ISSN 1881-6134

鳥取大学数学教育研究
Tottori Journal for Research in Mathematics Education

http://www.rs.tottori-u.ac.jp/mathedu

確率指導の改善

~確率を求める必然性のある指導と単元構成~

鳥取県八頭郡中教振数学部会

vol.17, no.7
Nov. 2014

鳥取大学 数学教育学研究室

確率指導の改善

～確率を求める必然性のある指導と単元構成～

鳥取県八頭郡中教振数学部会

【要約】確率単元全体を通して，“確率を求める必然性のある課題設定をすること”と“その構成を工夫すること”で，生徒の確率に対する興味・関心を高めるとともに確率概念の形成が促進されることを検証する。

1. はじめに

1.1. 平成２４年度までの取り組み

平成２２年度から２４年度にかけて，八頭郡中学校教育振興会数学部会では確率指導の改善に取り組んできた。従来の指導では，統計的確率と数学的確率の関連を考察する活動が少なく，確率を求める必然性が乏しい状況があった。そこで，確率の単元構成を見直し，単元の導入で確率を求める必然性のある課題を設定すれば，統計的確率と数学的確率の関連の考察が進み，生徒の確率概念の形成が促進されるであろうと仮説をたてて実証する研究であった。

この研究においては，以下のような事柄が成果として得られた。
① 単元の構成の見直し
② 確率を求める必然性のある課題の設定
③ 統計的確率と数学的確率の関連の考察
④ 確率概念形成の促進

一方，課題として次の３点があった。
① 導入を含めた単元全体の構成の見直し。
② 試行結果を示すだけで，その意味を十分に把握できていない生徒や，話し合い活動に十分に参加できない生徒の姿も見られた。このような生徒や班に対して必要とされる支援の検討。
③ 確率の意味理解について検証を行う課題設定。

平成 25 年度以降，この課題について取り組む研究を継続した。

1.2. 本研究の取り組み

本研究では，上記の研究で残された課題について，以下のように取り組んだ。
課題①については，前回の研究で実践した導入時の「確率を求める必然性のある課題設定」の研究を引き継

ぎ，単元全体の学習を通して，確率への興味関心を高め，確率概念の形成が促進されるよう，各時間の系統性を大事にした構成について見直しを試みた。

課題②については，生徒の実態や環境の違う各校が共通実践をするため，各時間において「ねらい」「中心となる考え方」「期待される数学的な活動」「より一般的な支援」「より特殊な支援」という 5 つの項目を設定した「授業プラン」（仮称）を作成し，各校の実践を情報交換しながら，研究実践を進めた。

課題③については，確率単元の最後に評価問題を設定し授業実践することで，その授業における生徒の様相もとに，この研究の検証を試みた。

2.　「確率」単元全体の構成

2.1　授業プラン系統図（具体的な単元構成）

時	学習内容	ねらい	中心となる考え方
第1次	３枚のカード	確率概念の導入 ・起こりうる場合をすべて書き上げる ・順序よく整理する	予想と実験結果の違いから，起こりうる全ての場合を数え上げて考えようとする。 ・番号をつけるなどして，同じものとしてまとめてしまいそうになるものを区別する。 ・実験回数を増やす中で，起こりやすさの程度が安定してくることに気付く。
第2次	袋の中の玉	「同様に確からしい」とはどういうことかを理解する。	実験結果の偏りを減らすために実験回数を増やすことを考え，結果から類推しようとする。 ・実験を行う際の準備や状況作りを通して同様に確からしいことの必要性を感じ取る。 ・実験を通して，確率が推測できることを知る。 ・多くの試行により，確率が求められることから，確率の概念を理解する。
第3次	袋の中から玉を２個取り出す	確率の定義を行い，数学的確率の求め方を知る。	相対度数を使い，実験結果から類推する。また，全ての場合の数を書き上げ，確率を計算で求める。 ・数値化の方法として既習の相対度数やヒストグラムを使って考察する。 ・数学的確率の求め方について知る。
第4次	２つのサイコロ	すべての場合をもれなく数え上げて，確率を求めることができる。	樹形図や表，様々な表現方法を用いて整理しながら全ての場合の数を書き上げる。 ・表や樹形図，自分なりの表し方をして，手際良く全ての場合の数を数え上げる。 ・他の人がしている表し方を参考にし，より間違いのない方法を考える。
第5次	くじの問題	順番を意識し，樹形図や表を用いて確率を求めることができる。	同じに見えるものの区別をして，正しく場合の数を見つけようとする。 ・「順に」という言葉の意味を考えながら，すべての場合を書き上げる。 ・くじを選ぶ順番で起こりやすさが変わらないことなど，実生活と関係付けて考える。
第6次	硬貨の問題	確率０，確率１について理解し，余事象を問題解決に活かすことができる。	全体の確率，部分の確率等の意識を持ち，加法・減法を使って確率を求めようとする。 ・全く起こらないこと，必ず起こることの確率を表せることを知る。 ・余事象について知り，加法や減法を用いて確率を求めることができることを知る。
第7次	演習問題	様々な問題で確率を求めることができる。	既習問題の演習をし，組み合わせなどの発展的な問題などに取り組む。
第8次	３点連結問題 （評価問題）	既習事項の活用 問題場面を整理し，手際よく場合の数を数え上げることができる。	場合の数が多い時に手際よく書き上げようとする。問題場面に注目し，図形の性質や余事象等の既習事項を用い，根拠を持って確率を求めようとする。 ・図形の対称性を用いて，確率を求める工夫をする。 ・できる三角形の形で分類して確率を求める。 ・三角形ができる場合，三角形ができない場合を考えて確率を求める。 ・図形の性質から，問題場面を満たさない場合を考え，余事象を用いて確率を求める。

