論理とレトリック

——なぜ「矛盾」と「反対」を区別する必要があるのか？——

田　畑　博　敏*

はじめに

われわれは日常生活において、頻繁に「矛盾」という語を用いる。例えば、主張A（その表現形態である文A）と主張B（その表現形態である文B）が互いに両立しないという意味で、「AとBは矛盾する」と語るし、主張Aはそれ自身成立する可能性がないという意味で、「Aは自己矛盾する」と語る。しかも、そのような「矛盾」「自己矛盾」という断定はレトリカルな含意・効果を持っている。その含意とは、前者（「矛盾」）の場合、例えば、「主張Aの立場と主張Bの立場とは絶対的に対立する立場であり、妥協点を見出す余地はまったく無く、それ以上話し合いをしても無駄である」、ということであり、後者（「自己矛盾」）の場合、例えば、「そのような自己矛盾した主張をなす人物をまともに相手にすることはできない」ということであろう。ところで、一般に、論理的な拘束力をもつ論理的特性は、絶大な修辞的（レトリカルな rhetorical）効果をもたらす、と信じられている。事実、そのような効果にわれわれはしばしば直面する。例えば、主張Aと主張Bが互いに矛盾するならば、第三の中間的主張はあり得ないのだと見なして、われわれは妥協点に到達しようとする努力を早々に放棄してしまうだろう。「矛盾していること」や「矛盾性」はそのような論理的拘束力をもつ特性であるが、もしこれが不用意に誤って用いられたり、意図的に誤用されるならば、さまざまな悪影響がわれわれの日常生活にもたらされるであろう。

小論では、「矛盾」と「反対」を区別し、「矛盾」と言われるものが実際には「反対」である場合があり、その場合の対立は絶対的なものではなく、従って、妥協点を見出す余地が残されていることを，具体的な事例に即して示したい。そこから引き出し得る結論あるいは教訓は、「矛盾」といった論理的拘束力をもつコトバは慎重に使うべきであり、そのようなコトバが使われる場面に遭遇したとき、真に矛盾しているのかどうかを吟味して早計に結論を急がないこと、そのような論理的吟味をわれわれの語彙使用に随伴する習慣となすこと、といったこととなろう。現代の文明社会では膨大な情報が巷にあふれている。先に述べた論理的吟味は、誤った情報から正しい情報を分別し、その正しさを見極めるための有効な手立てとなるであろう。パソコンなどの情報機器の発達・普及に伴い、語の意図的・無意図的誤用による悪影響を回避するために、「情報倫理」の必要性が叫ばれている。論理的吟味は「情報倫理」が成り立つための原理的基盤の一つとなろう。

---

*鳥取大学大学教育総合センター（哲学・論理学専攻）

1．「矛盾」の定義

本節では、改めて、「矛盾」を定義し直すが、その前に、当の定義や以下の議論展開の基礎となる前提を、「原則」として示しておく。原則は以下の二つである。

原則

1．古典論理に従う。

2．どんな文も、真であると同時に偽である、ということはあり得ない。

原則1を認めることと関連して、通常の論理結合子、すなわち‘$\neg$’（ない）、‘$\wedge$’（かつ）、‘$\vee$’（または）、‘$\rightarrow$’（ならば）、‘$\leftrightarrow$’（…のときかつそのときのみ…）、は（古典的）真理関数と解する。また、意味論的議論で「モデル」や「真」というとき、古典命題論理、古典一階述語論理の標準的モデル論を前提とする。原則2に関して言えば、この原則2を置いても、真でも偽でもない文はあり得る。以下で確かめるように、「自己矛盾する」文がそのような文となる。

さて、ここで、二つの文の間の意味論的関係として、「矛盾」を定義する。

定義1（「矛盾」の定義）

文Aは文Bと矛盾する（AとBは互いに矛盾する、AはBの矛盾（文）である）

$\Leftrightarrow$ (a)文Aと文Bが共に真であることはあり得ず、かつ

(b)文Aと文Bが共に偽であることもあり得ない。

このような、互いに矛盾する二つの文の例として、「平成17年3月10日、鳥取市は晴れている」と「平成17年3月10日、鳥取市は晴れていない」がある。一般に、

$$A と \neg A$$

という形式の文のペアーは、互いに矛盾する。それゆえ、文A、Bのペアーで、AがBの否定と同値となるようなペアー(またはBがAの否定と同値となるようなペアー)、たとえば、

$$\forall xFx \text{ と } \exists x \neg Fx$$

は、（個体領域が空でないという標準的前提の下で）互いに矛盾する。

こうして、定義1から、以下の定理1が導かれる。（なお、すでに定義1で用いているが、メタ言語として「…のときそのときのみ（にかぎり）…」という表現を使う代わりに、「…$\Leftrightarrow$…」と略記する。）

