ISSN 1881-6134

鳥取大学数学教育研究

Tottori Journal for Research in Mathematics Education

http://www.rs.tottori-u.ac.jp/mathedu

「式をよむ」活動における課題の導出

–数学的記号体系を用いた教科書分析を通して–

岸川友飛 *Yuto Kishikawa*

vol.18, no.2
Sep. 2015

鳥取大学 数学教育学研究室

「式をよむ」活動における課題の導出
―数学的記号体系を用いた教科書分析を通して―

鳥取大学大学院生　岸川友飛

1.　はじめに

「式」には，数量の関係を簡潔に表現したり，思考過程を反省したり，新しい数量の関係を導くなど多様なはたらきがある．その中で今日，「式をよむ」活動ということが数学教育の実践・研究を問わず大切だと言われてきた．本研究では7つの「式をよむ」場面をあげ，その場面でどのような価値を見出していけるのかといった杉山（1990）のよみに着目した．杉山は，7 つの「式のよみ」として，どのように価値あるもの獲得できるのかといったことを述べる一方で，「式をよむ」活動にはよむ人によって**“個人差”**があることを指摘している．本研究ではこの「式をよむ」際に考えられうる“個人差”に着目した．その際「式をよむ」活動について考えていく前に，まず式そのものをもう一度根本的なところから追究していく必要があるのではないかと考える．式が生まれる背景や式が意味する事柄は何であるのかを明らかにすることで式に対する学習者の認知プロセスを明らかにできるのではないかと推察されるためである．そこで，この式に対する学習者の認知プロセスを明らかにすることを考える際，本研究では Kaput（1987）や伊藤（1987　etc）の**“数学的記号体系（mathematical symbol system）”**の枠組みに着目する．Kaput が提唱する“数学的記号体系”は，ある表象から異なる表象へと翻訳したりすることが困難であるのはなぜかということに着目し，記号体系と表象体系を包括して考える枠組みとしているものである．“数学的記号体系”は，具体的に表すことができるものとそれに関わる意味内容の視点があり，この特徴が「式をよむ」活動を捉えていく上で，観点を与えてくれるものになるのではないかと考えるからである．

このように「式をよむ」活動を捉え，そして「式をよむ」活動を特徴づけていく枠組みとして“数学的記号体系”を用いた際，本研究では次のような課題を設定し，考察を試みる．

【課題】7 つの「式のよみ」が行われる際，数学的記号体系としてはどのように特徴付けが行われるのか．

この課題を考察し整理していくが，一点目に 7 つの「式をよむ」活動においてどのような記号体系の特徴がみられるのかといった記号体系の様相を示すモデルを検討する．そして，二点目に検討した記号体系のモデルを用いて，教科書を分析していくことで，教科書においてどのような「式をよむ」活動が特徴づけられるのかを検討する．

2.　「式」と「式をよむ」活動とそのはたらき

2.1　「式」について

平林（1996）は『式とは定まった記号を，定まった規則に従って並べた，記号の有限系列である．』と述べている．ここで「定まった記号」とは小学校算数の「式」において次の 3 種がある．

(1)　数字
(2)　演算記号
(3)　括弧　(　)

「定まった規則」は次のように形式的に述べることができる．

(1)　数字はそれだけで式である．
(2)　A，B が式であれば, (A)＋(B)，(A)－(B), (A)×(B)，(A)÷(B)はいずれも式である．
(3)　以上の他に式はない．

以上の主張に加え, 平林は『式に, 例えば 2＋3 のように, 狭い意味での式と, 例えば 2＋3＝3＋2 や 2＋3＜6 のように等式や不等式があることである．』とも述べている．つまり, 上述したことを式

として定義するためには「定まった規則」に＝を追加して，『「A，B を（狭義の）式とするとき，A＝B を等式という」』として定義を行っている．このように，式は言語の一種として，思考と伝達という 2 つの機能を持っている．また，平林が主張する「式」の定義に加え，本稿では算数の場面で見られる△や□を演算記号で表したもの，“ことばの式”といわれるものや数学の場面に見られる角度を表す∠ABC，∠□などを演算記号で表したものも「式」として本稿で用いる．