2.2 授業実践

2.2.1 導入授業〔3 枚のカード指導案〕

学習内容	学習活動	指導上の留意点（＊評価）
1 3 枚のカードを使ったゲームの説明と実演 ○問題把握 ○予想	① （赤，赤）（赤，青）（青，青）の３枚のカードから，１枚引いて表を見せる。 ② 裏の色をあてる。 **表の色が赤だったとき，裏の色は赤と青どちらを選んだ方があたりやすいか。** 表が赤なので，（赤，赤）（赤，青）のどちらかだから，どちらを選んでも同じ。	３回ほど実演し，問題を出す。 表の色を赤と仮定して問題提示。 予想を挙手で確認し，理由を発表させる。確率 1/2 ということばがでてもよい。
2 実験 ○ペアでの実験 ○全体の結果を集計	隣同士でペアを組み，全体で約 200 回実施する。 「表が赤のとき，裏の色は，赤を選んだほうが２倍程度あたりやすい」	表が青のときも記入することを伝える。 全体で結果を集計，赤が出やすいことに気付かせる。 実験回数が増えると，差がはっきりすることを感じさせる。
3 課題の検討 個人→班	**表の色が赤だとわかったとき，裏の色は赤（表が青のときは裏の色は青）が出やすそうだが，なぜか。また，でやすさの違いは２倍でよいのか。他の人にもわかりやすいように説明を考えてみよう。**	＊意欲的に検討・話し合いができているか（関心・意欲・態度）

表で赤が出たら，裏は赤か青の２通りだという考えのまま。

支援用カード（赤・青で，塗り方が違う）を渡し，同じ色を区別に気付かせる。

すべての起こりうる場合を考えることができているのかな。

表の色は本当に赤か青の２通り？色違いは表・裏と考えて，同じ色の区別はないのかな。

表と裏の色が同じカードが２枚，違う色のカードが１枚だから，同じ色が２倍でやすいと考えている。

表が赤だった場合は（赤，赤），（赤，青）の２枚しかないが，赤がでやすかったことを確認し，場合分けを考えるようにさせる。

表が赤だとすると，裏はどうなるか図にできないかな。

進め方がわからず困っている。

１つ１つの場合を図にかいて考えられるようにする。

１つ１つの場合を整理して考えようとしている。

１つ１つの場合を図や表で表してみてはどうか。

カードに番号をふって整理してみたら。

１つ１つの場合を図に表わそうとしている。

支援用カード（赤に番号がふってある）を渡し，同じ色を区別することに気付かせる。

表が赤１だけとは限らないよ。

カードに１～６の番号を書く。

（表）	（裏）	（表）	（裏）
①（赤）→	②（赤）	④（青）→	③（赤）
②（赤）→	①（赤）	⑤（青）→	⑥（青）
③（赤）→	④（青）	⑥（青）→	⑤（青）

同じ色がでるパターンは６個の中の４つ，違う色がでるパターンは６個の中の２つである。

赤のみに番号をつける。

（表）		（裏）
赤１	→	赤２
赤２	→	赤１
赤３	→	青

赤が 2/3 で，青が 1/3 と図で整理している。

これらの図から，『同じ色』のでやすさは 2/3『違う色』のでやすさは 1/3 と考えることができる。

発表させる順番に注意する。

＊自分のことばで説明しようとしていたか。（表現・処理）

4 班ごとに発表		
5 感想の記入		

＊ （角丸太枠）・・・発問　（太枠）・・・生徒の状態　（破線枠）・・・支援の目的

（点線枠）・・・支援の内容（実際に生徒にかけることば）　（細枠）・・・考え方の例

2.2.2　各授業プラン

本時のねらい（第２次）
「同様に確からしい」とはどういうことか理解する

問題

あるコンビニでは，アニメのフィギュアが入ったカプセルを引くくじがある。一定金額以上お菓子を買った人が，そのくじを無料で引くことができる。どんなフィギュアが入っているか店員以外は分からない。また，カプセルの形，大きさ，重さ，手触りはどれも同じで，箱の中に入っているのでカプセルを見て引くことはできない。店員は，そのカプセルが一つ引かれると同じフィギュアの入ったカプセルを補充し，各種類の個数がいつも一定になるようにしている。

今，箱の中にカプセルが１０個入っている。このとき，中に入っているフィギュアの「種類」と種類ごとの「個数」を知りたい。どのようにして調べるとよいだろうか？

期待する数学的活動Ａ

店員さんにお願いして，フィギュアを玉に置き換えて袋の中に入れたものを準備してもらい，実際に実験をして，袋の中の玉の「種類」とそれぞれの「個数」を類推する。

期待する数学的活動Ａへの支援
一般
どのくらいの回数，実験すればよいだろうか
特殊
他のグループの類推結果はどうだろうか。

期待する数学的活動Ｂ

各班の実験結果を集計して，袋の中の玉の「種類」とそれぞれの「個数」を類推する。

期待する数学的活動Ｂへの支援
一般
より正しい結果を得るにはどうすればよいだろうか。
特殊
結果が大きく違っている実験に共通していえることはないだろうか

期待する数学的活動Ｃ

どの玉の取り出されやすさを実際に実験を通して確かめる。その結果，玉の取り出されやすさは同じではないが，ほぼ同じとみなす（「同様に確からしい」）ことで，活動Ｂの推論を裏づけることができる。

