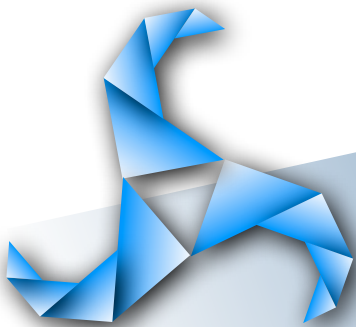


ISSN 1881-6134

鳥取大学数学教育研究

Tottori Journal for Research in Mathematics Education



<http://www.rs.tottori-u.ac.jp/mathedu>

「相似の中心」を軸とした拡大図・縮図の単元構成

—拡大図・縮図を創り出す活動を通して—

松田由香里, 他 *Yukari Matsuda, et al.*

vol.17, no.1

Aug. 2014

「相似の中心」を軸とした拡大図・縮図の単元構成

－拡大図・縮図を創り出す活動を通して－

鳥取市立湖南学園小学校 松田由香里
鳥取市立末恒小学校 坂田 淳子
鳥取市立鹿野小学校 徳原 一実
米子市立淀江小学校 岡本 純孝

1. 問題の所在
 2. 研究の目的と方法
 3. 先行研究から指摘される課題点
 - 3.1. 構成的な定義となっていない課題点の指摘
 - 3.2. 従来の教科書での指導の課題点
 4. 課題点の解決に向けてのカリキュラム開発
 - 4.1. カリキュラム開発で重視すること
 - 4.2. どのような単元配列にすべきか
 - 4.2.1. 児童自ら拡大図を創り出す活動
 - 4.2.2. 定義をもとにした拡大図の構成
 - 4.2.3. 合同な図形との相互関係と練習問題
 - 4.2.4. 拡大図・縮図の利用
 - 4.3. 課題の吟味
 - 4.4. 単元構成の詳細
 5. 授業実践における考察
 - 5.1. 平成 26 年 1 月の授業実践における様相
 - 5.1.1. 同じ形の把握
 - 5.1.2. ホタルの図の測定
 - 5.1.3. ホタルの図の作図の過程
 - 5.1.4. 拡大・縮小の定義づけ
 - 5.1.5. 「相似の中心」を利用した作図
 - 5.1.6. 多様な「相似の中心」を利用した作図
 - 5.2. 平成 26 年 1 月の授業実践から表出された困難性
 - 5.3. 平成 26 年 7 月の授業実践における考察
 - 5.3.1. 困難性 1, 2, 3 の改善
 - 5.3.2. 困難性 4 の改善
 - 5.3.3. 「相似の中心」を利用した拡大図の作図
 - 5.4. 第 1 次 第 4 時以降の授業実践の詳細
 - 5.4.1. 合同条件を使った縮図の作図
 - 5.4.2. 方眼紙を使った作図と「相似比」の問題
 - 5.4.3. 拡大図・縮図の利用
 6. 研究の成果と課題
 - 6.1. 研究の成果
 - 6.2. 今後の課題
- 引用・参考文献

1. 問題の所在

平成 20 年の学習指導要領の改訂により、「拡大図と縮図」は中学校から 6 年生へと移行された。その際に、「相似の中心」という概念が取り入れられたが、実際の教科書では、「相似の中心」が十分に活かされた構成とはなっていないと思われる。宮沢(1987)は、早い段階で「相似の中心」の重要性を示し、曲線部分を含む図形の拡大図を作図する活動を通して、その性質を見出す授業展開を提案している。しかし、導入のみの提示でそれをもとにした詳細な単元構成全体は示されていない。

また、現教科書において、本単元は、他の単元構成と決定的に違う扱いがなされている部分がある。それは、定義の仕方である。拡大図と縮図の定義が構成的になされていないということである。

以上のことから、小学校算数科における「拡大図と縮図」単元に係る課題として、以下が導出される。

研究課題 1：拡大図と縮図を「相似の中心」を軸としてどう構成すべきか

研究課題 2：実際の授業において何が困難となるか

2. 研究の目的と方法

本研究の目的は、「相似の中心」を軸とした拡大図・縮図の概念形成を行い、合同な図形と相似な図形の統合的な見方を育み、曲線を含む全ての図形における拡大図・縮図の定義、作図を通して相似な図形の性質を見出すなど、従来のカリキュラムで不十分だった点を克服することにある。

このために、「相似の中心」をもとにした単元構成を新たに考え、一連の指導を通して上述の課題解決へのアプローチを図ることにする。

3. 先行研究から指摘される課題点

3.1. 構成的な定義となっていない課題点の指摘

拡大図と縮図の単元は、他の単元と決定的に違う部分がある。それは定義の仕方である。伊藤（1993）は、「対象（概念など）を定義するとき、その対象を実際に構成する手続きが示されなければならない」とした上で、教科書の定義の仕方について、次のように指摘している。「2つの図形 F と F' があり、一方が他方の拡大図（又は縮図）であるということが前提として置かれていて、そのとき、この2つの図形の間にはどのような関係があるかを述べている。言い換えると、ある図形 F の拡大図や縮図の作り方はどこにも示されていないということである。そこで、やむをえず、これを教育的な配慮をもって解釈することとする。すなわち、上記の拡大図（又は縮図）の性質として述べられていることを用いて、図形を構成させるつもりである、と。図形 F が多角形（又は直線図形）であるときは、このやり方で拡大図や縮図を構成することができる。しかし、図形 F が曲線図形を含む場合には、この方法では F の拡大図や縮図は構成できない。（中略）これを改めるには、相似の中心という概念を導入し、その点を用いた対応する点の取り方を示す必要がある。」指摘にあるように、現在の教科書では、作図と定義が乖離しており、構成的な定義の仕方となっていない。また、拡大図・縮図の定義が多角形における定義であり、円や曲線を含む図形の定義とはなっていない。

3.2. 従来の教科書での指導の課題点

平成20年の学習指導要領の改訂により、「拡大図と縮図」は中学校3年生から小学校6年生へと移行された。その際に「相似の中心」の概念が取り入れられた。教科書会社6社の教科書を比較してみると、どの教科書も「1つの頂点を中心にして拡大図・縮図がかける」といったように作図方法の1つとして相似の中心を利用している。取り上げられている作図方法は当該図上の1つの頂点を中心としたもので、内部の点を中心とした作図方法は発展的な内容として取り上げられ、配当時間外となっているものも多い。また、外部の点を中心とした作図方法はどの教科書も取り上げていない。

現在の教科書では、「相似の中心」は作図方法の1つとして扱われている印象が強い。

このため、児童は、すべての拡大図・縮図が、もとの図を1つの点を中心として大きく、または小さくした図形であるという認識は低いように思われる。これは、児童だけでなく、教授側においても、「相似の中心」の重要性を十分に認識しないまま、授業がなされている危険性もある。