2.2 「式をよむ」活動について

杉山（1990）は，『式の形によって，一見異なって見えるいくつかの問題の構造が同じことにきづくことができることも式のよさである』と述べ，「式をよむ」活動の一つのよさとしている．また，杉山は「式をよむ」場面として，次の 7 つをあげ，その場面でどのような価値が見出していけるのか考察している．

① 素朴な「よみ」
② 具体に引き戻す「よみ」
③ 特殊の中に一般をみる
④ 意図や法則を「よむ」
⑤ 具体に法則をよみこむ
⑥ 問題のからくりをよむ
⑦ 能率的合理的な処理をするためのよみ

本研究では，「式をよむ」ことでどのような価値を見出していけるのかといった杉山の主張に依拠する．このように「式をよむ」ことでどのようなよさがあるのか，どのようなことが「式をよむ」ことで獲得できるのかといったことはすでに研究されている．しかし，今日「式をよむ」といったことが子どもの能力として身についているといった報告や教育実践の現場で十分に行われているといった報告がされていない．これまでの先行研究の成果とこのような現状を踏まえると，

『期待するよみが用意されている一方で，期待するよみを可能にするためにはどのようなことに注意しないといけないのかといったことが明らかにされていない．』

ということが指摘される．その式がどのような意味を成しているのか，その式が生まれる背景としてどのようなことが関係しているのかといった式に対しての学習者の認知プロセスが分かれば「式をよむ」活動がどうして教育実践の場面ではなかなか実現しにくいのかを明らかにする手掛かりになるのではないだろうかと推察される．

そこで，本研究では「式をよむ」活動がどのように行われているのか探る手掛かりとして，Kaput(1987)が提唱する“数学的記号体系”の枠組みに着目した．記号体系の枠組みについての詳細な特徴は後述するが，Kaput の考えは，数学の考えを異なる表象の間で翻訳したり，経験したことを数学の言葉に翻訳したりすることが困難であるのはなぜかということに着目している．そして，Kaput はこの表象間の翻訳という問題が非常に大切になってきていることに着目し，この問題を扱うために，記号体系と表象体系の包括的で組織的理論的な枠組みを構築する必要性を述べ，数学的記号体系を示している．記号体系の枠組みの特徴として表面的な違いを与える視点と意味内容に関わる視点といったおおきく 2 つの視点があげられる．この 2 つの特徴を持つ数学的記号体系を用いて，「式をよむ」活動を特徴付けることを試みる．そこで次の章では，数学的記号体系の枠組みについての詳細な特徴についてみていくこととする．

3. 数学的記号体系について

3.1 表象について

伊藤（1988）は『Kaput の枠組みの根底には，表象の概念を考えていくにはまず，表象されている世界と表象している世界という二つの実体（entity）を含めなければならないという考えがある．』と述べている．表象について Kaput は Palmer（1977）をもとに記述している．以下 Kaput が提

唱する数学的記号体系の背景である Palmer の表象について記述する．Palmer は表象システムとして，以下の 5 つの側面を含め特徴づけている．

(1) 表象されている世界

(2) 表象している世界

(3) 表象されている世界のどのような側面がモデル化されているのか

(4) 表象している世界のどのような側面がモデル化されているのか

(5) 二つの世界の間の対応

表象について，Palmer は『表象はある種の 2 つの機能的に分かれた世界の間の関係を要求する．それぞれの世界はそれらの中に保持されるという関係によって特徴づけられた対象である．これらの関係は操作上定義される．表象している世界の機能は表象されている世界の情報を保つことである．』と述べている．つまり，表象の特徴として大きく分けて表象されている世界，表象している世界，二つの間の対応といった 3 つから構成される．表象についての特徴を踏まえ，Kaput が提唱する数学的記号体系がどのような特徴を持つのかみていくこととする．