定理1

文Aは文Bと矛盾する$\Leftrightarrow$文A$\leftrightarrow\neg$Bは恒真である。

《証明》

この定理が成り立つことは、以下のようにして確かめられる。まず、‘$\Rightarrow$’が成り立つことを確かめる。定理の左辺「文Aは文Bと矛盾する」を仮定する。そして、仮に定理の右辺が成り立たない、すなわち、あるモデルで文A$\leftrightarrow\neg$Bが偽となる、とする。これより、そのモデルでは、(i)A：真、$\neg$B：偽、または(ii)A：偽、$\neg$B：真、とならねばならない（‘$\leftrightarrow$’と‘$\neg$’の真理表による）。すると、(i)からは、AとBが共に真となるという帰結が、(ii)からは、AとBが共に偽となるという帰結が、それぞれ生じるから、いずれの場合も、「矛盾」の定義の定義項（定義1の右辺の(a)(b)の両者）を満たことができない。よって、文Aは文Bと矛盾しなくなる。これは、左辺の仮定に反している。言い換えると、「文Aと文Bは矛盾する」という（メタ）文は真であると同時に偽になり、原則2に反する。よって、背理法により、‘$\Rightarrow$’が成り立つ。

つぎに、‘$\Leftarrow$’が成り立つことを確かめる。定理の右辺が成り立つ、すなわち、文A$\leftrightarrow\neg$B

が恒真である、と仮定する。そして、仮に、文Aは文Bと矛盾しない、とする。すると、定義1によって、(i)AもBも真であり得るか、または(ii)AもBも偽であり得るか、である。(i)の場合、文A$\leftrightarrow\neg$Bが偽となり得るから、この文は恒真でなくなる。(ii)の場合も、同様にして、文A$\leftrightarrow\neg$Bは恒真ではなくなる。いずれにせよ、右辺の仮定に反する。言い換えると、定理の右辺は真であり偽であるから、原則2に反する。よって、背理法により、'$\Leftarrow$'が成り立つ。

Q.E.D.

つぎに、「矛盾」の定義から派生させる形で、「自己矛盾」を定義する。

定義2（「自己矛盾」の定義）

文Aは自己矛盾する$\Leftrightarrow$文Aは文A自身と矛盾する

この定義（定義2）から、つぎの定理（定理2）が導かれる。

定理2

文Aは自己矛盾する$\Leftrightarrow$文Aは真でも偽でもあり得ない。

《証明》

この定理が成り立つことは、以下のようにして確かめられる。まず、'$\Rightarrow$'が成り立つことを確かめる。定理2の左辺「文Aは自己矛盾する」が成り立つ、と仮定する。この仮定と定義2から、文Aは自分自身と矛盾する。すると、定義1から、文Aと文Aが共に真ではあり得ず、文Aと文Aが共に偽であることはあり得ない。すなわち、文Aは真でも偽でもあり得ない。

つぎに、'$\Leftarrow$'が成り立つことを確かめる。定理2の右辺「文Aは真でも偽でもあり得ない」が成り立つ、と仮定する。そして、仮に、文Aが自己矛盾していない、とする。この後者の仮定と定義2より、文Aは文A自身と矛盾してはいない、となる。すると、定義1より、文Aと文Aが共に真であり得るか、または、文Aと文Aが共に偽であり得る。言い換えると、文Aは真であり得るか、または文Aは偽であり得る。つまり、「文Aは真でも偽でもあり得ない」は偽となる。こうして、定理の右辺の仮定により、「文Aは真でも偽でもあり得ない」は（メタのレベルで）真であり、同時に偽となって、原則2に反する。それゆえ、背理法により、'$\Leftarrow$'が成り立つことが確かめられた。

Q.E.D.

以上、本節では、「矛盾」と「自己矛盾」を定義した。これらは、「絶対的」と表現し得るほどに鋭い、主張（命題）間の対立である。次節では、これらよりはやや弱い対立である「反対」を定義する。

2.「反対」の定義

さて、本節では、「矛盾」より弱い（命題間の）対立である「反対」を定義して、その例を考察する。その際、われわれは伝統的やり方に従って、「大反対」と「小反対」を区別し、それらを別個に定義する。伝統的やり方は、論理分析の成果を日常の議論の場に応用し、そのような場でのレトリカルな問題を考察するのに便利だからである。