期待する数学的活動Ｃへの支援
一般
玉の取り出し方に偏りはないのだろうか

本時のねらい（第３次）

ことがらＡの起こる確率＝$\dfrac{\text{あることがらＡの起こる場合の数}}{\text{起こるすべての場合の数}}$，確率０～確率１の意味を理解する

問題

前回の実験により，箱の中には「３種類」のフィギュアがそれぞれ「６個，３個，１個」入っていることがわかった。

今，このくじを２回引く権利を得た。できれば違う種類のフィギュアを当てたいと考えている。店員は，カプセルが一つ引かれると同じフィギュアの入ったカプセルを補充し，各種類の個数がいつも一定になるようにしている。

「うまく違う種類のフィギュアを当てる」のと，「不幸にも同じ種類のフィギュアを当ててしまう」のと，どちらが起こりやすいだろうか？　それぞれの場合が起こる割合を求めてみよう。

期待する数学的活動Ａ

前時のように，玉を使って実際に実験をして，同じ種類が出るのと違う種類が出るのと，それぞれの場合が起こる割合を求める。

期待する数学的活動Ａへの支援

一般

どのくらいの回数実験をやればよいだろうか。

特殊

実験回数を増やすより，もっと早く求められる方法はないだろうか。

期待する数学的活動Ｂ

玉の取り出し方のすべての場合を書き上げ，それぞれの場合が起こる割合を求める。

期待する数学的活動Ｂへの支援

一般

順序よく整理して書き上げるにはどうしたらよいだろうか。

特殊

今まで使った方法で使えるものはないだろうか。

期待する数学的活動Ｃ

玉の取り出し方のすべての場合を工夫して書き上げ，それぞれの場合が起こる割合を求め，求めた割合がどのようなことを示すのか（確率０～１の意味）を考察する。

期待する数学的活動Ｃへの支援

一般

割合を求める良さはなんだろうか。

本時のねらい（第４次）

すべての場合をもれなく数え上げて，確率を求めることができる

問題

あるコンビニで次のようなキャンペーンを行っている。

予想が当たればポイント２倍！！

①２つのさいころを同時に投げたとき，出た目の数の和がいくつになるか予想してもらいます。

②予想が当たれば，「現在のポイント」が２倍になります。

あなたはいくつを予想しますか？

期待する数学的活動Ａ

２つのさいころの目の出かたを数え上げる

期待する数学的活動Ａへの支援

一般

数え上げ残しや重複はないだろうか

特殊

２つのさいころを使って，具体的に目の組み合わせを考えてはどうだろうか

期待する数学的活動Ｂ

２つのさいころの目の出かたを，樹形図や２つのさいころの目の組み合わせ(○,□)を使って，順序よく整理して数え上げる

期待する数学的活動Ｂへの支援

一般

順序よく整理して書き上げるためには今まで使った方法は利用できないだろうか

特殊

さいころの違いを表現するにはどのような工夫ができるだろうか

期待する数学的活動Ｃ

２つのさいころの目の出かたを，表を使って数え上げる

期待する数学的活動Ｃへの支援

一般

２つのさいころの目の出かたをすべて見つける方法は他になかっただろうか

特殊

それぞれの方法の良さは何だろうか

本時のねらい（第５次）
あたりやすさは，くじを引く順番に関係なく等しいことを知り，それを他の問題解決の場面に活かせる。

問題
夏休みを前にして，サッカー部の本田くんと香川くんとザックくんは話し合いをしています。内容は「部活の最後，後片付けが終わったことを誰が顧問の先生に報告をするか」というものです。せっかくの休み，部活が終わったら早く帰りたいと思っている 3 人なので，なかなか決まりません。
そこで，ザックくんは次のような提案をしました。
「ここに 5 本のくじがある。そのうちあたりが 2 本入っている。順番に 1 本ずつひいて，あたりを引いた人は報告係をしなくてもよいことにしよう」
本田くんと香川くんも，早く話し合いを終わらせたかったので，この提案を受けました。
そこでザックくんは最後に，くじを引く順番を決めました。
「まずはじめは本田くん，2 番目は香川くん，そして最後は，ボクが言い出したんだから，ボクが 3 番目にひくよ・・・」
さて，あたりくじをもっとも引きやすいのは，誰でしょうか？

期待する数学的活動Ａ

本田くん，香川くん，ザックくんの引き方について，場合の数を樹形図や表を使って求める。

期待する数学的活動Ａへの支援
一般
重複やもれのなく，分かりやすい図や表の書き方はないだろうか
特殊
くじを引く人数が 2 人なら，どうなるだろうか

期待する数学的活動Ｂ

くじの引き方が『同様に確からしい』ことを前提条件として考え，それぞれの「あたりくじを引く」確率を求める。

くじを 1 番目に引くこと，2 番目に引くこと，3 番目に引くことには，当たりやすさの違いがないことを説明する。

期待する数学的活動Ｂへの支援
一般
くじは，見た目や手触りなどの違いがないだろうか。
3 人のあたりを引く場合を数え上げたとき，同じ値になるだろうか
特殊
さまざまな考え方で説明できるだろうか

