ISSN 1881-6134

鳥取大学数学教育研究

Tottori Journal for Research in Mathematics Education

http://www.rs.tottori-u.ac.jp/mathedu

テクノロジーを前提とした数学教育に関する研究

坂元里佳子　*Rikako Sakamoto*

vol.17, no.10
Mar. 2015

鳥取大学 数学教育学研究室

目次

第 1 章
本研究の目的と方法

本章では，本研究の目的・方法について述べる.
1.1 では，本研究のテーマ設定に至った背景を述べる.
1.2 では，本研究の目的を述べる.
1.3 では，本研究の研究方法を述べる.

第 1 章　本研究の目的と方法

1.1　本研究の動機

近年,「タブレット端末を用いた教育」をよく耳にするようになった. 調べてみると, 総務省では“ICT を利活用した協同教育の推進に関する調査研究”ということで平成 22 年度よりタブレット端末を使って「フューチャースクール推進事業」を小学校, 中学校, 特別支援学校で展開している. また, 平成 23 年 4 月文部科学省から出された『教育の情報化ビジョン』の中においても, 21 世紀を生きる子どもたちに求められる力を育む教育を行うためには子どもたちの学習や生活の主要な場である学校において, 教育の情報化を推進することが必要であると明記されており, その活用例としてタブレット端末を挙げている.

だが, タブレット端末を用いた教育には問題点がいくつもあり, 現在も模索が続けられている. その問題点のなかに「活用法」の問題がある. これは個別学習の中でタブレット端末をどのように使い, どのように効果を図るかという問題であり, 成果のある実践事例が必要とのことだった.

筆者は, この活用法の問題の原因がカリキュラムにあるのではないか, と考える. 従来の教育内容・カリキュラムがタブレット端末などのテクノロジーを前提に考えられていないため, そこへテクノロジーを利活用しようと試みても上手くはいかないのではないか, と考えているのである. では, テクノロジーを前提にするとどのような数学教育が可能になるのか. このように考えるようになり, 本研究に取り組むことを決めた.

1.2　本研究の目的

ここ数年で, テクノロジーは目覚しい進歩を遂げた。教育にもこの影響はあり,「タブレット端末を用いた教育」をよく耳にするようになった. だが、この教育には問題点がいくつもあるという. 筆者は, この活用法の問題の原因がカリキュラムにあるのではないか, と考える. 従来の教育内容・カリキュラムがタブレット端末などのテクノロジーを前提に考えられていないため, そこへテクノロジーを利活用しようと試みても上手くはいかないのではないか. また, 今まで紙と鉛筆で出来ていた教育にテクノロジーを用いてもあまり効果的には働かせることができないのではないか,

と考える．そこで，従来の数学教育にテクノロジーを利活用するのではなく，テクノロジーを前提とする新たな数学教育を提案する．このために，本研究では，テクノロジーを前提にすることでどのような数学教育が可能になるのか，テクノロジーを前提とした数学教育を可能にするには今までになかった何が必要になるのか，明らかにする．

1.3 本研究の方法

上記の目標を達成する方法として，本研究では，まず，現在における世界の教育へのテクノロジーの利用状況を調べ，テクノロジーを用いた数学教育の現状を把握する．(第 2 章)次に，テクノロジーを用いた数学教育についての先行研究を分析し，先行研究から示唆されているテクノロジーの可能性を挙げる．(第 3 章 3.1)この挙がったテクノロジーの可能性から 5 つ選び，「本当に可能なのか」という視点で 5 つのリサーチクエスチョンとして挙げ，実際に事例に当てはめていく．この際に，本研究ではテクノロジーとして GeoGebra という動的幾何ソフトを用いる．この GeoGebra を用いた学習の実験を行い，考察する．事例への当てはめとしては 2 つの方法で行う．まず 1 つめは，事例研究としてサイクロイドを使う．方法としてはサイクロイド初学者である筆者が実際に学習を行い，その学習過程から感じたことから 5 つのリサーチクエスチョンについての事例研究としての見通しをつける．(第 4 章)次に，実証調査として，文系大学生を対象に紙と鉛筆の際と GeoGebra を用いた際の学習の実験を行い，反応を分析・考察を行う．(第 5 章)この 2 つの事例研究(第 4 章, 第 5 章)から, 本研究の結論にあたる, テクノロジーを前提とした数学教育には今までになかった何が必要なのか，明らかにする．(第 6 章)

〈本論文の章構成〉

第 1 章　本研究の目的と方法

本研究の目的と方法を述べる.

第 2 章　テクノロジーについて

現段階では実際に「世界ではテクノロジーをどの程度教育へ利用しているのか」について，明らかにする.

第 3 章　先行研究の分析

テクノロジーを用いた数学教育について述べる．テクノロジーの可能性を整理し，「本当に可能なのだろうか」という視点で 5 つのリサーチクエスチョンとして挙げる.

5 つのリサーチクエスチョン

第 4 章　事例研究

実際にテクノロジーを用いた事例研究について述べる．事例としてはサイクロイドを用い，初学者である筆者が GeoGebra を使って学習を進め，5 つのリサーチクエスチョンについての見通しを立てる.

第 5 章　実証調査

本章では，実際にテクノロジーを用いた実証調査について述べる．大学生を対象に GeoGebra を使って課題解決を行わせ，その反応調査を行い，5 つのリサーチクエスチョンについて照らし合わせて，テクノロジーを前提とすることでどのようなことが可能になるか，明らかにする.

第 6 章　本研究の結論と残された課題

本研究の結論と残された課題を述べる．結論としては，研究したことを基に，テクノロジーを前提とした数学教育には今までになかった何が必要なのか，考察する.

第 2 章
テクノロジーについて

2.1　教育へのテクノロジー利用状況

本章では，テクノロジーについて述べる.
2.1 では，現段階では実際に「世界ではテクノロジーをどの程度教育へ利用しているのか」について IEA(国際教育到達度評価学会)の記事を基に，教育へのテクノロジー利用状況を明らかにする.

第 2 章　テクノロジーについて

2.1　教育へのテクノロジー利用状況

実際に，世界ではテクノロジーをどの程度教育へ利用しているのか, IEA(国際教育到達度評価学会 : The International Association for the Evaluation of Educational Achievement)の SITES2006　(The IEA Second Information Technology in Education Study)の報告書 [12)13)14)]を読み，考察した.

SITES2006 参加国・地域

SITES2006 の参加国･地域は，以下の表の通りである.

ヨーロッパ (略，EU)	デンマーク，フィンランド，フランス，イタリア, リトアニア, エストニア, カタロニア(スペイン)，ノルウェー，モスクワ(ロシア)ロシア，スロバキア，スロベニア
アフリカ(AF)	南アフリカ
中東(ME)	イスラエル
北アメリカ(NA)	アルバータ(カナダ)，オンタリオ(カナダ)
南アメリカ(SA)	チリ
アジア,他(AS)	香港，台湾，日本，シンガポール，タイ

ICT 費用の増加

低い国々は既に過去にかなりの額を拠出していた. [12)13)]

教育方針としての国レベルの ICT

教育方針の中に国・地域規模の ICT が組み込まれているかを尋ねたところ，22 の国・地域のうち 20 ヵ国が「はい」と答えた．そこで，肯定的な回答をした国とさらにその教育方針の中に具体的な 11 の要素(a～k)のうち，どれが含まれているかを尋ねた. [12)13)] その結果が図 1 の通りである.

11の要素
a. 明確なビジョン
b. カリキュラム革新の支援
c. ICTを指導に組み込むための望ましい指導
d. ICT利用の好ましい最低限の基準
e. 好ましいネット接続環境
f. 情報格差を縮小するための目標
g. 校外でのインターネット接続確保に対する取り組み
h. 教師へのICTの専門能力開発の義務化
i. ICTについて教師専門能力開発の活性化
j. ICT設備の評価方針
k. ICT設備の資金調整

図1.　国･地域別のICT要素

	国・地域	(q24) ICT方針要素の数
EU	ノルウェー	5
EU	デンマーク	3
NA	オンタリオ（カナダ）	1
AS	シンガポール	● 11
AS	香港	● 6
EU	リトアニア	● 6
NA	アルバータ（カナダ）	5
EU	イタリア	● 8
SA	チリ	● 7
EU	スロバキア	0
EU	フランス	● 7
EU	フィンランド	● 9
EU	モスクワ（ロシア）	● 6
EU	タイ	● 8
EU	ロシア	0
EU	エストニア	● 11
EU	スロベニア	0.
EU	カタロニア(スペイン)	● 6
AS	台湾	● 6
AS	日本	3
ME	イスラエル	● 11
AF	南アフリカ	● 11

図 1 より，教育方針の中に国・地域規模の ICT が組み込まれていない国・地域は，ICT 方針要素の数が 0 であることから，ロシア，スロバキア，スロベニアであることが予測される．一方，11 の全要素が方針に組み込まれている国・地域は，シンガポール，エストニア，イスラエル，南アフリカだった．また，22 ヵ国・地域の平均の ICT 方針要素の数の平均は約 5.9 であり，14 の国・地域という参加国・地域のほとんどがこの平均値以上の要素を方針に組み込んでいた．日本は，この平均値 5.9 に対して 3 であり国際的に低い値だった．

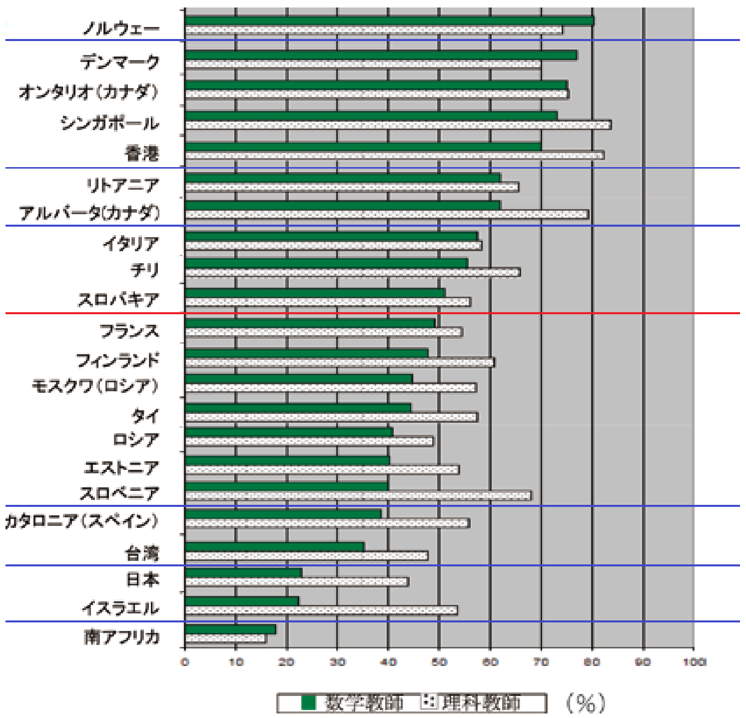
数学における教室での ICT 利用の普及

図 2 は，すべての参加国において数学及び理科の教師が調査対象学級で ICT を利用したと回答した割合を示す．

南アフリカを除く 5 ヵ国では，調査対象学級で ICT を利用したと回答した数学教師は 40%以下であった．これらの国は，スペイン・カタロニア地方，台湾，イスラエル，日本及びスロベニアであった．しかしながら，参加国の約半分では，数学教師の 50%以上がその調査対象学級で ICT を利用していた．

日本は，数学教師が 23%，理科教師が 44%と国際的に低い値であった．[12)13)]

図2.　調査対象学級で興趣学習活動にICTを利用していると回答した
数学教師・理科教師の平均利用率

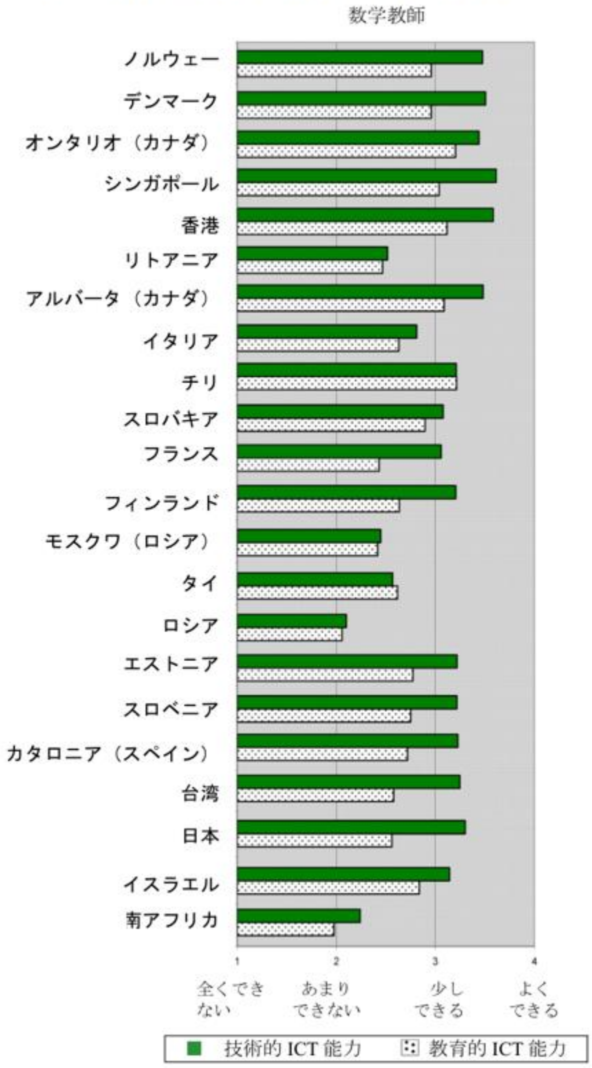


<u>ICT 利用での教師の自己申告に基づく技術的，教育的能力</u>

教師に ICT の一般的利用と教育的利用について自己判断したレベルを示してもらうように頼んだ．

図 3 から，国・地域全体を通じて教師の技術面と教育面での ICT 能力に関する自己評価にかなりのばらつきがあり，明白なパターンが見える．ほとんどの国・地域では，教師の自己評価での ICT 能力に関して，一般的に利用するほうが教育的利用より平均値が上がっている．つまり，教師は授業や学習環境より日常的環境で ICT を利用することに自信があることを示している．日本では，両教科の教師が技術的な ICT 能力で非常に高い水準であるが，教育面での ICT 能力ははるかに低いと報告され，この結果 2 つの能力の平均水準の差は最大であった．以上の点から，ICT 利用での教師の教育的能力の構築において，ICT の技術的能力だけでは不十分であることが観察される．[12][13]

