ISSN 1881−6134

鳥取大学数学教育研究

*Tottori Journal for Research in Mathematics Education*

http://www.rs.tottori-u.ac.jp/mathedu

# 「式をよむ」活動の二面性について

## −（S, F, c）の枠組みによる特徴づけをもとに−

岸川友飛　*Yuto Kishikawa*

vol.18, no.3

Sep. 2015

鳥取大学 数学教育学研究室

# 「式をよむ」活動の二面性について

## ー（S，F，c）の枠組みによる特徴づけをもとにー

岸川友飛

鳥取大学大学院　院生

**1.　はじめに**

算数・数学の学習場面において，現実場面の事象を処理する際，多くの場面で「式」を用いて表現される。実際，小学1年生の段階から「式」を用いることは行われており，「式」は算数・数学の学習場面においてはなくてはならないものであるといえる。算数・数学教育の研究においても「式」に関する様々な研究が行われており，「式表示」の問題もその内の1つである（村岡 1971，平林 1972，etc）。「式表示」について考えていく中で「式をよむ」活動ということが算数・数学教育の実践・研究を問わずに大切であると言われてきた。「式をよむ」ことについて，杉山（1990）は，7つの問題場面をあげ，それぞれの場面においてどのような価値がそこには存在するのか，「式をよむ」ことのよさについてまとめている。このように，「式をよむ」ことでどのような価値がそこには期待されるのかといったよさをあげている。その一方で，「式をよむ」活動にはよむ人によって“個人差”も考えられることを指摘している。

本研究は，この「式をよむ」活動における個人差に着目した。「式をよむ」活動における個人差について明らかにすることを考える際に，本研究では，「式」そのものについてみていくことから考えていく。なぜなら，式が生まれる背景や式に含まれる事柄は何であるのかといった式そのものについて考えていくことで，式に対する学習者の認識が明らかにできるのではないかと考えるからである。つまり，式に対する何かしらの学習者の認識が「式をよむ」際の手掛かりとなりうるのではないかと考える。本研究では，この考えの立場のもと「式をよむ」活動について式と式を生み出す学習者の認知プロセスの関係をみていくことを通して，学習者の「式をよむ」活動における違いについて明らかにしていく。その際，本研究では Kaput（1987）が提唱する“数学的記号体系（mathematical symbol system）”[以下では，「記号体系」と呼ぶ。]の枠組みに着目した。記号体系を用いる背景は，ある表象から別の異なる表象へと移行する際に翻訳したりすることが困難であるのはなぜかといったことに着目しており，この問題を解決するにあたり，今回用いる記号体系の枠組みを提唱したものである。

そのような特徴を踏まえ，本研究は「式をよむ」活動の機能を記号体系の枠組みで特徴づけることを考える。特徴づけをおこなっていく際，まず本研究における「式」，「式をよむ」活動とはどのようなものを指しているのかを示す（2節）。次に，記号体系の枠組みに関する先行研究の整理と本研究における改良を加えた記号体系の枠組みを提案する（3節）。そして，最後に「式をよむ」活動の変化の様相を記号体系の枠組みで特徴づけることを試みる（4節）。

**2.　「式」，「式をよむ」活動の考察**

**2.1　「式」の定義**

「式をよむ」活動をみていくにあたり，まず「式」

とは何であるのか。本研究での「式」とはどのようなものを対象としているのかを明らかにする。平林（1996）は『式とは定まった記号を，定まった規則に従って並べた，記号の有限系列である。』と述べ，「式」についての構文論的定義を与えている。このとき「定まった記号」・「定まった規則」とは以下のものを指す。

「定まった記号」

（1）対象記号　1，2，…，$a$，$b$，…

（2）演算記号　＋，－，×，÷

（3）括弧　（　）

（4）関係記号　＝，＞，…

「定まった規則」

（1）対象記号はそれだけで式である。

（2）A，B が式であれば，
(A)＋(B)，(A)－(B)，(A)×(B)，(A)÷(B)
はいずれも式である。

（3）以上の他に式はない。

また，算数・数学の学習場面（学習場面とは，現行の教科書のことを指す。）でみられる△や□を演算記号で表したもの，“ことばの式”と呼ばれるものや角度を表す∠ABC，∠□などを演算記号で表したものも含め，本研究では「式」として用いる。

