ISSN 1881-6134

鳥取大学数学教育研究

Tottori Journal for Research in Mathematics Education

http://www.rs.tottori-u.ac.jp/mathedu

生産的思考を養うための練習問題に関する研究

岡田郁美　*Ikumi Okada*

vol.15, no.4
Feb. 2013

鳥取大学 数学教育学研究室

目次

第1章
研究の目的と方法

本章では，研究の目的と方法を述べる．

1.1 では，本研究の動機を述べる．1.2 では本研究の目的と方法を述べる．

第１章　研究の目的と方法

1.1　研究の動機

岩合氏は「算数教育講座＝1986 年－今日的課題と発展のための考察」において，思考には量的側面と質的側面があると述べている．学習における思考でも，量的側面と質的側面のどちらもが認められるが，どちらかに偏った形ではなく，場面に応じて使い分けることが必要である．

しかし，学習ボランティアの体験や教育実習では，児童が何か新しいことを学習する際には，教師がその解き方を示し，児童はその解き方をそのまま使って問題の解決にあたるという学習場面が多いのではないかということを感じた．このような学習方法では児童が本当に問題の意味を理解し，その解き方の意味を理解することができているのか，また，学習内容を本質的に習得し同様の場面またはより高度な学習の際に，自力で解決する力となっていくのか疑問に感じた．

そこで，児童が学習内容を本質的に理解し，その後に活用していくことができるようにするためには，どのような学習が児童に必要であるのか，検討する必要がある．

児童が新たな内容を学習する際には，学習場面においてその内容を知り，練習場面において練習し活用することで習得につながっていると考える．そのため，この練習場面が新たな学習内容の習得にとって重要な役割を担っていると考える．そこで本研究では，練習問題に着目し，児童にとって意味のある学習方法について検討していきたいと考えた．

1.2　研究の目的と方法

これまでの練習問題の役割としては，単元の定

着や問題を速く解くことができるようになることなどに重点が置かれている場合が多い．しかしそれだけではなく，より高度な内容につなげていくための練習など，別の意味も持っているのではないかと考えた．このことと関連して，問題を解くときに一つひとつの操作を理解しながら解く考え方として，生産的思考という思考の形態がある．この生産的思考は子どもたちの学習にとって価値のある考え方であり，子どもたちに身につけてほしい考え方であると考える．そのため，子どもたちの学習に意味のある練習問題と，この生産的思考の考え方を関連させながら，子どもたちの学習にとって価値ある学習方法を考えていくことはできないかと考えた．このことから，本研究の目的は，子どもたちがよりよい思考をすることができるとする，生産的思考を養うための練習問題について提案することとする．

算数の学習においては，問題の意味や操作の意図などの理解を伴わないまま，公式や記憶に頼って学習が進むことが少なくない．このような理解の程度では，次の学習につなげていくことが難しいのではないかと考える．そこで，それぞれの問題の意味とそれに対する手段の意味をきちんと把握し，学習内容を習得していくことのできる練習問題について検討する．

本研究においては，まず生産的思考とは何であるのか，どのような特性があるのかを検討することでで，子どもたちが問題を解くときにどのような思考をすることが望ましいのかについて考えていく（第 2 章）．次に，練習問題の中でも，子どもたちが様々な考え方をしながら問題を解くことのできる練習問題として「生産的練習」というものがある．生産的練習は生産的思考と類似する部分があるのではないかと考える．そこで，生産的練習の特徴や具体的な問題例について検討すること

で，子どもたちが，どういった問題に取り組むことで良い思考の様子を見せるのかについて考える（第 3 章）．そして，生産的思考と生産的練習の関連について，類似点，相違点を分析することで，子どもたちが生産的思考を養うためにはどのような練習問題を考えていく必要であるのかについて検討する（第 4 章）．これを用いて実際に練習問題を考えながら，子どもたちにとって効果的な練習問題を検討していく（第 5 章）．このようにして，子どもたちにとって価値のある思考の様子，そしてそのために必要な練習問題について分析していく．

＜本論文の章構成＞

第1章　研究の目的と方法
研究の目的と方法を述べる.