3.2 数学的記号体系について

Kaput の考えの根底には,『数学教育の中で表象の考えを取り組んでいる一連の試論』といった考えがある．その中で，Kaput は数学的記号体系として，記号スキーマ（S），参照領域（F），記号スキーマと参照領域の対応の規則（c）といった 3 つを用いた枠組みを提唱している．この枠組みを提唱する際, Kaput は 3.1 で述べた Palmer（1977）の表象システムの考えを用いて，それぞれを定義づけている。記号スキーマは表象している世界を, 参照領域は表象されている世界を表している．数学的記号体系のそれぞれには次のような特徴が示される．

記号スキーマ（symbol scheme）

具体的に認識できる特徴の集まりと, それらを同定したり結びつけたりする多かれ少なかれ明白な規則である．

参照領域（field of reference）

記号スキーマに意味を与える．

記号スキーマと参照領域の対応の規則（systematic of correspondence）

特徴及びそれらの間にある規則と, それが参照領域の中で持つ意味との対応関係を意味する．

3 つについて，それぞれインドアラビア数字からなる S, りんごが並んでいる状況という F, 各々の数字とりんごの個数との間の対応を c とする 10 進位取り記数の表現として考えることができる．Kaput は『参照領域が数学的構造を関連付けている体系である．表象されている世界は数学的構造であり，表象している世界は記号スキーマである．』と述べている．

本研究では，数学的記号体系を記号スキーマ（S），参照領域（F），記号スキーマと参照領域の対応の規則（c）の 3 つの枠組みで考える．ただし，用いる（S，F，c）については Kaput の主張をもとに本研究の主張に沿うように一部変更を加えたものである. Kaput の述べる S は英数字や座標軸，絵，図など具体的に書き表すことができるものとして定義されていた．この主張を受け，本研究では「式をよむ」活動についてみていくこととした際に，書き表されたものを「式」と限定して扱う．

S：式として表されているものとする．初期の S は S_0 であり, 式の形が変化していくと S_1，S_2，S_3,…と変化していく．

次に，F は S のように物理的実体を持っているものではなく，仮説的抽象的なものである．本研究では，Kaput の主張と伊藤の主張をもとに参照

領域を次のように設定する．

F : 原始的な意味での数学的構造が伴っているものとして用いる．インドアラビア数字に対する，数体系または現実場面でのものの個数，f，g といった英字とそれらを結びつける規則に対する，数の体系間の関数の集合または群･環といった抽象的な数学的構造のことを指す．つまり，S のように F は目に観察されるものではなく，S にどのような価値を与えるのかといったものである．
（ただし，初期の F はF_0として変化をF_0，F_1，F_2，・・・とする．）

最後に，記号スキーマと参照領域とを結びつける対応の規則は，文字あるいは規則とそれに対する意味との対応関係を意味している．本研究では物理的実体を持つ S の式と仮説的抽象的なものである F との結びつけるものとして c を設定する．

c :「式」および「式」を結びつける規則と，参照領域におけるその意味との対応のことを示す．S は書き表されている式そのものを示しており，そこに意味は含まれない．一方 F は，意味内容そのもののみを示す．つまり，S と F の両者はそれぞれ異質なものである．そこで c を S と F の組を結びつけるものとして表すことで，S にはどのような意味が含まれるのか．F にはどのような具体的に書き表されたものが関係するのかといった結びつけを行う機能を持っている．
（ただし，初期の c はc_0として変化をc_0，c_1，c_2，・・・とする．）

上述した 3 つの枠組みは，記号とその意味を結びつけるものとして，次のようにモデルとして表す．

$$S \underset{c}{\text{———————}} F$$

図 1　数学的記号体系のモデル

3.3　数学的記号体系からみた「式をよむ」活動の特徴づけ

上述したように数学的記号体系を捉えた際に，「式をよむ」活動はどのように特徴付けることができるのか．数学的記号体系の枠組みを用いて，「式をよむ」活動を見直すことを試みた．場面としては，杉山（1990）中で見られる 7 つの「式をよむ」活動の場面を扱う．それぞれの「式のよみ」の中で，（S，F，c）としてどのようなものがあたるのか述べ，図 1 で述べたモデルがどのように変化するのか．記号体系の特徴としてどのようなものが見られるのかを記述していく．またモデルの変化を表す際に，実線と点線といった違いがみられるが，実線は変化がみられたものを表しており，点線は変化がみられなかったものを表している．