期待する数学的活動Ｃ

くじを引く人数が 4 人，5 人，・・・， n 人に増えた場合や，あたりの本数が違う場合について，あたりを引く確率を求める。

期待する数学的活動Ｃへの支援
一般
くじを引く人数をかえるとどうなるだろうか。
特殊
あたりの本数が 3 本だったら，どうなるだろうか

本時のねらい（第６次）

余事象の考え方を用いた確率の求め方を理解する。

問題

あるコンビニで，次のようなキャンペーンを行っている。

硬貨を投げて 値引き 大チャ～ンス！！

500 円，100 円，50 円，10 円の 4 枚の硬貨を同時に投げて，表が出た硬貨の金額分だけ値引きします！（ただし，660 円以上お買い上げの方に限ります。）

風邪薬を買おうとこの店にやってきたザックくん，財布の中を見るとちょうど 740 円あった。風邪薬は，690 円。栄養ドリンクも薬と一緒に飲めば，効果抜群なのだが，栄養ドリンクは 1 本 110 円なので，お金が足りない。そこで，栄養ドリンクが飲めるかどうかは，値引きチャンスにかけることにした。さて，ザックくんが栄養ドリンクもゲットできる確率は，いくらだろうか。

期待する数学的活動Ａ

４枚のコインの表裏の出方を数え残しがないようにすべて書き上げ，すべての場合の値引き額を求めて考える。

期待する数学的活動Ａへの支援

一般

すべての場合を数え上げるにはどんな方法があっただろうか。

特殊

栄養ドリンクを買うには，あと何円必要だろうか。

期待する数学的活動Ｂ

表が０枚のとき，1 枚のとき，2 枚のとき，3 枚のとき 4 枚のときというような場合分けをして，それぞれの場合の値引き額を効率よく求める。そして，値引き額が 60 円以上になる場合の数をもとに確率を求める。

期待する数学的活動Ｂへの支援

一般

それぞれの場合を確実に数え残しがないように数える工夫をしよう。

特殊

すべての表裏の出方を計算で求めることはできないだろうか。

期待する数学的活動Ｃ

4 枚のコインの表裏の出方が全部でいくつになるかを計算で求め，

（栄養ドリンクを買うことができる場合の数）

＝１６－（栄養ドリンクを買うことができない場合の数）

つまり，

（値引き額が 60 円以上の場合の数）

＝１６－（値引き額が 50 円以下の場合の数）

となることから，確率も求めることができることを発見する。

このことから，

Ａの起こる確率＝１－Ａの起こらない確率

という考えも成り立つことを学ぶ。

期待する数学的活動Ｃへの支援

一般

栄養ドリンクを買うことができる場合とは，どんな場合だろうか。

特殊

栄養ドリンクを買うことができる場合の数を求めるのに，計算で求めたすべての場合の数 16 を利用できないだろうか。

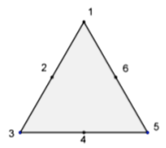
2.2.3　単元の評価授業〔3 点連結問題〕

2.2.3.1　指導案

本時目標：・問題場面を整理し，手際よく場合の数を数え上げることができる。

	学習活動 主な発問と期待される生徒の活動	指導上の留意点と支援	評価
課題把握 3	1，学習課題を把握する		

一辺の長さが２の正三角形の頂点と各辺の中点に１から６までの番号をつける。
１個のさいころを３回投げて出た目の数を互いに結んで図形をつくるとき，三角形ができる場合と三角形が出来ない場合では，どちらの方が起こりやすいだろうか。



サイコロを投げて, 出来る図形を確認し, どちらが起こりやすいか予想する。

2，自力解決をする。

自力解決 25

期待される活動Ａ　樹形図や表を使ってすべての場合を書き上げる

Ａ１：全ての場合を書き上げる

1−1−1
2
3
4
5
6
2−1
2
3
4

樹形図で書き上げる。

$$確率=\frac{102}{216}=\frac{17}{36}$$

すべての場合を書き上げていく。

Ａ１：表
全ての場合の数＝216

一点目が $\boxed{1}$（頂点）

	1	2	3	4	5	6
1	×	×	×	×	×	×
2	×	×	×	○	○	○
3	×	×	×	○	○	○
4	×	○	○	×	○	○
5	×	○	○	○	×	×
6	×	○	○	○	×	×

一点目が $\boxed{2}$（中点）

	1	2	3	4	5	6
1	×	×	×	○	○	○
2	×	×	×	×	×	×
3	×	×	×	○	○	○
4	○	×	○	×	○	○
5	○	×	○	○	×	○
6	○	×	○	○	○	×

一点目が $\boxed{3}$,$\boxed{4}$,$\boxed{5}$,$\boxed{6}$…という風にすべての場合を書き上げる。

Ａ２：できる場合のみ書き上げていく
三角形になる 102 通り

1	2	4	1	5	2	2	1	4	2	5	1
		5			3			5			3
		6			4			6			4
	3	4		6	1		3	4			6
		5			2			5		6	1
		6			3			6			2
	4	2					4	1			3
		3						3			
		5						5			
		6						6			