第2章　生産的思考に関する先行研究の検討
生産的思考の特性を考察する.

第3章　生産的練習についての考察
生産的練習の特性と具体的な問題を分析する.

第4章　生産的思考と生産的練習の関連
生産的思考と生産的練習の関連について考察し，求められる練習問題について考察する.

第5章　生産的思考を養うための練習問題の検討
子どもたちにとって価値ある練習問題を提案し，それについて検討する.

第6章　研究の結論と残された課題
本研究の結論と今後の課題を述べる.

第２章
生産的思考に関する先行研究の検討
～平行四辺形の面積の学習を例に～

本章では,「生産的思考」(M.ウェルトハイマァ)をもとに生産的思考の特性について考察する．子どもたちの学習にとって，どのような方法で学習をすることが意味のある学習につながるのか，どのように考えることが必要であるのかについて検討していく.

第２章　生産的思考に関する先行研究の考察
～平行四辺形の面積の学習を例に～

2.1　期待する問題解決の様子

M.ウェルトハイマァは「生産的思考」において，平行四辺形の面積を求める学習をもとに，次のように述べている．

「教師は平行四辺形の左上隅から１本の垂線をおろし，右上隅からもう１本の垂線をおろし，底辺を右に延長し，新しい交点を e 及び f と名づける．

この図形の助けをかりて，先生は次に，或る線分と角とがそれぞれ相等しいこと，及び二つの三角形の合同を確かめ，平行四辺形の面積は底辺と高さの積に等しいという定理の普通の証明に進む．それぞれの場合について先生は前に学んだ定理や公準や公理をあげ，それに基づいて相等や合同を証明してゆく．最後に先生は，平行四辺形の面積は底辺掛ける高さに等しいことが証明されたと結論する．

“私が皆さんに示した事柄は教科書の 64 頁に書いてあります．家へ帰って復習しておいてください．よく呑込めるまで何度も注意して読んでおいてください．”

先生はそこで澤山の問題を出す．

(… 中略)

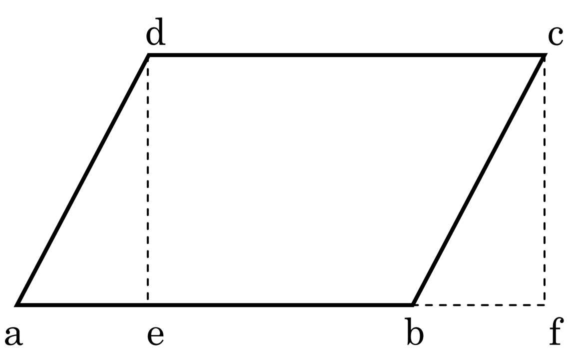


図 2-1

“これはよくできるクラスだ．授業の目的は達成されている”と大ていの人はいうだろう．だが，このクラスを観察しながら，私はなにかしら腑に落ちない感じがして，もじもじしている．“彼らはいったい何を学んだのだろう”と私は自問する．“いったい彼らは考えるということをしたのだろうか．勘どころを把握したのだろうか．おそらく彼らがやったことはすべて，盲目的反復をほとんど出ないのではなかろうか．たしかに，先生が与えた課題を彼らはてきぱきと解いた．その限り彼らはてきぱきと解いた．その限り彼らは，いくらかの抽象を含むような或る一般的性格をもつところのなにかを学習したのである．先生がいったことを鸚鵡返しにくりかえすことができたばかりか，やさしい移入もやれた．しかし一いったい彼らは勘どころを把えていたのであろうか．どうしたら私はそのことを明らかにすることができるだろうか．私にどんなことがやれるだろうか．”」（p.19-20，筆者により一部改編）