①　素朴な「よみ」

3＋5＝8 という式があった場合

S_0：数字と演算記号‘＋’から構成されている．

F_0：数系

c_0：数字と演算記号には計算における規則が対応する．

$$S_0 \underset{c_0}{\text{———————}} F_0$$

図 2　①の「式のよみ」における記号体系の様相

①の「式のよみ」の場面では，式そのものの意味や計算そのものを知るといったことが行われるよみである．上の場面では（S，F，c）に変化は見られないが，教科書の場面では S の変化がみられる場面もあり，S の変化に伴って c が変わるといった場面がみられる．変化として，S と c が変わる場面がみられる．

②　具体に引き戻すよみ

3＋5 という式にあてはまる問題づくり

S_0：数字‘3，5’と演算記号‘＋’から構成されている．

F_0：数系

c_0：数字と演算記号には計算における規則が対応

する．

↓

F_1：数にあてはまる具体的場面をイメージする．

$$
\begin{tikzcd}
S_0 \arrow[r, dash, "c_0"'] \arrow[d, dashed] & F_0 \arrow[d] \\
S_0 \arrow[r, dash, "c_0"'] & F_1
\end{tikzcd}
$$

図 3　②の「式のよみ」における記号体系の様相

②の「式のよみ」の場面では，与えられている式に対して，具体的意味を与えるといったよみが行われる場面である．S に対して，どのような意味内容を付与するのかといった F の違いがみられといった場面である．

③　特殊の中に一般をみる

「4.6m で 29.9kg の鉄の棒の 1m の重さはどれだけか」

29.9÷4.6＝299÷46＝6.5

S_0：数字‘29.9，4.6’と演算記号‘÷’から構成されている．

F_0：鉄の棒の重さをはかるといった状況をイメージする．

c_0：‘(鉄の棒の重さ)’‘(鉄の棒の長さ)’にはそれぞれ小数があてはまる．

‘(鉄の棒の重さ)÷(鉄の棒の長さ)’にするという特徴の規則には，1m あたりの鉄の棒の重さを求める式を立てることが対応する．

↓

S_1：数字‘299，46’と演算記号‘÷’から構成されている．

c_1：‘(鉄の棒の重さ)’‘(鉄の棒の長さ)’にはそれぞれ整数があてはまる．

‘(鉄の棒の重さ)÷(鉄の棒の長さ)’にするという特徴の規則には，1m のあたりの鉄の棒の重さを求める式を立てることが対応する．

↓

F_1：‘(小数)÷(小数)’の場面から‘(整数)÷(整数)’の場面へ

c_2：‘(鉄の棒の重さ)’‘(鉄の棒の長さ)’にはそれぞれ有理数があてはまる．

‘(鉄の棒の重さ)÷(鉄の棒の長さ)’にするという特徴の規則には，1m のあたりの鉄の棒の重さを求める式を立てることが対応する．

$$
\begin{tikzcd}
S_0 \arrow[r, dash, "c_0"'] \arrow[d] & F_0 \arrow[d, dashed] \\
S_1 \arrow[r, dash, "c_1"'] \arrow[d, dashed] & F_0 \arrow[d] \\
S_1 \arrow[r, dash, "c_2"'] & F_1
\end{tikzcd}
$$