4. 課題点の解決に向けてのカリキュラム開発

4.1 カリキュラム開発で重視すること

前章で挙げられた課題点を克服するため、以下に示す点を重視して単元構成を考えることとする。

① 「相似の中心」の概念を導入し、拡大図・縮図の定義が、定義に従って、その対象を実際に構成し得るものとなっている。

② 拡大図・縮図の定義が、多角形及び曲線を含む図形の定義となっている。

これらの点を考慮した単元構成とすることで、さらに、児童自ら拡大図・縮図の性質を見出したり、合同な図形と相似な図形を統合的に見たりできるようになることが期待できる。

4.2. どのような単元配列にすべきか

4.2.1. 児童自ら拡大図を創り出す活動

導入部分で、自ら曲線部分を含む図形の拡大図を創り出す活動を設定することによって、従来の「ある図形を形を変えないで、大きくすることを拡大する、また小さくすることを縮小する」「形の同じ図形」という曖昧な表現での定義から、創り出した図の作業過程をもとに、構成的な定義へと導く。また、「形の同じ図形」とは、どういうものか、作図活動を通して、認識を高めていく。

4.2.2. 定義をもとにした拡大図の構成

第2時に、定義をもとに1つの点を中心とした作図方法を利用して、2倍、3倍の拡大図を作図する活動を通して、拡大図・縮図の性質を見出す。

そして、第3時では、「相似の中心」をどこにとっても、同じ方法で拡大図・縮図を作図できることを見出させ、再度、定義や性質に帰着させる。

この第1～3時が本単元を構成する上で特に重要な活動となり、「相似の中心」を軸とした単元構成をする上で、必要不可欠な活動である。

4.2.3. 合同な図形との相互関係と練習問題

第4時においては、合同条件を利用した縮図の作図を取り上げ、合同な図形は、もとの図の1倍の図(相似比が1の図形)であることを認識させ、縮図、もとの図、拡大図が連続体として相互関係があることを気づかせる。

第5時においては、練習問題に、対応する辺の長さや角の大きさを求める問題や、方眼紙を使って拡大図・縮図をかく問題を扱う。第1～4時のような配列にすることによって、児童は前時までの学習内容を活用すれば、方眼紙への作図が自力でできると考える。

4.2.4. 拡大図・縮図の利用

縮図の利用の場面では、直接測定できない高さや2点間の距離を求める活動を取り上げる。従来の教科書では、2点間の距離を求める活動を先にした後、木の高さを求める活動となっているが、児童は前時までに三角形の縮図をかく活動をたくさん経験しているので、本単元構成では、第1時を木の高さを求める活動とする。そして、第2時では、身近な地図を用い、2点間の距離を求める活動とする。

そして、第3時では、中学校の学習内容に踏み込むことになるが、面積比について考える活動を取り入れることにする。これは、拡大図・縮図をかく活動を通して、児童の思考過程で、「面積は何倍になっているのだろう」という疑問がでるのではないかと予想されるからである。また、対応する辺の比(相似比)と面積比との関係を見出すことの喜びも感得できる。さらに、中学校での学習への意欲づけとなることも期待される。

第4時は、これまでの学習内容を活用し、拡大図・縮図を利用して解決する問題を扱う。

4.3. 課題の吟味

本単元で、児童が一番初めに会う図形をホタルの図とした。なぜ、このような図形を用いたかという点、1 つは先行研究において、宮沢(1987)が、実際の授業で用いた図 1 のような半円と台形を組み合わせた図形にヒントを得たからである。図の一部には必ず曲線部分が入ることと、線対称な図形となるようにした。

そして、児童の興味・関心をひく、なじみのある図形となるように、本校にゆかりのあるホタルの形をモチーフとし、図 2 のような図形にした。

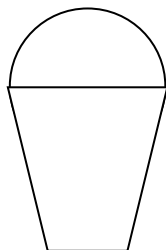


図 1 宮沢の実践による図

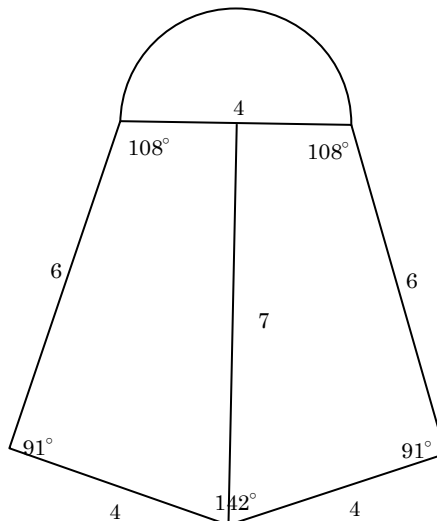


図 2 ホタルの図

また、辺の長さが整数値になるようにし、定規や分度器で測定しやすい大きさを確保した。当初はもっと小さいサイズを考えていたが、分度器で角度を求める際に困難をきたしたので、このようなサイズに変更した。

4.4. 単元構成の詳細

本研究では、導入場面で自ら拡大図・縮図を創り出す活動を取り入れることによって、拡大図・縮図の概念形成を図り、以下の単元構成で授業実践を行った。特に第1次の第1時～第3時は、従来の教科書の学習展開と大きく変えており、本研究の目的に迫る重要な部分である。

具合的な単元計画は以下の通りである。

【単元計画】

第1次 拡大図・縮図の意味（5時間）

第1時…ホテルの図形を形を変えないで用紙いっぱいにかく活動

第2時…拡大図・縮図の定義の理解

第3時…「相似の中心」を利用したいろいろな図形の作図（四角形）

第4時…合同条件を使った拡大図・縮図の作図（三角形・四角形）

第5時…練習問題

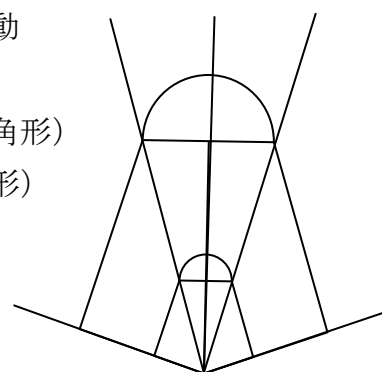
第2次 拡大図・縮図の利用（4時間）

第1時…縮図を利用して直接測定できない高さを求める活動

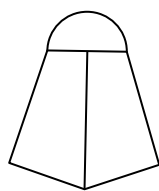
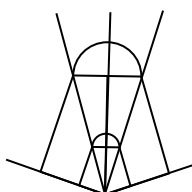
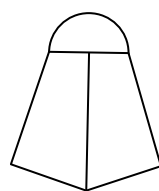
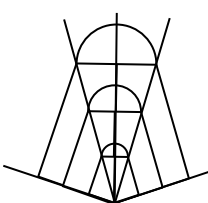
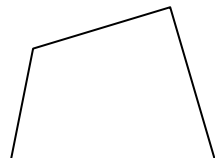
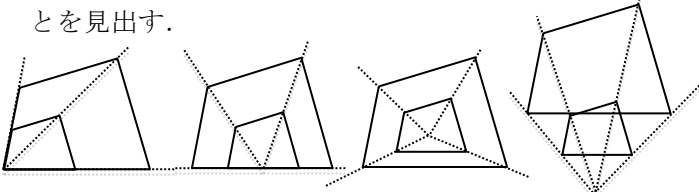
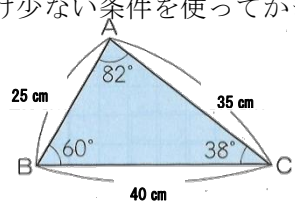
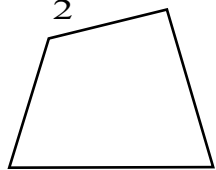
第2時…縮図を利用して直接測定できない2点間の距離を求める活動

