「理論」と「論理」

——「論理」の特徴づけについて——

田　畑　博　敏

(昭和58年5月20日受理)

1　「論理」とは何か？

「論理」とは何か？「論理的に正しい」と語るとき，われわれはいかなる意味の正しさを主張しようとするのか？

まず思い浮かぶことは,「論理的に正しい」と語るときの「論理」なる言葉には,ある種の「必然性」・「強制力」の意味が暗に籠められているということである。ただし，その「論理」に籠められた「必然性」は，物理法則や政治権力のもつ強制力とは異質のもののように思われる。それは何か次のようなものであろう。——われわれは言葉によって，全く自由に物事を考え，空想することができる。たとえば，現実には（つまり物理的には）困難でも，宇宙船で銀河系を脱出することを考え・空想できるし，実行はしなくとも贋札を大量に印刷して大儲けすることを夢みることはできる。しかし私は，今ここで，宇宙旅行を思い描くと同時に思い描かないということはできない。宇宙旅行を思い描くと同時に思い描いていない私の姿など，空想することすらできない。論理的にできないのである。今，私はこうして言葉を語っている（正確には書き連ねている）が，同じ言葉を語ると同時に語らないということはできない。論理的にできないのである。この点で，「論理」のもつ必然性・強制力は完璧である。どんなにもがいても，この「論理」の強制力からだけは免れない。丁度，孫悟空が如意棒を振って一瞬間に何万キロも飛べると嘯いたにもかかわらず，実際には釈迦の手の平を這い廻っていたにすぎなかったように、いかにわれわれが空想の自由・精神の自由を称揚したとしても，所詮われわれは「論理」の法網に把えられた昆虫にすぎない。——

「論理的に正しい」と語るときの「論理」の意味に籠められる必然性・強制力とは，以上のようなものであろう。しかし当然ながら，以上の見方には別の観点からの反論があろう。——確かに「論理」にはある種の必然性・強制力がある。われわれは矛盾したことは為しえないし，矛盾したことを語ることもできない。しかし，そもそも矛盾とは何か？矛盾が生じるのは言葉の上のことだけではないのか？今ここで，私が宇宙旅行を空想するとする。私はまさに空想しているのであって，空想していない私など存在しない。「空想していない私」が空想されるのはただ言葉の上でだけである。

そして「空想している私」と「空想していない私」とを同時に空想できるのは，ただ言葉においてのみである。つまり，矛盾が生じるのは言葉においてのみである。世界はある通りにある。世界には何の矛盾もない。われわれはただ，120億年前の宇宙開闢（かいびゃく）のビッグ・バン以後の宇宙進化の一齣を現にある通りに生きそして死ぬのである。そこに何の矛盾もない。……だとすると，「論理」は「世界に矛盾はありえない」というしごく当たり前のことを主張するにすぎない。しかし当たり前のことをことさらに「論理的」だと騒ぐ必要はない。矛盾が生じるのが言葉の上のことだけだとしたら、矛盾の生じるような空虚なおしゃべりはやめて正確に間違いなく世界の姿を把えて語りさえすれば，「論理」は必要ではない。当たり前のことしか語らない「論理」は，本来無用の長物なのである。われわれが時として言葉の使用を誤まる故に仕方なく用意しておく道具，知識の博物館の片隅に埃をかぶって眠っている道具，それが「論理」である。——

以上の二つの論理観，すなわち①〝必然性・強制力としての論理〟という論理観と，②〝無用の長物（当たり前のことしか語らないものという意味で）としての論理〟という論理観も，ともに「論理」のある側面は把えているといえよう。しかし，「論理」の全体像を十分に把握できているかと言えば，そうは言い難いであろう。より有意義かつ生産的な論理観を得るためには，われわれはどのような形で「論理」を特徴づけるべきであろうか？そこで，改めて「論理とは何か？」という問いが立てられねばならない。

ここで私は，常識的な，あるいは標準的と呼びうる大まかな論理観を設定し，それを更に洗練し精密化する作業を進めることを通して，その論理観のもつ有効性を検討してみたい。そのことによって「論理」のよりよい特徴づけに少しでも近づきたい。さて，その大まかな標準的論理観とは，次のようなものである：

「〈論理〉（logic）とは最も普遍的・一般的理論であるが，通常の〈理論〉（theory）とは峻別される」

この論理観の根底には，「理論」が特殊な領域で成り立つ特殊な法則（の集まり）であるのに対して，「論理」はあらゆる領域で成り立つ普遍的な法則（の集まり）であるという考え方があって，それに基づいて「論理」と「理論」を峻別しようとするものと見ることができる。問題は，〝いかにして〟その峻別がなされ，そしてその〝意義〟は何であるか，ということである。そこでまず，意味論的（モデル論的）な接近法を検討し，次に構文論的（証明論的）な接近法に移ることから始めたい。

2　意味論的（モデル論的）特徴づけ

意味論的（モデル論的）に「論理」を特徴づけようとすると，それは以下のような形になる：

「(通常の) 理論 (theory) がある特定の構造・解釈で真である文の集合であるのに対して，論理 (logic) はあらゆる構造・解釈で真である文の集合 ―― その意味で最も一般的な理論である。」

クワインによれば (Quine [1970])，「論理」は文法と真理に，従って世界に関わっている。しかも「論理」が前提し・想定する世界は，われわれの棲むこの理実の世界に限定されるわけではなくむしろさまざまの可能な世界であると考えられる。[1]そこでわれわれは最初から,ある抽象的な「もの」の集まりとそれらの「もの」の間の関係を一組にした「構造」を「世界」とみなすことにする。そして世界としての構造と言語 (文法) との関連において「論理」を特徴づけることを試みよう。このような形での「論理」の特徴づけを明確に提出したのが，意味論的 (モデル論的) な特徴づけである。

意味論 (＝モデル論) では，世界としての構造が順序四つ組

$$\mathfrak{A} = \langle A, \{R_i\}_{i \varepsilon I}, \{f_j\}_{j \varepsilon J}, \{c_k\}_{k \varepsilon K} \rangle$$

と，これに付随する二つの関数λ，μ ($I \xrightarrow{\lambda} N^+$, $J \xrightarrow{\mu} N^+$, $N^+ = \{1, 2, 3 \cdots\}$) として与えられる。[2]ここで，Aはきわめて一般的に考えられた「もの」あるいは「対象」の空でない集まり (集合) であって，要するに世界の中にあるものの領域を指す。$\{R_i\}$はA上の関係の (空でありうる) 集合，Ｉは各関係R_iの添字$_i$の集合で，λは各関係に項数を配分する関数である。また$\{f_j\}$はA上の関数の(空でありうる) 集合，Ｊは各関数f_jの添字$_j$の集合で，μは各関数に項数を配分する関数である。$\{c_k\}$はAの特異要素の (空でありうる) 集合で，Ｋは各特異要素c_kの添字$_k$の集合である。この構造$\mathfrak{A}$は，世界にはまず「もの (＝対象)」があってその間に種々の関係が成り立ち，対応 (＝関数) があり，特異な役割をする「もの」が存在する，という通常の (特に数学の) 理論が想定する「世界」の，集合の言葉 (もちろん，ここで特定の集合論が前提されている訳ではない) による表現であるといえる。群・環・体・ブール代数・ベクトル空間など数学の多くの分野が，このような構造の例となっている。[3]

さて世界としての構造が与えられると，次にその構造を描写するための言語とその言語の文法が必要である。まずアルファベットにあたる各種の記号を用意する。すなわち，個体変項v_0, v_1, …, v_n, …, 個体定項c_k($k \varepsilon K$), 述語記号R_i($i \varepsilon I$), 関数記号f_j($j \varepsilon J$), 論理定項$\neg$, $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$, 量化記号$\forall$, $\exists$, 及び括弧 (,)，である。これらの記号の有限列のうち，「もの (＝対象)」を表示する項 (term) と，原子文及び一般の文 (開放文も閉鎖文も両方含める) とが次のように定義される：

《項 (term) の定義》

(i)個体変項，個体定項は項である。

(ii)t_1, …, $t_{\mu(j)}$が項ならば $f_j(t_1, \dots, t_{\mu(j)})$も項である。

(iii)上の(i)，(ii)の仕方でつくられる記号列のみが項である。

《原子文の定義》

R_iを$\lambda_{(i)}$項述語記号，t_1，…，$t_{\lambda(i)}$を項とするとき，$R_i(t_1, \cdots, t_{\lambda(i)})$の形の記号列がかつそれのみが原子文である。

