Fも不履修(履修放棄)もない場合には, $\frac{1290}{18 - 3} = \frac{10}{1290} = 86 \rightarrow 3.6$ (GPA)である。学生2の場合には, $\frac{1150}{15} = 76.6\dots \rightarrow 2.7$ (GPA)である。

このことから, 素点から直接GPAを計算する場合には, 履修放棄または不合格となるものがあると, このことが強くGPAの値に影響する。

表1の例ではGPAは2.22であった。学生のGPAが2.166となる理由を考える。授業科目名4, 5, 6, 9, 10における, 学生1の点数(79, 79, 79, 79, 69)を(80, 80, 80, 80, 70)とすれば, 合

計 1290 点に 10 点 (= 2 + 2 + 1 + 1 + 2 + 2) が加わる。このとき、

$$\frac{1290 + 10}{18} = 72.22 \dots, \quad \frac{72.22 - 50}{10} = 2.22$$

となり、GPA は一致する。

不履修（履修放棄）の科目がない場合には、 $\frac{1290 + 10 - 1150}{18 - 3} = 10$ となり、最大 1 の差が GPA に生ずる。

12 履修放棄の扱いと罰金法

登録したけれども途中で履修を取りやめたり・試験を受けなかった者の扱いと、最後まで履修し試験を受けたけれども試験の結果が 60 点未満で不合格の F となり、GP (Grade Point) が 0 点となった者の扱いとをどうするか、という問題がある。

履修放棄した事柄と試験を受け 60 点未満となった事柄とが、同じ扱いである点が問題である。

これらの事柄を区別するためには、途中で履修を止めた罰金（ペナルティ）として、途中で履修放棄した場合の GP を 0 点とするのではなく、 $-\alpha$ という、マイナスの得点を与える罰金法を定義することを、提案する。

無理な登録またはできるだけ多くの科目を登録しておいて、その後に講義の様子や先輩などの話から、楽勝の科目（他の科目に比べて楽をして単位がとれる、また、安易に単位がでる授業科目のこと。）を多く登録し、さらに、楽な科目のみを履修し、残りは履修放棄をするといったインセンティブが、罰金法を適用することにより、起こりにくくなる。

GP がマイナス点になることから、このことは GPA を低くする方向に働くので、授業に対する意識レベルの低い学生を有効に見つけ出すことができる。

罰金法を次のように定義する。

定義 2. 履修できる教育課程の科目のそれぞれに、番号 1 から番号 n を付ける。その集合を Ω とする。科目に対応した重みをそれぞれ w_1, w_2, \dots, w_n とする。ある学生の選んだ科目について、その得点を x_j ($0 \leq x_j \leq 100$) とする。学生が履修を登録した科目の集合を $K (\subset \Omega)$ とし、履修を放棄した科目の集合を M とする。このとき、履修を放棄をした場合の罰金を $f(x) = -\alpha$ ($\alpha > 0$) とする。このとき、罰金 GPA を

$$\text{GPA} = \frac{\sum_{j \in K-M} w_j f(x_j) \times (\text{科目 } j \text{ の単位数}) - \alpha \sum_{j \in M} w_j \times (\text{履修を放棄した科目 } j \text{ の単位数})}{\sum_{j \in K} w_j \times (\text{履修を登録した科目 } j \text{ の単位数})}$$

と定義する。

理由は、次のように考えるからである。たとえば、登録が 15 科目 30 単位 (15×2) で、1 科目 2 単位が未修得であり、すべての科目の GP を 1 点とする。GPA の定義式における分母の「(履修登録した科目の総単位数) の総和」を「(履修した科目の総単位数) の総和」に変えたとき、G

P A の差は

$$(30 - 2) \left(\frac{1}{30 - 2} - \frac{1}{30} \right) = \frac{1}{15} = 0.0666 \dots \quad (3)$$

である。これが、1 科目 2 単位の科目が履修放棄または不可である場合の G P A に対する影響である。G P は 4 点が最大であるならば、G P A に及ぼす影響は最大で 0.266... である。

次に、登録したけれども学期の途中で履修を止めて、試験を受けない、またはレポートを提出しないという理由で「評価不能」、すなわち「履修放棄」となった場合に、罰金法で計算する。罰金（ペナルティー）を 1 点 ($\alpha = -1$) とする。14 科目はすべて 2 単位で、1 科目 2 単位の科目のみ登録後に途中放棄したとする。また、G P はすべての科目で 1 点とする。このとき、G P A と罰金法で計算した G P A との差は、

$$\frac{(14 \times 2) \times 1}{30} - \frac{(14 \times 2) \times 1 + (1 \times 2) \times (-1)}{30} = \frac{1}{15} = 0.0666 \dots$$