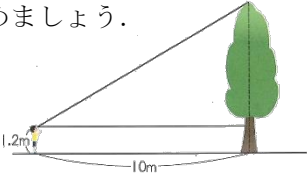

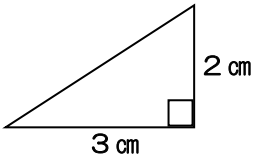
第3時…拡大図を利用して面積比を求める活動

第4時…演習問題



【単元計画の具体】

	時数	本時の課題	学習内容
第1次 (5時間)	第1時	<p>ホタルの図を形を変えないで用紙いっぱいにかきましよう。</p> 	<ul style="list-style-type: none"> ホタルの図形を形を変えないで用紙いっぱい大きくする活動を通して、拡大・縮小の意味を理解する。 図を提示し、拡大・縮小の定義をする。 「もとの図を図のように1つの点を中心として、大きくすることを拡大する、小さくすることを縮小するという」 「拡大した図形を拡大図、縮小した図形を縮図という」 
	第2時	<p>1つの点を中心としてホタルの図の2倍、3倍の拡大図をかきましよう。</p> 	<ul style="list-style-type: none"> 拡大・縮小の定義をもとに、ホタルの図の拡大図をかく活動を通して、拡大図・縮図の性質を見出す。 作図した拡大図ともとの図を比べ、共通することは何かを調べる。 「対応する角の大きさはすべて等しい」 「対応する辺の長さの比はすべて等しい」 「中心の点からの長さの比はすべて等しい」 
	第3時	<p>1つの点を中心として、2倍の拡大図を作図ましよう。</p> 	<ul style="list-style-type: none"> 1つの点を中心とした拡大図の作図を通して、中心の位置を移動させた場合においても拡大図を作図できることを見出す。 
第4時	<p>図の三角形の $\frac{1}{5}$ の縮図をかきましよう。 (できるだけ少ない条件を使ってかきましよう.)</p>  <p>図の四角形の必要な辺の長さや角の大きさはかって、 $\frac{1}{2}$ の縮図をかきましよう。</p> 	<ul style="list-style-type: none"> 三角形の合同条件に帰着して、三角形の縮図をかく。 ○3辺の長さ ○2辺の長さとその間の角の大きさ ○1辺の長さとその両端の角の大きさ 三角形の作図方法を利用して、四角形の縮図をかく。 	
第5時	練習問題	<ul style="list-style-type: none"> 対応する辺の長さや角の大きさを求める問題。 方眼紙を使った拡大図・縮図の作図。 	

<p>第1時</p>	<p>木から10mはなれたところに立って、木の先を見上げる角をはかると30°でした。 目の高さを1.2mとし、縮図をかいて木の高さを求めましょう。</p> 	<ul style="list-style-type: none"> 縮尺を決め、縮図をかく。 縮図を利用して、直接はかれない木の高さを求める。
<p>第2時</p>	<p>地図を使って直接測定できない実際の直線距離を求めようと思います。 (1) 何分の一の縮図といえますか。 (2) ㉠～㉣の区間の実際の直線距離を求めましょう。</p>  <p>㉠ 青島野外活動施設と湖山池公園 ㉡ 青島野外活動施設とB&G海洋センター ㉢ 青島野外活動施設とグラウンドゴルフ場</p>	<ul style="list-style-type: none"> 縮尺を求める。 縮図を利用して、直接測定できない2点間の距離を求める。
<p>第3時</p>	<p>図の三角形を2倍に拡大すると、面積はもとの三角形の何倍になりますか。</p> 	<ul style="list-style-type: none"> 拡大図を利用して面積比を求める。
<p>第4時</p>	<p>演習問題</p>	<ul style="list-style-type: none"> 縮図を利用して2点間の直線距離を求める問題。 三角形の周の長さから、何倍の拡大図になっているかを見出し、拡大された三角形の辺の長さを求める問題。

5. 授業実践における考察

上記の単元構成に至るまでに、平成 26 年 1 月に 1 回目の授業実践を行った。1 回目の実践で出た困難さや課題をもとに修正を加え、平成 26 年 7 月に 2 回目の授業実践を行った。

特に第 1 次の第 1 時～第 3 時は、従来の教科書の学習展開と大きく変え、「相似の中心」を軸とした構成的な定義の構築を目指したカリキュラム開発において重要な部分である。

5.1. 平成 26 年 1 月の授業実践における様相

5.1.1. 同じ形の把握

導入場面で既存の拡大図，縮図を与えるのではなく，自ら同じ形の図形を作り出すことを重視した。LED ライトを使い，もとの図形を用紙いっぱいに広げる様子を見せ，本時の活動の見通しをもたせた。

児童は，形を変えないで（同じ形のまま）用紙いっぱいにかくという活動を直感的に捉え，作図に取りかかることができた。



図 3 もとの図の数値を測定する児童

5.1.2. ホタルの図の測定

児童は，まず，もとの図の辺の長さや角の大きさを測った（図 4）。図 5 のように両サイドの五角形の頂点を結んだ直線の長さを測定する児童や，図 6 のように，水平地点から何度傾いているかを測定する児童もいた。次に与えられた A4 サイズの用紙の縦と横を測り，もとの図の何倍の大きさの図がかけそうか，もとの図の辺の長さをもとに計算していた。必然的に辺の長さや角の大きさが作図の上で必要だということに目が向いていたといえる。

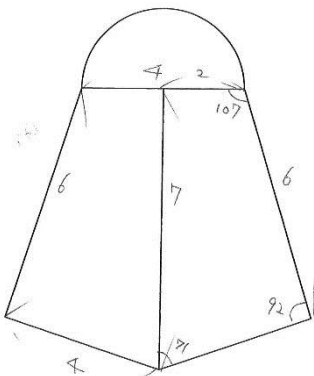


図 4 辺と角を測定した図

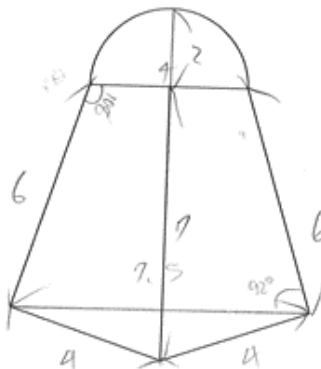


図 5 羽の部分を結んで測定した図

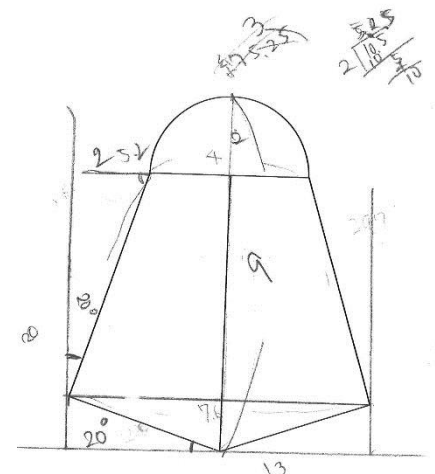


図 6 水平地点からの傾きを測定した図

5.1.3. ホタルの図の作図の過程

児童は、ホタルの図が線対称な図形であることに気づき、用紙の真ん中を見つけようとした。「先生、用紙を折っていいですか?」と尋ね、用紙を半分に折り、用紙の中心線上の点を中心に作図を始めようとした(図7)。かき始める位置は、図8, 9に示すように用紙の下の部分からかき始める児童と、半円の部分からかき始める児童にわかれた。