《文（開放文及び閉鎖文）の定義》

(i)原子文は文である。

(ii)ϕ，ψが文ならば，$\neg\phi$，$(\phi \wedge \psi)$，$(\phi \vee \psi)$，$(\phi \rightarrow \psi)$，$\forall v_i \phi$，$\exists v_i \phi$も文である。

(iii)上の(i)，(ii)の仕方でつくられる記号列のみが文である。

こうして，世界すなわち「構造」と，それを記述する「言語」が与えられると，最後に残るのは，言語がどのように世界に対応し世界を記述するのかというその仕方を明確に示すこと，すなわち言語の「解釈」である。まずタルスキーに倣って（Tarski [1935]），構造$\mathfrak{A}$の対象領域A中の無限個の要素からなる列$a = \langle a_0, a_1, \cdots \rangle$を考える。[4]この無限列aによって個体項と関数項（両方含めてtで示す）の外延（指示対象）が与えられる：

《項tの外延$t^{\mathfrak{A}}[a]$の決定》

(i)$t = v_i$のとき，$t^{\mathfrak{A}}[a] = a_i$　$(a_i \varepsilon A)$

(ii)$t = c_k$のとき，$t^{\mathfrak{A}}[a] = c_k$　$(c_k \varepsilon A)$

(iii)$t = f_j(t_1, \cdots, t_{\mu(j)})$のとき，$t^{\mathfrak{A}}[a] = f_j(t_1^{\mathfrak{A}}[a], \cdots, t_{\mu(j)}^{\mathfrak{A}}[a])$

同時に，述語記号・関数記号はそれぞれA上の（集合論的対応物としての）関係・関数として解釈される。そして文（原子文及び複合文）の充足（satisfaction）による真理条件が与えられる：

《充足による文の真理条件》

（“$\mathfrak{A} \models_a \phi$”は“無限列aは構造$\mathfrak{A}$において文$\phi$を充足する”と読む。）

(i)$\mathfrak{A} \models_a R_i(t_1, \cdots, t_{\lambda(i)}) \Leftrightarrow \langle t_1^{\mathfrak{A}}[a], \cdots, t_{\lambda(i)}^{\mathfrak{A}}[a] \rangle \varepsilon R_i$

(ii)$\mathfrak{A} \models_a \neg\phi \Leftrightarrow \mathfrak{A} \models_a \phi$でない

(iii)$\mathfrak{A} \models_a (\phi \wedge \psi) \Leftrightarrow \mathfrak{A} \models_a \phi$かつ$\mathfrak{A} \models_a \psi$

(iv)$\mathfrak{A} \models_a (\phi \vee \psi) \Leftrightarrow \mathfrak{A} \models_a \phi$または$\mathfrak{A} \models_a \psi$

(v)$\mathfrak{A} \models_a (\phi \rightarrow \psi) \Leftrightarrow \mathfrak{A} \models_a \phi$でないかまたは$\mathfrak{A} \models_a \psi$

(vi)$\mathfrak{A} \models_a \forall v_i \phi \Leftrightarrow b \varepsilon A$なるすべてのbにつき$\mathfrak{A} \models_{a(b/i)} \phi$

（ただし，$a(b/i)$はもとの列$a = \langle a_0, a_1, \cdots \rangle$の$i+1$番目の要素$a_i$をbで置き換えて得られる列$\langle a_0, a_1, \cdots, a_{i-1}, b, a_{i+1}, \cdots \rangle$を表す）

(vii)$\mathfrak{A} \models_a \exists v_i \phi \Leftrightarrow$ある$b \varepsilon A$につき$\mathfrak{A} \models_{a(b/i)} \phi$

このとき，論理定項の“意味”も事実上（古典的・真理関数的なものとして）与えられている。最後に，「モデルで真」及び「普遍的に真」という概念が定義される：

(i)文ϕがモデル$\mathfrak{A}$で真

⇔文ϕが構造$\mathfrak{A}$で真

⇔構造$\mathfrak{A}$は文ϕのモデルである

⇔$\mathfrak{A} \models \phi$

⇔すべての無限列aにつき$\mathfrak{A} \models_a \phi$

(ii)文ϕが普遍的に真

⇔文ϕがすべてのモデル（＝構造）で真

⇔$\models \phi$

かくして，《**構造**》つまり世界と，《**言語**》と，言語の世界に関する《**解釈**》とが得られると，「モデルでの真」（＝「構造での真」）という概念によって，「理論」と「論理」はこう区別される：

まず「理論」は次のように定義できる，

「理論」とはある特定のモデル（＝構造）$\mathfrak{A}$でのすべての列aで充足される文の集合$\{\phi : \mathfrak{A} \models \phi\}$，換言すれば，理論とは特定の構造・解釈で真である文の集合である。」

これに対して「論理」は——，

「論理とはあらゆるモデル（＝構造）$\mathfrak{A}$でのすべての列aで充足される文の集合$\{\phi : \models \phi\}$，換言すれば，論理とはすべての構造・解釈で真である文の集合，普遍的に真である文の集合である。」

と定義される。

このようにモデル論は，「論理」をきわめて普遍的・一般的な真理として特徴づけることによって，領域的・特殊的真理である諸「理論」から「論理」を鮮やかに区別することに成功した。歴史的に見ても，「論理」＝「最も一般的理論」＝「最も普遍的な真理」という「論理」の特徴づけは古くからあった。すでにアリストテレスは『分析論後書』（*Analytica Posteriora*）で，あらゆる学に共通な原理＝あらゆる理論が前提とする最も一般的原理（κοίναι ἀρχαί）について語っている。[5]またフレーゲも『算術の基本法則』（*Grundgesetze der Arithmetik*）の序論で，「論理」の法則は最も一般的な法則であって，真理を求めるいかなる思考も「論理」の法則に従わざるをえないと述べている。

ところで「論理」のもつ「普遍性」は，それ自身が普遍的真理であるということにとどまらない。理論はその基礎である「論理」にいわば支えられる。つまり，具体的に理論を展開させるその「展開のさせ方」の普遍性という場面に「論理」が関与してくることによって，理論は「論理」に支えられるのである。実際，理論の定理が公理系から導出されるとき，定理は「論理的に」即ち「普遍的に」公理から帰結するものであらねばならない。従って，この「論理的帰結」という形で，理論展開の普遍性が「論理」によって確保されるのである。しかも，この「論理的帰結」(logical consequence) あるいは「論理的含意」(logical implication) の概念は，タルスキーが示したように，[6]すぐれて意味論的概念として現われる。たとえば非ユークリッド幾何学の諸定理が公理系の「論理的帰結」であると語るとき，それは畢竟，公理を充足するすべてのモデルで必ずその定理も充足されるという

ことが意図されているのである。この「論理的帰結」の意味論的規定においても，モデル論は適切な方法を提供している。それによれば，“仮定となる文の集合Γ（公理系の場合は公理の集合）から文ϕが論理的に帰結する”（$\Gamma \models \phi$）という概念は次のように定義できる：

$\Gamma \models \phi \Leftrightarrow$ Γの中のすべての文ψを充足させるすべての構造$\mathfrak{A}$のすべての無限列 a につき，ϕが$\mathfrak{A}$において a によって充足される。

$\Leftrightarrow \forall \mathfrak{A}\ \forall \mathbf{a}\ \mathbf{in}\ \mathfrak{A}\ (\forall \psi \in \Gamma\ (\mathfrak{A} \models_{\mathbf{a}} \psi) \Rightarrow \mathfrak{A} \models_{\mathbf{a}} \phi)$

$\Leftrightarrow$ Γのすべての文を充足するすべてのモデルと列の対（つい）〈$\mathfrak{A}$，a〉によってϕは充足される。

そうして実際には，Γの有限個の文ψ_1，ψ_2，…，ψ_nからϕは「論理的に帰結する」のであるから（コンパクト性），“論理的に帰結する”ということは，条件文（$\psi_1 \wedge \psi_2 \wedge \cdots \wedge \psi_n$）$\rightarrow \phi$の普遍的真理性に還元される。

こうして「論理」は理論に対して，理論の展開のさせ方の普遍性（従って必然性）を，「論理的帰結」の概念を通じて保証する。がまた同時に，無限に多くの「帰結」を理論に対して賦与（あるいは予測）することによって，未知の豊富な情報のいわば間接的提供者となる。それ故，この「論理的帰結」の概念こそ，「論理」を不毛な「無用の長物」（1節参照）に終わらせず，むしろ多様なる諸帰結をもたらす豊穣の女神たらしめるもの——その意味で，理論に対する「論理」の存在理由（raison d'être）を与えるものといえる。