2．1　大反対と小反対

ここで、二種類の「反対」を定義する。まず、「大反対」を定義する。

定義3（「大反対」の定義）

文Aは文Bの大反対である$\Leftrightarrow$(a)文Aと文Bが共に真であることはあり得ない、しかし

(b) 文Aと文Bが共に偽であることはあり得る。

つぎに、「小反対」を定義する。

定義4（「小反対」の定義）

文Aは文Bの小反対である ⇔ (a) 文Aと文Bが共に偽であることはあり得ない、しかし
(b) 文Aと文Bが共に真であることはあり得る。

2．2 大反対の例

それでは、どのような命題のペアーが大反対となるのか、その例を見よう。

《例1》

2個以上の元を持つ個体領域（$|D| \geq 2$）において

'$\forall$xFx'（すべてのものはFである）

は

'$\forall$x¬Fx'（すべてのものはFでない）

の大反対である。（ここで、'Fx' は個体領域D上の任意の述語である。以下、同様に、アルファベット大文字（小文字で表現される変項を伴う）で、個体領域上の任意の述語を表す。また、$|D|$ は個体領域Dの元（つまり個体）の個数を表す。）

このことを確かめよう。もし個体領域Dが空である（$D=\varnothing$）ならば、$\forall$xFx は $\forall$x(x$\in\varnothing\rightarrow$Fx)と、また $\forall$x¬Fx は $\forall$x(x$\in\varnothing\rightarrow\neg$Fx)と、それぞれ解されるので、$\forall$xFx と $\forall$x¬Fx は共に真である。しかし、個体領域において個体が1個以上存在する場合は、共に真ではあり得ない。実際、例えば、D={e}という一元領域を取ると、$\forall$xFx ⇔ Fe、$\forall$x¬Fx ⇔ ¬Fe と解されるので、$\forall$xFx と $\forall$x¬Fx とは共に真ではあり得ない。（もし共に真ならば、Fe：真、¬Fe：真だから、Fe は真であり同時に偽となって、原則2に反するからである。）2元以上の個体を持つ個体領域（すなわち $|D| \geq 2$）においても、これらが共に真ではあり得ないことは容易に示すことができる。よって、個体領域において個体が1個以上存在する場合は、これらが共に真であることはあり得ない。

他方、個体領域が空であるか1元領域である場合、$\forall$xFx と $\forall$x¬Fx とが共に偽であることはあり得ない。なぜなら、これらが共に偽であるとき、（これらの否定形と同値である）$\exists$x¬Fx と $\exists$xFx が<u>共に真とならねばならない</u>が、$D=\varnothing$ において（存在命題は常に偽であるから）<u>そのこと</u>は成り立たないからであり、また、D={e}において、$\exists$x¬Fx ⇔ ¬Fe、$\exists$xFx ⇔ Fe と解されるので、（原則2によって）再び<u>そのこと</u>は成り立たないからである。しかし、2個以上の個体を持つ個体領域においては、$\exists$x¬Fx と $\exists$xFx がともに真となり得る（実際 D={e_1,e_2}、$e_1 \neq e_2$ で、Fe_1：真、Fe_2：偽とすればよい）から、$\forall$xFx と $\forall$x¬Fx が共に偽であり得る。

以上をまとめると、$\forall$xFx と $\forall$x¬Fx とは、$|D| \geq 1$ である個体領域Dにおいては共に真であることはあり得ないが、$|D| \geq 2$ であるDにおいては共に偽であることがあり得る。従って、これらは、$|D| \geq 2$ であるDにおいては、共に真であることはあり得ないが、共に偽であることはあり得る。こうして、（大反対の定義により）2個以上の元をもつ個体領域において、$\forall$xFx は $\forall$x¬Fx の大反対であることが確かめられた。

《例2》

個体領域Dが0を含む自然数である（D={0,1,2,3,…}）とき、文「すべての自然数は偶数である」は文「すべての自然数は偶数ではない」の大反対である。

この例2における二つの文は、例1での個体領域を自然数の集合（もちろん2個以上の元を持つ

個体領域である）に、'Fx' を「x は偶数である」という形に具体化してできた文であるから、これら二つの文が互いに大反対であることは容易に分かる。

《例3》

∃xGx が成り立つという前提の下で、２個以上の元を持つ個体領域において、

'∀x(Gx→Fx)'（すべてのＧはＦである）

は

'∀x(Gx→¬Fx)'（すべてのＧはＦでない）

の大反対である。

このことを確かめよう。D={e1,e2}とおいて、｜D｜＝２の場合で考える。∃xGx が成り立つという前提があるから、例えば、Ge_1：真とする。もし仮に∀x(Gx→Fx)も∀x(Gx→¬Fx)も共に真であるならば、Fe_1：真、¬Fe_1：真が導かれるから、Fe_1は真であり同時に偽となって原則２に反する。よって、当該の二つの文が共に真であることはあり得ない。｜D｜＞２である個体領域Ｄにおいても同様にそのことを示すことができる。