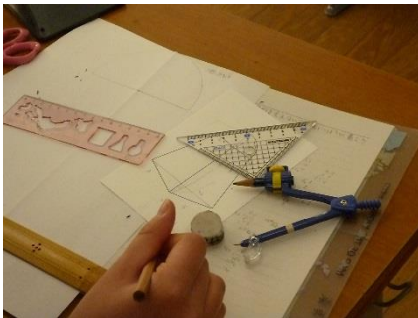


図7 用紙を半分に折ってから
かいている児童

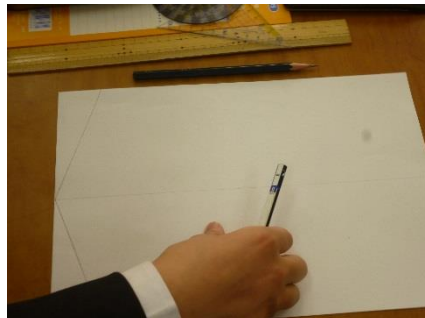


図8 下の部分から
かき始めた児童

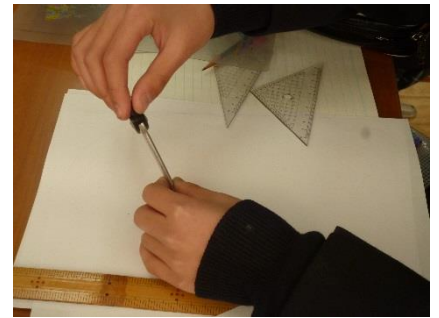


図9 半円の部分から
かき始めた児童

自分が作図した図がもとの図と同じ形かどうか確かめられるよう、LED ライトともとの図がかかれた透明シートを用意した。数人の児童が、同じ形をかこうとしているのだが、うまくいかず戸惑っている児童もいた。明らかに同じ形ではないと判断つくものもあれば(図10)、「何となく違うような…」といった場合もあり、ライトを当てて確かめることで、自分のかいた図が同じ形かどうか確認し、修正を加えることができた。同じ形かどうか確認する作業は児童にとって、同じ形を認識する上で有効な活動となったといえる。



図10 同じ形となっていない図

ホタルの図を用紙いっぱいに変えないでかく活動は、児童たちにとって難しく、手間のかかる作業であった。時間内に作図を完成できた児童は少なかった。図11のようにいきなり最大の図をかこうとしていた児童は、作図の途中で時間切れとなった。図12のように始めに2倍のホタルの図を作図し、3倍へと大きくしていった児童は、用紙いっぱいの図をかき終わることができなかった。2倍の図をかいた後に3倍の作図を試みたが、3倍の図は用紙からはみ出してしまい、そこで作業が終わってしまった。図13のように2倍の図から徐々に大きくしていった児童は、用紙内に納まる図をかくことができたが、用紙いっぱいにかくためにはもう少し大きくする必要がある。

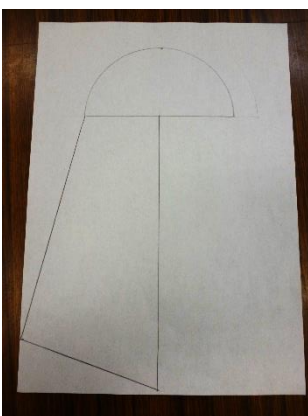


図11 作図の途中で終わった図

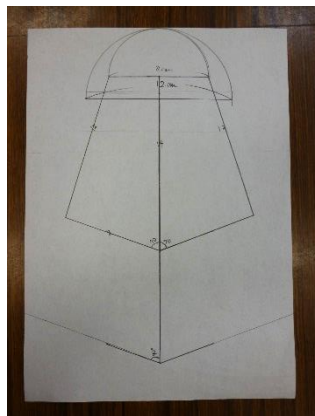


図12 2倍の大きさから
かき始めた図①

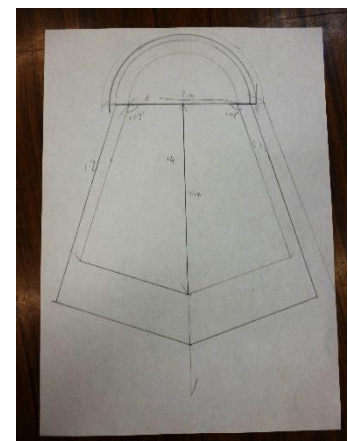


図13 2倍の大きさから
かき始めた図②

このように、同じ形をかくということは把握できているが、用紙いっぱいになるように自分で倍率を決め、作図していくことは児童にとって、作業時間がかかるものとなった。図 14 のように半円をかいた時点で時間切れとなっている児童もいた。計画では 1 時間扱いの活動であったが、本時のねらいである拡大・縮小の定義づけをするためには作図する時間をもう少し確保する必要があると考え、2 時間扱いとし、次時に行うことにした。

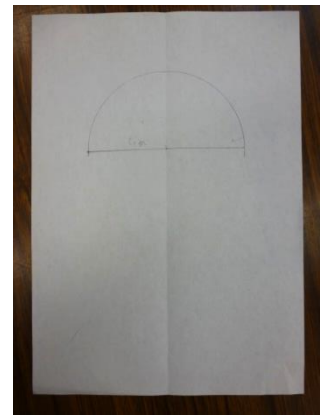


図 14 半円だけかけた図

5.1.4. 拡大・縮小の定義づけ

作図する時間を確保した結果、児童は 2.8 倍のホタルの図が用紙いっぱいにかけるということを見出し、図を完成することができた (図 15)。早くかけた児童には、倍率を変えて同じ図上に重ねてホタルの図がかけないかうながした。図 16 のように下の部分を重ねていくつもホタルの図をかくことができた児童もいた。

大きさの違う同じ形を重ねることによって、1 つの点を中心に広がっていくようなイメージを捉えることができ、「見えない線」を見出し、「もとの図を図のように 1 つの点を中心として、大きくすることを拡大する、小さくすることを縮小するという」定義づけへとつなげることができた。