3　構文論的（証明論的）特徴づけ

前節で見たように，モデル論では「論理」は「すべての構造・解釈で真である文の集合」という意味で，最も一般的な理論として特徴づけられた。しかも，この特徴づけは歴史的にも由緒正しいものであって，それを受継いだモデル論がきわめて巧妙にその考え方を発展させて「理論」と「論理」との対照（コントラスト）を鮮やかに描いてみせたのであった。ところが，このような形での特徴づけ——つまり「論理」＝最も一般的理論＝普遍的真理という特徴づけ——は，「論理」のもつある重要な側面，すなわち理論を展開させる「メタ原理」（展開の実践原理）という側面を，往々にして看過させる。この「メタ原理」という側面は，実際には，理論を展開させるとき文から文への移り行きのパターン，つまり推論規則として現われる。ただし，理論の定理が公理や仮設から「論理的に帰結」するものとして導出されたとしても，その「論理的帰結」（logical consequence）の概念は，理論展開の現場においては，記述の対象としてではなく，前提され・使用される原理として（その意味で実践原理・メタ原理として）現われるにすぎない。であるから，たとえばフレーゲは『概念文字』（*Begriffsschrift*）§13で，推論の規則は文と文との繋がりの形式（＝メタ原理）であるから彼の概念文字（Begriffsschrift）によっては表現できないと述べている。この述べ方からもわかるように，フレーゲは「論理」を普

遍的真理とみなし，そのような真理を組織的に導出できる公理体系をつくった(7)のであって，「論理」の「メタ原理」としての側面を摘出してみせた訳ではなかった。かくして，最も一般的理論＝普遍的真理（の集合）＝「論理」という図式が出来上がり，このような観点からのみ「論理」を特徴づけるやり方が支配的となった。

このフレーゲの「論理」を「真理」とみる見方を，ダメットはフレーゲの「後退」(retrograde)として批判している。(8)ダメットによれば，“この点に関しては(そしてこの点に関してのみ)，論理に対するフレーゲの新しいアプローチは後退であった”。(9)しかもこの「後退」は論理と哲学の両方に関わっているとダメットは言う——。(10)論理に関する後退とはこうである。元来論理学に要求されることは，推論の形式，すなわち文から文への移り行きのパターンを研究することである。文から文への移り行きのどのようなパターンが妥当な推論規則として容認されるかを示し，それらのパターンを組織立てること，これが論理学の仕事である。ところが，フレーゲが論理的真理の公理体系を創った(7)ことによって，「論理」があたかも公理化された「理論」であるかのような誤解を生み出してしまった。他方，哲学に関する後退とはこうである。必然的真理・分析的真理としての論理的真理を考えることによって，必然的・分析的真理　対，偶然的真理という真理の種分け，ひいては分析的意味　対，経験的意味という意味の種分けという（フレーゲ自身の考え方からはそれた）考え方に道を開き，のちの分析哲学への甚大な影響を準備することになった。

哲学に関する「後退」はともかくとしても，論理に関する「後退」というダメットの批判は，確かに正鵠を射ている。論理的真理を公理として要請し，それらから別の論理的真理を定理として導出していくという形での公理体系を創るやり方は，ラッセルやヒルベルトにも受け継がれ，その後の論理学研究の常套手段となっていることは周知のことである。このやり方では，推論規則は可能な限り少数に制限され，論理的真理から新しい論理的真理を紡ぎ出すことに最大の関心が払われる。しかし他面，「メタ原理」という論理の側面は見過ごされがちになり，偏った論理観が支配的となる。彼の数々の偉大な業績にもかかわらず後世への影響を考慮すれば，フレーゲの，論理的真理の公理体系という仕方での「論理」の提示が持つ「一面性」に，われわれも注目せざるをえない。事実，真理としての「論理」と，推論のパターンとして現に（いわば生の形で）働く「論理」との“落差”は大きいと言わねばならない。

たとえば，「ディレンマ」と呼ばれる推論形式を考えてみよう。これを論理的真理の形で考えると，

$$\{(A \vee B) \wedge (A \to C) \wedge (B \to C)\} \to C$$

というトートロジーとなる。このようにディレンマを論理的真理として考えることは，「ＡまたはＢかつＡならばＣかつＢならばＣならば，Ｃである」という具合に，たんに推論の枠組を外部から平板に描写することに外ならない。しかし，われわれが現にディレンマによって推論する場合，その推論内部には，トートロジーとして平板になされた描写では顕在化できないある種の“内的構造”があるのである。実際，われわれは次のようにディレンマの推論を行う筈である：

「"AまたはB"が前提されているから，"A∨B"と置く。"A"か"B"かのいずれかが成り立つ筈だから，仮りにAとしてみる。するとAという仮定からCが論理的に導かれた。また，仮りにBと置いても同様にCが論理的に導かれた。以上のことから，"A∨B"に（"A"や"B"にではなしに）依存して，Cが結論として導出されてくる。」

このディレンマを自然演繹体系で書くと次のようになる：

$$\frac{A \vee B \qquad \begin{matrix}[A] \\ \vdots \\ C\end{matrix} \qquad \begin{matrix}[B] \\ \vdots \\ C\end{matrix}}{C}$$

注意すべき重要な点は，推論「ディレンマ」が持つ「依存関係」という"内的構造"である。ディレンマ全体の結論である（水平線の下の）Cは，"A∨B"（あるいはもしあれば"A∨B"自身が依存するものども：Γ）に,そしてAからCを,BからCを導出した際に依存していたA，B以外のもの，に依存しているだけであって，AそのものやBそのものには依存していない。確かに，水平線より上のCが推論の途中の段階でA及びBから導出されるときは，仮定されたAやB（あるいはもしあればこれらが依存するものども：Δ，Θ)に依存してCは導出されるが，ディレンマの結論Cが水平線の下で導出されて来るとき，もはやA，Bへの依存関係は除去されている。(これを表現するため，自然演繹体系ではかぎ括弧［,］,でA,Bを囲んで［A］，［B］と書く。）この「依存関係の存続」，「依存関係の除去」という内的構造は，Sequenz計算の形でより明瞭に表現される。すなわちSequenz計算ではディレンマは次のように表現される：

$$\frac{\Gamma \vdash A \vee B \qquad \Delta,\ A \vdash C \qquad \Theta,\ B \vdash C}{\Gamma,\ \Delta,\ \Theta \vdash C}$$

（"Γ⊢A∨B"は"Γに依存してA∨Bが導出された"と読む。他も同様。）これを見れば，水平線上（つまり推論の途中の段階で）の二つのCが，各々AとBに依存しているのに対し，水平線下の（つまりディレンマの結論の）CはAにもBにも依存していないことが，一目瞭然とわかる。かくして，トートロジー$\{(A \vee B) \wedge (A \rightarrow C) \wedge (B \rightarrow C)\} \rightarrow C$では表現不可能な，推論に内在している「依存関係」という構造が，上のSequenz計算の式でははっきりと眼に見える形で表現できている。

歴史的に見れば，「依存関係」という推論の内的構造を（プラヴィッツのいう[11]）証明の内包的特徴づけとして明確に示したのは，ゲンツェンのNK（自然演繹体系）とLK（Sequenz計算）の論理体系であった。[12]ゲンツェンによって，文から文への移り行きそのもの —— つまり「メタ原理」としてのいわば現場の「論理」が，初めて明確に定式化されたのである。ゲンツェンのNK（自然演繹体系：natürlicher Kalkül)はフレーゲの体系のような論理的真理の公理体系ではなくて，推論規則の体系である。しかもこの推論規則は，論理定項の「導入」及び「除去」という，二つの対称的な働きをする規則に分類される。そして推論の各段階での導入と除去の規則適用に際しては，被導出