また、それらが共に偽であり得ることは以下のようにして確かめ得る。D={e_1,e_2,…}とおいて、Ge_1：真、Ge_2：真、Fe_1：真、Fe_2：偽（つまり¬Fe_2：真）とする。すると、この解釈で、∃x(Gx∧Fx)：真、∃x(Gx∧¬Fx)：真、すなわち、¬∃x(Gx∧Fx)：偽、¬∃x(Gx∧¬Fx)：偽であるから、（これらと同値である）∀x(Gx→¬Fx)と∀x(Gx→Fx)が共に偽であることがあり得ることとなる。

こうして、例３で述べたことが確かめられた。

２．３　小反対の例

つぎに、小反対の例に移ろう。

《例4》

２個以上の元を持つ個体領域（D≧２）において、

'∃xFx'（Ｆであるものが存在する）

は

'∃x¬Fx'（Ｆでないものが存在する）

の小反対である。

このことを確かめよう。まず、∃xFx と∃x¬Fx が共に偽であることはあり得ないことを示す。もしこれら二つの文が共に偽であるならば、それぞれの否定形：¬∃xFx および¬∃x¬Fx と同値である∀x¬Fx と∀xFx が共に真であることになるが、(D≠∅のとき）このことがあり得ないことは例１での議論から明らかである。よって、｜D｜≧２のとき、∃xFx と∃x¬Fx が共に偽であることはあり得ない。

しかし、これらが共に真であることはあり得る。いま D={e_1,e_2,…}とする。そして Fe_1：真、Fe_2：偽（つまり¬Fe_2：真）と解釈する。すると、∃xFx：真、∃x¬Fx：真が導かれる。従って、∃xFx と∃x¬Fx が共に真であることがあり得る。

以上のことから、｜D｜≧２である個体領域 D において、（小反対の定義により）∃xFx は∃x¬Fx の小反対であることが確かめられた。

《例5》

∃xGx が成り立つという前提の下で、２個以上の元を持つ個体領域において、

'∃x(Gx∧Fx)'（あるＧはＦである；ＦであるＧが存在する）

は

'$\exists x(Gx \wedge \neg Fx)$'（あるGはFでない；FでないGが存在する）

の小反対である。

このことを確かめよう。まず、$\exists x(Gx \wedge Fx)$と$\exists x(Gx \wedge \neg Fx)$が共に偽となることはあり得ないことを示す。もし仮に、それら二つの文が共に偽であるとすれば、それらの否定形は真となる。すなわち、$\neg \exists x(Gx \wedge Fx)$：真、$\neg \exists x(Gx \wedge \neg Fx)$：真、となる。これらから、$\neg \exists xGx$：真、が導かれる。（なぜなら、$\{x : Gx\}=\{x : Gx \wedge Fx\} \cup \{x : Gx \wedge \neg Fx\}$であるが、上の結果により、'$\cup$'で結ばれた二領域が共に空となるから、$\{x : Gx\}=\emptyset$となるからである。）すると、$\exists xGx$が成り立っているという前提により、同一文：$\exists xGx$が真であり同時に偽となって、原則２に反する。こうして、$\exists x(Gx \wedge Fx)$と$\exists x(Gx \wedge \neg Fx)$が共に偽となることはあり得ないことが示された。

つぎに、共に真であり得ることを示す。実際、$D=\{e_1,e_2,\cdots\}$、$e_1 \neq e_2$として、Ge_1：真、Ge_2：真、Fe_1：真、Fe_2：偽、と解釈すれば、$\exists x(Gx \wedge Fx)$と$\exists x(Gx \wedge \neg Fx)$は共に真となる。

以上のことから、$\exists xGx$が成り立つという前提の下で、２個以上の元を持つ個体領域において、$\exists x(Gx \wedge Fx)$は$\exists x(Gx \wedge \neg Fx)$の小反対であることが示された。

３．個体領域の大きさと矛盾・反対

これまで、矛盾と（大・小の）反対を定義し、それらの例を挙げてきたが、その際、個体領域が空か否か、非空のとき、１元領域なのか、それ以上の元を有するのか、に留意した。すなわち、二つの文が互いに矛盾するのか、大反対または小反対なのか、は個体領域の大きさに依存することが判明した。本節では、個体領域Dの大きさと矛盾・反対との関係を、いくつかの文のペアーを例に取って、整理してみよう。

３．１　$\forall x(Gx \to Fx)$と$\forall x(Gx \to \neg Fx)$

まず、'$\forall x(Gx \to Fx)$'と'$\forall x(Gx \to \neg Fx)$'を取る。

(i)$D=\emptyset$、つまり個体領域が空であるとき：$\forall x(Gx \to Fx)$は$\forall x(Gx \to \neg Fx)$の**小反対**である。