## 2.2　「式をよむ」活動

「式をよむ」活動について考えていくにあたって，式表示の問題が考えられる。式表示の問題としては，これまで様々な研究が行われてきた（村岡 1971, 平林 1972, etc）。その中で，杉山（2009）は「式」を数学のことばであるとして，「書く」ことに加え，「よむ」こともあると主張している。「式をよむ」活動について，杉山（1976）は次の二つの面があると述べている。一つ目は $a \times b = c$ の式に対して，（単価）×（個数）＝（代金）といったように具体的な場面にかえして考えるといった具体的な事がらでよむといったことである。二つ目に，数学的によむといったことである。この二つの「式をよむ」活動については，より詳細なものとして，杉山（1987，1990）の中でみていくことができる。杉山（1990）では，『式の形によって，一見異なって見えるいくつかの問題の構造が同じことにきづくことができることも式のよさである』と述べ，「式をよむ」活動の一つのよさとしている。また杉山はこのように述べた後に，7 つの「式をよむ」場面とそこでの「式をよむ」ことの価値について述べている（以下，杉山が述べる 7 つの「式をよむ」活動を明示する。）。

① 素朴な「よみ」

② 具体に引き戻す「よみ」

③ 特殊の中に一般をみる

④ 意図や法則を「よむ」

⑤ 具体に法則をよみこむ

⑥ 問題のからくりをよむ

⑦ 能率的合理的な処理をするためのよみ

このように，7 つの「式をよむ」場面を想定する際，どのようなことに配慮する必要があるのかといったことについても考察している。ここからわかることとして，「式をよむ」活動にはどのようなよさがあるのか，どのようなことが「式をよむ」活動の中には期待されているのかといったことについての研究は行われてきた。にもかかわらず，「式をよむ」活動の価値をこのように捉えた際，算数・数学の教育実践の場面において「式をよむ」活動が十分におこなわれている報告があげられていない。この問題として，本研究では次のような問題のためであると指摘する。

**『期待する〈よみ〉が用意されている一方で，期待する〈よみ〉を可能にするためにはどのようなことに注意しないといけないのかといったことが明らかにされていない。』**

そこで，本研究では「式をよむ」活動の機能を特徴づけることで，「式をよむ」際にどのようなことに注意する必要があるのか。そのように注意することで，「式をよむ」活動が実践の場にどのように活かされるのか，また活かすことができるのか提案したい。

・その式がどのような意味をもっているのか。

・式が生まれる背景と式に対する学習者の認知プロセスなどがわかれば，「式をよむ」活動がなかなか実現されにくいのはなぜか。

・また，実現するために必要なことは何であるのかといったことが明確にできるのではないだろうか。

そこで，「式をよむ」活動の機能の特徴づけを行う方法として，Kaput（1987）が提唱する「数学的記号体系」の枠組みに着目した。記号体系の枠組みには，《表面的な違いを与える視点》と《意味内容に関わる視点》といったおおきく 2 つの視点をもとに考えられている。この 2 つの視点をもとに考えていくことにより，「式をよむ」活動の特徴づけを試みる。次章では，数学的記号体系の枠組みについての特徴などについてみていく。

## 3.　数学的記号体系（S，F，c）

### 3.1　表象について

記号体系の枠組みについて述べていくにあたり，まずは表象についての考えを整理する。なぜなら，Kaput が提案した記号体系の考えの根本には，ある表象から別の異なる表象へと移行する際に翻訳したりすることがなぜ困難であるのかといった課題に対するものだからである。また，Kaput（1987）も自身の論文の中で，『表象されている世界（represented world）と表象している世界（representing world）の二つの世界の関係を含んでいる表象システム（representation system）を定義した。』と述べている。このとき，Kaput が定義した表象システムは Palmer（1977）をもとにしている。そこで，ここでは表象についての考えについて Kaput が考えの基にしている Palmer（1977）の表象について整理する。