式の仮定への「依存関係」の持続と解消とが常に確認されていなくてはならない。つまり，関心は推論の内的構造（内的関係）に集中し，その内的構造のダイナミズムによって推論が実行され，しかもその推論の動きが式の導出を通して表現されるのである。従って，仮定からの演繹がどうして正しいのかというその演繹の正当性の根拠も，仮定をすべて真とするモデルに対して常に結論も真となるという（タルスキー流の意味論的「論理的帰結」の概念による）演繹の外からの特徴づけによって与えられる訳ではない。そうではなくて，仮定に，そしてそれのみに依存して実際に導出されたというその演繹遂行の事実によって与えられるのである。すなわち，妥当な推論(valid inference)の妥当性の根拠は，意味論的な外からのモデルによってではなく，仮定への「依存」によって演繹されたという事実によって与えられるのである。ここで注意すべき点は，この仮定への「依存」の関係は，「真•偽」の概念と異なって、推論に内在する内的関係（内的構造）であるということである。この「依存」の関係は，Sequenz計算において（既述のように）はっきり眼に見える形で表現される。元来Sequenz計算は，任意の「証明」に対してそれと同値なより簡便な形（標準形）の証明が存在することを主張するゲンツェンの基本定理（カット消去定理）の証明を容易にするためにゲンツェン自身が導入したものであった。そしてその基本定理は自然数論等，数学の理論の無矛盾性証明に応用された。このことは「証明」についての論理的研究（＝「証明論」）が，「数学の基礎づけ」といういわば「論理」の外の目的に利用された事例であるといえる。[13]だが同時に，われわれにとって重要なことは，「証明論」が推論規則の体系として，「論理」のもつ理論展開の「メタ原理」としての側面を，それ自体として研究の対象とし得たこと（いわゆるgeneral proof theory[14]），それによって「論理的帰結」(logical consequence) の概念に関する認識内容を豊かにしたことである。

要約すれば，ゲンツェン以後の「証明論」が，「論理」の特徴づけとそれに関連する哲学的探究に寄与したことに，少なくとも次の二つがあると思われる：

①「論理的帰結」の概念に，認識論的内容を与えたこと。

②タルスキー流の意味論とは別の意味論（内在的意味論）を示唆しえたこと。

①で述べられたことは以下のことである。―――モデル論的な「論理的帰結」の特徴づけによっては，「いかに」結論が前提から導出されるか，という答えを具体的に与えることはできない。すなわち，前提が真となるすべてのモデルで結論が真となるという外からの特徴づけが得られるだけであって，与えられた前提をどのように変形・操作していけば結論に辿り着くのかという，その導出の過程についての具体的情報はモデル論的特徴づけからは与えられないのである。いってみれば，モデル論的な特徴づけによっては前提の真というin-putと結論の真というout-putが与えられるだけで，導出の過程そのものはブラック・ボックスの中に隠されたままである。[15] これに対し証明論的アプローチでは，「除去」の規則によって前提から結論の構成要素に到達し，その後「導入」によって結論に導くという過程が具体的に与えられる。この意味で，証明論によって「論理的帰結」の概念の，つまりは「メタ原理」としての「論理」の特徴づけの，認識内容が豊かにされたのである。次に，②

の内実はこうである。――証明論では，論理定項や量化子の「意味」は真理関数等のモデルによってではなく，「導入」の規則によって内在的に与えられる。推論というゲームを遂行することそのことの内において，「そして」や「または」の意味が与えられる。しかも，異なる論理定項に与えられる内在的意味は，それを支配する「導入」と「除去」の規則の相違によって互いに完全に独立している。そこでは，真理関数的な同値概念による論理定項の「意味」の相互通約性は存在しない。この意味で，モデル論的な意味論とは別の，いわば内在的意味論[16]の可能性が示唆されるのである。

4　演繹の正当化

前節では，意味論的（モデル論的）特徴づけにおいては十分把えきれなかった「論理」の理論展開の「メタ原理」という側面が，ゲンツェン以後の証明論によって初めて十分に把握・表現されるようになったことが示された。しかし，話はそれで済む訳ではない。というのは，そもそもいかなる理由でこのメタ原理＝推論規則の体系が正当と認められるのかという問題，即ち演繹の正当化（justification of deduction）の問題がなお残るからである。無論，厳密に「証明論」の立場に踏み止まるとすれば，「正当化」の問題は内在的な問題，従って敢えて取りあげられることのない非主題的な問題でしかあり得ないであろう。なぜなら証明論の立場では，ある規則の体系内で演繹を実行してみせること，当の文（結論）がいくつかの他の文（仮定・前提）から定められた有限個のパターンの連鎖・組合せによって導出されること，そのことをもって「論理的に帰結すること」の究極の根拠とみなすからである。別の言い方をすれば，証明論は「メタ原理」という「論理」の側面を守ろうとするのである。「メタ」である限り，その原理は無条件に前提され，使用されるのであって，実践そのものに内在するギリギリの最後の足場なのである。その足場によって証明・推論が実践（遂行）されるのであって，足場そのものを見たりそれに言及したりすることはできない。足場そのものを見ようとする限り，見られた足場・主題化された足場は実践の原理ではなくなる。われわれは別の足場に移ってもとの足場を見ているのである。しかしそれにもかかわらず，哲学者たちとともにわれわれは，なぜそれらの「メタ原理」が正当なのかを敢えて（蛮勇？）問うことに意義があると考える。なぜなら，「世界との合致」あるいは「真偽概念」に依存せず演繹の正当化を「パターンに従う」といういわば内在的意味論に拠ってのみ主張する証明論の立場はそれとして首尾一貫してはいるものの，ある種の自己閉塞に依拠している面があることは否定できないからである。「論理」は単なる文法ではなく，世界との関わりを常に意識する文法だからである。[17]

ここでわれわれは，「論理的帰結」が本来そこで生い育った意味論的（モデル論的）特徴づけに再び戻ることになる。というのも，もともと「論理的帰結」の概念は，これこれの仮定が成り立てば（真であれば），結論も必ず成り立つ（真である）という意味論的（モデル論的）な文脈の中で語ら

れる概念だからである(2節参照)。従って，前提のもつ真理性が結論に伝達されるという真理の維持・伝達性（しかも，そこで考えられている真理性は特定の構造＝モデルでの真理性には無関係の，あらゆるモデルでの真理性である)，すなわち健全性をもって，演繹の正当性の必要条件と考えることが自然に出てくる。[18]つまり，

「仮定の集合Γから定められた推論規則によって導出された文Ａは，すべて仮定（の集合）Γから(意味論的に）論理的に帰結する」：

$\forall A: \quad \Gamma \vdash A \quad \Rightarrow \quad \Gamma \models A$

ということ(健全性soundness)が，演繹の正当性の根拠として要求される。このことによって真なる文から偽なる文が推論されることが防がれ，推論規則の非妥当性が反例モデルを創ることで示されることの根拠が与えられる。そしてこの健全性は同時に，推論規則の体系が無矛盾であることをも保証する。(なぜなら，$\Gamma \vdash A$，$\Gamma \vdash \neg A$のとき健全性によって$\Gamma \models A$，$\Gamma \models \neg A$となるが，これは“$\neg$”の意味から生じえない。)ここでわれわれは，「論理的帰結」の意味論的概念に戻ることによって，「論理」を「真理」と見る見方にも戻ることに注意しよう。というのは，仮定Γからの文Ａの演繹で実際に使われる仮定は有限個であり，その有限個の仮定C_1，C_2，…，C_nからＡが（意味論的に）論理的に帰結するということは，条件文（$C_1 \land C_2 \land \cdots \land C_n$）$\rightarrow A$が普遍的に真（すべてのモデルで真）であることに外ならなかったからである。つまり，文から文への真理性伝達の普遍性という文相互の関係が，一つの文の普遍的真理性に帰着されているからである。このことを，ここで確認しておきたい。

ところで，演繹の正当化の可能性を疑問視する多くの哲学的議論の中で，特にこの意味論的な演繹の正当化（健全性の証明）に反対する趣旨の議論の例をハークが提出している。[19]ハークの例は，Modus Ponens (即ちＡとＡ→Ｂという二つの前提から結論Ｂを導く推論規則）を意味論的に正当化しようとする議論の戯画化である。ハークによれば，

Ａ１“Ａ”が真，“Ａ→Ｂ”が真と仮定せよ。“→”の真理表によって，もし“Ａ”が真で“Ａ→Ｂ”が真ならば，そのとき“Ｂ”もまた真である。それ故，“Ｂ”もまた真でなければならない。

という議論は，この議論自身が正当化しようとする，Ａ，Ａ→Ｂ，　∴Ｂ

という形式の推論に依拠している。即ちＡ１は次のように書き改められる：

Ａ１′Ｃ（“Ａ”が真でありかつ“Ａ→Ｂ”が真）と仮定せよ。もしＣならばそのときＤ（もし“Ａ”が真でありかつ“Ａ→Ｂ”が真ならば，“Ｂ”は真）である。それ故，Ｄ（“Ｂ”もまた真）である。