図 4　③の「式のよみ」における記号体系の様相

③の「式のよみ」の場面では，特殊の背後にある一般を意識するというよみの場面である．ここでは，S の変化をもとに F と c が変化するといった場面である．

④　意図や法則を「よむ」

29.9÷4.6＝299÷46＝6.5

「除数,被除数をそれぞれ 10 倍すれば商は変わらない」

S_0：数字‘29.9，4.6’と演算記号‘÷’から構成されている．

F_0：数系

c_0：数字と演算記号には計算における規則が対応する。

↓

S_1：数字‘299，46’と演算記号‘÷’から構成されている．

↓

F_1：‘(小数)÷(小数)’の場面から
‘(整数)÷(整数)’の場面へ

c_1：‘(小数×10)÷(小数×10)’の式は，‘(整数)÷(整数)’の式へと直すという計算における規則が対応する．

↓

F_2：‘(除数)÷(被除数)’の場面から
‘(除数×10)÷(被除数×10)’の場面へ

c_2：‘(除数)’を整数に直すという計算の規則によって，小数の割り算は整数の割り算へと直すことができるといった計算の規則が対応する。

$$
\begin{tikzcd}
S_0 \arrow[r, dash, "c_0"'] \arrow[d] & F_0 \arrow[d, dashed] \\
S_1 \arrow[r, dash, "c_0"'] \arrow[d, dashed] & F_0 \arrow[d] \\
S_1 \arrow[r, dash, "c_1"'] \arrow[d, dashed] & F_1 \arrow[d] \\
S_1 \arrow[r, dash, "c_2"'] & F_2
\end{tikzcd}
$$

図 5 ④の「式のよみ」における記号体系の様相

④の「式のよみ」は，式に含まれる法則を基に，書き手の意図をよみとったりと，法則と意図とを合わせてよみとるといった場面である．ここでは，S の変化をもとに，S にどのような意味を付与するのかといったことが考えられる場面であり，F の変化に伴い c の変化がみられる．

⑤　具体に法則をよみこむ

三角形の面積の公式

三角形の面積＝底辺×高さ÷2

かけ算の性質「乗法が 2 倍，3 倍になれば，積も 2 倍，3 倍になる」

S_0：‘(三角形の面積)’‘(底辺)’‘(高さ)’といった言葉や数字，演算記号（×，÷）を特徴とする結びつきの規則を持つ．

F_0：三角形の形をイメージする．

c_0：‘(三角形の面積)’‘(底辺)’‘(高さ)’には，それぞれ数が対応する．
‘(底辺)×(高さ)÷2’という規則には‘(三角形の面積)’を求める式が対応する．

↓

F_1：乗法の性質

c_1：‘(三角形の面積)’‘(底辺)’‘(高さ)’には，それぞれが対応する．
‘(底辺)×(高さ)÷2’という規則には，‘(三角形の面積)’を求める式が対応する．‘(底辺)’または‘(高さ)’を 2 倍，3 倍すると，‘(三角形の面積)’も 2 倍，3 倍になるという対応の規則を持つ．

$$
\begin{tikzcd}
S_0 \arrow[r, dash, "c_0"'] \arrow[d, dashed] & F_0 \arrow[d] \\
S_0 \arrow[r, dash, "c_1"'] & F_1
\end{tikzcd}
$$

図 6 ⑤の「式のよみ」における記号体系の様相

⑤の「式のよみ」は，式の形に着目することで具体に法則をよみとるといった場面である．式そのものに対して，意味内容を与えることによって，c の規則に変化がみられる場面である．

⑥　問題のからくりをよむ

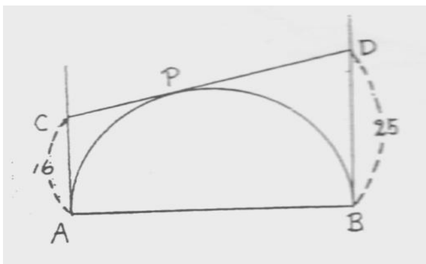

図 7 杉山(1990)の中での事例

$(直径)^2 = (16+25)^2 - (25-16)^2$

$\quad = 4\times25\times16$

25，16 が AC，BD を代表しているものとみれば，この式の左辺が一定であることから，AC，BD は反比例していることがよみとれる．

S_0：‘(直径)’といった言葉や数字‘16，25’, 演算記号‘(　)²（×），＋，－’及び括弧などを特徴とする結びつきの規則を持つ．

F_0：半径と接線との関係

c_0：‘(直径)’という言葉には数があてはまる．接線と接線までの距離が等しい関係を AC と BD のそれぞれの長さを用いて対応する規則の特徴を持つ．

↓

S_1：数字‘4，25，16’と演算記号‘×’から構成されている．

F_1：与えられた数体系

c_1：‘(直径)’という言葉には数があてはまる．‘4×25×16〔4×（BD の長さ）×（AC の長さ)〕’という規則には，‘(直径)²’を求める式が対応する．