Palmer は表象システムとして，以下に示される 5 つの側面を含め，表象についての特徴づけを行っている。

（1）表象されている世界

（2）表象している世界

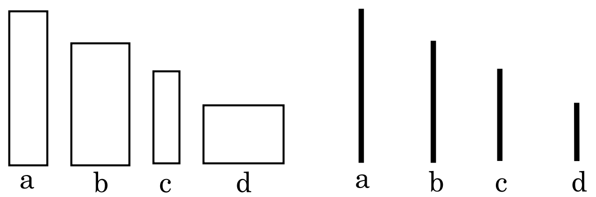
（3）表象されている世界のどのような側面がモデル化されているのか

（4）表象している世界のどのような側面がモデル化されているのか

（5）二つの世界の間の対応

表象について，Palmer は『表象はある種の 2 つの機能的に分かれた世界の間の関係を要求する。それぞれの世界はそれらの中に保持されるという関係によって特徴づけられた対象である。これらの関係は操作上定義される。表象している世界の機能は表象されている世界の情報を保つことである。』と述べている。ここで Palmer の一例より，表象システム（特に，表象している世界と表象されている世界）の特徴についてみていく。

【表象の例】




A.　The Represented World　　B.　Taller than ⇒ Longer than

図 1

表象の例。それぞれの場合は表象されている世界 A で示された対象で構成される。それぞれの表象している世界に関して，対象の対応は後のそれらの下によって示され，そして関係の対応はそれぞれの世界の下で経験によって示される。

Palmer は，まず表象されている世界として図 1 の A の 4 つの対象（a，b，c，d）を設定している。設定した 4 つの対象を表象されている世界としてみた際に，表象している世界としては 4 つの対象の関係（ここでは高さ）が抽象されている。そして，抽象された関係（高さ）がここでは別の表象（長さ）を用いて表す経験として示されている。つまり，何かしらの表象されている世界の対象が

存在する際，その対象に関してある部分を抽象（高さ，長さ，広さなど）することを表象している世界として捉えている。またその際，表象されている世界の対象を抽象し，何かしらの経験を加えるといった過程が対応の規則として捉えられている。このように，表象の特徴としては大きく分けて表象されている世界，表象している世界，二つの間の対応といった３つから構成されるとしている。表象についてのこのような特徴を踏まえ，表象と Kaput が提唱する数学的記号体系にはどのような関わりがあるのか考察する。そして，Palmer と Kaput 両者の考えを踏まえ，「式をよむ」活動においての記号体系としてはどのように定義づけられるのか考察する。

### 3.2　数学的記号体系（S，F，c）について

Kaput が記号体系を用いる背景には，『数学教育の中で表象の考えを取り組んでいる一連の試論』といった考えのもとである。その中で，Kaput は数学的記号体系（mathematical symbol system）として，記号スキーマ（S），参照領域（F），記号スキーマと参照領域の対応の規則（c）といった３つを用いた枠組みを提案している。Kaput はこの枠組みを対案するにあたり，3.1 で述べた Palmer（1977）の表象システムの考えをもとに，定義づけを行っている。ここで述べた記号スキーマは表象している世界を，参照領域は表象されている世界にそれぞれ対応している。また，記号体系の特徴としては次のように示される。