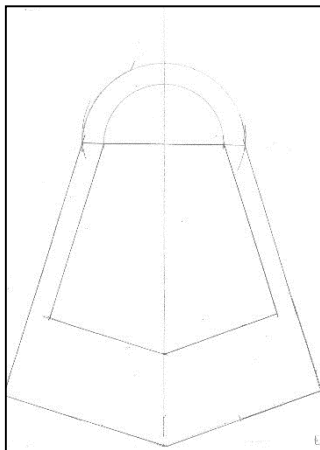


図 15 2.8 倍のホタルの図

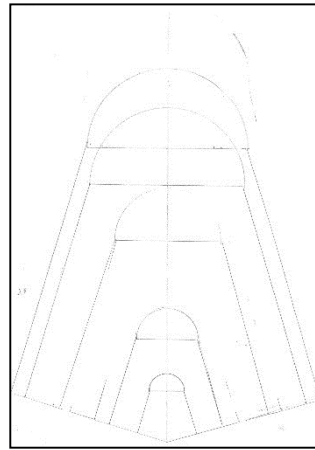


図 16 重ねてかいた
ホタルの図

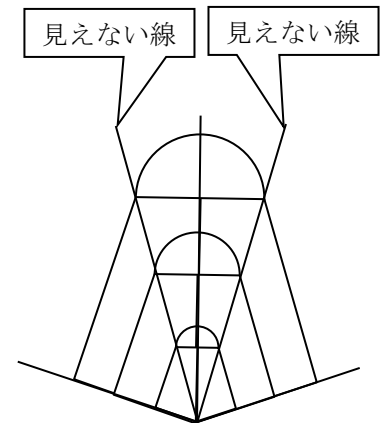


図 17 見えない線

ホタルの図を形を変えないで用紙いっぱいにかく活動を導入で行うことにより、構成的な定義が可能となった。次時で、この定義をもとにホタルの拡大図を作図することで、拡大図・縮図の性質を見出す活動へとつなげていく。

導入では、当初予定していた活動を 1 時間で進むことができず、2 時間扱いとなってしまった。これには、ホタルの図形の複雑さに加え、与えた A4 の用紙いっぱいにかこうとすると、2.8 倍の拡大図が最大となり、3 倍 (整数倍) の拡大図が入らないという点で、さらに児童の困難さが増え、作業に時間がかかってしまった。

5.1.5. 「相似の中心」を利用した作図

第2時では、前時の定義を利用して、中心となる1つの点と残りの頂点を結び、その延長線上に、コンパスを使って、2倍、3倍の点を取り、拡大図を作図した。この作図方法だと、角の大きさは必要なく、辺の長さだけで作図できる。

前時で苦労したホタルの図が、辺の長さだけで作図できることに感動している児童もいた。また、児童たちはこの活動を通して、中心とする点は1箇所ではなさそうだということを見出すことができた(図18, 19, 20)。ホタルの図形が複雑だったため、中心とする点の位置によっては、用紙に思うように図が入らなかった児童もいるが、中心となる点の取り方は1通りではないということを見出し、全体で共有することができた。そして、拡大図ともとの図を比べることから「拡大図・縮図の角の大きさは変わらない」「辺の長さはすべて○倍になる」という拡大図・縮図の性質を見出すことができた。

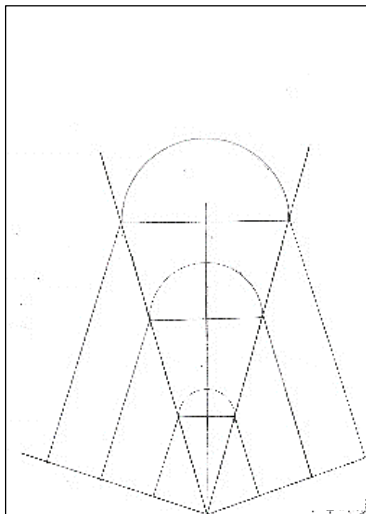


図18 下の部分を中心とした拡大図

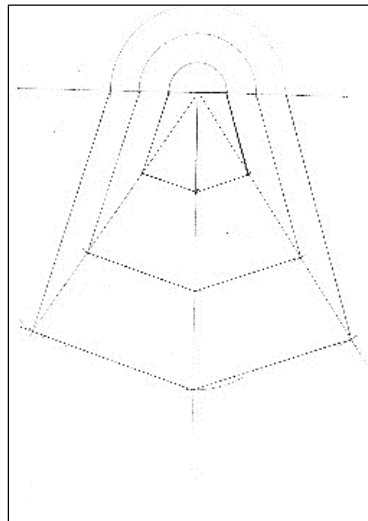


図19 円の中心を中心とした拡大図

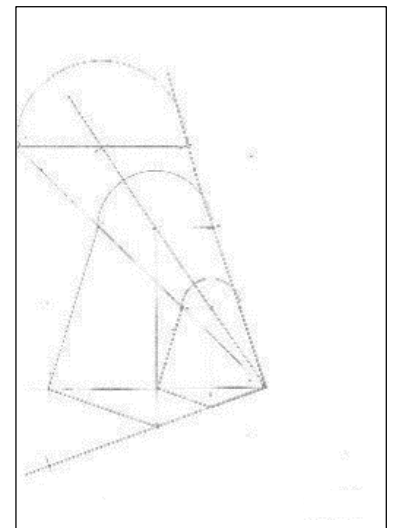


図20 羽の部分を中心とした拡大図

5.1.6. 多様な「相似の中心」を利用した作図

第3時では、1つの点を中心とした四角形の2倍の拡大図を作図した。前時の復習も兼ねて、1つの頂点を中心とした作図をし、正しい拡大図がかけているかどうか確認をした。その後、1つの点を中心に自由に作図をした。児童は、残りの3つの頂点をそれぞれ中心として作図を進めた。

4つかき終えた児童には「他のやり方はできない？」と促すと、数人の児童が対角線を結び、その交点を中心として作図はできないか考えるようになった(図21)。上手く作図ができると、「これって、交点じゃなくても、どこでもいいんじゃない？」と、四角形の内部に自由に点を取り、作図を始めた(図22)。また、1つの辺上に中点を取り、そこを中心として作図する児童も多かった(図23)。さらに早い段階で1人の児童が外部に点を取り、作図を完成することができていた(図24)。児童は始めに作図した正しい図と自分が創り出した拡大図とを照らし合わせながら、中心の位置を変えても作図が可能であることを確認することができた。