図3. 数学・理科教師の自己申告に基づく技術的及び教育的ICT能力



<u>考察</u>

“ICT 費用の増加”についての報告より，この調査の参加国は，ICT への費用を増やしていることから国としては教育への ICT 使用に積極的な姿勢である，と読み取れる．

また，図 2 は元の表を数学教師の ICT 利用率が高い順に並べ直したものである．表 1 と図 3 もこの順に合わせたデータの並びになるように直している．図 1 と図 2 を見比べてみると，ICT 方針要素の数，数学教師の ICT 利用率の間には比例関係がないことがわかる．また，日本は国際的に ICT 方針要素の数も数学教師の ICT 利用率も低いことがわかった．

次に，図 2 と図 3 を見比べてみると，数学教師の ICT 利用率が 70%以上の 5 ヵ国は教育的 ICT 能力についての自己評価も他国に

比べて高いことがわかった．以上より，日本は 2006 年の時点で教育への ICT 利用に関しては国際的に遅れている面があるように思われる．

また，タブレット端末の普及(2010 年)はこれまでの教育的 ICT 利用状況にどのように影響したのかについては参考に出来るデータがなかったため，調べられなかった．だが，近年のタブレット端末を利用した授業実績をみる限り，タブレット端末の普及は教育的 ICT 利用状況に大きく影響しているだろう，と予測できる．

第 2 章の要約

本研究では，テクノロジーを前提とする新たな数学教育の提案を目的としている．研究を始めるにあたって，テクノロジーを用いた数学教育の現状を把握する必要があり，本章で詳しく述べた．
要点としては以下のことが明らかになった．

〇現在における世界の教育へのテクノロジーの利用状況

・ICT 費用の増加

ICT 費用の増加率は顕著には見られなかったが，その理由として，増加率が低い国々は既に過去にかなりの額を拠出していた．

・教育方針としての国レベルの ICT

教育方針の中に国・地域規模の ICT 要素(11 要素)がどの程度組み込まれているかを尋ねたところ，調査に参加した 22 ヵ国・地域の平均の ICT 方針要素の数の平均は約 5.9 であり，参加国・地域のほとんどがこの平均値以上の要素を方針に組み込んでいた．日本は，この平均値 5.9 に対して 3 であり国際的に低い値だった．

・数学における教室での ICT 利用の普及

調査に参加した 22 ヵ国・地域において数学及び理科の教師が調査対象学級で ICT を利用したと回答した割合を調べたところ，調査参加国・地域の約半分では，数学教師の 50%以上がその調査対象学級で ICT を利用していた．そのなか，日本は，数学教師が 23%，理科教師が 44%と国際的に低い値であった．

・ICT 利用での教師の自己申告に基づく技術的，教育的能力

教師に ICT の一般的利用と教育的利用について自己判断したレベルを示してもらった．ほとんどの国・地域では，教師の自己評価での ICT 能力に関して一般的利用が教育的利用より平均値が上がっていた．日本では，両教科の教師が技術的な ICT 能力で非常に高い水準であるが教育面での ICT 能力ははるかに低いと報告され，2 つの能力の平均水準の差は最大であった．

本章で明らかになったことを基に，次章ではテクノロジーを用いた数学教育についての先行研究の分析を行っていく．

第 3 章
先行研究の分析

本章では，テクノロジーを用いた数学教育についての先行研究の分析について述べる.
3.1 では，先行研究を読み，考察するなかで見つかったテクノロジーの可能性を整理した.
3.2 では，3.1 で整理したテクノロジーの可能性の中から筆者が特に気になった 5 つの可能性が「本当に可能なのだろうか」という視点で 5 つのリサーチクエスチョンとして挙げた.

第 3 章　先行研究の分析

3.1　テクノロジーの可能性

先行研究を考察するなかで，テクノロジーの可能性を整理すると以下のようになった.

動的な理解が可能 (ex.VTR)	･問題提示の仕方が変わる [1)2)] (ex.アニメーション，ビデオクリップ等) ･視覚的に回答の予測がつき正答率があがる …「概形の認識」を出発点にするとどんな数学的活動が可能になるか [3)] ･数学の仕組みが見えてくる,解法のカラクリがよく理解できる [4)5)] → 概念の発達 [3)] ･一般化が容易にできるのでは [6)]
難しい計算が可能 (ex.電卓)	･紙と鉛筆だけでは手間や時間のかかるのを瞬時にしかも何度も試行錯誤できる [2)] ･答えを思考の材料にすることで論理的思考力の育成を重視した学習が容易になる [2)] ･実世界に関わる問題を扱いやすくなる [7)] ･数学モデル化しやすくなる [8)] →「数学的な見方・考え方」を生徒が身に付けやすくなる [9)] → 数学学習の意義に触れやすくなる
作図したものを動かすことが可能 (GeoGebra)	･作図することで幾何の知識を曖昧なものから明確なものにできる [10)] ･ミスコンセプションの解消に役立てられる [11)]

3.2　5 つのリサーチクエスチョン

多くのテクノロジーの可能性が示唆されるなか，今回は筆者が特に気になった以下 5 つの可能性が本当に可能なのか(A～E)，テクノロジーを前提とした数学教育を考える中で 5 つのリサーチクエスチョンとして実際に事例を踏まえて調べる.

テクノロジーを前提とした数学教育を考えることで,

A 数学の仕組みが見えてくることで新たな概念の発達が期待されるだろうか [4][5]

B 答えや動きを思考の材料にすることで論理的思考力の育成を重視した学習ができるだろうか [2]

C 実世界に関わる問題を扱いやすくなるだろうか [7][8]

D 作図することで幾何の知識を曖昧なものから明確なものにできるだろうか [10]

E ミスコンセプションの解消に役立てられるだろうか [11]

第 3 章の要約

本章では，テクノロジーを用いた数学教育についての先行研究の分析を行った．分析をする中で，先行研究から示唆されているテクノロジーの可能性を整理し，このテクノロジーの可能性から 5 つ選び,「本当に可能なのか」という視点で 5 つのリサーチクエスチョンとして挙げた.

・テクノロジーの可能性

「動的な理解が可能」「難しい計算が可能」「作図したものを動かすことが可能(GeoGebra)」という 3 つの面から先行研究によって示唆されているテクノロジーの可能性を表(p.16)にして整理した.

・5 つのリサーチクエスチョン

以下の 5 つが本研究で明らかにしていく 5 つのリサーチクエスチョンである.

テクノロジーを前提とした数学教育を考えることで,

A 数学の仕組みが見えてくることで新たな概念の発達が期待されるだろうか

B 答えや動きを思考の材料にすることで論理的思考力の育成を重視した学習ができるだろうか

C 実世界に関わる問題を扱いやすくなるだろうか

D 作図することで幾何の知識を曖昧なものから明確なものにできるだろうか

E ミスコンセプションの解消に役立てられるだろうか

次章では，5 つのリサーチクエスチョンが「本当に可能なのか」明らかにするために，実際に事例に当てはめて研究を行っていく.

第 4 章
事例研究

本章では，実際にテクノロジーを用いた事例研究について述べる.
4.1 では，本事例研究で用いるテクノロジーである GeoGebra について述べる.
4.2 では，本事例研究の事例にあたるサイクロイドについて述べる.
4.3 では，本事例研究における調査方法を述べる.
4.4 では，本事例研究におけるサイクロイドの学習過程と結果について述べる.
4.5 では，議論として 5 つのリサーチクエスチョンに照らし合わせた際にどのようなことがみえてきたかを述べる.

第 4 章　事例研究

4.1　GeoGebra について

テクノロジーといっても多種多様なものがあるが，本研究では GeoGebra という動的数学ソフトウェアを扱う．

GeoGebra とは，幾何，代数，解析を１つに結びつけた動的数学ソフトウェアで，大西洋大学の Markus Hohenwarter により，学校で学んだり教えたりするために開発されたものである．簡単なマウス操作で幅広い用途の図やグラフを作成し自由に動かすことができる．

また，特徴として「数式処理機能」と「動的幾何機能」の両方の機能を持ち，その両方の機能を同時に活用できるソフトであることが挙げられる．

4.2　サイクロイドについて

事例案を考えるにあたり，まず「先行研究ではどのような事例について扱ってきているのか」と気になり，扱われている事例の統計を取った．さまざまなテクノロジーを用いた研究があるなか，特に「関数」や「幾何」においての事例が多く扱われていることがわかった．しかし，「関数」と「幾何」の両方を用いた事例は見当たらなかった．

そこで，今回用いるテクノロジーである GeoGebra の特徴の「数式処理機能」と「動的幾何機能」の両方の機能を活かすことのできる「関数」と「幾何」の両方が融合した事例を扱いたいと考え，本研究ではサイクロイドを事例として扱うことにした．

4.3　調査方法

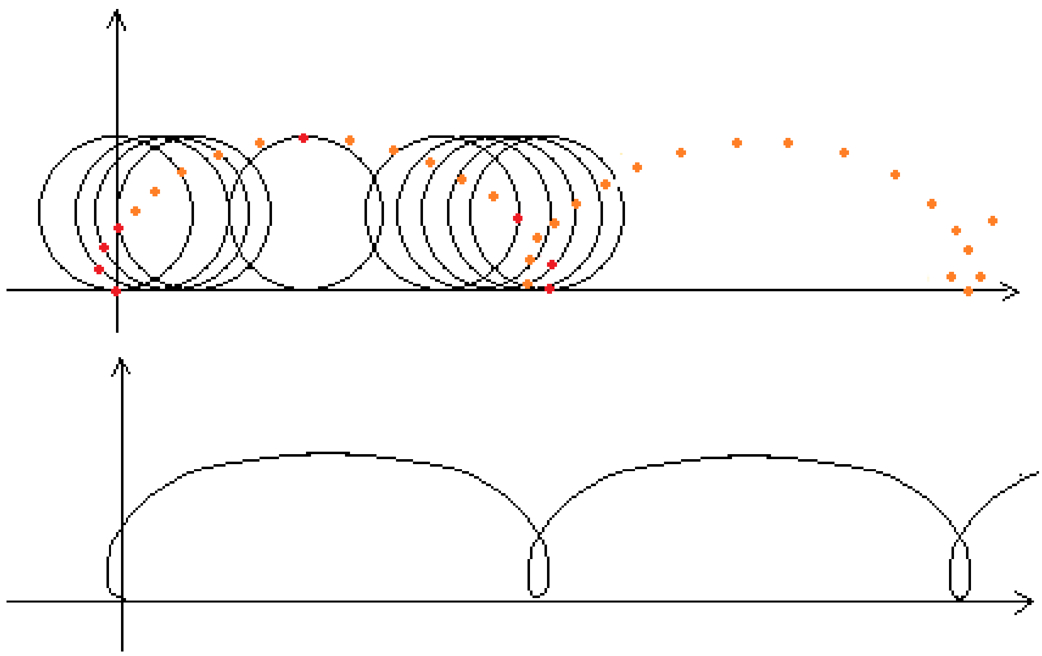
調査は，サイクロイドを未学習の筆者が実際に GeoGebra を用いてサイクロイドを学習する．その学習過程で，感じたことや気付いたことを 5 つのリサーチクエスチョンに照らし合わせる．

4.4　サイクロイドの学習過程と結果

サイクロイドとは「半径 a の円 C が定直線上を滑ることなく回転していくとき、円周上の定点 P が描く図形」である.

この定義を知った際，図形の直感的な予想図は図 4 のようなものだった.