**記号スキーマ（symbol scheme）**

具体的に認識できる特徴の集まりと，それらを同定したり結びつけたりする多かれ少なかれ明白な規則である。

**参照領域（field of reference）**

記号スキーマに意味を与える。

**記号スキーマと参照領域の対応の規則（systematic of correspondence）**

特徴及びそれらの間にある規則と，それが参照領域の中で持つ意味との対応関係を意味する。

Kaput は『参照領域が数学的構造を関連付けている体系である。表象されている世界は数学的構造であり，表象している世界は記号スキーマである。』と述べている。

本研究においても，記号スキーマ（S），参照領域（F），記号スキーマと参照領域の対応の規則（c）の３つの枠組みで考える。ただし，用いる（S, F, c）については，Kaput や Kaput の考えの根底であった Palmer の主張をもとに，本研究にあった新たな（S，F，c）を考える。まず，S について Kaput は英数字や座標軸，絵，図など具体的に書き表すことができるものとして定義していた。具体的に書き表すことができるものが S として定義されているが，「式をよむ」ことを考えていく際に，本研究では S を「式」と限定して扱う。次に，F は S のように物理的実体を持っているものではなく，仮説的抽象的なものを想定している。これは現在，S を「式」として，限定していた。「式」については，2.1 で述べたように平林（1972, etc）に依拠し用いた。ここで用いた平林の「式」は構文論的定義として与えられているものであった。つまり，「定まった記号」の結びつきを考え，表すことができれば「式」として認められるものである。例えば，3＋2＝6 は「式」であると言える。しかし，この「式」を観察すれば，「式」の形として成り立つかもしれないが，「式」の意味とし

ては成り立たない。このように，「式」に対する意味を考える必要があり，意味内容に関わる視点である参照領域が必要となる。そこで，本研究では参照領域を「式」の計算の意味や数量の表す意味などを想定する。最後に，記号スキーマ（S）と参照領域（F）とを結びつける対応の規則（c）である。記号スキーマは書き表された対象であり，本研究では「式」と想定した。一方で，参照領域は書き表された対象に対して，その対象がどのような意味を持っているのかであった。つまり，(S) と（F）は別々の視点のものである。表された対象と対象の意味の両者を結びつける必要がある。そこで，本研究では対応の規則（c）として，上述した（S）と（F）を用いて示す。

【本研究における（S，F，c）の例】

（S） $a^2$

（F）二乗はかけるといった計算の意味

（c） $a^2$ は $a \times a$ と同等の意味を示す

本研究における記号体系の一例として，示すことができる。また，記号体系について Kaput は『選択された側面のある記号体系は新しい記号体系のための参照領域になる。それらの以前の活動の痕跡と一次構造はより進歩した体系の中で常に存在する。それらは学習可能性と同じように数学の豊かさの両方の源である。次のレベルの体系の中でそれらの選択された抑制は数学的記号体系の力の源である：以前の活動と構造は安定した中で結晶化され,具体的に操作可能な記号,精神は新しい方法の中で以前の活動と構造に作用することや考えることを解放させる。』と述べている。つまり，ある記号体系の側面は別の記号体系を生むための足がかりになると考えられる。記号体系は Kaput が述べるように, 次のレベルへと発展していくことが考えられる。この記号体系の特徴を踏まえ，「式をよむ」活動を特徴づけることを試みていく。その際，記号体系に変化がみられるときには，S2，S3，…のように（S，F，c）の隣に数字をつけて記述する。このように記号体系を定めるとき，それぞれの「式をよむ」活動は記号体系の枠組みでみれば，どのような様相を示すのか，「式をよむ」活動に関する変化の様相について，次章では特徴づけを試みる。

## 4. 「式をよむ」活動における変化の様相

### 4.1 「式をよむ」活動の二面性

「式をよむ」活動の特徴づけを考えていくにあたり，杉山（1987，1990）の「式をよむ」活動について考察する。杉山は「式をよむ」活動として 7 つの場面を想定し，その場面で期待される価値を述べている。それぞれの「式のよみ」がどのようなことを期待してよんでいるのか，またそれぞれの「式をよむ」活動にはどのような配慮が必要なのかといったことについて考察している。杉山の主張を踏まえ，「式をよむ」活動について考えると少なくとも次のような二つの側面が考えられるのではないかと仮定した。まず，一つ目に具体に引き戻す「よみ」に代表されるような，“具体化”の側面である。この側面は，与えられている式の形に対して，どのような具体的場面が想定されるのかといったものである。実際に，小学校や中学校の学習場面においても与えられた式から具体的なものや場面を考えるといったことは行われており，想定される側面である。続いて，二つ目に“抽象化”の側面である。この側面は，式の形あるいは具体的場面といった対象のある特徴に着目することで，また新たな意味の変化などを探っていくものである。例えば，2÷3 といった式で考えると，2÷3 は 2 を被除数，3 を除数としてみることで, 2÷3 の式を（被除数）÷（除数）であるとして，考えることができるなどがあげられる。この二つの側面を図式として表すと，次のように表される。