このようにウェルトハイマァは児童の理解の程度について言及している．このような学習の場合，子どもたちは同じような平行四辺形の面積を求める問題を解く際には，このときと同じように，左上隅から１本の垂線をひき，右上隅からもう１本ひき，底辺の線を右に延長して考える．この場合，子どもたちは先生の言ったことを繰り返しているだけであって，手段ひとつひとつの意味について考えたり理解したりしながら学習することができていない．そのため形が変わったり発展的な問題が出てきたりすると，学んだ手段をそのまま使うことができないため，問題を解くことができなくなる．ウェルトハイマァはそのような学習として次の例を挙げている．

「ここに思想なき反応の極端な事例がある．子供は次の図形をただ与えられて，先生のいったことを盲の奴隷のように鸚鵡返しにもぐもぐと反復して，“左上隅から 1 本の垂線を”といいながらそれをひき，そうして“右上隅からもう 1 本”といって，それをひく．“底辺の線を右に延長し”といって結局こんな図形が得られる．」(p.23)（図 2-2）

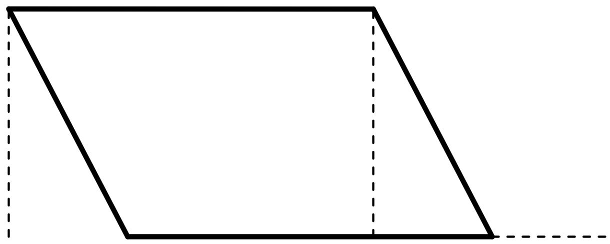


図 2-2

また，ウェルトハイマァは，公式の学習の仕方についても述べている．公式をただそのまま暗記して使っているだけだと，忘れたときにすぐに自力で思い出すことができない．しかし，ウェルトハイマァは「生徒が本当に問題に取り組んでいたならば，忘れていた公式でも自由に再構成できたであろう．」（p.40）としている．そのとき生徒は，公式を，公式の意味から理解することができているからである．

公式を公式の意味から理解するということは，公式がそうなる理由を理解することと言い換えることができる．このことについてウェルトハイマァは次のような例を挙げている．

「1 人の少年にむかって小さい正方形の単位に分割された矩形が示される．その全体の量，即ち面積は a・b に等しいことが話される．こんどは，様々な矩形がたくさん彼に与えられると，彼はそれらの辺を掛けあわせて面積を正確に計算

する．“これでたしかに正しいと思いますか”と私は彼にたずねる．それで彼は，“たしかに．あなたが僕に教えて下さったのですから．だが，もしお望みでしたら，僕はそれを教えてあげてもいいのです．”と答えて，5 個の正方形の組を底辺から次のように数えはじめる．

終りに達したときに，彼は私の方をむいて“どうです，正しかったでしょう”といった．

3	4	5	1	2	3	4	5
5	1	2	3	4	5	1	2
2	3	4	5	1	2	3	4
4	5	1	2	3	4	5	1
1	2	3	4	5	1	2	3

図 2-3

ここになにか本質的なことが欠けていることがわかる．この少年は，面積が 1 列の長さとそれに平行の列の反復数をかけあわせて組み立てられていることを把握していなかったのである．彼は，どの列も同数の正方形をもっているという基本的な構造的特質を用いていなかったのである．それで，彼は面積を有意味な仕方で構造的に理解するための基盤をうることができなかったのである．

このことをちがったふうにいうと，もしこの少年が行ったような数え方で面積が見出されるものであれば，図形は矩形である必要はすこしもない．連続的な小正方形でできている他のいかなる図形でも同じようにできるはずである．彼の手段は，掛算と内的関係にある図形の構造に対して盲目的である．

（…中略）

正方形の場合にも問題がほんとうに理解され

ていたら，面積は底列の小さい正方形の数掛ける列の数として見られるから，矩形への移行にはさほど困難はないはずである．正方形の 2 辺が等しいという事実は，構造的には末梢的であり，問題点とは合理的な連結をもっていないから，別に妨げとはならない．」(p.45-46)