図4.　サイクロイド予想

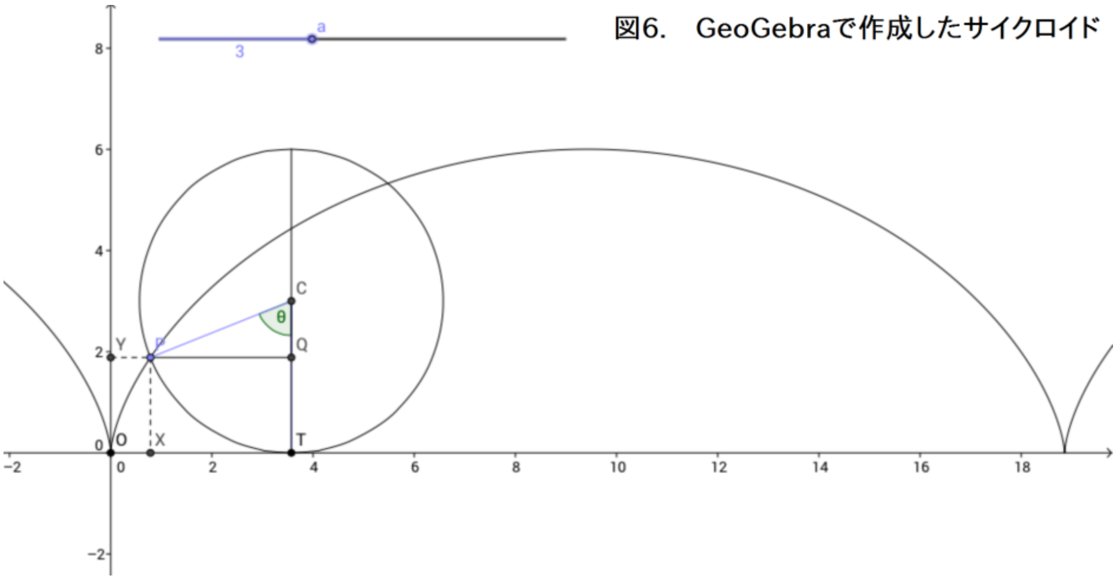


その後，正しいサイクロイドのグラフを見たが，なぜ予想と違うのかはすぐには理解できなかった．数式を見てもしっかりと理解することはできなかったため，数学的に学習する前に，GeoGebra で実際に図をつくってみるところから始めた．作る際に参考にしたのは，“GeoGebra 日本”[15)]という GeoGebra の操作方法，使用実例などを紹介しているサイトである．このサイトを利用し図 5 の手順でサイクロイドを作成した．また，図 6 はこの手順で作成したサイクロイドである.

図5.　GeoGebraによるサイクロイド作成手順

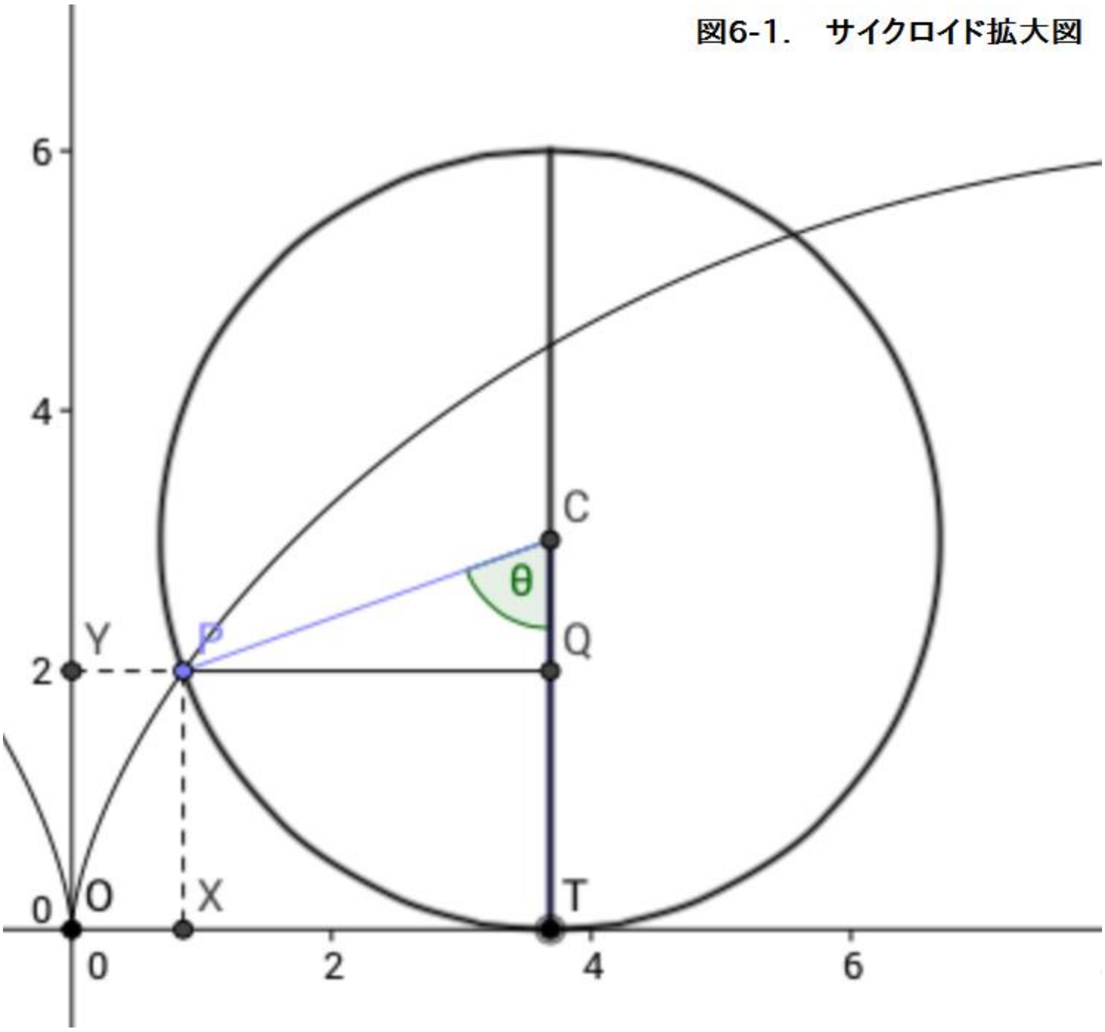
No.	名前	定義	備考
1	点T	x軸上の点	駆動点
2	数値a		スライダー。円の半径
3	点C	T + (0,a)	入力バーで作成。円の中心
4	円c	中心Cで点Tを通る円	
5	点P	TをC中心に角度-x(T)/a回転	描画点
6	軌跡 軌跡1	軌跡[P,T]	

図6.　GeoGebraで作成したサイクロイド



実際に GeoGebra で作成して手元で円を動かしてみると，なぜ予想と違ったのかが直感的に理解できるようになった．また，サイクロイドの概形や動きを実際に作ることで全体像が見え，GeoGebra を使用する前よりサイクロイドの学習への抵抗が軽減されたように感じる．だが，操作 5 の「T を C 中心に角度ーx(T)/a 回転」は，GeoGebra での作図だけでは理解ができず，紙面での学習が必要になった．

操作 5 について図 6 の GeoGebra で作成したサイクロイドを拡大した図(図 6-1)を利用して詳しく見ていくと以下の通りになる．



操作 5「T を C 中心に角度ーx(T)/a 回転」

角度 $-\frac{x(T)}{a} = \frac{Tのx座標}{半径a}$

T を(t,0)とおくと,

角度　$-\frac{t}{a}$

t＝OT＝$\widehat{PT}$＝aθより,

角度　$-\frac{a\theta}{a}$ ＝ −θ

ゆえに，操作 5 は「T を C 中心に角度-θ 回転」もしくは「T を C 中心に角度 θ 逆回転」と言い換えることができる.

この式を挟まずに操作 5 を理解することは容易ではない. また, 操作 5「T を C 中心に角度ーx(T)/a 回転」→「T を C 中心に角度−θ回転」の変換は容易だが，逆に「T を C 中心に角度−θ回転」→「T を C

中心に角度ー$x(T)/a$ 回転」の変換は難しく感じる．そもそも「T を C 中心に角度ー$x(T)/a$ 回転」という表現は参考にした教科書にも載っておらず，GeoGebra で作図をする際にのみこの理解が必要とされる．しかし，この変換さえ理解できれば GeoGebra でサイクロイドを作成することは容易である．

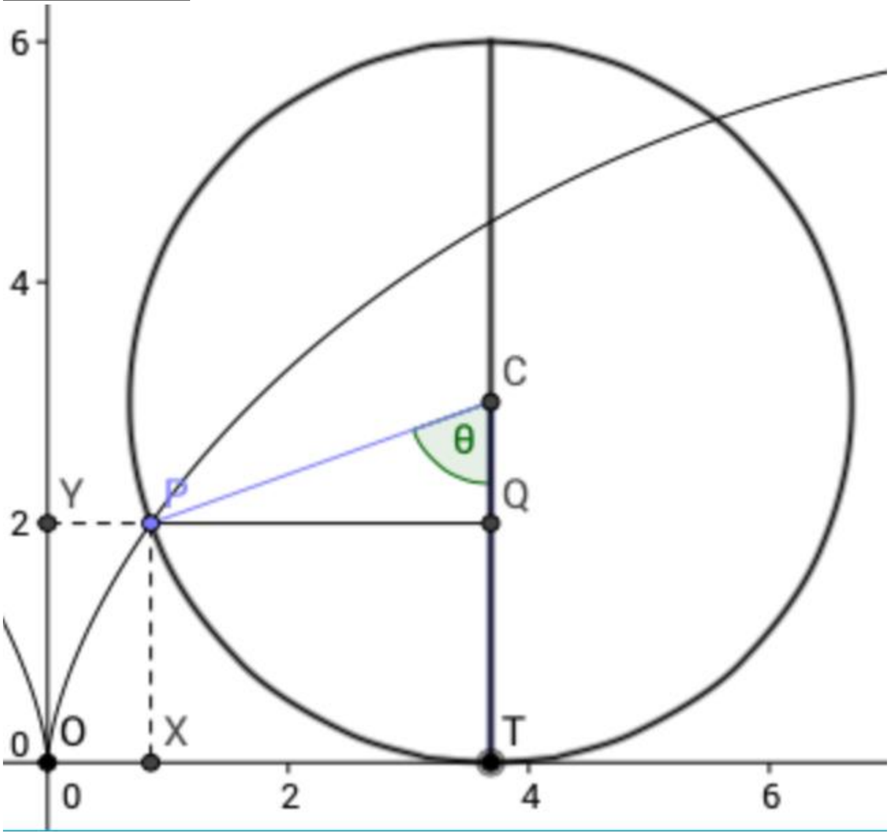
最後に，点 P の軌跡について考える．GeoGebra においては，軌跡を描く機能があり[描画点，駆動点]の順に選択すると自動的に軌跡が描かれるようになっている．ちなみに，ここでいう描画点とは軌跡を描く点(点 P)，駆動点は自由度の点(点 T)である．このような機能があるため，作図だけでは X と Y の式を出すことができず，紙面での学習が必要とされる．だが，図 6-1 を用いると X，Y の式は以下のように容易に算出できる．

・X＝OTーPQ
△CQY より，
$X = a\theta - a\sin\theta = a(\theta - \sin\theta)$

・Y＝CTーCQ
△CQY より，
$Y = a - a\cos\theta$

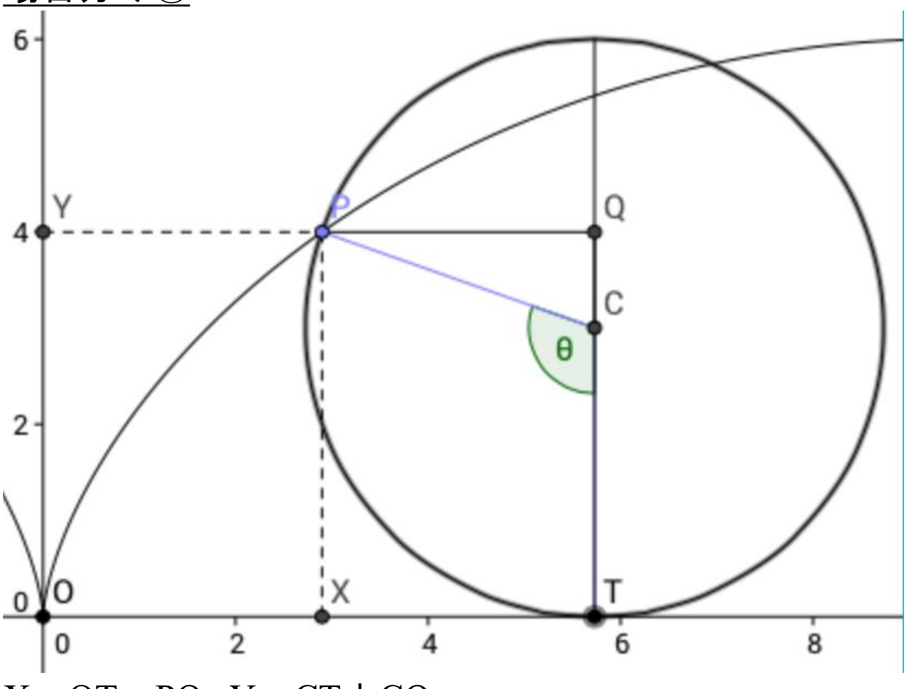
だが，GeoGebra でサイクロイドを動かしていくと以下のような 4 つの場合分けが必要になってくることに気付く．