であり、履修登録の後に履修を放棄したことを G P A の計算に入れた値 (式 (3)) と同じ値である。

「登録したが途中で履修を放棄した」ことを考慮して、G P A の計算式は定義されている。したがって、さらに、もう一步踏み込んで、「登録したが試験を受けなかった、または出席不足で不可（評価不能）となった」ものに対して、罰金法を適用したい。出席して試験を受けたが不合格となった学生の扱いと、途中で履修を放棄した学生の扱いとを、同じ扱いとすべきではないからである。いいかえれば、途中で履修を放棄する者と、最後まで講義を聴き、試験勉強をして（勉強をしていないかもしれない）、試験を受け、結果として不可となった者とを、同列に扱うべきではないからである。したがって、G P は 0 点ではなく、マイナス α 点と提案する。これが、罰金法を提案する理由である。

[5] では、

履修放棄が無視できない割合で発生している。G P A が導入されると、履修放棄は 0 点としてカウントされるので、学生は履修放棄しないように動機づけられる。しかし、履修放棄した学生は、他科目の成績の「良し・悪し」には関係なく起こっている。

と報告している。

現在の G P A (60 点未満と履修放棄とが同じ扱い) では、履修放棄は完全になくすことはできない。少なくするには、単位が取り易い科目を取ることで、および多くの科目を登録して、その後に履修を放棄すること、に対するペナルティーが必要である。上で定義した (定義 2) 罰金法が 1 つの解決法である。

さらに、素点から直接に G P A を計算する方式において、 $0 \leq x < 60$ において、 $f(x) = \frac{x}{60}$ と定義するような、59 点以下の素点も G P A の計算に入れると、途中であきらめて履修を放棄しないで、試験を受けるのではないだろうか。

学生の立場から考えると、可になるかどうかわからない科目は途中で履修を放棄して、学習以外に時間を使うかまたは他の単位の取れそうな科目に力を集中する。登録した科目については最後まで授業を受けて、試験を受けるというインセンティブを働かせたい。そのためには、罰金法の導入

が解決法の 1 つである。

さらにいえば、毎年登録しては途中で履修を放棄している例が、選択必修科目にもあることを著者は経験している。途中で履修を放棄している場合を、GPA の計算式の分母に組み込むのであれば、さらに、同一科目において、途中で放棄した回数の重複を数えて、GPA の定義式の分母に組み込むべきである。ただし、試験を受けて何回も不可となる場合は重複を数えるべきではない。

13 比較優位

成績が与えられたとき、どちらの学生が比較優位であるかについて議論する。どのように基準を決めても、すべての科目で他の学生より成績のよい学生は上位（優位）となり、すべての科目で成績のよくない学生は下位となるように基準が決められている。中間の成績の場合には、順位を決める基準にしたがい、一般には順位が入れ替わる。

表 3:

G P の評価	A	B	C	D	F	履修放棄	合計
科目数 × 単位数	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	N
比率（確率）	$p_1 = \frac{x_1}{N}$	$p_2 = \frac{x_2}{N}$	$p_3 = \frac{x_3}{N}$	$p_4 = \frac{x_4}{N}$	$p_5 = \frac{x_5}{N}$	$p_6 = \frac{x_6}{N}$	1

表 3 を $(p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6, N)$ または $(p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, N)$ と表す。
ただし、 $p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 + p_6 = 1$ である。

学生が得た表 3 が多数ある場合に、任意の 2 人を比べたとき、「どちらが比較優位であるか」を決定する問題を考える。比較する基準として、下記の 1 または 2 が考えられる。

1. GPA の大きい方を比較優位または比較上位であると定義する。GPA が等しい場合には、比較優位を次のように定義する。

- (1) 2 人の GPA が同じであれば、A の比率の大きいものを比較優位とする。そうでない場合は、
- (2) A の比率が同じならば、B の比率の大きいものを比較優位とする。そうでない場合は、
- (3) B の比率が同じならば、C の比率の大きいものを比較優位とする。そうでない場合は、
- (4) C の比率が同じならば、D の比率の大きいものを比較優位とする。そうでない場合は、
- (5) D の比率が同じならば、F の比率の大きいものを比較優位とする。

なぜならば、不合格 F と履修放棄との比率の合計が等しいので、履修放棄の比率と不合格の比率を比べると、「試験を受けたという事実が優位（上位）である」と考えるからである。

- (6) 以上で、決まらないとき、同順位であると定義する。

このように比較優位を定義すると、成績の集合 S は全順序集合となる。すなわち、任意の2人について、同順位であるか、どちらか一方が上位となる。

2. 任意の2人の学生 P, Q について、表3のような2人のGPの評価として、学生 P は $(p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, N)$ であり、学生 Q は $(q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, M)$ であるとする。