このように，正方形の面積の求め方を a×a と教わるときに，そのようになる理由を理解していることが重要なのである．即ち，a×a となる理由として，<u>一列に含まれる小さい正方形の数×列の数</u>であるということが理解できているかということである．（図 2-4）　このことが理解できていれば，正方形が長方形になっても同じように考えて答えを求めることができる．公式の意味を理解しないまま a×a という公式だけに頼って計算しているときには，掛け算と図形の構造との間にある内的関係性については無視しているので，新しい状況には対応することができないのである．

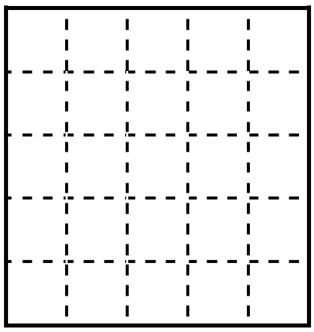


図 2-4

このように，全体図形と全体状況を考慮して，諸段階がえらばれ，それらを考慮したうえで諸操作がなされることが重要である．そのときの操作は，公式をそのまま用いたり試しに計算してみたりするのとは大きく異なり，図形や状況の部分機能によって生じている．問題と手段との間の内的関係性に気付くことができたうえで問題を解くと

きには，そのときの過程はいくつかの段階や操作の寄せ集めではなく，問題の状況内にあるギャップのなかから，また構造上の難点と，それを改め，悪いところを正し，よき内的関係に到達しようとの願望から成長してきた思考の一系列ほかならない．それは構造的難点の性質から具体的諸段階へと動く過程である．

問題の状況を把握できたうえで問題を解くときには，面積の求め方や公式を知らなくても，有意味な方法で解答を得ることができる．ウェルトハイマァはそのときの例を次のように挙げている．

「まずはじめに，5歳半の子供において起ったことを報告しよう．平行四辺形について私は彼女に少しの助けをも与えなかった．矩形の面積の求め方を簡略に示された後に，平行四辺形の問題を与えられて，彼女は“それをどうしてやったらいいのかどうしてもわかりません”といった．それからちょっとだまってから，左端の部分を指さしながら“ここんところがうまくいかない”，右端の部分を指さして“ここもうまくいかないわ”といった．“ここんとこが面倒なの．”彼女はためらいながらいった．“ここのところを真直ぐにできれば……でも……”突然彼女は大声でいった．“鋏をつかってもいいかしら．そっちのいけないところが，ちょうどこちらに　　　いるのよ．ほらぴったり合うわ．”彼女は鋏をとって，垂直に切り，左端を右端においた．（図 2-5）