場合分け①



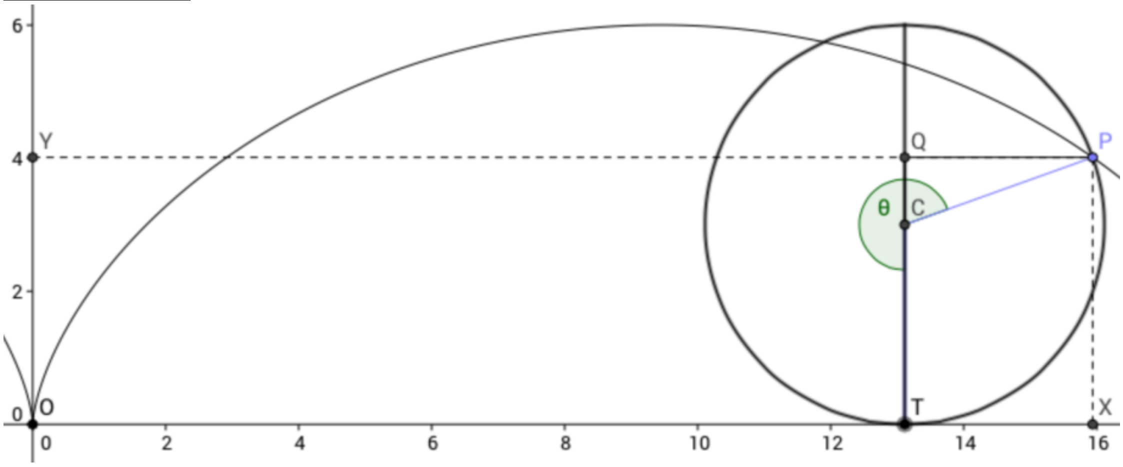
X＝OT－PQ , Y＝CT－CQ

場合分け②



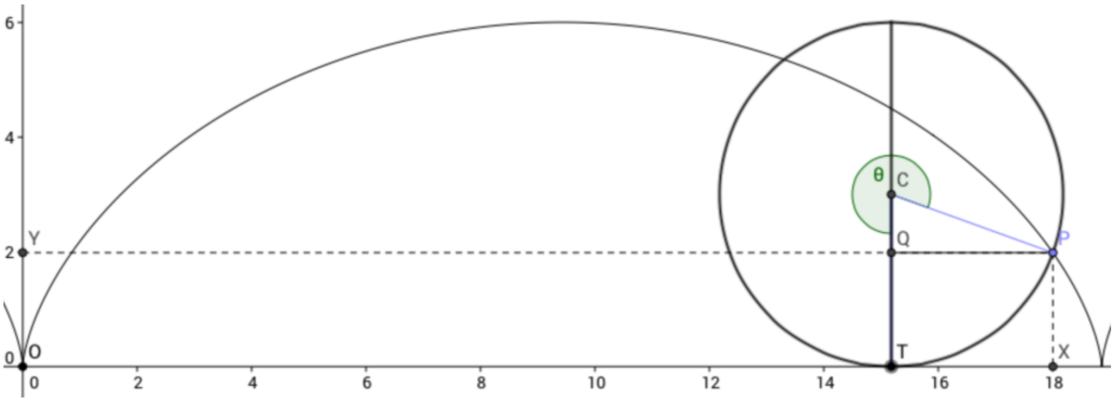
X＝OT－PQ , Y＝CT＋CQ

場合分け③



X＝OT＋PQ , Y＝CT＋CQ

場合分け④



X＝OT＋PQ , Y＝CT－CQ

以上が，サイクロイドの学習の過程と気付いた点である．

4.5 議論

4.4 の学習過程を踏まえて，前述した以下 5 つのリサーチクエスチョンについて議論する．

テクノロジーを前提とした数学教育を考えることで， A 数学の仕組みが見えてくることで新たな概念の発達が期待されるだろうか B 答えや動きを思考の材料にすることで論理的思考力の育成を重視した学習ができるだろうか C 実世界に関わる問題を扱いやすくなるだろうか D 作図することで幾何の知識を曖昧なものから明確なものにできるだろうか E ミスコンセプションの解消に役立てられるだろうか

A 数学の仕組みが見えてくることで新たな概念の発達が期待されるだろうか

紙面での数式だけで終わる学習が図形の作成から入ることで新たな概念が生まれるのではないか．実際に作図することで全体像が見え，GeoGebra を使用する前よりサイクロイドの学習への抵抗が軽減されたように感じたことは関係するのはないか，と思われる．

また，半径 a の円 C の定点 P が描く軌跡だけでなく半径 a が変化するときの円 C′のときの定点 P の軌跡も観察可能になってくるため，また一段階レベルの上がった複雑な図形の軌跡も学習可能になるのではないか，と考える．

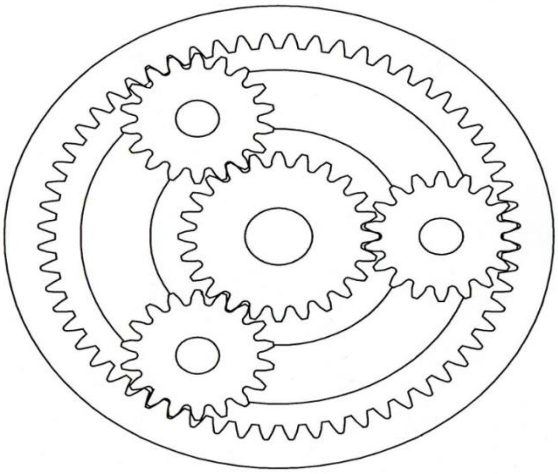
B 答えや動きを思考の材料にすることで論理的思考力の育成を重視した学習ができるだろうか

今回のサイクロイドについての学習では見通しを立てるに値する成果を得られなかった．

C 実世界に関わる問題を扱いやすくなるだろうか

今回の調査では，サイクロイドを教材とした実世界に関わる問題を見つけることが出来ず，扱うことができなかった．だが，サイクロイドについて調べてみると，「サイクロイド歯車」というものがあることを知った．サイクロイド歯車とは，歯車の歯

形にサイクロイドを用いた歯車であり，かみ合う歯先にエピサイクロイド，歯元にハイポサイクロイドを用いると，かみ合いが滑らかになり，磨耗も一様になるので，時計などの精密機械に使用されているものである. [17] 一例として，サイクロイド歯車は下図のようなものがある.



今回の調査では，サイクロイドを教材とした実世界に関わる問題を見つけることが出来なかったが，調べてみると，数学は実世界に深く関わっており，教材とできる要素が見受けられた. 今後，このような実世界に関わる問題が「扱いやすくなるか」という点において，以下のように予測が立てられた.

自分自身のイメージの中で処理しにくい問題や，モノを使っての表現や説明が難しい問題であったサイクロイドが今回 GeoGebra を用いることで正確に細かく観察できるようになった. これにより，学習する側も教える側も扱いやすくなるのではないか，と考えられる.

GeoGebra のようなテクノロジーを用いることで実世界と同じように目の前で数学的モデルが動かせることができ，より実世界に近いイメージのまま学習できるのではないか.

D 作図することで幾何の知識を曖昧なものから明確なものにできるだろうか

白紙から作図をしなければならないという状況下のため，元のルールとなるような「定直線に沿って円が滑らずに回転する」という部分や半径 a を変えたときも観察できるような工夫など考え

る必要がある．これにより，より広い視野で問題を扱う事ができたのではないか．また，問題の全構造を把握することができるようになるのではないか，と考えられる．

E ミスコンセプションの解消に役立てられるだろうか

予想と実際の軌跡の違いを視覚的に理解することには有効ではないか，と思われる．

実際に紙面でコインを動かすよりも正確に，細かく観察することができ，イメージを正すという面で GeoGebra はよく機能したように思われる．

以上が，筆者が学習の中で感じた 5 つのリサーチクエスチョンにおける現在の見通しである．

第 4 章の要約

本章では，実際にテクノロジーを用いた事例研究を行った．筆者が実際に GeoGebra を用いてサイクロイドを学習し，その過程で感じたことや気付いたことを 5 つのリサーチクエスチョンに照らし合わせ，以下の見通しを立てた．

〇5 つのリサーチクエスチョンに照らし合わせ

A 数学の仕組みが見えてくることで新たな概念の発達が期待されるだろうか

図形の作成から学習へ入ることで新たな概念が生まれるのではないか．実際に作図することで全体像が見え，学習への抵抗が軽減されたように感じたことは関係するのではないか．また，一段階上がった複雑な軌跡も学習可能になるのではないか．

B 答えや動きを思考の材料にすることで論理的思考力の育成を重視した学習ができるだろうか

今回のサイクロイドについての学習では見通しを立てるに値する成果を得られなかった．

C 実世界に関わる問題を扱いやすくなるだろうか

サイクロイドを用いた実世界の問題は今回扱っていないため，見通しは立てられなかった．しかし，「扱いやすくなるか」という点においては予測が立てられた．

D 作図することで幾何の知識を曖昧なものから明確なものにできるだろうか

白紙から作図をしなければならないという状況下のため，多くの作図の工夫を考える必要があり，より広い視野で問題を扱う事ができたのではないか．また，問題の全構造を把握することができるようになるのではないか．

E ミスコンセプションの解消に役立てられるだろうか

予想と実際の軌跡の違いを視覚的に理解することには有効ではないか．実際に紙面でコインを動かすよりも正確に，細かく観察することができ，イメージを正すという面で GeoGebra はよく機能したのではないか．

次章では，実証調査を行い，本章で得た見通しを基に 5 つのリサーチクエスチョンを明らかにする．

第 5 章　実証調査

本章では，実際にテクノロジーを用いた実証調査について述べる.
5.1 では，本調査の目的について述べる.
5.2 では，本調査の調査問題について述べる.
5.3 では，本調査の調査方法について述べる.
5.4 では，本調査の調査結果とその分析について述べる.
5.5 では，議論として 5 つのリサーチクエスチョンに照らし合わせた際にどのようなことがみえてきたかを述べる.

第 5 章　実証調査

5.1　調査の目的

本調査は，第 4 章でみることが出来なかった部分を補い，5 つのリサーチクエスチョンに対する見解を明確にするために行う．この結果を分析し,「テクノロジーを前提とすることでどのようなことが可能になるか」を明らかにし，さらに「テクノロジーを前提とする数学教育にはいままでになかった何が必要になるのか」考察する.

5.2　調査問題

調査問題を決定するにあたり，課した条件が以下の通りである.

	条　件
研究上で必要な条件	・GeoGebra を活かすことができる動的な幾何学の分野の問題である(D) ・既習事項によりミスコンセプションが発現する可能性のある問題である(E)
調査過程上で必要な補足的条件	・実験対象者にあたる大学生が理解できる範囲の問題である ・作図が容易にできる問題である

また，第 4 章で行ったサイクロイドを用いた事例研究の際の 5 つのリサーチクエスチョンへの照らし合わせの際に見受けることができなかった部分を見るために，リサーチクエスチョン B「答えや動きを思考の材料にすることで論理的思考力の育成を重視した学習ができるだろうか」に値する結果が見受けられる可能性がある問題を探した.

以上の条件から，以下 2 つの問題を調査問題として設定した.

【問題】: 四角形の中の四角形

【問題】: 四角形の中の四角形
①～④の四角形 ABCD のそれぞれの辺の中点を結んでできる四角形はどんな四角形か。

① 四角形 ABCD が 正方形 のとき。
② 四角形 ABCD が 長方形 のとき。
③ 四角形 ABCD が ひし形 のとき。
④ 四角形 ABCD が 平行四辺形 のとき。

【問題】シムソン線

【問題】シムソン
円に内接する直角三角形 ABC を描く。
円周上に点 P を取り、点 P からそれぞれの辺へ垂線を描き、その交点を点 M、N、L とする。
この三点の関係は何か。

以上 2 つの問題の実験の筋書き，調査シートの流れは以下の通りである．(資料として P.50 ‐ 56 にも記載あり．)

【問題】: 四角形の中の四角形　～実験の筋書き～

～実験の筋書き～

5つのリサーチクエスチョンの見通し予想
A･･･○　B･･･○　C･･･×　D･･･○　E･･･△

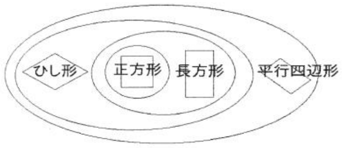
【問題】: 四角形の中の四角形

①～④の四角形 ABCD のそれぞれの辺の中点を結んでできる四角形はどんな四角形か。
① 四角形 ABCD が 正方形 のとき　② 四角形 ABCD が 長方形 のとき
③ 四角形 ABCD が ひし形 のとき。④ 四角形 ABCD が 平行四辺形 のとき。

解答･･･紙と鉛筆
① 四角形 ABCD が 正方形 のとき
→ 正方形
② 四角形 ABCD が 長方形 のとき
→ ひし形
③ 四角形 ABCD が ひし形 のとき。
→ 長方形
④ 四角形 ABCD が 平行四辺形 のとき。
→ 平行四辺形

【問題】
四角形 ABCD それぞれの辺の中点を結んでできる四角形はどんな四角形か。また、その理由は何か。

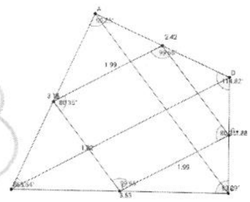
仮説･･･紙と鉛筆
いつでも平行四辺形になっている？

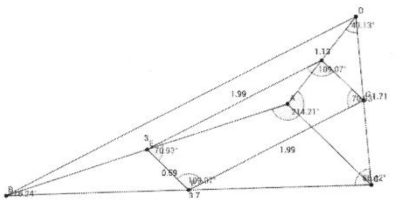


テクノロジー
本当にいつでも平行四辺形になるのか。その理由はなにか。
GeoGebra で作図し、動かして探っていく。

解答･･･GeoGebra

作図し、動かしてみて、
四角形 ABCD がどんな四角形であっても
外の四角形の対角線と中の平行四辺形の辺が平行
ということの関係は変わらなかった。
→ 規則性があるということは
理由として使えるのでは？





もとの四角形の対角線を引く。
四角形を三角形の組み合わせと見る。
【中点連結定理（中学３年の相似の範囲)】を使うと、
辺の中点をつないだ線と対角線が平行であることわかる。
「２組の対辺がそれぞれ平行」であることが平行四辺形の定義なので、中にできる四角形は平行四辺形になる。