頂点を使う場合
16 通り
16×3=48 通り

中点を使う場合
18 通り
18×3=54 通り

$$確率\ =\frac{48+54}{216}=\frac{102}{216}=\frac{17}{36}$$

Ａ２'：できない場合のみ書き上げていく
三角形にならない 114 通り

1	1	1	1	2	1	2	2	1	2	1	2
		2		3	1			2		3	2
		3		4	1			3		4	2
		4		5	1			4		5	2
		5		6	1			5		6	2
		6		2	2			6	2	1	2
	2	3		3	4		1	3		3	3
	3	2		4	4		3	1		4	4
	5	6		5	5					5	5
	6	5		6	6					6	6

頂点を使う場合
20 通り
20×3=60 通り

中点を使う場合
18 通り
18×3=54 通り

$$確率\ =\frac{60+54}{216}=\frac{114}{216}=\frac{19}{36}$$

自力解決25

支援$\boxed{\text{一般}}$
→どの頂点も同じ？
支援$\boxed{\text{特殊}}$
→B１・どの頂点も同じ？
→B2 ・どんな形の三角形ができる？
（三角形ができないのはどんな時？）
・できる三角形の形に違いはない？

期待される活動Ｂ 分類して，数え上げを工夫する。

Ｂ１：$\boxed{\text{図の対称性に注目して数え上げる。}}$

○頂点を通る場合

$\boxed{1}$…三角形ができるのは１６通り
…三角形ができないのは２０通り

	1	2	3	4	5	6
1	×	×	×	×	×	×
2	×	×	×	○	○	○
3	×	×	×	○	○	○
4	×	○	○	×	○	○
5	×	○	○	○	×	×
6	×	○	○	○	×	×

○辺の中点を通る場合

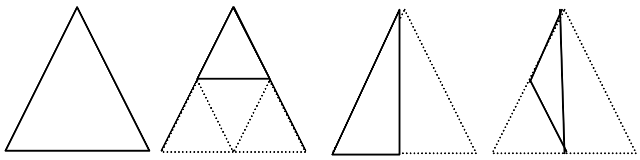
$\boxed{2}$…三角形ができるのは１８通り
…三角形ができないのは１８通り

	1	2	3	4	5	6
1	×	×	×	○	○	○
2	×	×	×	×	×	×
3	×	×	×	○	○	○
4	○	×	○	×	○	○
5	○	×	○	○	×	○
6	○	×	○	○	○	×

三角形ができる場合
16×3＝48 通り　18×3＝54 通り
48+54=102 通り　確率＝ $\dfrac{102}{216}=\dfrac{17}{36}$

三角形ができない場合
20×3＝60 通り　18×3＝54 通り
60+54=114　確率＝ $\dfrac{114}{216}=\dfrac{19}{36}$

Ｂ２：$\boxed{\text{できる三角形の形に注目して分類する}}$



(1,3,5)	(1,2,6)	(1,3,4)	(1,2,4)
(1,5,3)	(2,3,4)	(1,4,5)	(1,6,4)
(3,1,5)	(2,4,6)	(3,5,6)	(3,2,6)
(3,5,1)	(4,5,6)	(3,6,1)	(3,4,6)
(5,1,3)	× 6	(5,1,2)	(5,2,4)
(5,3,1)		(1,2,5)	(5,2,6)
		× 6	× 6

*３点異なる数の組み合わせは６通りあるので
全部書かなくとも６倍すれば求められる

確率＝ $\dfrac{102}{216}=\dfrac{17}{36}$

Ｂ2’：$\boxed{\text{三角形ができない場合に注目して分類する}}$

○直線になる場合
(1,2,3)，(3,4,5)，(5,6,1)
それぞれ６通りずつなので
３ × ６＝18

○重なる場合
・２点重なるのは
(1,1,2)，(1,1,3)，(1,1,4)，(1,1,5)，
(1,1,6)　それぞれ３通りずつで，さらに
重なる数が６通りあるので，
5×3× 6＝90

・３点重なるのは
(1,1,1)，(2,2,2)，(3,3,3)，(4,4,4)，
(5,5,5)，(6,6,6)　の６通り
あわせると(18＋90＋6)= 114 通り

確率＝ $\dfrac{114}{216}=\dfrac{19}{36}$

支援$\boxed{\text{一般・特殊}}$
→手際よくやってみよう。

自力解決25			分類して書き上げることができる。

期待される活動C　余事象の考え方を使って確率を求める

C：点が重なる場合を除いて考え，直線になる場合をひく

（全て異なる点 120）―（一直線になる場合）＝（三角形ができる場合）

・全て異なる点(6×5×4＝120)

(1,2,3)
(1,2,4)，(1,3,4)　(2,3,4)
(1,2,5)，(1,3,5)，(1,4,5)　(2,3,5)，(2,4,5)　(3,4,5)
(1,2,6)，(1,3,6)，(1,4,6)，(1,5,6)　(2,3,6)，(2,4,6)，(2,5,6)　(3,4,6)，(3,5,6)　(4,5,6)