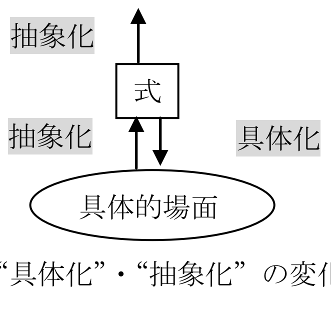



図 2　“具体化”・“抽象化”の変化の様相

このように，「式をよむ」活動を考えていく中で，上に示した“具体化”・“抽象化”といった少なくとも二つの側面が考えられる。“具体化”・“抽象化”の言葉は，算数・数学の場面や一般的な場面（辞書に記載されている）など様々な場面で用いられ，その場面において言葉の定義は様々である。“具体化”・“抽象化”には様々な定義が与えられるが，ここではこの二つの側面を（S，F，c）の記号体系の枠組みの変化を通して表す。(S, F, c）のどの側面が“具体化”・“抽象化”を促すものであるのか特徴づけを行っていく。

## 4.2　「式をよむ」活動の特徴づけ

### 4.2.1　事例の提案

1 つの事例を示し，事例をどのような「式をよむ」活動が考えられるのかを示していく。考えられた「式をよむ」活動は（S，F，c）の枠組みでみるとどのように特徴づけることができるのか考察する。事例は以下の場面を考える。

> 200 の約数 1，2，4，…，200 について考える。約数すべての逆数の和を
> $$U=\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\cdot\ \cdot\ \cdot+\frac{1}{100}+\frac{1}{200}$$
> とするとき，U の値を求めなさい。

この問題の解決としては，以下のように通分し，全ての和を考えることで解決できる。

$$\begin{aligned}U&=\frac{1}{200}(200+100+50+40+25+20+10+8\\&\qquad+5+4+2+1)\\&=\frac{1}{200}\times 465\\&=\frac{93}{40}\end{aligned}$$

解決することのみを考えれば，上に示したように考えることもできる。では，この式から「式をよむ」活動を考えると，どのようなことがよめるのか，また，「式をよむ」ことで上で得られた解決がより一般的に使うことができたり，手際よく解決することができないのか考える。

### 4.2.2　事例における「式をよむ」活動

上の事例において，「式をよむ」ことに価値をおくならば，どのようなことがよみとれるのか，またその際，どのような配慮が必要になるのか述べる。

右辺を 200 で通分した形である

$$U=\frac{1}{200}(200+100+\cdot\ \cdot\ \cdot+2+1)$$

に着目することで，右辺の分子である（200＋100＋…＋2＋1）は 200 の約数のそれぞれの和であるとみることができる。また，両辺それぞれに 200 をかけることで，次のように式の変形を導くことができる。

$$\begin{aligned}200U=200+100+50+40+25+20\\+10+8+5+4+2+1\end{aligned}$$

このように，特定の数や式に着目することで，式の操作が可能になり，与えられた式の形から別の異なる式の形へと移行することが可能になる。これも「式をよむ」活動を考えていく上で大切なことの一つである。

また問題として与えられた式

$$U=\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\cdot\ \cdot\ \cdot+\frac{1}{100}+\frac{1}{200}$$