なぜなら、これらは共に真でありうる（空の領域では全称文は常に真と解されるから）が、共に偽であることはあり得ないからである。（もし共に偽なら、各々の否定と同値な文が真となる、すなわち$\exists x(Gx \wedge \neg Fx)$：真、$\exists x(Gx \wedge Fx)$：真となるが、空の領域では存在文は常に偽であるから、これらの文は真であると同時に偽となって、原則２に反する。）

(ii)｜D｜＝１、つまり１元領域のとき：

(ｲ)$\exists xGx$が成り立つ場合、$\forall x(Gx \to Fx)$は$\forall x(Gx \to \neg Fx)$と**矛盾**する。

(ﾛ)$\exists xGx$が成り立たない場合、$\forall x(Gx \to Fx)$は$\forall x(Gx \to \neg Fx)$の**小反対**である。

なぜなら、まず(ｲ)の場合、$D=\{e\}$で、Ge：真ならば、共に真のとき、Fe：真、$\neg Fe$：真となるから、共に真ではあり得ないし、共に偽のとき、$\exists x(Gx \wedge Fx)$：真、$\exists x(Gx \wedge \neg Fx)$：真より、$Fe$：真、$\neg Fe$：真が導かれるので、共に偽であることもあり得ないからである。また(ﾛ)の場合、唯一の個体eにつき$\neg Ge$：真であり、（全称内の条件法の前件が常に偽だから）共に真であり得るが、共に偽ならば、Ge：真が導かれるので、共に偽であることはあり得ないからである。

(iii)｜D｜≧２、つまり２個以上の元を持つ領域のとき：

(ｲ)$\exists xGx$が成り立つ場合、これらは互いの**大反対**である。

(ﾛ)$\exists xGx$が成り立たない場合、これらは互いの**小反対**である。

なぜなら、(イ)の場合、例３で確かめたように、共に真であることはあり得ないが、共に偽であることはあり得るからである。また、(ロ)の場合、$\forall x \neg Gx$：真であるから、（全称内の条件法の前件が常に偽だから）共に真であり得るが、共に偽ならば、$\exists x(Gx \wedge Fx)$：真より、ある個体 e につき、Ge：真、$\neg$ Ge：真となって原則２に反するから、共に偽であることはあり得ないからである。

３．２　$\exists x(Gx \wedge Fx)$ と $\exists x(Gx \wedge \neg Fx)$

つぎに、‘$\exists x(Gx \wedge Fx)$’と‘$\exists x(Gx \wedge \neg Fx)$’を取る。

(i)D=$\emptyset$ のとき：$\exists x(Gx \wedge Fx)$は$\exists x(Gx \wedge \neg Fx)$の**大反対**である。

なぜなら、空な個体領域では存在文は常に偽であるから、共に真であることはあり得ないが、共に偽であることはあり得る（実際に常に偽である）からである。

(ii) | D | ＝１、つまり１元領域のとき：

(イ) $\exists x Gx$ が成り立つ場合、これらは互いに**矛盾**する。

(ロ) $\exists x Gx$ が成り立たない場合、$\exists x(Gx \wedge Fx)$は$\exists x(Gx \wedge \neg Fx)$の**大反対**である

なぜなら、まず(イ)の場合、D={e}で、Ge：真とすると、もし共に真であるならば、Fe：真、$\neg$ Fe：真（Fe：偽）となり原則２に反するから、共に真ではあり得ず、もし共に偽ならば、各々の否定と同値な文が真、すなわち$\forall x(Gx \rightarrow \neg Fx)$：真、$\forall x(Gx \rightarrow Fx)$：真、となり、これと Ge：真から、Fe：真、$\neg$ Fe：真が導かれ原則２に反するから、共に偽でもあり得ない、からである。また(ロ)の場合、共に真ではあり得ないが、各々の否定と同値な文：$\forall x(Gx \rightarrow \neg Fx)$、$\forall x(Gx \rightarrow Fx)$が（全称内の条件法の前件が偽だから）共に真であり得る、言いかえると、当該の二つの文が共に偽であり得る、からである。

(iii) | D | ≧２、つまり２個以上の元をもつ領域のとき：

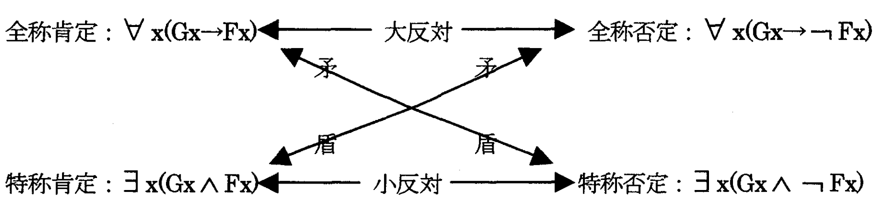
(イ) $\exists x Gx$ が成り立つ場合、これらは互いに**小反対**である。