ハークは，従って，Ａ１の形でのModus Ponensの正当化は，一種の循環に陥っていると見なす。このハークの議論の持つ巧みさ・小気味よさにもかかわらず，このような考えは言語レヴェルの混同に基づくものであり，なによりも健全性証明の大局的な意義を見失っているものと筆者には思われる。まず，①Ａ１をＡ１′の形で把え直すことは，構文論的な「規則」を外から特徴づけようとする

意味論的な特徴づけの意図を無視して，再び構文論的な場面に逆もどりさせるものである。②そのことによって，今どういう立場で自らが構文論的「規則」に対峙しているかという，当然払われるべき「視点」（あるいは「足場」）についての留意が一際払われていない。われわれはModus Ponensをはじめとする様々の推論規則を，理論展開の「メタ原理」とみなす。しかし，それらの原理の正当化を志す限り，それら原理自体が考察の主題対象となり，それらについての議論が存在することになる。そのとき，この議論そのものの推論原理は新たな「メタ原理」（二階の「メタ原理」）として前提され使用される筈であって，これを今対象となっている原理と同レヴェルに置くことはナンセンスでしかない。上のハークの議論はこのナンセンスを利用して成り立つのである。そして何よりも，健全性証明の意義が，「規則の真理性伝達」という論理的帰結の本来的要求を，個々の規則にではなく全体としての規則の体系に保証するという所にあることを，この議論は忘れている。

無論，健全性は「演繹の正当化」が成立するための必要条件であって十分条件ではない。なるほど健全性定理によって真理から虚偽を導く推論規則は排除されるにしろ，健全な（つまり真理からは真理しか導かない）規則がすべて確保されているとの保証はどこにもない。従ってたとえば，次のような事態が起こりうる。ある文Bがあって，この文はいくつかの仮定Γから（意味論的に）論理的に帰結する（$\Gamma \models B$）が，推論によって導出されることがない（$\Gamma \nvdash B$）。つまり，天才（あるいは神）の直観によってかまたは推論とは独立の仕方でBがΓから（意味論的に）論理的に帰結することは理解されるが，有限回のステップを連ねた演繹という形で導かれはしない，もし導こうとすれば無限個の仮定かまたは無限回のステップが必要である。こういう文Bがあるかもしれない。ところが，こういう文がありえないことを主張するのが，（意味論的）完全性定理である。すなわち，完全性定理は次のことを主張する：

「仮定の集合Γから（意味論的に）論理的に帰結するすべての文Aは，定められた推論規則によってΓから（有限回のステップで）導出される」：

$\forall A: \quad \Gamma \models A \Rightarrow \Gamma \vdash A$

健全性と完全性とがともに証明されることによって，演繹体系としての「論理」が十全・完全であることが保証されたことになる。なぜならこのことによって，仮定から論理的に帰結する文のすべてが，かつそれらのみが仮定から実際に演繹されうるのであるから。あるいはこうも言いうる：演繹はあらゆる論理的真理を網羅している，と。なぜなら，既述のように，仮定から演繹されるとき実際に使われる仮定は有限個のC_1，C_2，…，C_nであり，C_1，C_2，…，C_nから論理的にAが帰結するのは条件文（$C_1 \wedge C_2 \wedge \cdots \wedge C_n$）$\to A$が普遍的に真であるとき，かつそのときのみであるから。

健全性と完全性とがともに証明されることによって，演繹の正当化は完成されるといえる。[20]というのは，たとえば以下のようなことが言えるからである。今，証明論的な立場に立ち，（公理があればそれも含めて）二つの推論規則の体系Σ_1，Σ_2を考えよう。ただしΣ_1もΣ_2も健全（sound）であり，

Σ_1とΣ_2とは互いに構文論的に同値，即ちΣ_2の原始規則はすべてΣ_1の派生規則となり，そして逆にΣ_1の原始規則はすべてΣ_2の派生規則となるとしよう。いま，Σ_1がΣ_2より使い易い（つまり証明がやりやすい）としよう。もちろん「使い易さ」の客観的尺度を定義することは困難であろうが，たとえば原始規則の数やその複雑さ（＝含まれる論理定項・量化子の数）や演繹に要する式の行数の平均値などによって，経験的に定められたと想定しよう。（あるいは，ゲンツェンの主要定理に登場するまわり道のない証明に還元可能か否か，つまりcut-freeか否かを尺度にしてもよい。）このとき使い易さということだけで，Σ_1を優先して採用する根拠が与えられたといえるだろうか？

(i)もしもΣ_1もΣ_2も，不完全かあるいは完全か否かが不明であれば，Σ_1を採用する根拠はほとんど無い。Σ_1に完全性の保証が無ければ，ただ使い易さのみを理由にΣ_1を採ることには，“教育的配慮”(例えば論理学のテキストにどちらを採用するか等）の場合を除けば，何の意義もない。

(ii)もしΣ_1が不完全（あるいは完全か否か不明）でΣ_2が完全であれば，Σ_2を採るべきである。（“教育的”にも，たとえ使いにくくてもΣ_2を採用すべきである。）

(iii)もしもΣ_1もΣ_2もともに完全（あるいは，Σ_1は完全でΣ_2は不完全かまたは不明）であれば，このとき初めて，“使い易い”Σ_1を採用する理由が得られる。

完全性の保証があってこそ初めて，“使い易さ”ということが「採用」の理由の一部に生かされてくる。完全性のない論理体系（＝演繹体系）の“使い易さ”は空虚である。[21]なぜなら，手持ちの道具がいかに使い易くても，全然歯が立たない（つまりその道具だけでは証明できない）「論理的帰結」が現われたならば，手も足も出ないからである。(ii)の場合のように，完全であればたとえ使いにくくてもそれを採用すべきであるというのはそこから出て来る。理論展開の「メタ原理」としての推論規則体系の採用は，いうなれば証明というゲームの実践原理の選択の問題である。外でもないこの道，この推論（の連鎖）によって結論に到るように勧奨（あるいは命令）できるのは，完全性の保証があってこそである。すなわち，この特定のやり方での推論の連鎖を連ねるならば，いかなる「論理的帰結」にも到達できるという保証があって初めて，外でもないこの推論規則の体系（＝証明システム）に拠って証明することに固執することの根拠が与えられるのである。

さらにまた，こういうことが言える。3節で考察された，フレーゲ・ラッセル流の論理的真理の公理体系とゲンツェン流の推論規則の体系との間にあった（論理の「メタ原理」という側面の把握・表現可能性に関する）「落差」――つまりゲンツェン流のフレーゲ流に対する優位――が，健全性と完全性の確保によって，ある意味で緩められることになる。というのは，ゲンツェン流の体系に関して演繹の正当化を健全性と完全性の確保として把えるとき，このとき文（$C_1 \wedge C_2 \wedge \cdots \wedge C_n \rightarrow A$）の普遍的真理性というものが関与してくるからである。つまり，普遍的「真理」として「論理」を特徴づける見方が関与してくるからである。従って，意味論的（モデル論的）な「論理」の特徴づけと，構文論的（証明論的）な特徴づけとは，「論理」の完全性という観点からは相補的な面をもつと見るべきである。“メタ”の原理として「論理」を特徴づけるときは構文論的な特徴づけが要請さ

れ，推論規則の妥当性さらに演繹体系の正当化という形で，メタ原理の根拠をより高い立場で問い直すとき，再び意味論的特徴づけが必要となる。いわば，一方は「メタ」の立場に止まる「論理」を特徴づける仕方であり，他方は主題化され対象化され，その正当性の根拠が尋ねられるときの「論理」を特徴づける仕方である。

5　これまでの総括と検討

さてここで，これまでの議論を振り返って問題点を整理してみよう。われわれは最初大まかな「論理」の特徴づけ――「論理とは最も普遍的・一般的理論であるが，通常の理論とは峻別される」――から出発し（1節），これをまず意味論的（モデル論的）な特徴づけとして精密化した（2節）。意味論的特徴づけによると，「論理」は次のように特徴づけられた：「論理とはあらゆるモデル（＝構造）$\mathfrak{A}$でのすべての列aで充足される文の集合，換言すれば，論理とはすべての構造・解釈で真である文の集合，普遍的に真である文の集合である。」この特徴づけは，あらゆる構造で成り立つ「普遍的真理」として「論理」を「理論」から鮮やかに区別することに成功した。しかし，この特徴づけは理論展開の「メタ原理」という「論理」の側面を十分に把握・表現し得ないという観点から，ゲンツェンの証明論による推論規則としての論理（構文論的特徴づけ）によって補われねばならないことが示された（3節）。ところが，推論規則の体系全体の根拠づけの問題，すなわち演繹の正当化の問題の場面で，再び意味論的特徴づけが効力を持つことが示された（4節）。