は，200 の約数の逆数の和を考えるといった，ある特殊な場面を想定したものである。では，200 の約数が 500，1000，10000，……といった約数を考えると，どのようなことが式の形からよみとることができるのか。つまり，200 の約数の場面として考えていたある特殊な場面から別の特殊な場面を考えていく際，何か手がかりになることはないのかといった手がかりを探る際，「式をよむ」活動は機能する。ここで与えられている問題を用いて考えると，両辺に 200 をかけることで，

$$200U=200+100+\cdot\ \cdot\ \cdot+2+1$$

を導き出すことができる。また，ここで得られた右辺の形は，200 のそれぞれの約数の和であると考えることができた。では，この関係というのは 200 の約数を考えたこの場面だけのものであるのか，500，1000，10000，……といった逆数の和を考えた場面では，別の異なる形として表される

のかを考えると，この関係は200の場面だけではなく500，1000，10000，……といった場面でも考えることができる。つまり，右辺の形としてそれぞれの数の約数の和として表すことができ，

○×U＝○の約数の和

（ただし，ここでの○にはそれぞれの数が入る。）として，式をよんでいくことができる。

また，右辺のそれぞれの数は約数であることに着目することで，違った「式をよむ」活動が考えられる。実際に，約数はどのようにして表すことができるのかを考えていと，

$$200 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5$$
$$100 = 2 \times 2 \times 5 \times 5$$
$$\vdots$$
$$2 = 2$$
$$1 = 1$$

として表すことができる。それぞれの約数は200を素因数分解した組み合わせとして考えることができる。

$$200 = 2^3 \times 5^2$$
$$100 = 2^2 \times 5^2$$
$$\vdots$$
$$2 = 2^1 \times 5^0$$
$$1 = 2^0 \times 5^0$$

このことから，

$$\begin{aligned}200\mathrm{U} &= 200 + 100 + 50 + 40 + 25 + 20 \\ &+ 10 + 8 + 5 + 4 + 2 + 1\end{aligned}$$

の式は，次のように式を変形することができる。

$$\begin{aligned}200\mathrm{U} = 2^3 \times 5^2 &+ 2^2 \times 5^2 + 2^1 \times 5^2 + 2^3 \times 5^1 \\ &+ 2^0 \times 5^2 + 2^2 \times 5^1 + 2^1 \times 5^1 + 2^3 \times 5^0 \\ &+ 2^0 \times 5^1 + 2^2 \times 5^0 + 2^1 \times 5^0 + 2^0 \times 5^0\end{aligned}$$

また，与えられた右辺の形に着目すると，2と5の因数分解した形で表すことができる。

$$200\mathrm{U} = (2^3 + 2^2 + 2^1 + 2^0)(5^2 + 5^1 + 5^0)$$
$$200\mathrm{U} = 15 \times 31$$
$$\mathrm{U} = \frac{93}{40}$$

このように，はじめに得られた式

$$\mathrm{U} = \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \cdot\ \cdot\ \cdot + \frac{1}{100} + \frac{1}{200}$$

に対して，「式をよむ」ことではじめは想定していなかったことがみえてきたり，200以外の約数の場面へと考えを拡げることができる。また，特殊な数に着目することで，手際良い解決方法や法則をみつけることが可能になった。

### 4.2.3　事例に対する「式をよむ」活動の特徴づけ

今回示した事例より，「式をよむ」活動を考えることができた。ここでは，前節で示された「式をよむ」活動を記号体系（S，F，c）の枠組みで特徴づける。

【式A】

$$\mathrm{U} = \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \ldots + \frac{1}{100} + \frac{1}{200}$$

【式B】

$$\mathrm{U} = \frac{1}{200}(200 + 100 + \ldots + 2 + 1)$$

【式C】

$$200\mathrm{U} = 200 + 100 + \ldots + 2 + 1$$

【式D】

○×U＝○の約数の和

【式E】

$$200\mathrm{U} = 2^3 \times 5^2 + 2^2 \times 5^2 + \ldots + 2^1 \times 5^0 + 2^0 \times 5^0$$

【式F】

$$200\mathrm{U} = (2^3 + 2^2 + 2^1 + 2^0)(5^2 + 5^1 + 5^0)$$

前節で示した式の形を【式A】から【式F】と表す。【式A】から【式F】と表すことを考えた際，どのような変化の様相を示すことができるのか記述する。またその際，「式をよむ」活動としてはどのように記述できるのか，記述できた「式をよむ」活動はどのような（S，F，c）の枠組みで特徴づけられ，二面性のどのような側面が想定されるのか明らかにしていく。