↓

F_2：左辺と右辺との関係

c_2：‘4×25×16〔4×（BD の長さ）×（AC の長さ)〕’という規則と‘(直径)²’との結びつきの規則の間に‘（BD の長さ）’と‘（AC の長さ）’の【反比例の】関係という対応の規則を持つ．

$$\begin{tikzcd}
S_0 \arrow[r, dash, "c_0"'] \arrow[d] & F_0 \arrow[d] \\
S_1 \arrow[r, dash, "c_1"'] \arrow[d, dashed] & F_1 \arrow[d] \\
S_1 \arrow[r, dash, "c_2"'] & F_2
\end{tikzcd}$$

図 8　⑥の「式のよみ」における記号体系の様相

⑥の「式のよみ」は，与えられている数値を使って表現したり，手掛かりにすることで，法則や問題のからくりをよみとる場面である．この場面では，（S，F，c）の変化がみられ，c の対応の規則をもとに F の新たな意味内容を与える場面である．

⑦　能率的合理的な処理をするためのよみ

3 桁の数は各位の数字の和の 12 倍に等しい．

100a＋10b＋c＝12（a＋b＋c）

88a＝2 b ＋11c

S_0：数字‘100，10，12’と文字‘a，b，c’と演算記号‘＋, ×（省略される）’及び括弧から構成される．

F_0：数系

c_0：文字には，自然数が対応し，演算記号及び括弧には, 数に対するそれらが対応している．

↓

S_1：数字‘88，2，11’と文字‘a，b，c’と演算記号‘＋，×（省略される）’及び括弧から構成される．

↓

F_1：因数

c_1：文字には，その文字にあてはめることのできる数が，演算記号及び括弧には，数に対するそれらが対応している．

$$\begin{tikzcd}
S_0 \arrow[r, dash, "c_0"'] \arrow[d] & F_0 \arrow[d, dashed] \\
S_1 \arrow[r, dash, "c_0"'] \arrow[d, dashed] & F_0 \arrow[d] \\
S_1 \arrow[r, dash, "c_1"'] & F_1
\end{tikzcd}$$

図 9　⑦の「式のよみ」における記号体系の様相

⑦の「式のよみ」は，特殊な数や式に着目する

ことで，そこに含まれる法則や性質を読んで活かすことができるといった場面である．記号体系の特徴としては，式の形に着目し，その中にどのような意味を付与するのかといったことが重要視され，F の変化がみられ，F の変化に伴って c の変化もみられる．

「式をよむ」活動には，記号スキーマと参照領域の関わりがみられた．その際，記号スキーマは表面的な違いを与える視点を，参照領域は意味内容に関わる視点をそれぞれ与えてくれるものであるが，「式をよむ」際には特に意味内容に関わる視点である参照領域の関わりが重要であることが確認された．そのことを踏まえ，教科書の場面ではどのような「式をよむ」活動が行われており，その活動の場ではどのような数学的記号体系で特徴付けられるのかをみていくこととする．

4. 教科書の分析

4.1 分析の方法

教科書において「式をよむ」活動が行われるとき，どのような数学的記号体系の特徴が示されるのかを明らかにしていく．ここで，教科書分析を行う意図については，実際の教育場面においてどのような「式のよみ」が行われているのかを明らかにするといった目的と「式のよみ」が行われるときどのような特徴がみられるのかといったことを明らかにするためである．