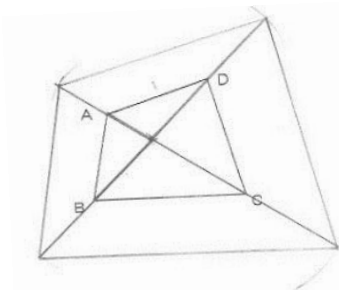


図 21 対角線を中心とした拡大図

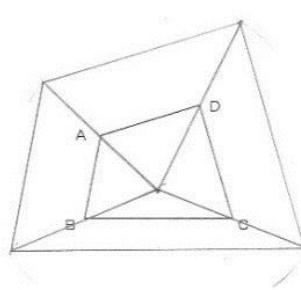


図 22 内部の点を中心とした拡大図

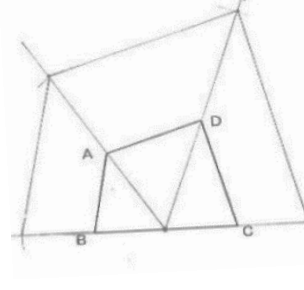


図 23 辺上の点を中心とした拡大図

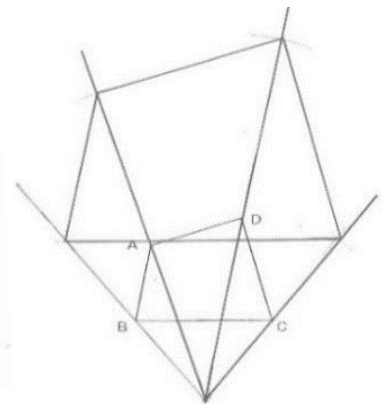


図 24 外部の点を中心とした拡大図

児童は自ら「相似の中心」をあらゆる所に見出すことができた。また、対角線の交点、辺上の中点といったように、安定した点を見出し、作図しようとする傾向にあることがわかった。また、中心の点から各頂点への長さの比が等しいことも作図活動を通して体得しており、正しい図を作図することができていた。

5.2. 平成 26 年 1 月の授業実践から表出された困難性

1 回目の授業実践により以下の困難性が表出された。

困難性 1：いきなり正しい図（最大限の大きさ）をかこうとする困難性

困難性 2：倍率による困難性

困難性 3：複雑な図による困難性

困難性 4：同じ形の認識による困難性

困難性 1 については、導入場面において、いきなり最大限の大きさの拡大図をかこうとして、なかなか手がつかなかった児童が多かった。児童は、3 倍の大きさが入らなければ、2 倍の大きさの図をかいてみて、徐々に大きくしていこうという発想に向かず、かいては、消しての作業を繰り返していた。

→**困難性 1** を解決するためには、「何倍の大きさが入りそう？」「2 倍の大きさをかいてみたら」と支援することが有効であると考えられる。

困難性 2 については、与えられた A4 の用紙に、最大限の大きさの拡大図をかこうとすると、およそ 2.8 倍となり、数値が細かくなり、作図に時間がかかった。また、3 倍の図が入りそうと予想していた児童は、途中まで 3 倍の大きさをかいて、それが入らないことに気づき、やり直すことになった。初めて出会う拡大図の作図において、小数倍の数値を扱ったことによって、より作業時間が必要となった。

→**困難性 2** を解決するためには、用紙のサイズを 3 倍の拡大図が入るように変更し、「3 倍の大きさの図がかけそう」という整数倍の見通しをもたせることが有効であると考えられる。

困難性 3 については、ホタルの図が半円と五角形を組み合わせた図であることにより、下の部分が水平になっていないことが、より作図を複雑にした。半円の部分からかき始める場合は、円の中心をどの辺りにすればよいかを考えなければならない。

→**困難性 3** を解決するためには、「どこからかき始めればいい？」「どの辺をかく？」と支援することが有効であると考えられる。

困難性 4 については、もとの図と同じような形になっているが、本当にこれが正しい図かどうか分からないということである。

→**困難性 4** を解決するために、実際に授業では、自分が作図した図がもとの図と同じ形かどうか確かめられるよう、LED ライトともとの図がかかれた透明シートを用意した。これは、同じ形を認識する上で有効な活動となった。

5.3. 平成 26 年 7 月の授業実践における考察

5.2.で述べた困難性を解決するため、修正を図り、2 回目の実践を行った。

5.3.1. 困難性 1, 2, 3 の改善

まず、導入場面において、配布する用紙を A4 から、縦幅は変えず、横幅を 3 倍の拡大図が収まるサイズまで大きくした。すると、多くの児童が「3 倍の大きさの図がかけそう」と見通しを持ち、作業を進めることができた。手が止まっている児童には「どれくらいの大きさの図が入りそう?」「どこからかき始める?」と支援することにより、自分で倍率とかき始める点を決め、作図を進めることができた。図 25 は「どれくらいの大きさの図がはいりそう?」と尋ねると、「2 倍の大きさが入りそう」と答え、用紙いっぱいにかくことはできなかったが、2 倍の同じ形の図を完成させることができた。

この結果、1 回目の授業実践よりも、多くの児童が同じ形のホタルの図を完成することができた。また、ある児童は、図 26 のように、1 つの点を中心に、平行線を利用し、重ねるようにホタルの図を作図した。さらに、中心の点と角頂点を結ぶ「見えない線」を見出すことができた。

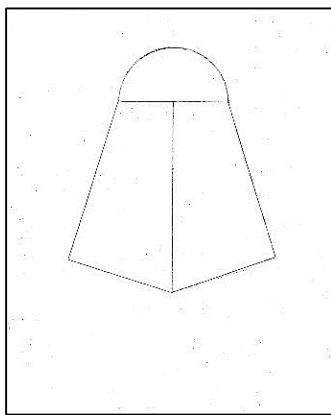


図 25 2 倍のホタルの図

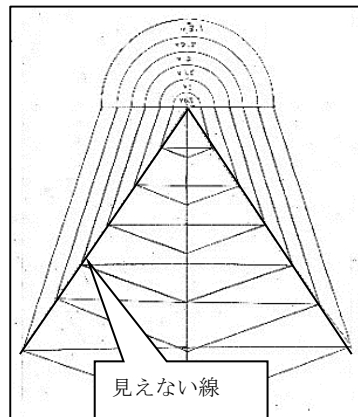


図 26 重ねたホタルの図

5.3.2. 困難性 4 の改善

かいた図がもとの図と同じ形かどうかを確認できるように、1 回目の授業実践においても確認コーナーを設けた。さらに図が見やすくなるよう、図 27 のように工夫した。図 27 の児童は、ホタルの下の部分がずれていて、同じ形になっていないことに気づき、作図を修正することができた (図 28→図 29)。児童は積極的に自分が作図した図を確認でき、同じ形の認識を高めた。



図 27 確認コーナー

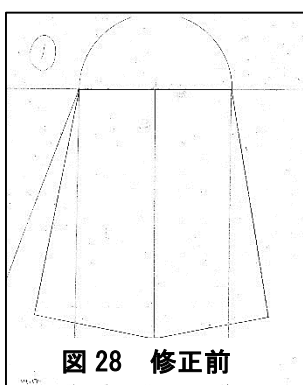
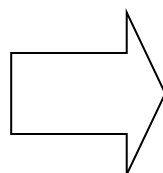


図 28 修正前



16

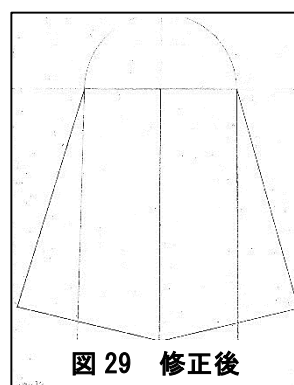


図 29 修正後

5.3.3. 「相似の中心」を利用した拡大図の作図

困難性の解決を目指した結果、1回目の授業実践で2時間かかった活動を1時間ですることができ、構成的な定義の構築へとつなげることができた。

それを受けて第2時では、定義に基づいた作図方法でホタルの図をかく活動をおこなったが、1回目の授業と比べ、図30のように頂点以外の点を中心として作図をした児童もいた。また、図31のように、用紙からはみ出さないよう、完成した図をイメージさせ、もとの図をどの位置に置くかを考えさせた結果、いろいろな頂点を中心としたホタルの拡大図を作図することができた。