1. 【式A】→【式B】
2. 【式A】→【式B】→【式C】→【式D】
3. 【式A】→【式B】→【式C】→【式E】→【式F】

今回示した事例において 1〜3 のような式の変形を想定する。想定された式の変形について，それぞれみていく。

《1 の場面》

与えられた問題に対して解決を行っている場面である。その際，どのような計算ができるのか（通分など）といった計算そのものの意味をよみとっている場面である。式そのもの意味をよみとり，解決に向かうといった過程が考えられる。また，この場面において式の変化が想定されるため，ここでは記号体系の変化としてSの変化が想定される。

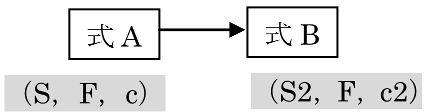



図 3

また，変化の様相を記号体系を用いて表すと S の変化として捉えることができる。二つの側面 “抽象化”・“具体化” について，与えられたある式から別の式へと新たな具体が考えられる。つまり，この場面では “具体化” の側面が想定されている。

《2 の場面》

【式 B】で与えられた右辺の形に着目すると，分子の形はそれぞれの 200 の約数の和であるとみることができた。つまり，○の約数となった際には，“○×U＝○の約数の和” として表すことができる。特殊な場面から，新たな場面への拡がりを想定していくことができる。

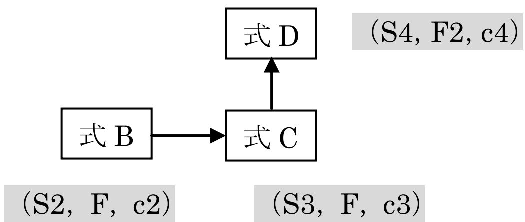



図 4

ここでは，【式 B】から【式 C】へと式の変形がみられ，“具体化” の側面が考えられる。また，与えられた【式 C】の形より，【式 D】への新たな場面にも適用できるよう，よりひろい意味での場面へと拡がりがみられる。つまり，【式 C】から【式 D】への過程は, 式のある特徴を取りあげ, 現在想定している場面を他の場面へと適応をはかることが行われる。よって，ここでは“抽象化” の側面が想定される。

《3 の場面》

【式 C】で得られた右辺は，200 の約数の和として表された。2 の場面では,【式 C】の場面から【式 D】の場面へと新たな場面にも考えを拡げる活動を想定した。しかし，この 3 の場面は【式 C】の右辺のそれぞれの数が約数といったことに着目することで，また違った変化の様相を想定している。

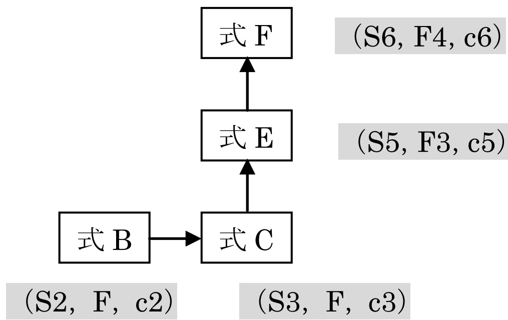



図 5

2 の場面と 3 の場面では，何を抽象したのかといった違いによって，記号体系の変化に違いがみられる。その違いにより，異なる「式をよむ」活動が想定される。また，2 の場面と 3 の場面において F2 と F3 のように変化の違いとして，記述しているが（S，F，c）の記号体系の数字が高ければ高いほど，より高度な “抽象化” が行われているものではない。2 の場面と 3 の場面における記号体系の違いは，あくまで変化の違いを表しているものである。

## 5. おわりに

本研究は，「式をよむ」活動の中に “具体化”・“抽象化” といった二つの側面を想定した。想定した二つの側面が「式をよむ」活動のどのような場面で現れ，またどのように「式をよむ」活動に機能しているのか明らかにすること試みた。その際，Kaput が提唱する「数学的記号体系」の枠組