【問題】: シムソン線　～実験の筋書き～

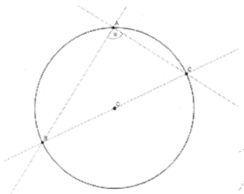
～実験の筋書き～

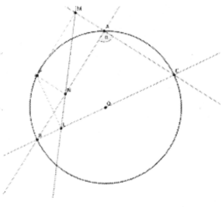
（ 5つのリサーチクエスチョンの見通し予想
A･･･○　B･･･○　C･･･×　D･･･○　E･･･△ ）

【問題】シムソン線

円に内接する直角三角形 ABC を描く。
円周上に点 P を取り、点 P からそれぞれの辺へ垂線を描き、その交点を点 M、N、L とする。
この三点の関係は何か。

また、
三角形 ABC がちがう種類の三角形の際の三点の関係性はどうか。





解答･･･紙と鉛筆

直角三角形：点 M、N、L は一直線上にある。

仮説

描いて調べてみると、
三角形 ABC がどんな三角形でも
点 M、N、L は一直線上にありそうだ。

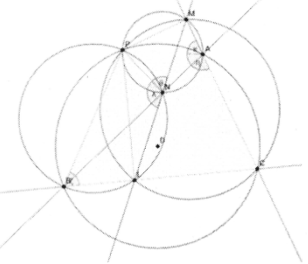
テクノロジー

本当にいつでも一直線上にあるのか。その理由はなにか。
GeoGebra で作図し、動かして探っていく。

解答･･･GeoGebra

（証明 1）

四角形 PBCA は、円に内接するので、
∠PBC＋∠PAC ＝ 180°
∠PBC＝90° のとき、
L(=B)、M(=A)、N が 1 直線上にあることは明らかである。
∠PBC＞90° のときは、∠PAC（＜90°）について論ずればよいので、
∠PBC＜90° と仮定しても一般性を失わない。
このとき、 ∠PAC＞90° であるので、点 M は辺 CA の延長上にある。
4 点 P、N、A、M は、同一円周上にあるので、 ∠PNM＝∠PAM
また、 ∠PAM＋∠PAC＝180° なので、 ∠PAM＝∠PBC
∠PBC＜90° より、L、N は PB に対して同じ側にあり、
四角形 PBLN は円に内接するので、∠PBL＋∠PNL＝180° が成り立つ。
よって、
∠PNM＋∠PNL＝180° となり、3 点 D、E、F は 1 直線上にある。



【問題】：四角形の中の四角形　～調査シートの流れ～

四角形の中の四角形（実験の流れ）

【　問　題　】
①～④の四角形 ABCD のそれぞれの辺の中点を結んでできる四角形はどんな四角形か。

①　四角形 ABCD が 正方形 のとき。　　②　四角形 ABCD が 長方形 のとき。
③　四角形 ABCD が ひし形 のとき。　　④　四角形 ABCD が 平行四辺形 のとき。

1

【　問題Ⅱ　】
①～④以外の四角形 ABCD のそれぞれの辺の中点を結んでできる四角形はどんな四角形か。

【　問題Ⅱ　】
本当にいつでもこうなるだろうか？
それはなぜか？
GeoGebra をつかって探ってみよう。

Ⅰ　仮　説

外の四角形がどんな四角形でも

中の四角形は平行四辺形になっている。

2

GeoGebra で作図して動かしてみよう！

Ⅱ　答　え

Ⅱ　理　由

3

最後に
GeoGebra をつかってみての感想があれば
お願いします。

感　想（GeoGebra を使ってみて）

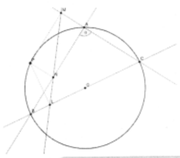
4

【問題】：シムソン線　～調査シートの流れ～

シムソン（実験の流れ）

【　問題　】
円に内接する直角三角形 ABC を描く。
円周上に点 P を取り、点 P からそれぞれの辺へ垂線を描き、その交点を点 M、N、L とする。
この三点の関係は何か。

～　Ⅰ　自由欄　～



一直線上にある。

1

【　問題Ⅱ　】
三角形 ABC がちがう種類の三角形の際の
三点の関係性はどうか。

【　問題Ⅱ　】
いつでもこうなるだろうか？それはなぜか？
GeoGebra をつかって探ってみよう。

Ⅰ　仮　説

3 点は、常に一直線上に並ぶ。

2

GeoGebra で作図して動かしてみよう！

Ⅱ　答　え

Ⅱ　理　由

3

最後に
GeoGebra をつかってみての感想があれば
お願いします。

感　想（GeoGebra を使ってみて）

4

調査問題の流れは以下の通りである.

流れ 1	問題に対して、紙と鉛筆を用いた答え。(特殊) ・四角形の問題：①～④の四角形の場合の答え ・シムソンの問題：三角形が直角三角形の場合の答え
流れ 2	問題に対して、紙と鉛筆を用いた答え。(一般) ・四角形の問題：①～④以外の四角形の場合の答え ・シムソンの問題：直角三角形以外の場合の答え
～　GeoGebra の扱い方指導　～	
流れ 3	流れ 2 で導いた仮説的な解答を GeoGebra で確かめた上での解答とその解答に至る理由(証明)
流れ 4	GeoGebra を用いた課題解決に対しての感想

第 4 章で行ったサイクロイドを用いた事例研究の際のものも含めて以上 2 つの調査問題における 5 つのリサーチクエスチョンの見通しを簡単に〇，△，×で示したものが以下の表である.

5 つのリサーチクエスチョン	①	②	③
A　概　念	〇	〇	〇
B　思　考	×	〇	〇
C　実世界	△	×	×
D　幾　何	〇	〇	〇
E　ﾐｽｺﾝｾﾌﾟｼｮﾝ	〇	△	△

① サイクロイド(第 4 章)
② 四角形の中の四角形(本調査問題)
③ シムソン線(本調査問題)

以上より，本実証調査では「四角形の中の四角形」と「シムソン線」の 2 つの調査問題を設定する.

5.3　調査方法

調査は，大学生を対象に行う．調査環境としては，ペアを組ませ，1 つのペアに調査シート，GeoGebra のコマンド説明の用紙，iPad(GeoGebra)をそれぞれ 1 つずつ与え，調査問題について課題解決を行わせる．この際に，調査問題は＜特殊な状況＞の問題から始め，紙と鉛筆で課題解決を行わせる．次に，＜一般化された状況＞の問題をまた紙と鉛筆で課題解決させ，仮説を立たせる．この仮説が,「本当にいつでも成り立つか」という視点から GeoGebra を用いて，仮説を立証する．また，GeoGebra を用いて「なぜこの解答になるのか」の理由を探り，証明させる．この調査の一連の流れを動画で撮影し，反応調査を行う．この反応調査と調査終了後の感想・意識調査から 5 つのリサーチクエスチョンに照らし合わせて，テクノロジーの可能性を明らかにする.

5.4　調査結果とその分析

本調査では，問題解決の結果，反応調査の結果，感想，アンケート結果の 4 つを結果とし，テクノロジーが与える影響について分析する.

問題解決の結果

問題解決の面では,「証明を行う際にどのように考えていくか」に注目した．その評価として，以下の A，B，C の段階ができているかどうか，観察した.

【問題】四角形の中の四角形

A 図を動かした際に外の四角形の対角線と中の平行四辺形の辺がいつでも平行になっていることに気付く.

B「いつでも A の現象が起こる」という規則性があるということは，理由につながるのではないか，と考えている.

C 外の四角形を対角線で区切った 2 つの三角形の組み合わせと見ることで，中点連結定理を用いて証明を完成させることができることに気付く.

【問題】シムソン線

A 直線を 180 度で構成されたものとして捉え，角度を考えて問題解決を行おうとしている.

B 円に内接する四角形の条件を用いることで，考えの補助として円を作図することに気付き，また点 P を動かした際の円の動きの規則性に気付く.
C 2 つの円を作図することで円周角を用いて証明を完成させることができることに気付く.

問題解決の際の段階調査の結果は以下のようになっている.

【問題】四角形の中の四角形

段　階	ペア数 (計 10 ペア)
A	1 ペア
A→B	2 ペア
A→B→C	6 ペア

【問題】シムソン線

段　階	ペア数 (計 10 ペア)
A	10 ペア(支援有)
A→B	0 ペア
A→B→C	0 ペア

<u>反応調査</u>

問題解決の際に多く見られた反応は以下である.

- 証明を行う際に，補助線を引くような追加の作図をすることへの抵抗がみられた.
- 「作図したものが動かせる」という特徴が生かされず，動かしている最中ではなく，動きを止めた際の図で考える面があった.
- 「今どこの何を考えているのか分からなくなってしまった」という発言が多く見られた.
- シムソンの問題に関しては，考えを整理するために紙に描き直して考える場面が多くみられた.
- 試行錯誤を行い，自分の考えが間違っているかどうか確かめる場面が多く見られた.

被験者の GeoGebra を用いた学習に対しての感想

調査後，被験者に対して GeoGebra を用いた学習に対しての感想を書いてもらった．感想としては，以下のようなものがあった．

＜肯定的な感想＞

・自分の考えを正確に作図できて，動かすこともできるのでとても便利だと思った．
・作図に時間がかからないので，考えることに専念することができた．
・作図したものが動かせることで関係性・規則性を見つけやすかった．
・描いたり消したりが容易なため，試行錯誤しやすかった．
・曖昧な自分の考えを実際に作図することで明確な解答を得ることができ，自分の解答に自信を持つことができ，自分の間違いを受け入れやすかった．
・正確な数値が一目でわかるため，ひらめきの回数が増えると思った．
・動かせるので考えやすいし発想が広がると思った．
・条件を変えずに図形を動かすことができるのでイメージしやすいと思った．
・解答の確認がしやすく，実際に現象を見ると納得がいくのでわかりやすかった．
・動かすことで規則性は見つけやすかった．
・自分の仮説の間違いに気付き，なぜそうなるのかを考えることが出来たので正しい答えに近づきやすくなったと思う．
・場合分けをせずに点を動かすだけですべての場合の図形の形を見ることができたのでわかりやすかった．

＜否定的な感想＞

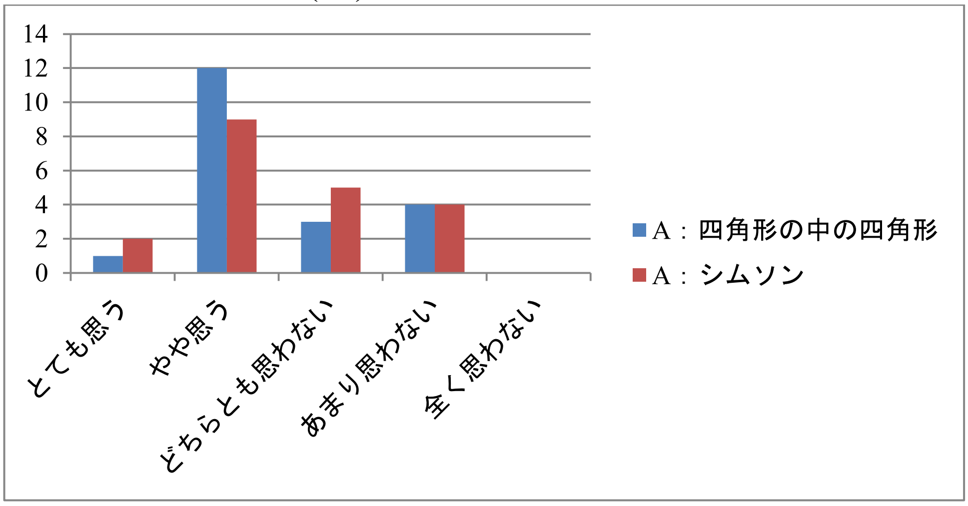
・使い慣れていないこともあり，扱いにくかった．
・思ったことが表現出来ず，書き込めないため分からなくなってしまう．
・深く集中して問題を解くならば，断然紙とペンがいい．
・動かしすぎて頭がついていかなかった．(シムソン)
・答え合わせ程度の利用が生徒のためにもいいと感じた．(シムソン)

・今どこを考えているのか分からくなった．(シムソン)
・段階を踏まえて自分で作図することで学習内容を覚える面があるので，今回の学習を今後覚えていないかもしれない．(シムソン)
・上手く使わないと逆に頭の中がごちゃごちゃになってしまうと思った．紙に書くほうが良い場合もあるなと思った．(シムソン)