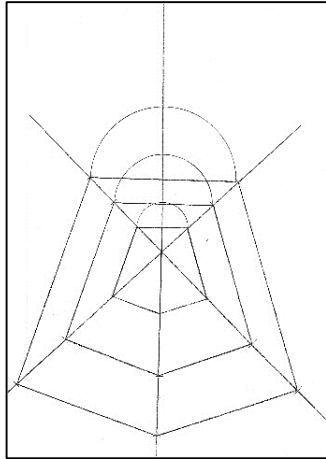


図30 対角線の交点を中心としたホタルの拡大図

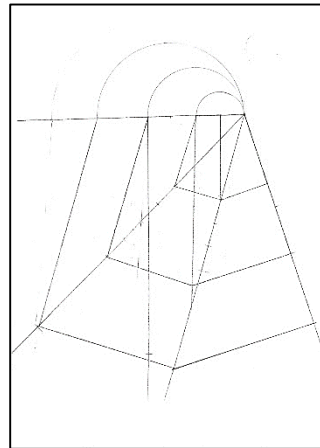


図31 1つの頂点を中心としたホタルの拡大図

第3時では、どんな点を中心としても、2倍の拡大図をかくことができることを見出す活動の過程で、自ら図32のように様々な大きさの拡大図を重ね、1つの点を中心に広がっていく様子を作図していた児童がいた。

もとの図、拡大図、縮図を連続した図形として見ることができていると考えられる。

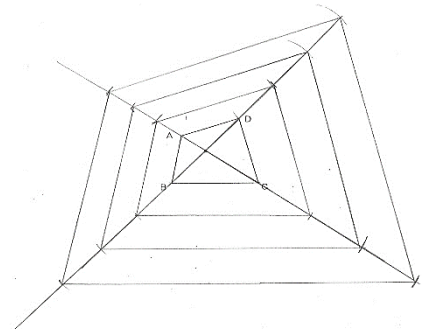


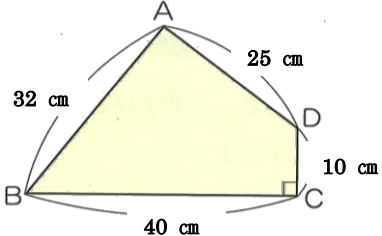
図32 重ねた四角形の拡大図

5.4. 第1次 第4時以降の授業実践の詳細

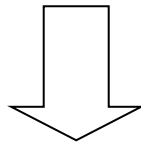
5.4.1. 合同条件を使った縮図の作図

第4時では、三角形の合同条件を使って三角形の縮図を作図した。できるだけ少ない条件での作図を考えさせたことで、3辺の長さ、2辺の長さとその間の角の大きさ、1辺の長さとその両端の角の大きさを使って作図することができていた。しかし、この条件が三角形の合同条件と結びついている児童は少なく、無意識的に3つの条件を導いていた。できるだけ少ない条件を考えさせた結果、三角形の合同条件と一致していることに気づいた児童がほとんどだった。そして、合同条件を利用した三角形の縮図の作図を活用し、下記のような四角形の縮図をかく活動を行ったが、始めから数値が与えてあり、三角形の合同条件を意識せずに作図していた。数値が入っていない四角形の図形を与えて、自分で必要な所を測らせた方が良くと考え、2回目の授業実践では、問題の改善を図った。

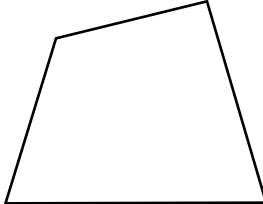
三角形の縮図のかき方を利用して、図のような四角形の $\frac{1}{5}$ の縮図をかきましょう。



The diagram shows a quadrilateral ABCD with vertices labeled A, B, C, and D. Side AB is 32 cm, side BC is 40 cm, side CD is 10 cm, and side AD is 25 cm. A right angle symbol is at vertex C. The quadrilateral is shaded yellow.



図の四角形の必要な辺の長さや角の大きさはかって、 $\frac{1}{2}$ の縮図をかきましょう。



The diagram shows a simple outline of a quadrilateral, representing a scaled-down version of the one above.

その結果、児童は、三角形の合同条件を使った作図を利用してかこうとした。どの合同条件を利用しているかを意識した児童もいた。そのことを全体で共有することで、合同条件への認識が高まった。そして、この学習を通して、もとの図と拡大図、縮図、合同な図との関係を再確認することとなった。また、合同な四角形をかくためにはいくつの条件が必要かを予想させることで、五角形や六角形の作図への意欲や、条件の増え方のきまりの発見へとつながった。

5.4.2. 方眼紙を使った作図と「相似比」の問題

第4時では、練習問題として、対応する辺の長さや角の大きさを求める問題、方眼紙を使った拡大図・縮図の作図問題を扱った。1回目、2回目両方において、辺の長さや角の大きさを求める問題は、抵抗なく解くことができていたが、方眼紙を使った作図問題は、間違えている児童が数人いた。三角形（図33）の2倍の拡大図の作図では、頂点Aが左に1マスずれて、同じ形になっていなかったり、魚の図（図34）の $\frac{1}{2}$ の縮図をか

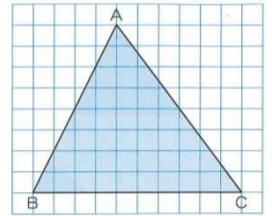


図33 三角形（もとの図）

すが、 $\frac{1}{4}$ の縮図になっていたりと、1つの点を中心とした作図に比べると

間違った図をよしとしている児童が目立った。また、方眼紙上においても、コンパスを使って作図しようとする児童が数人いた。方眼紙に作図する必然性や作図した図が正しいかどうかを確かめる方法も学習する必要があると考えられる。しかし、個別の支援が必要な児童もあったが、自力で方眼紙を使った拡大図・縮図を完成させることができていた。

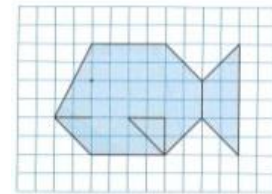


図34 魚の図（もとの図）

5.4.3. 拡大図・縮図の利用

第2次では、第1時に三角形の縮図を利用して直接測定できない木の高さを求める問題を扱い、第2時に自分たちの住んでいる地域の地図を用い、直接測定することのできない2点間の距離を求める問題を扱った。児童は第1次で拡大図・縮図の学習をしてきているので、自分で縮尺を決め、三角形の縮図をかいて木の高さを求める活動を先にするほうが、思考の流れがスムーズであった。木の高さを求める問題は、自分で縮尺を決めて縮図をかくところに難しさはあったが、直接測定できない高さを縮図で求められることに喜びを見出している児童がいた。