20 通り×組み合わせ 6＝120 通り

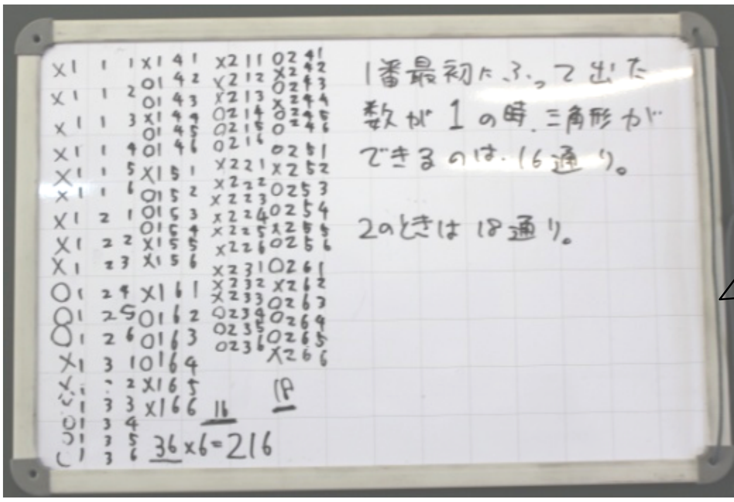
・一直線になる場合は 18 通り　　よって，120－18 ＝　102　　確率＝$\frac{102}{216}=\frac{17}{36}$

練り上げ20

教：全部書き上げた人はいますか？
三角形ができる場合とできない場合は何通りでしたか？
生：できる場合が１０２通りで，できない場合が１１４通りでした。
教：書き上げてみてどう思いましたか？
生：大変でした。
教：何が大変でしたか？
生：たくさん書かないといけなくて大変でした。書きもらしそうでした。
教：全部書き上げずに確率を求めた人はいますか？どうやって求めたのか紹介してください。
生：(B1)　１点目が頂点になるときと，中点になるときに分けて数えあげました。
１点目が頂点になる1，3，5は同じ図形になるので，1の場合の数を３倍しました。
１点目が中点になる2，4，6も同じなので，2の場合の数を３倍して求めました。
教：三角形ができる確率を考えた人は他にありませんか？
生：(B2)　できる三角形の形が４通りあったので，それぞれの場合の数を数えて求めました。
３つの数の並べ方は６通りだと分かったので，６倍してすべての場合を計算で求めました。
教：三角形ができない形に注目した人はいませんか？
生：(B2’)　三角形ができない場合は，三点が重なるとき，二点が重なるとき，三点が直線になるときなので，場合分けをして考えました。
教：場合分けをして考えるとどんなよさがありますか？
生：数えもれがなかったり，手際よく確率を求めたりすることができます。
教：その他に方法はありませんか？
生：(C)　三角形ができるためには３点必要なので，３つの数が異なる場合の数から，３点が直線になる場合の数を引いて，三角形ができる場合の数を求めました。
教：すべて書き上げると，確率は求めることができるので，丁寧に見やすく書き上げることが大切です。
しかし，すべての場合の数が多い場合は，数えもれがあったり，時間がかかりすぎたりします。だから，問題場面を整理して共通する部分を計算で求めたり，直線になると三角形ができないように，特徴を生かした考え方をしたりすることで効率よく確率を求めることができます。

2.2.3.2 授業後の考察

課題提示後，生徒はまず，自由な書き方で，すべての場合を書こうと試みた。しかし，しばらくすると，全ての場合の数が 216 通りであることに気付く生徒があらわれた。全ての場合を書き上げるのではなく，6×6×6 の計算によって求めており，第４次の学習で２つのさいころを扱った時に 6×6=36 通りの計算をしたことを活用・発展させていたのである。このことを全体の場で取り上げると，その他の生徒も納得し，１つ目のさいころを固定し，その時の２つ目，３つ目のさいころの目の出方 36 通りについて三角形ができるかどうかを検討する活動へと移行していった。