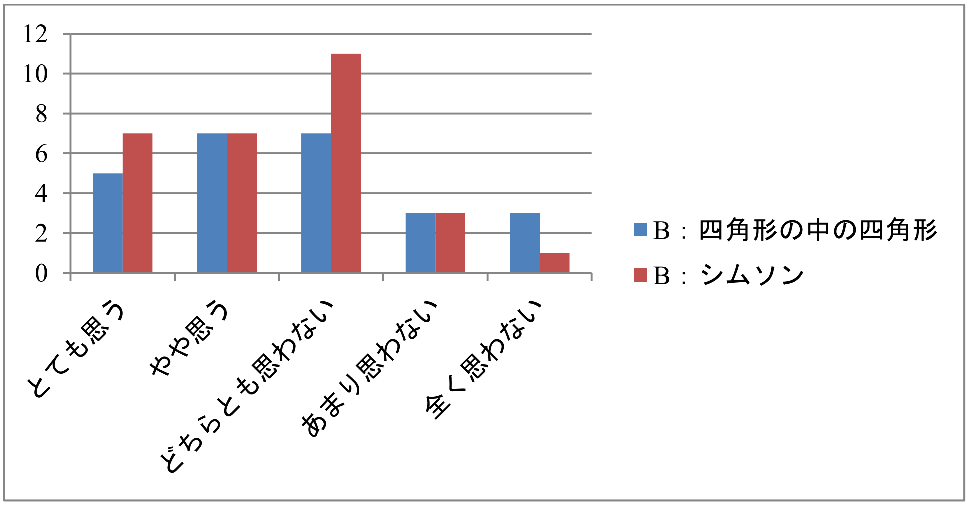
調査後の意識調査アンケート結果

調査後に意識調査として 5 段階評価のアンケートをとった．各質問に対しての結果は以下の通りである．

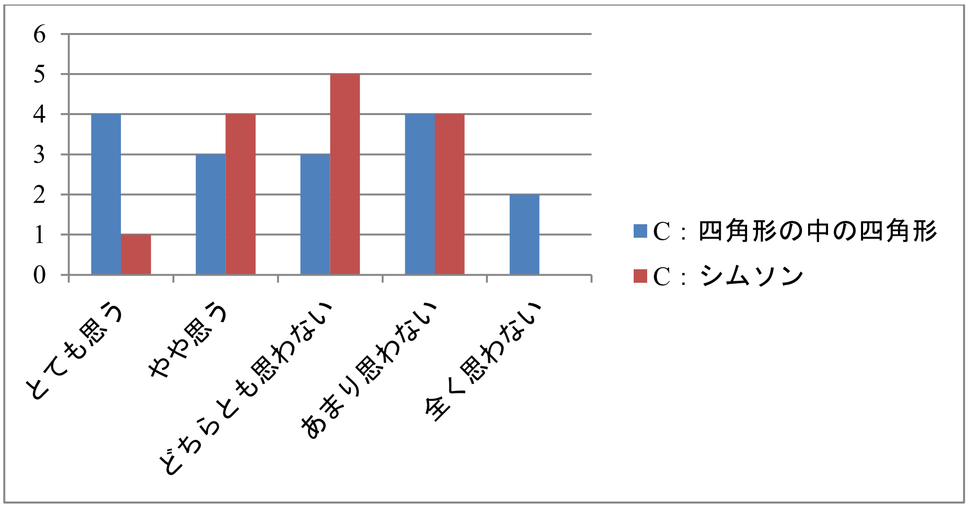
A 新たな概念(力)の発達の可能性を感じましたか



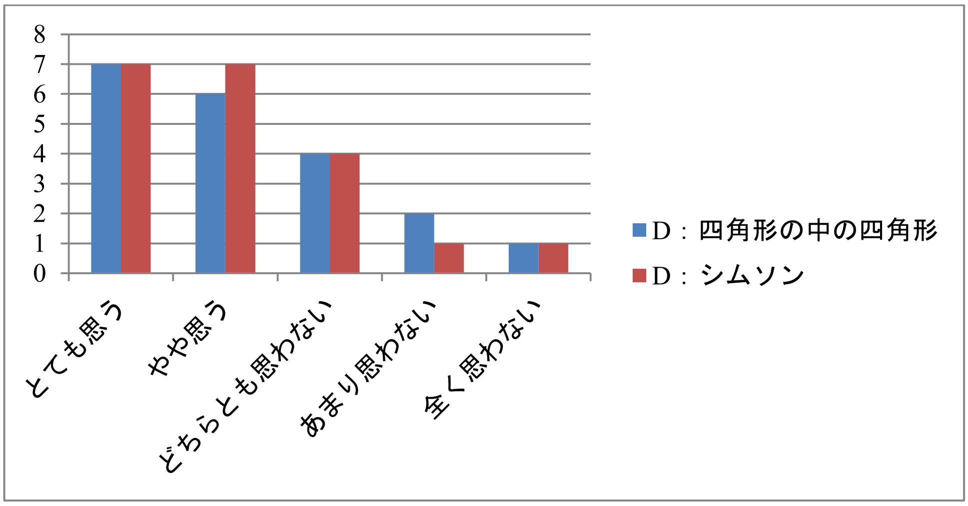
B 動きは理由を考えるにあたり役立ちましたか



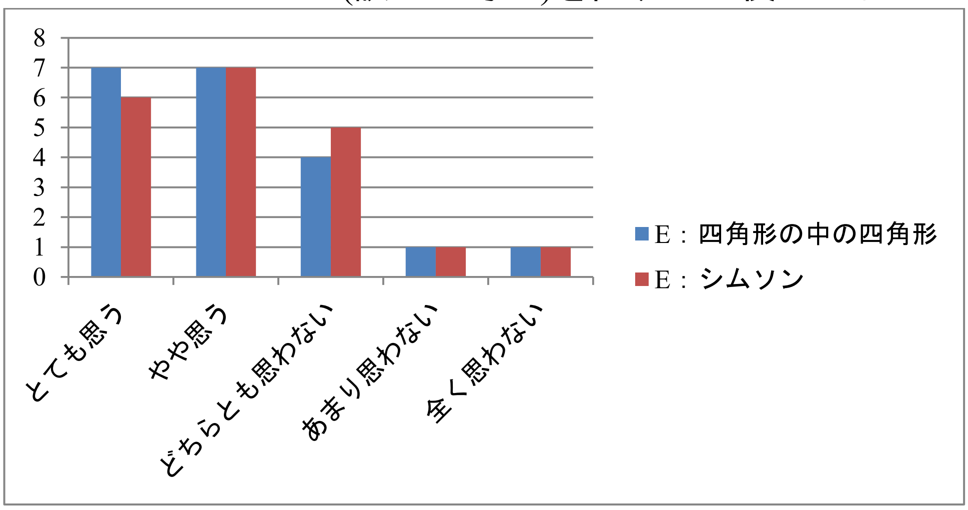
C 実世界の問題の扱いやすさの可能性を感じましたか



D 幾何の知識が明確になる可能性を感じましたか



E ミスコンセプション(誤った考え)を直すのに役立ちましたか



以上 4 つの結果を整理すると，以下の点が気になった.

・操作への慣れが学習の妨げや促進に大きく関わっている.
・シムソンの問題に関しては，GeoGebra を用いるだけでは学習が難しいようで，考えを整理するために紙に描き直して考える場面が多くみられ，GeoGebra の学習上の位置づけを見直す必要があると感じた.
・動きのなかで規則性・関係性を見つけることが出来たペアは学習に上手く活かせていたが，見つけることが出来なかったペアが動きに惑わされてしまい動きが思考の妨げになっているようだった.
・証明を行う際に，補助線を引くような追加の作図をすることへの抵抗がみられたペアがいる一方で，考えたことをすぐに試して補助の作図をたくさん行い，試行錯誤を繰り返すペアも見られた.

この 2 つ目と 4 つ目の点において，特に気になったため，分析を行った.

2 つ目の「GeoGebra の学習上のツールとしての位置づけ」に関しては,「四角形の中の四角形」の問題と「シムソン」の問題の 2 つの問題によって GeoGebra が学習において上手く機能しているかどうかが変わっていることに気付いた.「四角形の中の四角形」においては, 動きによって思考の広がりが見られたが,「シムソン」の問題においては，思考の広がりが見られなかった．むしろ，操作がまだ拙いなかでの作図が多い問題だったため，頭が追いつかず GeoGebra ではなく紙へ作図をやり直して考える場面が多く見られた．実験対象者の感想でも,「シムソン」の問題に対してはテクノロジーを用いた学習に対しての否定的な感想が多く，また，問題解決の際の段階調査もあまり良い結果を得ることが出来なかった.

この結果を受けて，今回の事例は，作図はただ紙面上で分かりやすくするためだけではなく，その過程で自分の思考の整理を行うということも重要な役割を備えているということがより分かった事例であると感じた．すると，現段階での GeoGebra はタッチ操作で行う作図であるため，思考の整理という役割を担う作図ツー

ルとしては，紙と鉛筆より劣ると思われる．問題が作図の複雑な問題であればあるほど，じっくりと思考を整理しながら考えるために，テクノロジーよりも紙と鉛筆という作図ツールが適切なのかもしれないと感じた．だが，実験対象者の反応や感想から，自分の考えが間違っているかどうか，合っているかどうかなど試行錯誤する場面ではテクノロジーの方が行いやすいことが分かり，多方面からを考えさせたい問題の際には上手く機能するように感じた．

4 つ目の「追加の作図への抵抗と試行錯誤」に関しては，まず，補助線を引くことができなかったペアと多くの追加の作図を行ったペアに話を聞いた．すると，補助線を引くことができなかったペアは「操作を誤るとややこしくなるので引きたくないという気持ちがあった」ということだった．また，多くの追加の作図を行ったペアは，「追加の作図を描いたり隠したりが容易なので考えたことはとりあえずやってみた」とのことだった．

ここで“追加の作図を行うことに抵抗がある”ということを“紙とペンの学習の際の弊害”として考えてみた．すると，これまで紙とペンでの学習では，間違った線を引くと消すことが難しくあまり多くの追加の作図を行わなかった．そのため，補助線は考える際に必要なものとして確定した線として引くようになり，間違っているかもしれない線を引かなくなってしまった．そのため一つの考えに縛られ，多面的に問題に対して考えることができなくなってしまっているのではないか，と考えられる．

このように考えると，もし GeoGebra に慣れて操作に困難を感じなくなった際，今回の多くの追加の作図を行ったペアのように「追加の作図を描いたり隠したりが容易なので考えたことはとりあえずやってみよう」という多面的に問題に対して考えて試行錯誤を行おうとする態度が育成されるのではないか，と 5 つのリサーチクエスチョンとはまた別に，新たな可能性が明らかにされた結果なのではないかと考えられた．

5.5　議論

5.3 の調査結果とその分析を踏まえて，前述した以下 5 つリサーチクエスチョンについて議論する.

テクノロジーを前提とした数学教育を考えることで，
A 数学の仕組みが見えてくることで新たな概念の発達が期待されるだろうか
B 答えや動きを思考の材料にすることで論理的思考力の育成を重視した学習ができるだろうか
C 実世界に関わる問題を扱いやすくなるだろうか
D 作図することで幾何の知識を曖昧なものから明確なものにできるだろうか
E ミスコンセプションの解消に役立てられるだろうか

A 数学の仕組みが見えてくることで新たな概念の発達が期待されるだろうか

一度のみの学習では難しいが何度も今回のような学習を繰り返すことで，新たな概念(力)として“イメージ力”を上げることができるのではないか，これまで平面の止まった図としてしか見られなかったものを頭の中で動かせるようになる力がつくのではないか，と考える.

また，一点に考えが偏らずに“総体的に図形を見ようとする態度”が身につき，考えが広がるのではないか，と考える.

B 答えや動きを思考の材料にすることで論理的思考力の育成を重視した学習ができるだろうか

今回の調査のなかで，図形に新たに作図して動かすことで規則性のある動きを見つけそれを理由として取り入れようとする態度が多く見られた．GeoGebra で得た気付きを考えとして取り入れて紙面に落としてもらうことで，段階をふまえた論理的な思考が立っていたように思われた.

C 実世界に関わる問題を扱いやすくなるだろうか

本調査ではこのリサーチクエスチョンに対しての結果は見受けられなかった.

D 作図することで幾何の知識を曖昧なものから明確なものにできるだろうか

本調査では，被験者が操作に慣れておらず作図の際でつまずいているため明確な結果は見受けられなかった．だが，動かすことでの数値の変化を考慮することで，補助線や外接円などの証明に必要な隠れた図を見つけて，幾何の知識を改めて見直すことが出来ていたように見受けられた．

E ミスコンセプションの解消に役立てられるだろうか

仮説としての考えを立証する際に，実際に自分で動かして正誤を確かめることができ，「なぜ違うのか」を考えやすく，自身の間違いを受け入れやすかったのではないか，と見受けられた．

第 5 章の要約

本章では，実際にテクノロジーを用いた実証調査を行った．研究方法としては，大学生を対象に紙と鉛筆の際と GeoGebra を用いた際の学習の実験を行い，反応を分析・考察を行う．この実証調査を通して，以下のことが明らかになった．

〇 5 つのリサーチクエスチョンに照らし合わせ

A 数学の仕組みが見えてくることで新たな概念の発達が期待されるだろうか

何度も今回のような学習を繰り返すことで，新たな概念として“イメージ力”を上げることができそうだ．一点に考えが偏らずに“総体的に図形を見ようとする態度”が身につき，考えが広がった．

B 答えや動きを思考の材料にすることで論理的思考力の育成を重視した学習ができるだろうか

図形に新たに作図して動かすことで規則性のある動きを見つけそれを理由として取り入れていた．GeoGebra で得た気付きを考えとして取り入れて紙面に落とし，段階をふまえた論理的な思考が立っていた．

C 実世界に関わる問題を扱いやすくなるだろうか

本調査ではこのリサーチクエスチョンに対しての結果は見受けられなかった．

D 作図することで幾何の知識を曖昧なものから明確なものにできるだろうか

補助線や外接円などの証明に必要な隠れた図を見つけて，幾何の知識を改めて見直すことが出来ていたように見受けられた．

E ミスコンセプションの解消に役立てられるだろうか

実際に自分で動かして正誤を確かめることができ，「なぜ違うのか」を考えやすく，自身の間違いを受け入れやすいようだった．

以上のことを踏まえて，次章では，本研究の結論とともに，テクノロジーを前提とした数学教育の教育的示唆を行う．

第 6 章　本研究の結論と残された課題

本章では，本研究の結論と残された課題について述べる．
6.1 では，研究の目的に対する結論を述べる．
6.2 では，本研究において残された課題について述べる．

第 6 章　本研究の結論と残された課題

6.1　本研究の結論

本研究の目的は，テクノロジーを前提とする新たな数学教育を提案するためにテクノロジーを前提にすることでどのような数学教育が可能になるのか，テクノロジーを前提とした数学教育を可能にするには今までになかった何が必要になるのか，この 2 点について明らかにすることである．