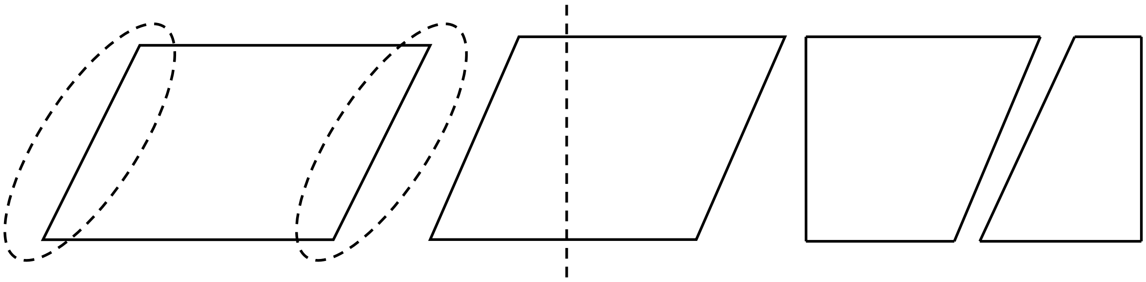


図 2-5

もう 1 人の子供は同じような仕方で三角形を切りとった．（図 2-6）

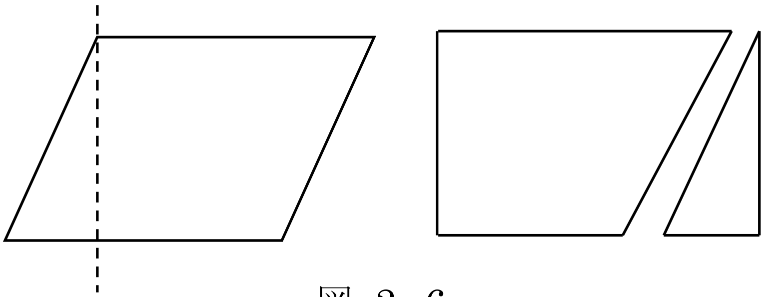


図 2-6

紙を切り抜いた細長い平行四辺形（前の諸例にも，細長い平行四辺形の方がよいように思われた）を与えられた子供ははじめに“真中の部分はみないいんだけど，端のところが―”といった．彼女は明らかにその端のところに関心をもって，その形を見続けていたが，突然その紙の図形をとって，微笑みながら両端を一緒にして環をつくった．これがどんな意味をもっているかときかれて，彼女は小さい指で両端を合わせながら，“ええ，これを切ればいいのよ，こんなふうに”と答え，そして真中の任意のところに垂線を示して，“これでいいんだわ．”」(p.63-65)（図 2-7）

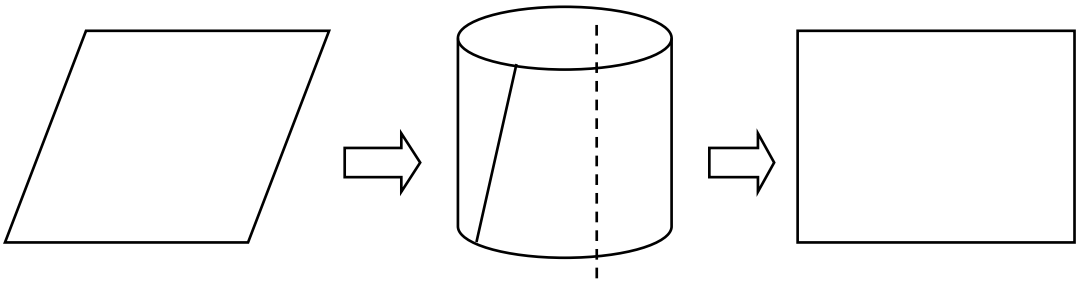


図 2-7

公式を使って求める場合には，ただ公式をあてはめたり，なんとなく掛け算を用いたりして考えられていることが多いが，このような求め方がされている場合は，図形全体とその状況が考慮され，諸段階が選ばれ，それらを考慮しつつ諸操作がなされている．その点において大きく異なっている．

2.2 図形の役割

2.1 で考えたように問題を考える場合，図形の役割についてウェルトハイマァは次のように述べている．

「図が示すものは過程におけるヴェクトルの線である．力学的にはかかる思考過程における本質は簡単にいえば次のようであろう．課題に直面すると，ヴェクトルは構造的特徴，ギャップ，状況の非完結性と結合し，またこれらに規定されて起る．そのヴェクトルは思考を乱す領域の具体化及びそれを変化させる操作へと向う．ヴェクトルの位置及び方向において偶然的なものは存在しない．ここで用いられるものは，現在の状況からにしろ，再生からにしろ，それぞれの機能を通じて，構造的に要求されるままに，過程中に入ってきて，ギャップと不明瞭さとを伴った出発状況を明瞭な完全な終末状況へと変化させる．つまり悪しきゲシタルトがよきゲシタルトへとよき転移

を行うのである.」(p.69)

つまり，平行四辺形の面積を求める場合でいえば，3本の補助線は単なる“左上から垂直に下ろされた線，右上隅からの線，底辺から右に延長される線”として描かれ，描かれた後に何か価値や意味を得るのではなく，図形の機能的要求から，部分としての役割をもって生まれ出てくるのである.そして問題を解く過程の進行中に図形の諸部分はその機能的意味を変えるのである.