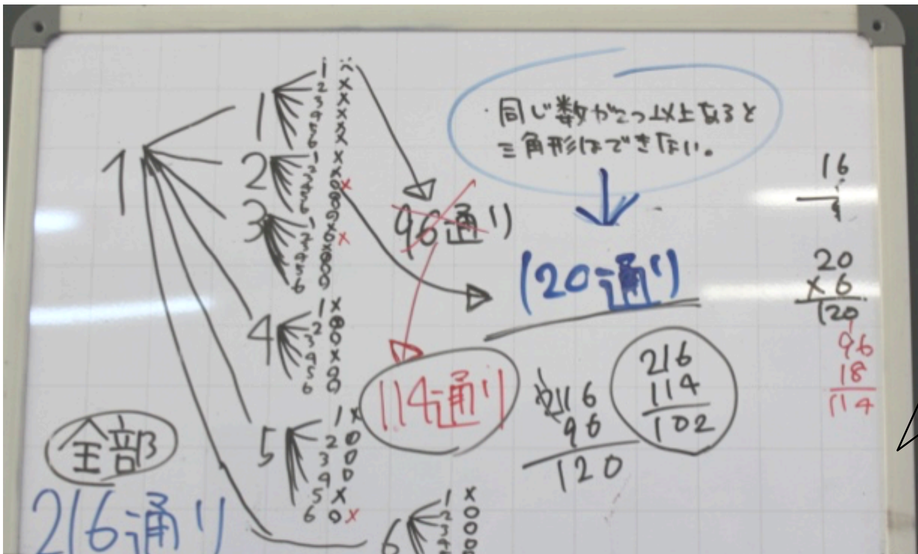


１つ目のさいころが１の場合と２の場合をすべて書き上げ，それぞれの場合の三角形ができる場合を数え上げている。

また，すべての場合の数を 36×6 で求めている。

〔図１〕

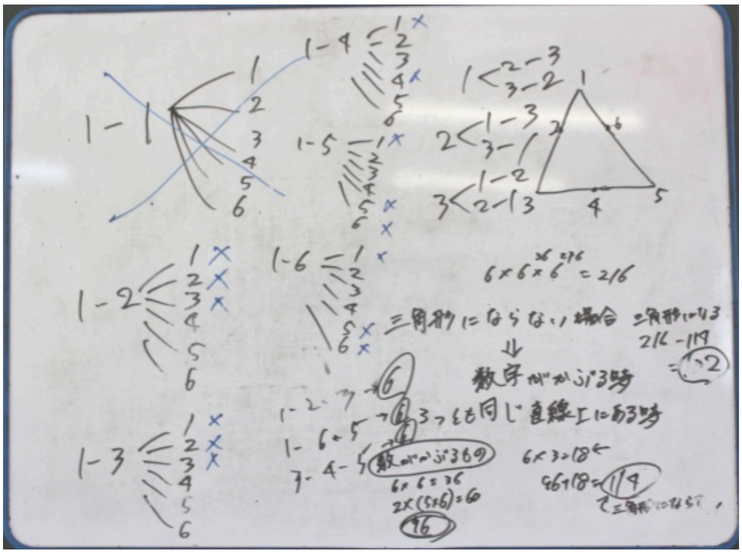
その結果，216 通り全てを書き上げた生徒はいなかったが，〔図１〕のように，書き上げることをためらわずに取り組み，全ての場合を書き上げようとしたことは，本研究のねらいに則した活動であり，成果と見てよいだろう。また，具体的な場合を書き上げることが，考えの裏付けとなり，話し合いの活性化にもつながった。隣同士で聞きあったり，図を比較しあったりするなど，意見の交流が活発に行われたことで生徒同士の中で練り上げが進み，問題解決を促進させることにもつながっている。それは（活動Ｂ）への到達をほとんどの生徒ができたことからも明らかである。



三角形ができない場合を数えあげ，６倍している。
間違いに気づいた後，試行錯誤をしている。

〔図２〕

たとえば,〔図２〕の中には 96 通りという場合の数が出てくる。96 通りとは１点目を固定して，三角形ができない場合の数を 16 通りと考え，それを単純に６倍したものである。根拠を明らかにせず，すぐに乗法を用いたことが間違いの原因であった。１つ目のさいころの目が１のとき，三角形ができない場合の数 16 通りが，１つ目のさいころの目が他の数の時にもあてはまるものと思い込み，あてはまらないかもしれないという疑念をもたなかったのは問題である。しかしこの生徒は，確率以前の単元の学習では，自分の間違いに気づいた時に，活動が停止してしまうことが多かったが，本授業では他の生徒との意見交換を通して，積極的に間違いを訂正しようと取り組む姿が見られた。〔図１〕のような生徒も相談をしながら，図の特徴である頂点・中点の違いに気付き，（活動Ｂ）への到達を果たしている。今回，三角形の分類による考え方（活動Ｂ２）は出て来なかったものの，他校や他クラスでは出てきているため，同じ問題場面で，生徒が自分の発想を生かし，手際良く考えるようになっていることが分かる。



三角形ができない場合は，数字が重なる場合と，一直線上になる場合だと気付いている。

〔図３〕

また，〔図３〕のように，難しいと思われていた余事象の考え方（活動Ｃ）を利用し，確率を求める生徒が出てくるなど，豊かな見方ができるようになっていることも大きな成果である。〔図３〕の説明を受けて，生徒たちは無理なく納得することができ，「Ｍさんの考えは確率と図形の考え方が両方入って面白い」「Ｍさんのように，図形の知識を生かすことで手際よく考えられた。幅広い見方ができるようになりたい。」との感想も見られた。このように，全員が練り上げに参加し，学習内容を理解できているということが成果の一つであり，問題解決場面において，練り上げに必要な思考に到達しているからこそである。一定の理解をした上で練り上げに入ることができ，全員参加の練り上げができたことも成果の一つと言える。

最後に，支援の言葉は期待される活動によって様々に考えられるが，この授業においては，「頂点」「三角形の種類」「手際良く」の３つの言葉に絞って支援を行った。その３つの言葉で十分に生徒は思考を活発にし，解答まで導きだしている。支援の言葉を吟味・精選したことで余裕を持って言葉かけを行うことができた。また，単元全体を通して「数えもれのないように」という一般的な支援を重ねた結果，「手際よく」という今回の支援に対しても，「数えもれのないように，手際よく書き上げる」と生徒は考えて工夫をしたのだと感じる。自力解決における教師の支援の言葉の設定は難しいが必要不可欠なものであると分かった。

〔授業風景〕

3. 研究のまとめ

3.1 研究から得られた成果

本研究の目的は，先行研究から見出された 3 つの課題への取り組みを通して，仮説「確率単元全体を通して，“確率を求める必然性のある課題設定をすること”と“その構成を工夫すること”で，生徒の確率に対する興味・関心を高めるとともに確率概念の形成が促進される」を検証することであった。