研究方法としては，テクノロジーの可能性として挙げられている多くの事柄から 5 つに焦点を当て，これが「本当に可能なのか」という視点で 5 つのリサーチクエスチョンとし，第 4 章，第 5 章において事例に当てはめて研究・調査してきた．その結果として以下のことが言える．

まず，「テクノロジーを前提とする新たな数学教育を提案するためにテクノロジーを前提にすることでどのような数学教育が可能になるのか」という目的に対しては，第 4・5 章で行った実験の意識・反応調査から得た 5 つのリサーチクエスチョンの結果を以下のようにまとめ，結果として述べる．

A 数学の仕組みが見えてくることで新たな概念の発達が期待されるだろうか

結果として，期待できる．

特に動的幾何の分野においてだが，自分自身で作った図が“動く”という点で，実験対象者全員が大きな反応をしていた．一点に考えが偏りがちだった紙面での学習にくらべて，図が動いた際の多くの可能性を考え“総合的に図形を見ようとする態度”が見られた．また，このような学習を繰り返すことで，動的幾何の分野でつまずきの多い“イメージ力”というのが養いやすくなるだろうと考える．

B 答えや動きを思考の材料にすることで論理的思考力の育成を重視した学習ができるだろうか

結果として，やや期待できる．

本研究では，証明問題を用いて調査したが，その際に“規則性

のある動き”のような GeoGebra で得た気付きを考えとして取り入れて紙面に落とし，段階をふまえた論理的な思考が数人の実験対象者に見られた．だが，“規則性のある動き”を見つけられない実験対象者は動きを上手く活用できずにいた．

また，動きがあることで多様な面から問題を捉え，誤った考えに行き着いても GeoGebra を使い間違いに気付き，その理由を考えて理解しようとする態度が見られた．正答に素直に行き着くという面ではなく，自分自身の考えがなぜ間違っているのかについて理由を考えるという面でよく機能していた．

C 実世界に関わる問題を扱いやすくなるだろうか

結果として，期待できると言える．

今回の調査では，実世界に関わる問題を見つけることが出来ず，扱うことができなかったが，調べてみると数学は実世界に深く関わっており，教材とできる要素が多数見受けられた．テクノロジーを用いることで，実世界では観察が難しいものを教材として数学モデル化することが容易になり，正確に細かく観察し問題解決できるようになるだろう．また，その数学的モデルは実世界と同じように動かせることができるため，より実世界に近いイメージのまま学習でき，従来よりも実世界に関わる問題が扱いやすくなるように見受けられた．

D 作図することで幾何の知識を曖昧なものから明確なものにできるだろうか

結果として，やや期待できると言える．

手順をしっかりと踏まなければ作図できないようになっているため，幾何の知識を改めて見直すことが出来ていた．基礎をしっかりと定着させるという面ではよく機能していた．

また，テクノロジーを用いることで，従来よりも高度な問題が扱いやすくなり，より広い幾何の知識を扱うことができ，理解が深まるのではないか，と期待が持てた．しかし，その際には操作の慣れの問題や GeoGebra に書き込みができないという不便さがあるため思考を混乱させてしまい，上手く機能しない場合もある．そのため，学習にテクノロジーを用いる際は，テクノロジーの学習上の位置づけを考えなければならない．

E ミスコンセプションの解消に役立てられるだろうか

結果として，期待できると言える.

動きや現象に対しては実際に自分で動かして正誤を確かめることができ，また数値もはっきりと出るため自分自身での正誤の確かめが行いやすく，自身の間違いを受け入れやすいようだった. また，GeoGebra では描いたり消したりが容易なため試行錯誤を繰り返し,「なぜ違うのか」と考えて理解しようとする態度がよく見られた.

以上を持って「テクノロジーを前提とする新たな数学教育を提案するためにテクノロジーを前提にすることでどのような数学教育が可能になるのか」に対しての結果とする.

次に，第 4 章・第 5 章で行った実験からテクノロジーを用いた問題解決の効果を以下のようにまとめた.

テクノロジーを用いた問題解決の効果

メリットとしては,

・動きがあることで，思考の広がりがみられた.

・試行錯誤が容易なため，多方面から問題解決を行うことができる.

デメリットとしては,

・操作への慣れが学習の妨げや促進に大きく関わっている.

・あくまで外面・表面上に思考を表現するための作図ツールであり，じっくりと考えながら自分の内面の思考を整理するという役割としての作図ツールとしては機能していない. そのため，複雑な図形問題になればなるほど，思考を混乱させてしまっている面がある.

・動きを思考に組み込むという考え方が養われないと上手く機能しないため，結果を得るにはもっと訓練が必要.

以上から,「テクノロジーを前提とした数学教育を可能にするには今までになかった何が必要になるのか」についての結果を以下の 2 点から考えた.

＜問題・カリキュラムに求めること＞

テクノロジーを扱うならば，多方面から考えて問題解決を行うことができるような“発想や思考の広がりが期待される問題”が良い.

つまり，従来の日本の知識詰め込み型の受験対策のための勉強ではなく，知的好奇心を高める子どもの主体的な探求型の学習に重点をおいたカリキュラムが必要とされる.

＜テクノロジーに求めること＞

作図が正確で便利というメリットだけではなく，思考の整理としての役割も果たすことができるような作図ツールにならなければならない.

そのために，テクノロジーの表現方法がもっと増えると良い.機能の発達あるいは退化と言うべきかもしれないが，ボタン操作で行う作図ではなく，垂線や角度などをタッチペンで作図できるようにし，それを後に正確な図への補正を行うことや，メモを書き加えることができるというような自分で描いたという実感が得られるような紙と鉛筆に劣らない多様な表現方法が行えるようになれば，思考の整理としての役割も果たすことができるのではないか，と考える.

以上が本研究の結論である.

6.2　残された課題

本研究では，テクノロジーを用いた問題解決について調査を行うことで，前節で述べた見解が得られた．しかし，調査は大学生を対象とした 2 人でペアを組んで行うような環境であり，実際の教育現場とは環境も対象者も大きく異なる.

また，同じ幾何の問題に対しても見受けられる反応が変わっていたため，どのような条件の問題のときにテクノロジーが上手く機能するのか，明確に出来ていない.

調査問題についてさらに検討を行い，教育現場により近い環境で調査を行うことで，テクノロジーを前提とする数学教育を実現するには何が必要なのか，根拠とともに明らかにしていくことを残された課題とする.

〈引用・参考文献〉

1) 高橋昭彦，「インターネット上の学習材(パターンブロック)を用いた問題解決学習に関する研究—具体物による算数的な活動の再考—」，日本数学教育学会誌，第 83 巻，第 8 号，2001，pp14-23

2) 松尾七重，「世界の中学校数学教育の動向」，日本数学教育学会誌,第 82 巻，第 11 号，2000，pp.11-18

3) 飯島康之，「テクノロジーは授業を変えるか」，日本数学教育学会誌，第 82 巻，第 7･8 号，2000，pp.81-82

4) 鳩村元太郎，「GeoGebra の DGS 環境での CAS 機能活用による可能性の検討—多面的な見方に着目して—」，第 43 回数学教育論文発表会論文集，pp.97-102

5) 高橋富彦,「数学教育におけるテクノロジーの活用—解法の糸口を探る指導の工夫—」，日本数学教育学会誌，第 86 巻，第 1 号，2004，pp.48-49

6) ジョン・マック，「テクノロジーと数学，そして教育論議のための文脈」，日本数教育学会誌，第 78 巻，第 5 号，1996，pp.16-19

7) 西村圭一，植野美穂，松元新一郎，田中賢治，清野辰彦，本田千春，細谷和博，指田昭樹，中本信子，「中等教育段階の数学カリキュラム開発に関する基礎的研究」，日本数学教育学会誌，第 87 巻，3 号，2005，pp.2-11

8) 松嵜昭雄，礒田正美，「数学的モデリングにおける理解深化に関する一考察—クランク機構の関数関係の把握—」，日本数学教育学会誌，第 81 巻，第 3 号，1999，pp.20-25

9) 佐藤徳顕，「授業を模索することでもたらされる可能性」，日本数学教育学会誌，第 94 巻，第 11 号，2012，pp.54-57

10) コレット･ラボルデ，「フランスの算数･数学教育へのテクノロジーの統合：カブリ・ジオメトリによるインタラクティブな動的幾何を事例として」，日本数学教育学会誌，第 83 巻，第 10 号，2001，pp.44-53

11) 宮川健，「テクノロジーによる関数関係理解の改善に関する一考察―事象のグラフ化におけるミスコンセプションに焦点をあてて―」，日本数学教育学会誌，第 80 巻，第 1 号，1998，pp.9-14

12)「SITES2006」， IEA， ＜ http://www.iea.nl/sites_2006.html ＞，(2014/8/11 アクセス)

13)「第 2 回 IEA 国際情報教育調査(SITES2006 報告書)」，＜https://www.nier.go.jp/04_kenkyu_annai/pdf/sites2006houkokusho.pdf＞，(2010/8/11 アクセス)

14) 「「教育における ICT の活用」(SITES2006 報告書)について」，＜http://www.nier.go.jp/saka/sakasites.pdf＞， (2010/8/11 アクセス)

15) 「GeoGebra 日本」，＜https://sites.google.com/site/geogebrajp/＞，(2014/8/11 アクセス)

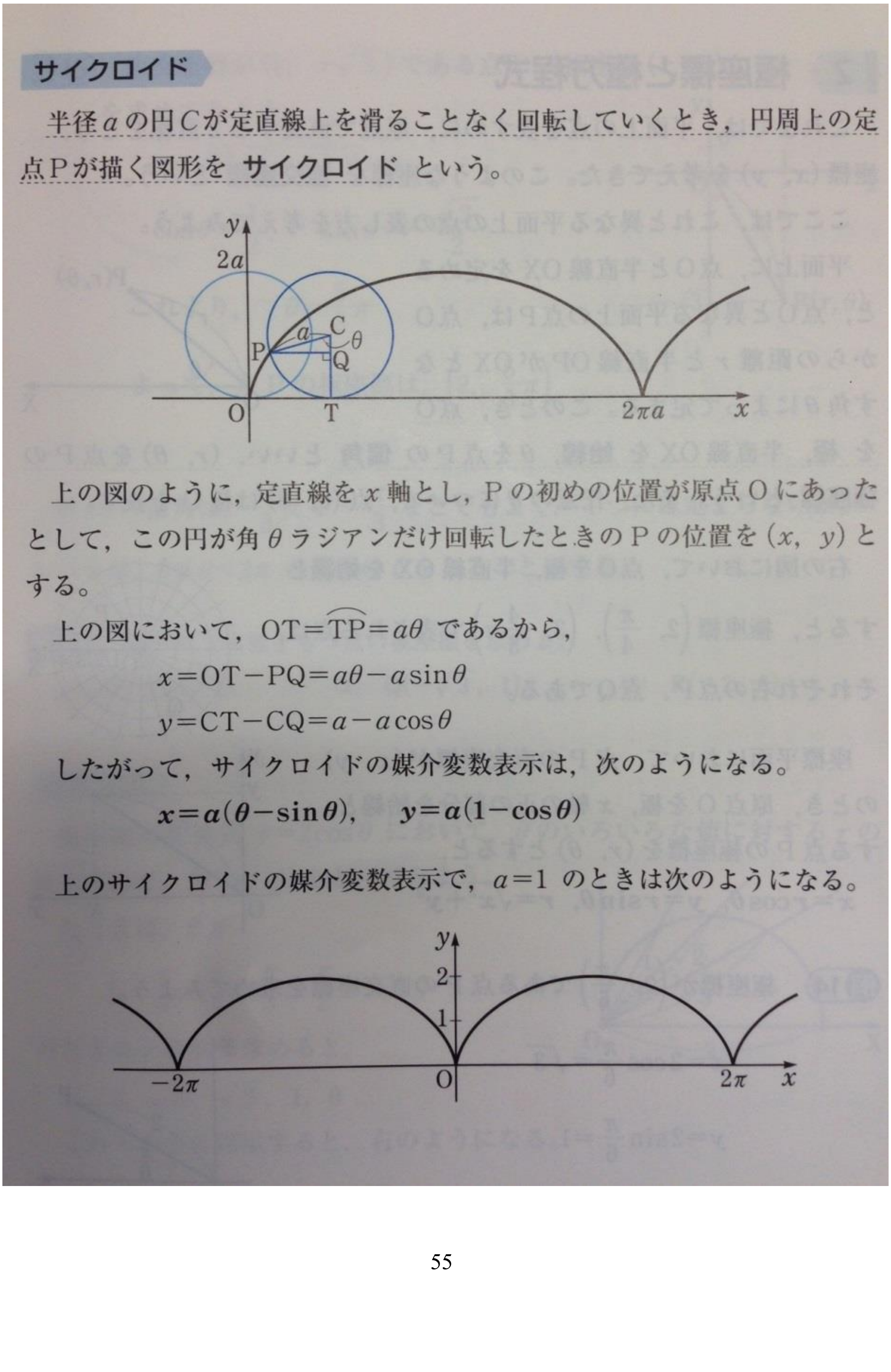
16) 高橋陽一郎，他，「数学Ⅲ」，新興出版社啓林館，p.35

17) 「コトバンクデジタル大辞典」，＜

https://kotobank.jp/dictionary/daijisen/＞，(2015/1/30 アクセス)

参考資料

・啓林館の教科書「数学Ⅲ」に記載されているサイクロイドの説明(第 4 章)[16]