2回目の授業実践では、2点間の距離を求める問題に、3 cm 900mという地図に示された情報から、何分の一の縮図になっているかを求める活動を取り入れた。与えられた拡大図が何倍に拡大されているか、縮図が何分の一に縮小されているかを求める活動も児童にとって必要な力だと考えられる。また、身近な地図を利用することによって、新たに自分で2点間を設定し、意欲的に距離を求めている児童もいた。

第3時の面積比の問題では、2倍の拡大図は面積も2倍になると予想していた児童が半数くらいいたが、児童はもとの図の2倍の拡大図（図35）をかき、面積が4倍になることを確認することができた。予想とのずれに驚きを示していた。さらに3倍、4倍…の拡大図においても面積を求め、面積の比は辺の長さの比の平方数になっていることに気づくことができx倍の拡大図は、 $x \times x$ 倍であるということを見出すことができた。

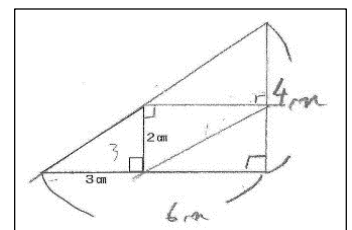


図35 2倍の拡大図

6. 研究の成果と課題

6.1. 研究の成果

本研究の目的は、「相似の中心」を軸とした拡大図・縮図の概念形成を行い、曲線を含む全ての図形における拡大図・縮図の構成的な定義の構築、作図を通して相似な図形の性質を見出す、合同な図形と相似な図形の統合的な見方を育むなど、従来のカリキュラムで不十分だった点を克服することであり、その目的に答えるために以下の研究課題が設定された。

研究課題 1：拡大図と縮図を「相似の中心」を軸としてどう構成すべきか

研究課題 2：実際の授業において何が困難となるか

研究課題 1 に対して、4.4.に示すような単元構成が可能となった。実際に 2 回の授業実践で、実現可能なことが立証された。

研究課題 2 に対して、4 つの困難性が明らかになった。

困難性 1：いきなり正しい図（最大限の大きさ）をかこうとする困難性

困難性 2：倍率による困難性

困難性 3：複雑な図による困難性

困難性 4：同じ形の認識による困難性

また、一連の授業実践において、「相似の中心」を軸とした単元構成が、1 つの点を中心に拡大図・縮図を重ねて作図することにより、連続した図形として見る事が可能となった。

そして、1 つの頂点を中心とした拡大図の作図から、相似の中心をどこにとっても作図できるということの発見へとつながった。自ら創り出す授業が可能となったといえる。

6.2. 今後の課題

今後の課題は以下の通りである。

- ・「相似の中心」を軸とした単元全体の構成を考えることに焦点を当てたため、1 時間ごとの詳細な支援のあり方については議論されていない。
- ・実際の授業において、困難性の解決に向けての実践は行ったが、その有効性については、今後十分な検証が必要である。
- ・「相似の中心」を軸とした単元構成により、従来の指導の問題点を克服する成果が出たといえるが、研究の対象とした学級が限られている。

【引用・参考文献】

- ・伊藤説朗. (1993). 子どもたちが作り上げる算数－1 数学教育における構成的方法に関する研究[上]. 明治図書.
- ・溝口達也. (2012). 算数・数学教育研究－授業研究と教材研究－. 鳥取大学数学教育学研究室.
- ・宮沢真仁. (1987). 個人差に応じた指導事例 46 拡大図. FESM 研究収録, 第 1 集, pp.130－133.
- ・佐藤俊太郎. (2009). 拡大図, 縮図と相似について. 日本数学教育学会誌, 91 (12), pp.12－15.
- ・太田恭子. (1991). 操作活動を重視したわかる楽しい授業－学級づくりを基盤とした算数 6 年「図形の拡大と縮小」の実践－. 日本数学教育学会誌, 73 (6), pp.18－23.
- ・木下昭. (1990). ひとりひとりの追究に応じる学習指導－6 年, 拡大図・縮図の学習を通して－. 日本数学教育学会誌, 72 (6), pp.31－35.
- ・上元譲二, ほか 10 名. (1989). 学習意欲を高める導入課題の工夫－6 年「図形の拡大と縮小」を通して－. 日本数学教育学会誌, 71 (8), pp.17－21.
- ・吉田映子. (2012). 作って, 調べて, 実感しよう－「比」「縮図・拡大図」の学習を終えて－. 新しい算数研究 7, No.498, pp.30－31.
- ・岡田紘子. (2012). 拡大図と縮図. 新しい算数研究 8, No.499, pp.64－66.
- ・中西叔宏. (2011). 拡大図と縮図－社会科で学んだ伊能忠敬の測量技術を算数に－. 新しい算数研究 9, No.448, pp.62－64.
- ・古江昂志. (2010). 図形の拡大縮小. 新しい算数研究 12, No.479, pp.62－64.
- ・黒澤俊二. (2009). 式や図に表し, 説明する活動－第 2 学年－. 新しい算数研究 8, No.463, pp.62－65.
- ・根本裕巳. (2008). 第 6 学年の移行措置について－縮図・拡大図－. 新しい算数研究 11, No.454, pp.32－33.
- ・文部科学省. (2008). 小学校学習指導要領 (算数編). 東洋館.
- ・文部科学省. (2008). 中学校学習指導要領 (数学編). 東洋館.
- ・わくわく算数 6 年上 (教科書). (2011). 啓林館.
- ・たのしい算数 6 年上 (教科書). (2011). 大日本図書.
- ・新しい算数上 (教科書). (2011). 東京書籍.
- ・小学算数 6 年下 (教科書). (2011). 教育出版.
- ・小学校算数 6 年下 (教科書). (2011). 学校図書.
- ・小学算数 6 年下 (教科書). (2011). 日本文教出版.

鳥取大学数学教育研究 ISSN 1881-6134

Site URL : <http://www.rs.tottori-u.ac.jp/mathedu>

編集委員

矢部敏昭 鳥取大学数学教育学研究室 tsyabe@rstu.jp

溝口達也 鳥取大学数学教育学研究室 mizoguci@rstu.jp

(投稿原稿の内容に応じて、外部編集委員を招聘することがあります)

投稿規定

- ❖ 本誌は、次の稿を対象とします。
 - ・ 鳥取大学数学教育学研究室において作成された卒業論文・修士論文、またはその抜粋・要約・抄録
 - ・ 算数・数学教育に係わる、理論的、実践的研究論文／報告
 - ・ 鳥取大学、および鳥取県内で行われた算数・数学教育に係わる各種講演の記録
 - ・ その他、算数・数学教育に係わる各種の情報提供
- ❖ 投稿は、どなたでもできます。投稿された原稿は、編集委員による審査を経て、採択が決定された後、随時オンライン上に公開されます。
- ❖ 投稿は、編集委員まで、e-mailの添付書類として下さい。その際、ファイル形式は、PDFとします。
- ❖ 投稿書式は、バックナンバー（vol.9以降）を参照して下さい。

鳥取大学数学教育学研究室

〒 680-8551 鳥取市湖山町南 4-101

TEI & FAX 0857-31-5101 (溝口)

<http://www.rs.tottori-u.ac.jp/mathedu/>