このときの補助線の意味は次のようになる.(図2-8)

①左上隅から垂直に下ろされた線
- 長方形の左の端
- 1本の垂線であるだけではなく三角形の部分
- 右側にうつされ長方形の右側の端となる.

②右上隅からの線
長方形の端.

③底辺から右に延長される線
単に線の延長ではなく,三角形の部分であり長方形の底辺となる.

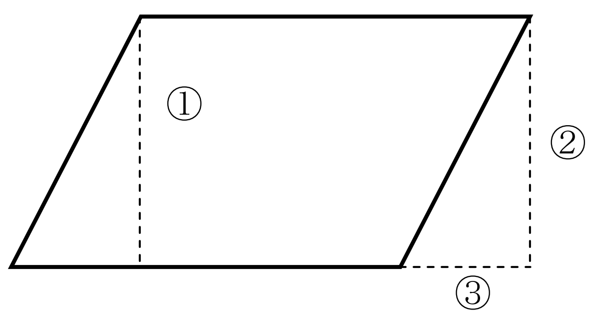


図 2-8

左側の三角形を移動させると,2本の邪魔だった斜辺は同一物に変化し，2本ではなく 1本になる.そしてこの 2 本はもはや構造的には重要なものではなくなる．このような場合には，邪魔物の消失

とともに，構造的変化，よりよき構造へと変化している．不完全，不適当な構造から，完全な，一貫する構造へとなるように補助線が使われているのである．

2.3 筆者の考察

問題を解くときには，公式を用いる，用いないにかかわらず，問題を解くときの手段を理解して解くことが重要であることを捉えることができた．もちろん，公式を用いて正しい答えを得ることは大切なことである．しかし機械的に公式を用いて問題を解くのでは，子どもたちが十分に思考を巡らせ，考えられているとはいえない．問題を解くときに，どのように考えることが子どもたちにとって大切なことであり，意味ある活動となるのか考えることができた．

また，子どもたちが意味ある活動をしたときの図形の役割について考え，そのときの図形には思考の軌跡が残るように感じた．このように，子どもたちが様々に考え，様々な思考の軌跡が残るような問題が必要であるということが分かった．ここで考察した子どもたちに意味ある活動についても踏まえながら，具体的にどのような問題が必要であるか第 4 章で考えていく．

第２章の要約

本研究は，算数学習の問題解決の場面にあたり，子どもたちが真に理解しながら問題を解き，より高度な学習の際にも対応していけるような練習問題の必要性を感じ，子どもたちに価値ある思考の様子について検討することで，子どもたちにとって有意味な練習問題を提案することを目的としている．子どもたちにとって価値ある思考の様子を考える際には，「生産的思考」について考察し，生産的思考にはどのような特徴があるかを考えていくことによって，子どもたちに必要となる練習問題につなげる考察をした．

先行研究を考察することで，生産的思考の特性について考察した結果，子どもたちの思考にとって重要な点として，以下の示唆を得ることができた．

○問題解決では，問題を構造的に理解し，問題と手段との間の内的関係性を理解すること．

つまり，問題に対する手段の意味を理解して問題解決にあたることが重要だということである．問題の状況を把握できたうえで問題を解くときには，面積の求め方や公式を知らなくても，問題の状況から判断し有意味な方法で解答を得ることができるのである．このように問題と手段の間の内的関係性を理解することができていれば，より高度な問題になったときでも，その場合に合わせて手段を活用することができる．そのため，問題の要求をしっかり把握したうえで問題解決にあたっていくことが必要である．