サイクロイド

半径 a の円 C が定直線上を滑ることなく回転していくとき，円周上の定点Pが描く図形を **サイクロイド** という。

上の図のように，定直線を x 軸とし，Pの初めの位置が原点Oにあったとして，この円が角 θ ラジアンだけ回転したときのPの位置を $(x,\ y)$ とする。

上の図において，$\mathrm{OT}=\overset{\frown}{\mathrm{TP}}=a\theta$ であるから，

$$x=\mathrm{OT}-\mathrm{PQ}=a\theta-a\sin\theta$$
$$y=\mathrm{CT}-\mathrm{CQ}=a-a\cos\theta$$

したがって，サイクロイドの媒介変数表示は，次のようになる。

$$\boldsymbol{x=a(\theta-\sin\theta),\quad y=a(1-\cos\theta)}$$

上のサイクロイドの媒介変数表示で，$a=1$ のときは次のようになる。

・実証調査で用いた調査シート①(問題：四角形の中の四角形)

四角形の中の四角形

【 問 題 】
①～④の四角形 ABCD のそれぞれの辺の中点を結んでできる四角形はどんな四角形か。

① 四角形 ABCD が 正方形 のとき。　② 四角形 ABCD が 長方形 のとき。
③ 四角形 ABCD が ひし形 のとき。　④ 四角形 ABCD が 平行四辺形 のとき。

I 仮 説

・実証調査で用いた調査シート②(問題：四角形の中の四角形)

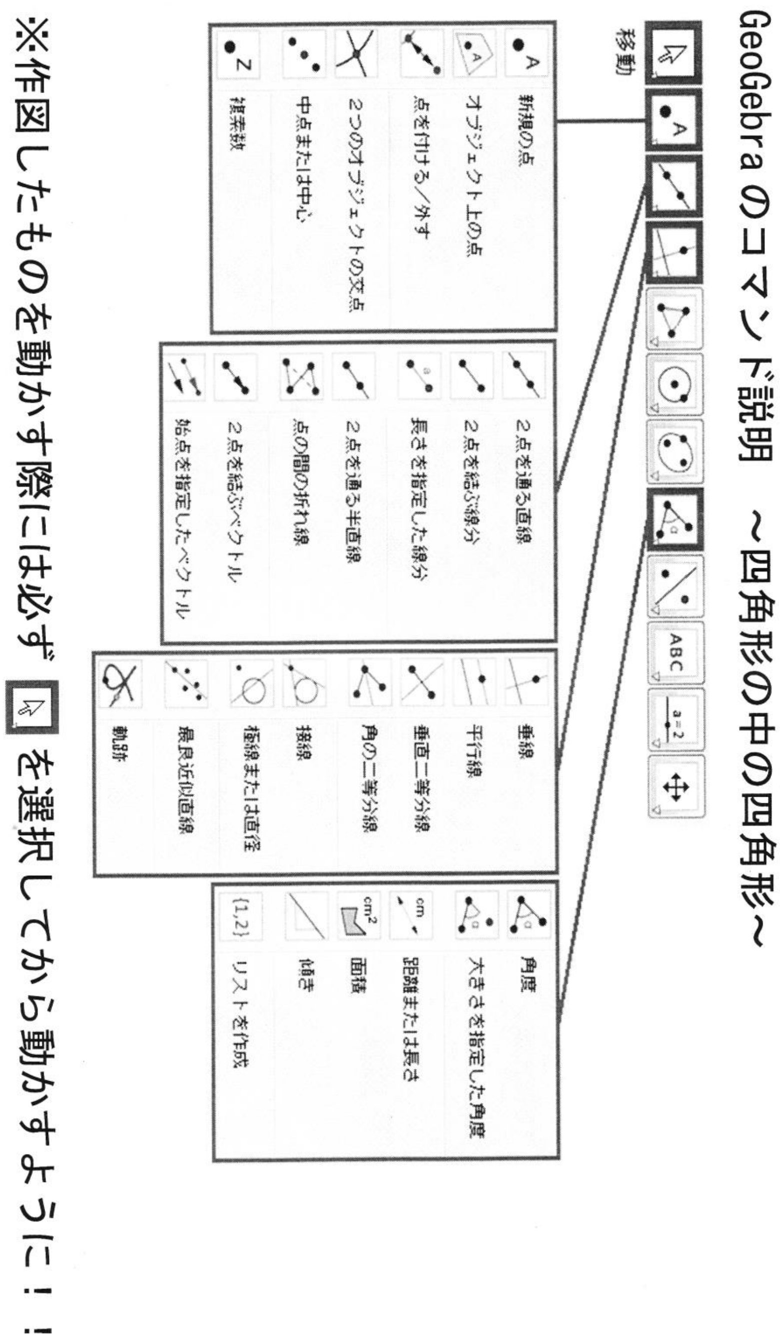
GeoGebra で作図して動かしてみよう！

Ⅱ　答　え

Ⅱ　理　由（中学までの数学の範囲の知識を使って）

感　想（GeoGebra を使ってみて）

・実証調査で用いたコマンド説明(問題：四角形の中の四角形)



・実証調査で用いた調査シート①(問題：シムソン線)

シムソンの問題

【　問題　】
円に内接する直角三角形 ABC を描く。
円周上に点Ｐを取り、点Ｐからそれぞれの辺へ垂線を描き、その交点を点Ｍ、Ｎ、Ｌとする。
この三点の関係は何か。

Ⅰ　仮　説

・実証調査で用いた調査シート②(問題：シムソン線)

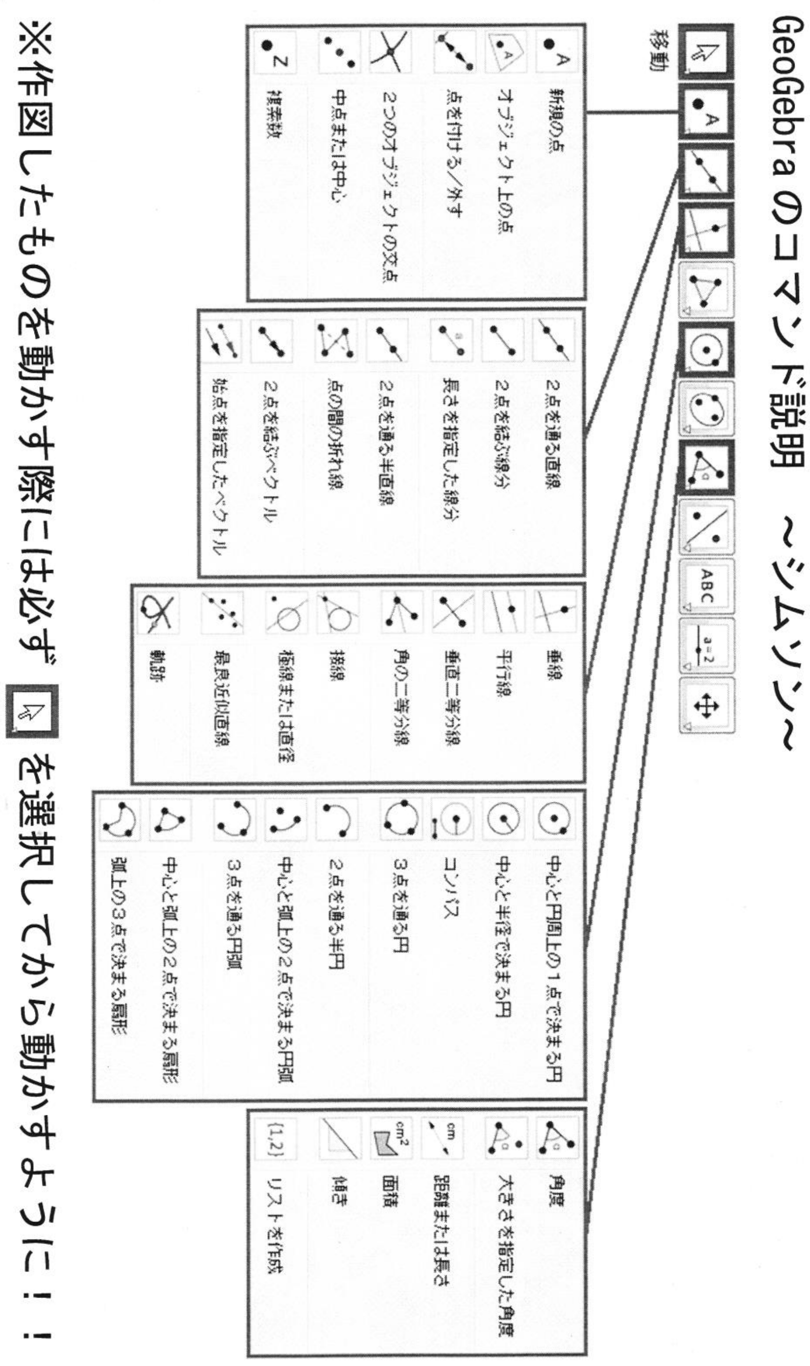
GeoGebra で作図して動かしてみよう！

Ⅱ　答　え

Ⅱ　理　由

感　想（GeoGebra を使ってみて）

・実証調査で用いた GeoGebra コマンド説明 (問題：シムソン線)



・実証調査で用いた意識調査シート

意識調査

1とても感じる　2まあまあ感じる　3どちらともいえない
4あまり感じない　5全く感じない

5つのリサーチクエスチョン
A 数学の仕組みが見えてくることで新たな概念の発達が期待されるだろうか
B 答えや動きを思考の材料にすることで論理的思考力の育成を重視した学習ができるだろうか
C 実世界に関わる問題を扱いやすくなるだろうか
D 作図することで幾何の知識を曖昧なものから明確なものにできるだろうか
E ミスコンセプションの解消に役立てられるだろうか

・A　新たな概念(力)の発達の可能性を感じましたか？
1　2　3　4　5
[　　　　　　　　　　]

・B　動きは理由を考えるにあたり役立ちましたか？
1　2　3　4　5
[　　　　　　　　　　]

・C　実世界の問題の扱いやすさの可能性を感じましたか？
1　2　3　4　5
[　　　　　　　　　　]

・D　幾何の知識が明確になる可能性を感じましたか？
1　2　3　4　5
[　　　　　　　　　　]

・E　ミスコンセプション(誤った考え)を直すのに役立ちましたか？
1　2　3　4　5
[　　　　　　　　　　]

・GeoGebraを使っての課題解決についての感想・意見をお願いします。

謝辞

本研究を進めるにあたり，ご指導頂いた多くの方々に心より感謝申し上げます.

指導教官である溝口達也先生には，本当に丁寧なご指導をして頂きました．はじめの頃は「研究は厳しく，人間関係は温かく」という溝口先生のお言葉を聞き，ついていけるのか不安で仕方がありませんでした．しかし，ゼミで聞く溝口先生のお話はとても興味深いお話ばかりで，あっという間に時間が過ぎていきました．ものの見方・考え方が少しずつ視野の広いものへと変化し、算数･数学教育の世界はこれほどおもしろいものだったのか、と思わせられました．算数・数学教育についての知識欲が日に日に増し，もっともっと溝口先生から多くのことを学びたいという気持ちが今もまだ心にあります．卒業研究においては，3 年生の冬から 4 年生の春にかけては就職活動，夏には教員採用試験，秋には教育実習と研究に十分な時間をかけることが出来ない日々が多く，停滞の日々が続いていましたが，その時々で状況に合った助言や激励のお言葉をいただき，最後まで研究を続けることができました．本当にありがとうございました.

また，研究室の先輩である玉木義一さん，吾郷将樹さん，岸川友飛さん，岡友章さん，和田匠馬さんには，研究で行き詰まってしまった際，相談に乗っていただくことが度々ありました．その際には，お忙しい中でも快く相談に乗って下さり，さらに共に考えてくださり，とても心強かったです．後輩の荻原友裕さんには，実験協力者を紹介して頂きました．若林直広さん，横田真照さんには、夏合宿の準備や進行の際に多くの仕事を引き受けて頂き，私は研究発表の方へと力を注ぐことができました．本当にありがとうございました．最後に同級生の白枝果歩さん，困ったときは自分のことのように頭を悩ませ考えてくださいました．ともに学び，ともに迷い，ともに支え，時には刺激し合い、本当に良い仲間と共に研究に励むことができ，とても嬉しく思っています.

研究において実験協力をしてくださった鳥取大学生の方々にも，お忙しい中時間を取ってくださり，深く感謝申し上げます.

本当に多くの方々の助けを受けて本研究を完成させることができました。改めて感謝申し上げます．ありがとうございました.

平成 27 年 1 月

坂元里佳子

鳥取大学数学教育研究　ISSN 1881–6134

Site URL：http://www.rs.tottori-u.ac.jp/mathedu

投稿規定

❖ 本誌は，次の稿を対象とします。
  - 鳥取大学数学教育学研究室において作成された卒業論文・修士論文，またはその抜粋・要約・抄録
  - 算数・数学教育に係わる，理論的，実践的研究論文／報告
  - 鳥取大学，および鳥取県内で行われた算数・数学教育に係わる各種講演の記録
  - その他，算数・数学教育に係わる各種の情報提供

❖ 投稿は，どなたでもできます。投稿された原稿は，編集委員による審査を経て，採択が決定された後，随時オンライン上に公開されます。

❖ 投稿は，編集委員まで，e-mailの添付書類として下さい。その際，ファイル形式は，PDFとします。

❖ 投稿書式は，バックナンバー（vol.9 以降）を参照して下さい。

鳥取大学数学教育学研究室

〒 680-8551　鳥取市湖山町南 4-101

TEI & FAX　0857-31-5101（溝口）

http://www.rs.tottori-u.ac.jp/mathedu/