これらの議論に依って，意味論的に特徴づけられる「論理」が，普遍的・論理的真理として文の集合という形態をとるいわば外から主題的・対象的に見られた論理であるのに対し，他方構文論的に特徴づけられる「論理」は，メタの原理として推論規則という形態をとる現に前提され使用されるいわば「生きた」論理であることが明らかとなった。無論，これら二つの特徴づけに対応して二つの異なる「論理」がある訳ではなく，二つの異なった接近法（アプローチ）に応じて異なった姿で現われた同一の「論理」があると考えるべきである。しかもこれら二つの特徴づけは相反するものではなく，相補的なものと見るべきである。そしていずれの特徴づけにおいても，「論理」は通常の理論とは峻別される――意味論的特徴づけではそれの普遍性によって，また構文論的特徴づけではそれがメタの原理であるということによって――ということを，ここで確認しておこう。

ところで，以上の議論を通じてわれわれが暗黙に前提していたことがいくつかある。それは，いわゆる古典二値の前提の上に立って議論を進め，しかもその中で「世界」としてある限定された形での「構造」を採用したことである。ここで，これらの前提を改めて検討してみよう。そこでまず，この節では古典二値という前提内部に話を限り(I)，その中での「前提」を問題とし，次節で古典二値という前提そのものを検討することにしたい(II)。

(I)まず，古典二値論理に話を限定することにして，意味論的な「論理」の特徴づけの中に存する「前提」ないし問題点を探ってみよう。

(イ)われわれは「もの」の領域とそれらの間の集合論的関係・関数から成る組を構造と定義し，この構造を「世界」と見立て，世界を記述するある特殊な文の集合（記述する構造＝世界がどのようなものであろうとも常に真となる文の集合）を「論理」とみなした。このとき，この「論理」は結局のところ第1階の述語計算の定理（の集合）となる。ところで，この一階の述語計算には（意味論的）完全性が成り立つという著しい特徴がある。完全性の成立は，4節での議論のように「演繹の正当化」の成立に決定的位置を占めるが，そのことは「論理」の意味論的特徴づけにおいても同様である。論理定項と量化子以外の非論理的文字を解釈したとき，すべての構造に無関係に真として生き残る文＝一階の述語計算の定理（それが「論理」であった！）に対してのみ完全性が成立するのであって，[22]ある特殊な解釈を最初から負わされた述語記号や関数記号を含む「理論」には，一般に完全性の保証はない。つまり，「論理」（＝一階の述語計算の定理）は完全であるが，理論は不完全である。

ところが，ここに奇妙なことがある：一階の述語計算は代数的には完備ブール代数である。[23]理論とは峻別された筈の論理が，なぜ理論と対応するのか？不完全である筈の理論(ブール代数)がなぜ完全なる論理（述語計算）と対応するのか？これは，理論と論理の峻別を無意味なものにするのか？

これにはこういう答が可能であろう。対応があるということはそのまま同一であることを意味しない。代数としての側面が論理にあるとしても，そのことが「論理」の独自性を破ることにはならない。「論理」の持つ意味論的な諸概念，とくに「真」「偽」の概念が代数との対応において「1」「0」あるいは全体クラスと空クラスという「値」に対応するということは，代数化によって世界との繋がりという論理独自の観点が欠落することを端的に示すものといえる。先述のように，もともと意味論的完全性を問題にするときの「論理」は文の集合として，いわば外から対象化された「論理」であった。従って，無論，完全性の議論はメタのレヴェルにある。メタのレヴェルの議論もゲーデル化[24]によって算術に写像できる。しかし，写像されずメタの議論そのものとして働くとき，そこでは「論理」が前提され，使用されている。――このことは動かない。従って，ここでもメタ原理という論理の側面と，対象化され（写像によって）理論の一部とされる普遍的真理としての論理とは区別されねばならない。この区別が一貫して守られるならば，論理と理論の峻別は維持され，意味を持ち続ける筈である。

(ロ)次に，「論理」と集合論のいわゆる線引き問題（demarcation problem）に関連した論点に移ろう。われわれは「世界」に登場するものを，単に「もの」としてごく一般的に定めたにすぎなかった。このとき前提されていたことは，「もの」が少なくとも一個は存在するということ(非空領域non-empty domainの前提）だけであり，この「もの」がたとえば「集合」であるとか，「個体」であるとかということを，明からさまに前提していた訳ではない。もし，世界の中の「もの」のうちに集合

が含まれるとしたら，集合とその元との間のメンバーシップの関係を表現する“ε”という述語記号がわれわれの言語の中に必要となるだろう。しかし，述語記号“ε”には勝手な解釈が許される訳ではなく，従って“あらゆる解釈で真”という基準に耐えて生き残る“ε”を含む式は存在しない。クワインは，述語づけとメンバーシップを混同しその解釈の枠組に集合論を要請するものとして，(高階の論理やタイプ理論ともども)第二階の述語計算を採用せず，はっきり集合論を採ることを勧めている（Quine [1970] ch. 5）。クワインによれば，“Fa”は「aは（属性あるいは集合）Fをもつ」と読んではならない。もしそう読みたければ（Fの代わりにαという文字を用いて）$a \varepsilon \alpha$とし，“属性”もやめてはっきり量化可能な集合をとるべきであるという。クワインは「属性」や「命題」などの内包的な「意味」の要素を排除する一方で，集合論をきっぱり「論理」以上の「理論」であると主張する。さらには一階の述語論理だけが「論理」であり，集合論への移行の途上にある二階（あるいは高階）の論理は「羊の衣を着た集合論」だとして排斥しようとする。(25)フレーゲやラッセルは数学（実数論を含む算術）を「論理」に還元しようとしたが，その「論理」には「集合論」が含まれていたといえる。ものの「性質」，「関係」あるいは一般に「集合」という概念が，特殊な話題領域・特殊な世界に限らず考えうるあらゆる世界に登場する概念だとすると，そのような概念を「論理的」とみなす立場も当然ありうる。そのとき問題になるのは，どの程度，世界あるいは「もの」の構造を言語の構造の中に組み込むかということである。なぜなら，「論理」が文法と異なる限り，なんらかの仕方で世界の構造からのいわば加圧を負った形で言語を考えざるを得ないからである。しかしわれわれの立場では，可能な限りニュートラルに，世界の「もの」を考えた。われわれはただ「もの」とのみ定め，「もの」に対するわれわれの直観に暗黙に頼ることによって，「もの」と世界の一般性を確保しようとした。「論理」を一階の述語計算の定理という形で導き出したのも，当初から集合論との線引きを意図してなされた結果なのではなく，また特定の「集合論」を仮定している訳でもない。もちろん，たとえばＺＦのような集合論が一階の述語計算の定式化によって記述できるとしても，二階（あるいは高階）の論理を「論理」とみなすかという点については，尚問題が残る。しかし，今はそれを十分に扱う余裕はない。いずれにしろ，世界の構造をどれほど言語に反映させた形で「論理」を考えるかについては選択の余地が存すること，われわれはひとまず中立的な立場を採ったこと，をここで確認しておくに止める。

6　残される問題

(II)最後に“古典二値”という前提そのものを問題としてみよう。われわれがそのことを知っているか否か，知りうる手段を持つか否かということ（認識）とは独立に，真・偽を語ることの有意味な文についてすべてそのような文の真理値は決定されている筈だとみなすのが，古典二値論理の立

場である。しかも，真・偽いずれか一方のみを取るのであって，その中間の値はないという原理，いわゆるprinciple of bivalenceを古典論理は採用する。これに対して，古典論理の論理法則だけでは不十分であって古典論理に新しい語彙を加えてもっと多くの論理法則を打ち建てようとする古典論理の「拡張論理」(extended logic) と，古典論理の法則の中には妥当でないものがあるとする古典論理からの「逸脱論理」(deviant logic) とが，考えられる。[26]これらのいわゆる非古典論理において，われわれの論理観——理論と論理の峻別——が有効かどうかを検討してみたい。(ただし，これを十分に扱うことは今はできない。暫定的な扱いと見取り図を描くに止める。)