このとき、

$$p_1 \geq q_1, \quad p_1 + p_2 \geq q_1 + q_2, \quad p_1 + p_2 + p_3 \geq q_1 + q_2 + q_3$$

$$p_1 + p_2 + p_3 + p_4 \geq q_1 + q_2 + q_3 + q_4,$$

$$p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 \geq q_1 + q_2 + q_3 + q_4 + q_5$$

が成り立つとき、 $P \succeq Q$ とかく。少なくとも1つの不等式において不等号が成り立つとき、 $P \succ Q$ とかく。このとき、学生 P の方が学生 Q より比較優位である、と定義する。

このように定義する理由は、GPA (平均値) が同じであっても、分散が大きい (GPがばらついている) ことのほうが、分散が小さいことよりもよいことであると考え、さらに、高いGPを取ったすぐれた成績の科目が高い比率で存在する方が、すべての科目が平均点の近くであるよりも望ましい、と考えるからである。

すべての学生の成績 (この集合を S とする。) に対して、上の順序 $P \succeq Q$ によって集合 S に順序関係が入り、 S は半順序集合となる。 $P \succeq Q$ かつ $Q \succeq P$ のとき、 $P = Q$ となり、 P と Q は同順位であるという。 S には、極大となる S の元が少なくとも1つ存在する。

このように順序関係 \succeq を定義すると、A, B, C, D, Fにどのような非負のGPを与えようとも (任意の非負のGPに対して)、 $P \succeq Q$ は、学生 P のGPAは学生 Q のGPAよりも等しいかまたは大きい (小さくない) こと、を意味する。

14 最後に

GPAを導入したからといって、「厳格な成績評価」とは直接には結びつかない。なぜならば、成績の付け方を考えていなくて、あくまで素点およびGPの点数のみから、GPAを計算しているからである。「評点をつける際の評価方法」および「GPがあるレベルに達しているかどうか」という事柄を第1に判断すべきである。学力低下により、単位認定はインフレ状態になりつつある。

GPAの定義は大学の間で異なることもあり、GPを与える基準 (修得した学習内容のレベル) も大学や担当教員によって異なる。ある大学でGPAが3であるとしても、他の大学ではGPAが2もしくは4である学力かもしれない。また、学力低下の影響により、GPが同じであっても、年度により修得した学習内容のレベルが、低くなったり高くなったりする。したがって、GPの基準を不偏にする努力が必要である。

さらに、ICUのように、GPAを用いてGPAの低い学生に対して、学習をアドバイスするアドバイザー制度や学習支援センターなどを導入し、自ら学ぶ学習に対して不適応な学生や、学びたい意欲およびわかりたい意志がある学生に、学習を支援する態勢づくりにGPAを利用することが

望ましい。

GPAは成績上位の学生の表彰などに用いることも大切であるが、成績評価が下位の学生に対して、学生の学習をケアするとともに、学習意欲をなくした学生、および学習意欲をなくそうとしている学生をいち早く見つけ出し、アドバイザーなどが学生の学習ケアをするためにこそ、GPAを用いるべきである。

GPAは学習する意欲および学習内容の修得レベルを維持するための手段の1つであり、GPAそのものを目的としてはならない。手段と目的とを取り違えてはならないからである。

今後、学習アドバイザー制度の充実が必要である。このような取り組みを実行する大学が増えることが望まれる。

参考文献

- [1] http://www.mext.go.jp/a_menu/koutou/daigaku/04052801/003.htm
- [2] http://www.mext.go.jp/b_menu/shingi/chukyo/chukyo4/gijiroku/005/011002/4-2.htm
- [3] 長崎大学環境科学部履修手引き, 平成16年度
(武田修志先生の資料収集調査にお世話になりました。)
- [4] 梶間みどり, GPA導入のメリット・デメリット, 徳島大学高等教育総合センター, News Letter, NO.7, Feb.(2006), p.2.
- [5] 杉山詩帆, 試行調査データから見たGPAのメリット・デメリット, 徳島大学高等教育総合センター, News Letter, NO.7, Feb.(2006), p.3.
- [6] 鳥取大学履修案内, 全学共通科目編, 平成18年度, 鳥取大学
- [7] 全学FDシンポジウム報告書 第3号2006年3月, 一橋大学, 大学教育研究開発センター, pp.4-38, (2005年度第1回シンポジウム 新しい学士教育システムの構築に向けて, -シラバス・成績評価・GPAの相互連関を考える)。
- [8] D. M. Kane and J. M. Kane, *Dropping Lowest Grades*, Mathematics Magazine, Vol.79, No.3(2006), 181-189.

e-mail address : goto@uec.tottori-u.ac.jp

(2006年10月16日受理)