このための教材開発・授業実践を通して，以下のような知見が得られた。

１）課題①に対する研究実践について

単元全体を通して，“確率を求める必然性のある課題”を設定し，かつ，その系統性を意識した取り組みは，生徒の確率に対する興味・関心を高め，以前にまして，より積極的に課題解決に臨む姿勢として現れていた。

- 確率を求めるためには，すべての場合を数え上げることが必要であると考えられる。
- 自分なりの方法で，すべての場合を書き出そうと意欲的に取り組むことができる。
- 『練り上げ』の場面で，多様な考え方を発表しあうことができる。
- 級友との話し合い活動の中で，求めた確率が異なった場合，自分の求め方を再検討することができる。
- 問題を解決していくなかで，そこに含まれている条件を見逃さないで考えることができる。

２）課題②に対する研究実践について

『授業プラン』を作成したことで，グループ内のすべての学校で共通実践することができた。

そして，この取り組みから，各々が情報交換するなかで，授業の「ねらい」に向けた学習場面『練り上げ』に参加するための生徒の思考段階を，「期待される数学的な活動」として共通認識をし，授業実践に繋げることができた。

また，単元を通して「より一般的な支援」を行っていくことで，「すべての場合の数を，もれなく・手際よく数え上げるためにはどうすればよいのか」ということを，生徒が問題解決（自力解決）を行う際に，思考方法のあり方として獲得していくことができた。

３）課題③に対する研究実践について

評価問題に取り組む上でも，２）で取り上げたような姿を多く見られることができた。そのため，１人ひとりの生徒が『練り上げ』の場面に参加するための準備が整っており，本授業「期待される数学的な活動Ｃ」（余事象の考え方を使って確率を求める）のような，より発展的な見方・考え方で確率を求める方法を理解することができた。

3.2 今後に残された課題

① ２）で取り上げた生徒の活動の様子は，共通実践した各中学校の第８次の授業で見られた。しかし，その活動の様子，また確率概念の形成に対して，本研究のどの場面，どの指導内容が有効に作用したのか，という検証が不十分なままである。

② ①の検証に基づいた，『授業プラン』の「期待される数学的な活動」「より一般的な支援」「より特殊な支援」の再検討と単元全体の再構築及び授業プランの見直し。

③ 第２～６次の『授業プラン』には，第８次指導案にある『練り上げ』場面の扱いについては，項目立てしていない。そのため，共通した実践ができていない。

そこで，第２～６次について，今後，『練り上げ』場面を大事にした授業実践をすることで，生徒が確率概念を形成していくための一助としていきたい。その際，第８次の授業研究会で議論された，次の観点に特に留意していきたい。

＊問題解決で出てくるそれぞれの数学的なアイディアはまちがっていない。

＊そのアイディアに対して，「どういう点がよいのか」「どういう点を改善していけばいいのか」など，評価を明確にする。

＊それぞれのアイディアに対する評価をもとに，「期待される数学的な活動 A」から「期待される数学的な活動 C」へ，論理的に思考を発展させていける『練り上げ』の場面構成。

参考文献
・「世界を変えた手紙　パスカル，フェルマーと＜確率＞の誕生」（キース・デブリン著　岩波書店）
・「未来へひろがる数学２　指導書」（啓林館）
・「確率指導の改善～確率を求める必然性のある指導を目指して～」
（鳥取県八頭郡中学校教育振興会数学部会）
・「平成１９年度全国学力・学習状況調査の分析と課題のまとめ
学習指導の改善支援ハンドブック～授業改善から学校改善へ～」
（平成１９年度鳥取県検証改善委員会）
・「２０１３年度版算数・数学教育研究　問題解決授業と教材研究」
（溝口達也著　鳥取大学数学教育学研究室）

（研究同人）

平成 25 年度八頭郡中学校教育委振興会数学部会

渡邉二之，西村宏之，小林俊介，安藤直幸，梅實幸子，西川和広，木嶋七実，
山本詠一，小出智栄子，清水裕美，久本三男，坂口英樹

平成 26 年度八頭郡中学校教育振興会数学部会

渡邉二之，西村宏之，安岡裕明，梅實幸子，西川和広，山本詠一，小出智栄子，
清水裕美，久本三男，坂口英樹

鳥取大学数学教育研究　　**ISSN 1881–6134**

Site URL：http://www.rs.tottori-u.ac.jp/mathedu

投稿規定

- ❖ 本誌は，次の稿を対象とします。
  - ・鳥取大学数学教育学研究室において作成された卒業論文・修士論文，またはその抜粋・要約・抄録
  - ・算数・数学教育に係わる，理論的，実践的研究論文／報告
  - ・鳥取大学，および鳥取県内で行われた算数・数学教育に係わる各種講演の記録
  - ・その他，算数・数学教育に係わる各種の情報提供
- ❖ 投稿は，どなたでもできます。投稿された原稿は，編集委員による審査を経て，採択が決定された後，随時オンライン上に公開されます。
- ❖ 投稿は，編集委員まで，e-mailの添付書類として下さい。その際，ファイル形式は，PDFとします。
- ❖ 投稿書式は，バックナンバー（vol.9 以降）を参照して下さい。

鳥取大学数学教育学研究室

〒 680-8551　鳥取市湖山町南 4-101

TEI & FAX　0857-31-5101（溝口）

http://www.rs.tottori-u.ac.jp/mathedu/