(II)—(イ)　まず「拡張論理」の代表として様相論理を取り上げる。われわれはこれまでの議論において「論理」を通常の「理論」から峻別することを，「論理」の特徴づけの一つの原則とみなしてきた。ところが「様相論理」の場合，クワインの批判[27]を俟つまでもなく，そもそも「様相論理」は「論理」ではなく「理論」なのではないかという印象が在ることは否めない。というのも，“□”(「必然に」を表わす演算子) の解釈はきわめて多様であって，それに応じて実に多くの様相論理が成立しうるからである。確かにクリプキらの「可能世界意味論」[28]により“□”の解釈のための有用な道具が与えられはしたものの，「可能世界論」という特定の構造でのみ成立する「理論」であるという批判の余地が尚残るからである。具体的に言えば，次のような批判がありうる：

①「必然」や「可能」は結局，可能世界の集合の上に課された量化子であるから，メタの言語では古典述語論理に還元されてしまう。そして「可能世界の集合」という所で「可能」という概念を用いることによって，ある種の論点先取を犯している。

②メタ言語レヴェルでメタ論理として様相語が働く文脈がありそうにないから，様相論理は論理とはみなせないのではないか。

③「可能世界」の内実が不明瞭である。

これらの批判点は，もっともとうなずける点を多々持つことは確かである。しかし筆者自身の現在の考えを述べるとすれば，これらの批判点は承知で尚様相論理は研究するに値するものと思われる。そう思わせる理由は，なによりも様相論理の持つ応用範囲の広さと影響力——それは論理観の訂正を迫るほどの力であると言っても過言ではない——とである。「論理」も世界の構造，その把え方から全く独立である訳にはいかないことは，既に論じられた。様相論理の「可能世界意味論」は，文の「真」「偽」を決定するときに関与する世界を一枚岩の現実世界のみに限るのではなく，可能な世界をも視野に入れるという世界の把え方を要求する。このような観点から上の①～③の批判に暫定的に答えるとすれば，次のように言えるだろう：

①に対して：「論点先取」という批判は，古典述語論理の「意味論」に対してもあてはまる。なぜなら，$\mathfrak{A} \models (\phi \wedge \psi) \Leftrightarrow \mathfrak{A} \models \phi$ かつ $\mathfrak{A} \models \psi$ という形で対象言語である“∧”をメタ言語“かつ”で説明することの中に同様の論点先取があるからだ。しかし,この「論点先取」という批判は言語レヴェルの違いを無視して初めて主張しうることである。従ってその点を押し進めて行けば,対象言語の“□”

（必然）をメタ言語での（古典論理での）量化子に還元できるという批判も弱められるのではないか。
②に対して：②の批判はかなり強力で最も基本的である。しかし，たとえば“□”を文演算子ではなく述語と見て「…は証明可能」と読むことによって，証明論（特にゲーデルの第二不完全性定理をめぐる議論）と連絡がつく。[29] すると，メタの推論規則（メタ論理）とまではいかずとも少なくともメタの述語として“□”に相当するものが登場する文脈が在るとはいえる。従って，将来メタの論理として“□”が働く文脈が皆無だとは断言はできないだろう。[30]
③に対して：「可能世界」の内実が曖昧だというのは，これは「論理」の「意味論」としてはむしろ望ましいことである。余りはっきりと「可能世界」の内容を特定すれば，それこそそのような特殊な構造を背負った議論を反映するものとして，「論理」ではなく「理論」であるという性格を特たせることになるからである。無論，「意味」そのものの説明として，あるいは「可能世界」そのものの説明として，「可能世界意味論」がどれほど成功しているかは別問題である。

以上の答は，（繰り返すが）暫定的なものである。（この点は筆者の以後の課題としたい。）ただ次のことは言える。六十年代以降の急速な様相論理の発展・隆盛[31]をよそに，尚多くの批判がある。[32] がしかし，様相論理が「論理」であるか「理論」であるか決着をつけるにはまだ時期尚早であると思われる。なぜなら，先述のように様相論理の発展によって（論理をどういう形で特徴づければよいかというその）論理観そのものが動揺を余儀なくされているからである。（たとえば，直観主義論理の場合と同じく，様相論理の完全性定理の出現[33]によって，「論理」の特徴づけの際に大きな位置を占めた「完全性」の概念が揺いでいるのがその好例であろう。）

(II)—(ロ)次に逸脱論理に移ろう。真・偽以外に中間（あるいは不定）の値は真理値としては認めないという原理（principle of bivalence）を明からさまに破り，第三のあるいはそれ以上多くの真理値を認めるのが多値論理である。また直観主義論理は，論理が理論（この場合数学）の基礎という見方をとらず，むしろ理論として直観主義的数学がまずあってそこに働く「論理」をとり出したものとして論理があるとみなす。[34] 従って，とくに直観主義論理においては，「論理」の直観主義的数学遂行の「メタ原理」という性格が正面に出ることになる。このような逸脱論理において，われわれが提出した原則は有効だろうか。十全な議論は今後に残されるが，少なくとも次の見通しは立つ。すなわち，逸脱論理の場合にも「論理」を「理論」から峻別するという原則は生き続け，しかも「理論の創造原理」という新たな局面の中で浮かび上がってくると予想される。たとえば，一種の多値論理であるブール価モデルによる集合論のモデル構成[35]や直観主義論理（＝完備ハイティング代数）による直観主義的集合論の建設[36]などの例は，論理が集合を創る原理として働くことを，古典論理の場合より一層明瞭に示すものである。この場合，論理は新しい集合の創り方を示すことによって，新しい数学＝理論をつくる「創造原理」となっている。[37] すなわち古典論理では，集合との関連では，$a \varepsilon A$か$a \not\varepsilon A$かのいずれか一方しかないことが前提されていた（principle of bivalence）が，逸

脱論理の場合，この前提が破られることによって“集合の創造”に直接「論理」が関与することになる。

かくして，古典論理に関してわれわれがなした「論理」の特徴づけの核心は，論理が最も普遍的な理論であり，理論展開の「メタ原理」として現に働くものということであったが，この核心は逸脱論理の場合も尚生きていると言える。しかも，「メタ原理」という側面は，更に“新しい集合を創り出す”という形で「理論の創造原理」にまで高められた形で生きているのである。

［付記］本稿は，昭和57年9月九州大学で開催された九州大学哲学会秋季大会における口頭発表の原稿をもとに発展させ書き改めたものである。また本稿は，昭和57年度文部省科学研究費（個人奨励研究A，課題番号57710002）による研究成果の一部である。記して関係各位に謝意を表したい。

註

(1)これは「論理」が事実（事実上の真理）にではなく形式（ある形式にあてはまる可能なすべての真理）にかかわるからである。たとえば，A_1，A_2，…，A_nを前提とし，Aを結論とする推論が「論理的に正しい」ということを説明するとき，前提A_1，…，A_nと結論Aとがともに事実上真であることによってではなく，A_1，…，A_nがすべて真であるあらゆる可能な世界でAも真であることをもってするのが常であるからである。

(2)構造としてはAと$\{R_i\}_{i \in I}$だけで十分であるが，数学の理論を考慮して$\{f_j\}_{j \in J}$，$\{c_k\}_{k \in K}$も含めている。またモデル論の定式化にはいろいろな方法があるが，ここではBridge［1977］のものに従う。

(3)もちろん，構造はそれを特徴づけるいくつかの命題を公理として立てる（たとえば群の公理やブール代数の公理として）ことによって，特定の「理論」として同定される。従って，理論としての構造は「もの」そのものによってではなく，むしろ「もの」の間に成り立つ関係を記述する公理（系）によって決定される。詳しくはBridge op. cit. pp.8—11参照。

(4)無限列$a = \langle a_0, a_1, \cdots \rangle$による項の外延決定はTarski［1935］に由来するが，これ以外の方法としてChang & Keisler［1973］p. 18 ff.がある。

(5)Aristotle［A.P.］A ch. 32等参照。

(6)Tarski［1936］参照。

(7)詳しい展開については拙論：田畑［1981］参照。

(8)Dummett［1973 a］pp. 432—433.

(9)Dummett. op. cit. p. 432.

(10)Dummett. op. cit. p. 433.