(ロ) $\exists x Gx$ が成り立たない場合、これらは互いに**大反対**である。

なぜなら、まず(イ)の場合、上の（第２節）例５で確かめたように、共に偽ではあり得ないが、共に真ではあり得るからである。また(ロ)の場合、$\neg \exists x Gx$：真であるから、F であろうとなかろうと G であるものは存在しないから、共に真ではあり得ないが、$\forall x \neg Gx$：真だから、（全称内の条件法の前件が偽であることにより）$\forall x(Gx \rightarrow \neg Fx)$：真、$\forall x(Gx \rightarrow Fx)$：真となり、元の二つの存在文が共に偽であることがあり得る（実際常に偽である）からである。

３．３　大反対と小反対の関係

以上、見てきたように、二つの主張が矛盾であるか否か、（大・小の）反対であるか否かということは、個体領域の大きさに依存すること、が明らかである。しばしば、以下のような「反対表」が描かれるが、前提されている個体領域の状況（すなわち、空か非空か、非空ならば１元領域か、２元以上の個体を持つ領域か、など）を明示する必要がある。



さて、本節を閉じるにあたり、大反対と小反対の関係をまとめよう。

定理３

文Ａは文Ｂの大反対である⇔ 文¬Ａは文¬Ｂの小反対である。

《証明》

まず、'⇒' を示す。そこで定理の左辺を仮定する、すなわち、ＡはＢの大反対である、と仮定する。大反対の定義（定義３）により、ＡとＢが共に真であることはあり得ない。ところで、Ａ：真⇔¬Ａ：偽、であるから、¬Ａと¬Ｂが共に偽であることはあり得ない、ということが導かれる…①。再び、大反対の定義により、ＡとＢが共に偽であることはあり得る。ところが、Ａ：偽⇔¬Ａ：真、であるから、¬Ａと¬Ｂが共に真であることはあり得る…②。こうして、①、②と定義４（小反対の定義）により、¬Ａは¬Ｂの小反対である。

つぎに、'⇐' を示す。定理の右辺を仮定する、すなわち、¬Ａは¬Ｂの小反対である、と仮定する。小反対の定義（定義４）により、¬Ａと¬Ｂが共に偽であることはあり得ない。ところが、¬Ａ：偽⇔Ａ：真、であるから、ＡとＢが共に真であることはあり得ない、ということになる…③。再び、小反対の定義により、¬Ａと¬Ｂが共に真であることはあり得る。ところが、¬Ａ：真⇔Ａ：偽、であるから、ＡとＢが共に偽であることはあり得る…④。こうして、③、④と定義３（大反対の定義）により、ＡはＢの大反対である。

Q.E.D.

４．応用――その１：「嘘つき」と「矛(ほこ)と盾(たて)」

前節までに明らかとなった、矛盾と反対の区別とそれらの間の関係についての知見を、実際の議論に応用することを考えよう。本節では、通常、（自己）矛盾と考えられている「嘘つき」のパラドクスや「矛と盾」の話が、前提の取り方次第では、（われわれが定義した）「矛盾」にはならない、ということを示す。

４．１ 「嘘つき」

まず、「嘘つき」または「エピメニデスのパラドクス」として知られるパラドクスを取り上げよう。議論を厳密に行なうため、議論の前提と内容を定式化しよう。

《定式化》

１．エピメニデスはクレタ人である。

２．エピメニデスはこう語る：「すべてのクレタ人は嘘つきである」。

３．「嘘つき」と呼ばれる人物が語る文はすべて偽である。

前提１によって、議論の前提となる個体領域 D にエピメニデスが属し（エピメニデス∈クレタ人⊆D、｜D｜≧１）、「クレタ人である」という述語は非空である。前提２により、エピメニデスが語る文は '$\forall x(Gx \rightarrow Fx)$' という形式の全称文である。前提３により、「嘘つき」という述語の内容が明示される。

さて、ここで、一つの問いを発しよう。

《問題》

クレタ人エピメニデスの言葉「すべてのクレタ人は嘘つきである」は「自己矛盾」であるのか？

以後、引用の便のため、エピメニデスの語る文を 'A' と名づける。すなわち、

A：「すべてのクレタ人は嘘つきである」
とする。

Aは真であるか？仮に、Aが真である、と仮定しよう。すると、エピメニデスが語る文Aの内容がそのまま成り立つから、すべてのクレタ人は嘘つきであることになる。ところで、議論の前提1により、エピメニデス本人もクレタ人である。よって、エピメニデスは嘘つきである。前提3より、嘘つきであるエピメニデスの語る文は偽であるから、Aは偽である。しかし、仮定により、Aは真であった。よって、Aは真であると同時に偽である。これは原則2に反する。よって、背理法により、Aが真であることはあり得ない。