このことを踏まえ，本研究では「式をよむ」活動を分析していく際に，7 つの「式のよみ」の中で最低限必要なよみである①の素朴な「よみ」が含まれるものを「式をよむ」活動として分析していく．①の素朴な「よみ」については，式の表している意味を知るものや計算の意味を知るといった「式のよみ」を想定するものである．この①の「式のよみ」に②～⑦で示されている「式のよみ」がみられるのかみていき，その際の数学的記号体系の変化としてはどのように記述されるのか．どのような記号体系の変化の様相の違いがあるのかについて，それぞれの問題場面を通してみていくこととする．ただし，①の「式のよみ」を記号体系で分析をおこなっていくことについては，先ほども述べたように①の「式のよみ」が，式そのものを示すため，本研究では中学生をから初めて式の意味をしるものについてのみ①のよみでは扱う（累乗や平方根など）．

4.2 分析の結果と考察

7 つの「式をよむ」活動がおこなわれる際に，どのような数学的記号体系の特徴がみられるのかについて，教科書を用いて分析していく．その際，教科書においての一場面を取り上げみていく．

【場面】連続する 10 個の自然数の和をもとめましょう．

はじめの数を a とすると，連続する 10 個の自然数の和は，

a＋（a＋1）＋（a＋2）＋（a＋3）＋（a＋4）＋（a＋5）＋（a＋6）＋（a＋7）＋（a＋8）＋（a＋9）

＝10a＋45

＝5（2a＋9）

＝5（a＋a＋9）

となりはじめの数 a と最後の数 a+9 をたして 5 倍した数になっている．

S_0：文字‘a’と数字‘1，2，3，4，5，6，7，8，9’，演算記号‘＋’及び括弧などを特徴とする規則を持つ．

F_0：数系

c_0：文字には，自然数が対応し，演算記号及び括弧には，数に対するそれらが対応している．

↓

S_1：文字‘a’と数字‘10，45’，演算記号‘＋，×（省略される）’から構成されている．

↓

S_2：文字‘a’と数字‘5，2，9’，演算記号‘＋，×（省略される）’及び括弧から構成されて

いる．

↓

S_3：文字‘a’と数字‘5，9’，演算記号‘＋’から構成されている．

F_1：与えられた数体系

c_1：文字‘a’には自然数が対応する．

‘5（a＋a＋9）’という規則には，はじめの数 a と最後の数 a＋9 を足し合わせた数の 5 倍になるという規則が対応する．

以上の（S，F，c）の変化を図 1 でのモデルに照らし合わせみていくと，以下のような変化の様相を示すことができる．

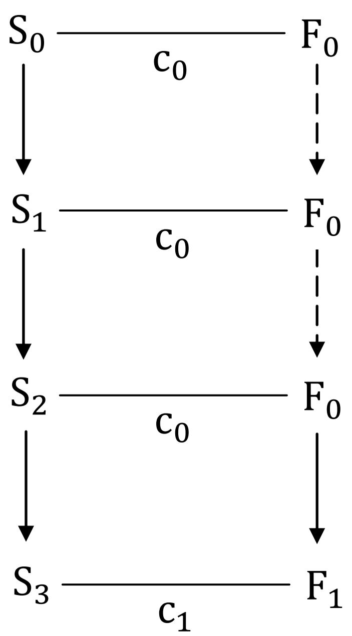

図 10　教科書の事例における記号体系の様相

ここで，示された記号体系の特徴としては，S_3 に至るまでは，S の変化のみであり，S_3においてFとcの変化がみられる．このとき，S の変化をもとに F と c が変化していく場面である．この特徴は，③・④の「式のよみ」のときにみられた．S の変化をもとに F と c が変化していく場面である．

5. おわりに

本研究は，杉山（1990）が示す 7 つの「式をよむ」活動を Kaput（1987）が提唱する数学的記号体系の枠組みを用いて，特徴を明らかにすることを目的とした．その際に，まず杉山（1990）の 7 つの「式のよみ」の中で取り上げられている事例に対して，どのような記号体系の変化の様相を示すことができるのかみていった．その中で，今回用いた「式をよむ」活動における事例における記号体系のモデルの様相として，