このような視点をもちながら，子どもたちが価値ある思考ができるような練習問題を具体的に考えていく．

第 3 章
生産的練習についての先行研究の検討

本章では，生産的練習についてその特徴と具体的な問題について検討していく．

3.1 で生産的練習の特徴を考え，3.2，3.3 で生産的練習の具体的な問題例について検討し，3.4 において考察する．

第３章　生産的練習についての検討

3.1　生産的練習とは

ハイソリッヒ・ロートは，生産的練習について，練習の原理として次のように述べている．

「練習の原理：常に新しい観点のもとで，常に他の教材と結びつき，常に新しい関連，他の応用のもとで，常により大きな問題のもとでの練習－ここに練習の秘密がある．」

「練習は，導入のための練習から，構造化された練習を経て，習熟のための練習に至る．生産的練習は構造化された練習に相当するもので，この練習では，対象（図形，数，式，図式など）を組織的に変形させて（操作的原理），その中から，新しい規則性を認識したり，新しい知識を獲得したりする．もちろん，生産的練習は計算技能の習熟の達成も目指して作られている．」（國本・山本，2004）

また,「わっくわくシート 2010 ～生産的練習～」の中では次のように述べられている．

「「生産的練習」とは，ドイツの小学校用算数教科書『数の本（Das Zahlenbuch)』において用いられる計算練習形式であり，特徴としては主に次の３つが挙げられる．

① パターンが組み込まれた練習形式であること．
② 内容的学習目標（知識や技能の習得や習熟）と一般的学習目標（数学化する，発見する，推論する，表現するなどの能力の育成）を統合的に達成できること．
③ 推論する活動や表現する活動を，計算過程に設定することが可能であること．」（熊本大学教育学部数学教育学研究室，2010）

これらのことから，生産的練習の問題の特性を

まとめると次のようになる．

・パターンが組み込まれた練習形式であること．

・問題の解決にあたって，知識や技能の習得だけではなく，新しい解決の方法や規則性をみつけることができること．

このように生産的練習では，練習問題に取り組むにあたって，計算を練習し計算技能を習得することだけを目標とするのではなく，問題を解く過程で，問題の中に規則性を見つけたり，新しい考え方に気付けたりすることができることが重要である．生産的練習は，“計算をする”という面だけから考えれば，子どもたちが普段やっている問題と大きな違いはないように感じられるが，ただひたすら計算を繰り返し練習するだけではなく，いろいろな解き方を考えたり試したりしながらたくさんの計算をすることができるという点で，子どもたちが普段行っている練習問題とは異なっているのではないかと考える．もちろんドリルなどを使った練習でも計算の練習をすることはできるが，その場合，そのときの計算の内容まで考えられていることは少なく，計算の量だけに重点が置かれていることが多い．一方，生産的練習では計算の練習はもちろん，練習問題の中にパターンを見つけたり，見つけたパターンを活用して問題を解いたりするようなこともできるので，子どもたちは一つの問題からより多くのことを学習することができる練習問題となっているのではないかと考える．

しかし例えば，計算のスピードを速める練習が必要な場合には，ドリル練習のような計算の量を重視した練習問題が，計算方法の上達を目的とするような場合には，生産的練習で使われるような問題がそれぞれ必要とされる．そのため，必ずしも生産的練習の練習問題だけが子どもたちの学習にとって効果的な練習問題というわけではなく，

状況によって使い分けていくことが必要である．

3.2　生産的練習の具体的な問題の検討（計算問題）

熊本大学教育学部数学教育学研究室によって考えられた，生産的練習の計算練習帳である「わっくわくシート2010 ～生産的練習～」の，具体的な練習問題を検討していく．

3.2.1　「たけのこすう」

「たけのこすう」のねらいは，「1位数同士の加法・減法，2位数と1位数の加法・減法，2位数同士の加法・減法の計算を習熟すること，また，「たけのこすう」の規則性（パターン）を見つけ，その理由を説明すること」とされている．

1．○の中にかずをいれて，
たけのこすうをつくりましょう．

②②④⑥

②③⑤⑧

②④⑥⑩

②⑤⑦⑫

②⑥⑧⑭

気付いたことはありますか？

・左から1番目の行が全部2.