Aは偽であるのか？仮に、Aが偽である、と仮定しよう。そのとき、Aの否定形は真となる。こうして、Aの否定形と同値な文：「嘘つきでないクレタ人が少なくとも一人存在する」が真となる。ここで、場合を分ける。

(イ)エピメニデス以外にもクレタ人がいる場合：クレタ人={エピメニデス、e_1,…}$\subseteq$D
このとき、エピメニデスが嘘つきである（よって、彼の言葉Aは偽である）としても、その虚偽の否定形が語る真実、すなわち（エピメニデス以外の）嘘つきでないクレタ人がいること、このことの可能性がある（そのモデルが容易に作れる）から、Aが偽であることはあり得る。

(ロ)エピメニデス以外にクレタ人が存在しない場合：クレタ人={エピメニデス}$\subseteq$D

ロ-1.「嘘つき」でない人物も嘘をつくことがある、とする。
このとき、エピメニデスの文Aは仮定により偽である。しかし、彼は常に嘘をつくわけではなく、真実をそのまま述べることもあるとすれば、(嘘つきではない）唯一のクレタ人エピメニデスの言葉Aが（たまたま）偽であった、ということになる。

ロ-2.「嘘つき」でない人物は常に真実を語る、とする。
このとき、クレタ人はエピメニデスただ一人であるから、存在するとされる嘘つきでないクレタ人はエピメニデス本人である。すると、嘘つきでないエピメニデスの言葉Aは真でなければならない。しかし、Aは偽である、と仮定していた。よって、Aは真であり偽でもあることになって原則2に反する。背理法により、Aは偽ではあり得ない。こうして、Aは真でも偽でもあり得ないから、定理2により、Aは自己矛盾である。

以上の議論をまとめよう。

《結論》

1．クレタ人={エピメニデス、e_1,…}$\subseteq$D（$|D| \geq 2$）のとき：
文「すべてのクレタ人は嘘つきである」は、真ではあり得ないが、**自己矛盾ではない**（単に偽であるにすぎない)。

2．クレタ人={エピメニデス}$\subseteq$D　（$|D| \geq 1$）のとき：

2－1．「嘘つき」でない人物が嘘をつくこともあるとき：
文「すべてのクレタ人は嘘つきである」は、真ではあり得ないが、**自己矛盾ではない**（単に偽であるにすぎない)。

2－2．「嘘つき」でない人物が常に真実を語るとき：
文「すべてのクレタ人は嘘つきである」は**自己矛盾である。**

このように見てくると、自己矛盾（または二律背反）の代表の一つである「嘘つき」のパラドクスは、「クレタ人」がエピメニデスただ一人であり、人間は常に虚偽を語るか常に真実を語るか、いずれかである、という極端で不自然な前提の下でのみ、自己矛盾となる。通常の前提の下では、す

なわち、「クレタ人」はエピメニデス以外にも存在し、人は、常に虚偽を語らなくても、場合によって（誤ってか意図的にか）虚偽を語ることもある、という前提の下では、「嘘つき」のパラドクスは自己矛盾ではない。言い換えると、この高名なパラドクスは、確かに真ではあり得ないが、偽でもあり得ないまったくのナンセンス（つまり自己矛盾）ではなく、偽でしかあり得ない（偽ではあり得る）、れっきとした有意味なコトバである。

4．2 「矛（ほこ）と盾（たて）」

つぎに、これも高名なパラドクスである「矛（ほこ）と盾（たて）」の話に移ろう。まず、前提を含めて、この話を定式化しよう。

《定式化》

1．ある商人が一本の矛（ほこ）e と一本の盾（たて）d を売っている。

2．その商人はつぎの A、B を主張する：

A：「私が売る矛 e はどんな盾も貫くことができる」

B：「私が売る盾 d はどんな矛によっても貫かれない」。

3．これを聞いた別人が反論する：

「お前の矛でお前の盾を突いてみろ」。

さて、問題である。

《問題》

商人の二つの主張 A、B は矛盾するか？

A、B は共に真であり得るか？仮に、共に真であるとしよう。A より、矛 e はすべての盾を貫くことができるから、盾の一つである d を貫ける。すなわち、「e は d を貫くことができる」は真となる。他方、B より、どんな矛も盾 d を貫くことはできないから、矛の一つである e も d を貫けない。よって、「e は d を貫くことはできない」は真となる。それゆえ、「e は d を貫くことができる」は真であると同時に偽となり、原則2に反する。従って、背理法により、A、B が<u>共に真となることはあり得ない</u>。