(11)Prawitz［1971］，［1972］，［1973］，［1974］，［1981］参照。以下の論点はこれら一連のPrawitzの論文に負う。

(12)Gentzen［1935］参照。

(13)ヒルベルトのプログラムに連なる，数学をその堅固な有限的部分に還元する，という仕事に応用するのを目的とし，その研究手段を有限的なものに制限する段階の証明論をプラヴィッツはreductive proof theoryと呼んで，これを，「証明」の構造そのものの本質的研究を目ざすgeneral proof theoryから区別する。Prawitz[1972]，[1973]，[1974]参照。

(14)Prawitz［1973］及び前註(13)参照。

(15)Prawitz［1974］p. 68参照。

(16)この意味論は，その「意味」の把え方において後期ヴィトゲンシュタインと親近性をもつと思われる。cf. Prawitz［1977]，[1979]。

(17)cf. Quine［1970］

(18)Dummett［1973 b］p. 291参照。（頁付けはDummett［1978］による。）

(19)Haack［1976］p. 57（頁付けはCopi & Gould［1978］による。）

(20)Dummettも基本的にはこのように考えていると思われる。Dummett[1973 b]参照。これに対する反論としてはHaack［1976］を，またDummettの議論の分析・批判についてはHaack［1982］を見よ。

(21)もちろん，この議論はGödelが実際に「論理」（等号を含めての一階述語論理）の完全性を証明している故に成り立つ議論である。Gödel［1930］参照。

(22)Gödel［1930］参照。

(23)たとえば松本［1980］参照。

(24)ゲーデル化について詳しくは前原［1977］参照。

(25)クワインの二階の論理排斥論に対する批判についてはBoolos［1975］参照。

(26)古典論理の「拡張」と「逸脱」について詳しくはHaack［1974］を参照。

(27)Quine［1947]，[1953］ch. VIII，［1966］ch. 15，16，17等参照。

(28)Kripke［1963 a］，［1963 b］参照。ちなみに様相論理の標準的テキストとしてHughes & Cresswell［1968］，クリプキ型と異なるneighbourhood semanticsを含むものとしてChellas［1980］がある。

(29)Boolos［1979］参照。

(30)最近Peacockがメタレヴェルで“□”が働く真理論を考案したという。cf. McGinn［1980]，藤村［1982]の註（22)。

(31)様相論理の発展を概観したものとしてMarcus［1981］参照。

(32)たとえば藤村[1982]，Hacking[1979]xiv参照。またQuineも依然として様相論理には批判的である。Quine[1981]ch.12，13，14参照。ただし“□”を述語づけとする見方には多少の理解を示している。Quine op. cit. ch. 13。

(33)Kripke［1959］参照。

(34)Haack［1974］p. 91 ff。

(35)Bell［1977］参照。

(36)竹内［1980］参照。ただしここで展開される数学は直観主義数学そのものではない。

(37)竹内［1981］参照。またとくに竹内［1982］pp.83―91はわかりやすくかつ印象深い仕方でこのことを示している。

参 考 文 献

Aristotle [A. P.] : *Analytica Posteriora*, O. C. T. Oxford.

Bell, J. L. [1977] : *Boolean-Valued Models and Independence Proof in Set Theory*, Clarendon Press.

Boolos, G. [1975] : On Second-Order Logic, *The Journal of Philosophy* vol. LXXII (1975).

〃 [1979] : *The Unprovability of Consistency-An essay in modal logic*, Cambridge U. P..

Bridge, J. [1977] : *Beginning Model Theory*, Clarendon Press.

Chang, C. C. & Keisler, H. J. [1973] : *Model Theory*, North-Holland.

Chellas, B. [1980] : *Modal Logic —— an introduction*, Cambridge U. P..

Dummett, M. [1973 a] : *Frege—Philosophy of Language*, Harper & Row.

〃 [1973 b] : The Justification of Deduction, in Dummett [1978] .

〃 [1978] : *Truth and other Enigmas*, Harvard U. P..

Fenstad, J. E. [1971] : *Proceedings of the Second Scandinavian Logic Symposium*, North-Holland.

Frege, G. [1879] : *Begriffsschrift*, Olms.

〃 [1893-1903] : *Grundgesetze der Arithmetik*, Olms.

Gentzen, G. [1935] : Untersuchungen über das logische Schliessen, *Mathematische Zeitschrift* 39. 英訳がM. E. Szabo: *The Collected Papers of Gerhard Gentzen*, North-Holland, 1969 にある。

Gödel, K. [1930] : Die Vollständigkeit der Axiome des logischen Funktionenkalküls, *Monatschefte für Mathematik und Physik* 37. 英訳が J. v. Heijenoort(ed.) : *From Frege to Gödel, A sourcebook in mathematical logic 1879-1931*, Harvard U. P. 1967 にある。

Haack, S. [1974] : *Deviant Logic*, Cambridge U. P..

〃 [1976] : The Justification of Deduction, *Mind* vol. 85, in I. M. Copi & J. A. Gould (eds.) : *Contemporary Philosophical Logic*, St. Martin, 1978.

〃 [1982] : Dummett's Justification of Deduction, *Mind* vol. 91 (1982).

Hacking, I. [1979] : What is Logic? *The Journal of Philosophy* vol. LXXVI NO. 6 (1979).

Hughes, G. & Cresswell [1968] : *An Introduction to Modal Logic*, Methuen.

Kripke, S. [1959] : A Completeness Theorem in Modal Logic, *The Journal of Symbolic Logic* vol. 24 (1959).

〃 [1963 a] : Semantical Analysis of Modal Logic I, Normal Propositional Calculi, *Zeitschrift für mathematische Logik und Grundlagen der Mathematik* vol. 9 (1963).

〃 [1963 b] : Semantical Considerations on Modal Logic, in L. Linsky (ed.) : *Reference and Modality*, Oxford U. P. 1971.

Marcus, R. B. [1981] : Modal Logic, Modal Semantics and their Applications, in G. Fløistad (ed.): *Contemporary Philosopy*, vol. 1, Martinus Nijhoff, 1981.

McGinn, C. [1980] : Operators, Predicates and Truth-Theory, in M. Platt (ed.): *Reference, Truth and Reality*, Routledge & Kegan Paul, 1980.

Prawitz, D. [1971] : Ideas and Results in Proof Theory, in Fenstad [1971] .

〃 [1972] : The Philosophical Position of Proof Theory, in R. E. Olson & A. M. Paul (eds.) : *Contemporary Philosophy in Scandinavia*, Johns Hopkins Rress, 1972.

〃 [1973] : Toward a Foundation of General Proof Theory, in *Logic, Methodology and Philosophy of Science IV*, North-Holland, 1973.

〃 [1974] : On the Idea of General Proof Theory, *Synthese* 27 (1974).

〃 [1977] : Meaning and Proofs : On the Conflict between Classical and Intuitionistic Logic, *Theoria* 48 (1977).

〃 [1979] : Proofs and the Meaning and Completeness of the Logical Constants, in J. Hintikka et al. (eds.): *Essays on Mathematical and Philosophical Logic*, Dordrecht , 1978.

〃 [1981] : Philosophical Aspects of Proof Theory, in G. Fløistad (ed.) : *Contemporary Philosophy*, vol. 1, Martinus Nijhoff, 1981.

Quine, W. v. O. [1947] : The Problem of Interpreting Modal Logic, *The Journal of Symbolic Logic*, vol. 12 (1947).

〃 [1953] : *From a Logical Point of View*, Harper & Row.

〃 [1966] : *The Ways of Paradox and Other Essays*, Harvard. U. P..

〃 [1970] : *Philosophy of Logic*, Prentice-Hall.

〃 [1981] : *Theories and Things*, Belknap Pr[illegible] of Harvard U. P..

Tarski, A. [1935] : Die Wahrheitsbegriff in den formalisierten Sprachen, *Studia Philosophica* 1, (English translation in Tarski [1956]).

〃 [1936] : On the Concept of Logical Consequence, in Tarski [1956]

〃 [1956] : *Logic, Semantics, Metamathematics, papers from 1923-1938*, translated by J. H. Woodger, Clarendon Press.

田畑博敏 [1981] : 「フレーゲの論理学――『概念文字』 I, II章研究――」鳥取大学教養部紀要第15巻 (1981)

竹内外史 [1980] : 直観主義的集合論, 紀伊國屋書店

〃 [1981] : Logic and Set Theory, in E. Agazzi (ed.): *Modern Logic—A Survey*, Reidel 1981.

〃 [1982] : 数学的世界観, 紀伊國屋書店.

藤村龍雄 [1982] : 「様相, 意味および論理」哲学雑誌第97巻第769号 有斐閣.

前原昭二 [1977] : 数学基礎論入門, 朝倉書店.

松本和夫 [1980] : 束と論理, 森北出版.