みを用いて，特徴づけを行った。特徴づけを行っていく中で，次の結果を得ることができた。

・“具体化”には特に S が，“抽象化”には特に F が関係し, 変化に影響を与えている。今回，特に“抽象化”の側面は，何に着目するのかによって，変化の様相が異なり，その後の記号体系の変化に違いがみられた。この記号体系の変化の違いに伴って，「式をよむ」活動の違いがみられた。

残された課題として，今回「式をよむ」活動には，少なくとも二つの側面が存在することを想定し，事例を通して特徴づけを行った。特徴づけにより，“具体化”と“抽象化”にはそれぞれ S の視点と F の視点の関係が認められた。そこで，この特徴づけをもとに，現行の学習がどのように特徴づけられるのか, 今後明らかにしていく。また，現行のどの場面でどのような「式をよむ」活動を考えていきたいのか提案する。その際，どのような「式をよむ」活動そこには期待され，価値としてはそこに存在するのか，今回行った特徴づけをもとに提案を行う。

## 引用参考文献


Palmer,S.E（1977）. Fundamental aspects of cognitive representation. In E.Rosch,& B.B.Llod(Eds), cognitive and categorization. Hilldale,NJ:Lawrence Erlbaum Associates.

Kaput（1985）.‘Representation and Problem Solving : Methodological Issues Related to Modeling’In E.Silver (Ed.), Teaching and Learning mathematical problem solving : Multiple research perspectives.Hillsdale , NJ : Lawrence Erlbaum Associates.

Kaput（1987）.‘Towards a Theory of Symbol Use In Mathematics’in“Problems of Representation in the Teaching and Learning of Mathematics”. L.E.A

伊藤圭子（1987）.「数学的知識の発展における形式の役割－J.J.Kaput による数学的記号体系に着目して－」，『数学教育論文発表会発表要項』, pp134-139

平林一栄（1972）.「式の概念とその指導上の観点－言語学習との関連からみて－」，『新しい算数研究』No.15，pp18－21，東洋館出版

平林一栄（1987）.『数学教育の活動主義的展開』，東洋館出版

平林一栄（1996）.「式について」，『新しい算数研究』No.309，pp6-9，東洋館出版

杉山吉茂（1987）.「「よむ」ことについて」，『夏季集会報告／東京教育大学数学教育研究会』，pp43－56

杉山吉茂（1990）.「「式をよむ」ことについて」，『学芸大数学教育研究　第 2 号』，pp17-25

杉山吉茂（2009）.『中学科数学科教育学序説』，東洋館出版

岸川友飛（2015）.「「式をよむ」活動における課題の導出－数学的記号体系を用いた教科書分析を通して－」，全国数学教育学会　第 41 回研究発表大会

**鳥取大学数学教育研究**　　ISSN 1881–6134

**Site URL：http://www.rs.tottori-u.ac.jp/mathedu**



**投稿規定**

❖ 本誌は，次の稿を対象とします。
  - 鳥取大学数学教育学研究室において作成された卒業論文・修士論文，またはその抜粋・要約・抄録
  - 算数・数学教育に係わる，理論的，実践的研究論文／報告
  - 鳥取大学，および鳥取県内で行われた算数・数学教育に係わる各種講演の記録
  - その他，算数・数学教育に係わる各種の情報提供

❖ 投稿は，どなたでもできます。投稿された原稿は，編集委員による審査を経て，採択が決定された後，随時オンライン上に公開されます。

❖ 投稿は，編集委員まで，e-mailの添付書類として下さい。その際，ファイル形式は，PDFとします。

❖ 投稿書式は，バックナンバー（vol.9 以降）を参照して下さい。

**鳥取大学数学教育学研究室**

〒 680-8551　鳥取市湖山町南 4-101

TEI & FAX　0857-31-5101（溝口）

http://www.rs.tottori-u.ac.jp/mathedu/