パターン 1：①のよみ

（S，F，c）の枠組みで考えられるとき

パターン 2：②のよみ

与えられた S に対して, 新たな F のみが変化するとき

パターン 3：③・④のよみ

S の変化をもとに F と c の変化がみられるとき

パターン 4：⑤・⑦のよみ

S に対して，与えられる F と c の変化がみられるとき

パターン 5：⑥のよみ

c をもとにして，F の変化がみられるとき

といった 5 つのパターンが確認された．また，この 5 つのパターンを踏まえ，教科書の場面においてはどのような記号体系の特徴がみられるのか．そのときの「式をよむ」活動としては，どのようなものがあるのかといったことについてみていった．その中で，記号体系の変化の様相としては，S の変化をもとに F と c が変化していく場面であると示され，この事例ではパターン 3 にあたる「式のよみ」が想定された．

今後の課題として，次の二点を挙げる．まず一点目にパターン 3・4 の中ではそれぞれ二つずつの「式のよみ」がみられた．このときのよみの違いには記号体系（S，F，c）の内容そのものの違いなのか．また違った何かが関係してくることで，「式をよむ」活動の違いが生じてくるのかといった検討ができていないことが挙げられる．

二点目に，今回は教科書における一事例を用いて，記号体系の特徴や「式をよむ」活動についてみていった．他の事例において，また違った記号

体系の変化があるのか．他の事例においても，今回示した記号体系の特徴が示され，「式をよむ」活動を特徴づけることができるのかといった検討ができていないことが挙げられる．

引用・参考文献

Palmer,S.E(1977). Fundamental aspects of cognitive representation. In E.Rosch,& B.B.Llod(Eds), cognitive and categorization. Hilldale,NJ:Lawrence Erlbaum Associates.

Kaput(1985).‘Representation and Problem Solving：Methodological Issues Related to Modeling’In E.Silver (Ed.), Teaching and Learning mathematical problem solving：Multiple research perspectives. Hillsdale, NJ：Lawrence Erlbaum Associates.

Kaput(1987).‘Towards a Theory of Symbol Use In Mathematics’in“Problems of Representation in the Teaching and Learning of Mathematics”. L.E.A

伊藤圭子(1987).「数学的知識の発展における形式の役割－J.J. Kaput による数学的記号体系に着目してー」,『数学教育論文発表会発表要項』, pp134-139

平林一栄(1972).「式の概念とその指導上の観点－言語学習との関連からみてー」,『新しい算数研究』No.15，pp18－21，東洋館出版

平林一栄(1996).「式について」,『新しい算数研究』No.309,pp6-9，東洋館出版

杉山吉茂(1987).「「よむ」ことについて」,『夏季集会報告／東京教育大学数学教育研究会』, pp43－56

杉山吉茂(1990).「「式をよむ」ことについて」,『学芸大数学教育研究　第 2 号』，pp17-25

鳥取大学数学教育研究　　ISSN 1881−6134

Site URL：http://www.rs.tottori-u.ac.jp/mathedu

投稿規定

- 本誌は，次の稿を対象とします。
  - 鳥取大学数学教育学研究室において作成された卒業論文・修士論文，またはその抜粋・要約・抄録
  - 算数・数学教育に係わる，理論的，実践的研究論文／報告
  - 鳥取大学，および鳥取県内で行われた算数・数学教育に係わる各種講演の記録
  - その他，算数・数学教育に係わる各種の情報提供
- 投稿は，どなたでもできます。投稿された原稿は，編集委員による審査を経て，採択が決定された後，随時オンライン上に公開されます。
- 投稿は，編集委員まで，e-mailの添付書類として下さい。その際，ファイル形式は，PDFとします。
- 投稿書式は，バックナンバー（vol.9 以降）を参照して下さい。

鳥取大学数学教育学研究室

〒 680-8551　鳥取市湖山町南 4-101

TEI & FAX　0857-31-5101（溝口）

http://www.rs.tottori-u.ac.jp/mathedu/