A、B は共に偽ではあり得るか？仮に、共に偽であるとしよう。すると、A、B の否定（と同値な）文が真となる。すなわち、

$\neg A \Leftrightarrow$「矛 e が貫けない盾 d が存在する」：真

$\neg B \Leftrightarrow$「盾 d を貫ける矛が存在する」：真

となる。これらを充足させるには、矛 e が貫けない盾が（当の商人が所有していなくとも）いずこかに存在すればよく、また、盾 d を貫ける矛が（商人が所有していなくとも）いずこかに存在すればよい。よって、A、B が<u>共に偽であることはあり得る</u>。従って、A は B の大反対である（矛盾ではない）。

しかし、もしこの世の中に矛としては商人が持っている e しか存在せず、盾としては商人が持っている d しか存在しないならば、「矛 e が貫けない盾が存在する」は「e は d を貫くことはできない」と同値となり、「盾 d を貫ける矛が存在する」は「e は d を貫くことができる」と同値となる。しかも、それらは真である。よって、「e は d を貫くことができる」は真であると同時に偽となり、原則2に反する。よって、背理法により、A、B が<u>共に偽であることはあり得ない</u>。従って、A は B の矛盾である。

以上の議論をまとめよう。

《結論》

1．商人が所有している矛と盾以外にも、矛と盾が存在しているとき：
　ＡはＢの**大反対**である（矛盾ではない）。
2．商人が所有している一対の矛と盾以外に、矛も盾も存在しないとき：
　ＡはＢの**矛盾**である。

こうして、「矛と盾」の話が矛盾となるのは、当の商人が所有するもの以外に矛と盾が存在しないとうい（やや不自然な）状況を前提とした場合のみにかぎられる。そうではない場合（つまり商人所有のもの以外にも矛と盾が存在するとき）、この話は、矛盾ではなく大反対なのである。

5．応用――その2：プロパガンダへの対処

本節では、二番目の応用として、矛盾や反対についての知見をプロパガンダへの対処にどのように活用するか、について考察する。もとより、一口にプロパガンダと言っても、そのやり方（手口）は無数にある。十九世紀ロシアの有名な小説の冒頭の書き出しに、「（家庭の）幸福はどれも一様であるが不幸はさまざまである」という意味のことが述べられている。それと似た事情で、論理的真理や論理的妥当性は単純で一様であるが、レトリックを駆使するプロパガンダは多岐の戦術で武装して来る。ここで、そのような戦術を網羅することはできない。ごく限られた側面に関して論理分析の知見を応用することで、いまは満足しなければならない。

5．1　心理的側面――「望ましくないこと」と「矛盾」の区別

しばしば見られるプロパガンダの戦術は、

　　「望ましくないこと」を「矛盾」と断言する、

という戦術である。これは、議論の流れの中で、論理的（言語的）というより、心理的効果を狙うものである。例えば、（現在鳴りを潜めているが）かつて日常的に見られた典型的なプロパガンダにつぎのものがある。すなわち、資本主義社会（市場経済社会）では「労働者の貧困」が存在する（と見られる）が、プロパガンダを行なう者は、

　　「労働者の貧困の存在は資本主義社会の＜**矛盾**＞を示す」

と主張する。いま仮に、資本主義社会で労働者の貧困が存在する、としよう。労働者の貧困の存在は資本主義社会にとって、「望ましくないこと」であろう。だが、それは、資本主義社会にとって＜矛盾＞となるのだろうか？そのことの論理的検討は後回しにして、まず、このプロパガンダの戦術が持つ心理的効果について考察しよう。

「労働者の貧困の存在」が「資本主義存立（または持続）」と矛盾する、と断言することによって、プロパガンダを行なう者は何を（どういう心理的効果を）狙うのだろうか？この断言を聞いた人はどのような印象を「資本主義」に対して持つだろうか？「矛盾」というコトバは、大きな論理的制約を伴うものとして一般に使用される。ここで、その論理的制約はどのような「見解の形成」にどのような効果を持つだろうか？考えられる効果は、その断言が「厳密性」「客観性」「絶対性」といった特徴を持つ、という印象を与えることである。すなわち、「労働者の貧困の存在」が「資本主義存立」と矛盾するということが成り立ち、しかも労働者の貧困が現に存在するならば、資本主義を存立させることが「絶対に不可能である」かのように印象づけられるであろう。プロパガンダを行なう者はそう主張し、人々にそのことを受け入れさせようと図る。そうすると、「資本主義という社会制度を改良（改善）することは全くの無駄であり、そもそも＜原理的に＞不可能である」といった見解・意見が形成されるだろうことは、容易に予測できる。さらに、プロパガンダの戦術は、「＜