・左から2番目と3番目の行が1ずつ増えている.

・左から4番目の行が2ずつ増えている.

2． ○の中にかずをいれて，
たけのこすうをつくりましょう．

⑤⑤⑩⑮

⑩⑤⑮⑳

⑮⑤⑳㉕

⑳⑤㉕㉚

㉕⑤㉚㉟

気付いたことはありますか？

・左から2番目の行が全部5.

・左から1番目，3番目，4番目の行が5ずつ増えている．

3． ○の中にかずをいれて，
たけのこすうをつくりましょう．

④④⑧⑫

⑥⑥⑫⑱

⑧⑧⑯㉔

⑩⑩⑳㉚

⑫⑫㉔㊱

気付いたことはありますか？

・左から1番目と2番目の行が同じ数で，2ずつ増えている．

・左から3番目の行は4ずつ増えている．

・左から4番目の行は6ずつ増えている．

・3・4番目の行を足していくと，上から20，30，40…となっている．

・3・4番目の行はどの列も1・2番目の2倍・3倍となっている．

4． ○の中にかずをいれて，
たけのこすうをつくりましょう．

①　⑨⑩⑲

②　⑧⑪⑲

③　⑧⑫⑳

⑦⑥⑬⑲

⑨⑤⑭⑲

気付いたことはありますか？

・上から３段目は，パターン崩し．（訂正：5，7，12，19）
・一番左の行は２ずつ増えている．
・左から２番目の行は１ずつ減っている．
・左から３番目の行は１ずつ増えている．
・左から４番目の行は全部 19．

5． さいごが 16 になるように
たけのこすうをつくりましょう．

②⑦⑨⑯

④⑥⑩⑯

⑥⑤⑪⑯

⑧④⑫⑯

⑩③⑬⑯

まだありますか？

・他の解答例

0，8，8，16
12，2，14，16
14，1，15，16
16，0，16，16

「たけのこすう」の特徴としては，以下のような点が挙げられる.

・加法・減法の練習となる.
・無意識的にたくさん計算することができる.
・数字のいれ方によっていろいろな問題を作ることができる.
・パターンをみつけさせることができ，どうすれば美しいパターンになるかを考えることによって，数についての感覚を豊かにすることができる.
・パターンがあるため，自分の間違いにも気づきやすい.
・ただ問題を解くだけではなく，問題を解いて気付いたことなどを考えることができる.
・○の数を増やす，加法・減法を乗法にするなどして，学年に応じた問題にするすることができる.

3.2.2 「美しい包み」

「美しい包み」のねらいは，「計算問題群の中でパターンを見つけたり，交換法則を見つけたりすることによって，楽しく問題を解き，より簡単な方法で計算すること」とされている.

1　うつくしい　つつみ　つづきは　どうなるでしょう？

(1)
35＋35＝70
40＋30＝70
45＋25＝70
50＋20＝70

(2)
38＋35＝73
36＋37＝73
34＋39＝73
32＋41＝73

(3)
3＋17＝20
14＋16＝30
25＋15＝40
36＋14＝50

(4)
46＋46＝92
55＋36＝91
64＋26＝90
73＋16＝89

(5)
42＋24＝66
47＋19＝66
52＋14＝66
57＋9＝66

気づいたことは　ありますか？

2　うつくしい　つつみ？

(1)
41＋40＝81
43＋38＝81
45＋36＝81
46＋34＝81
49＋32＝81

(2)
28＋15＝43
38＋16＝54
48＋17＝65
58＋18＝76
78＋19＝97

(3)
24＋56＝80
36＋46＝82
47＋36＝83
58＋26＝84
69＋16＝85

(4)
8＋3＝11
19＋14＝33
20＋25＝45
41＋36＝77
52＋47＝99

(5)
12＋34＝46
21＋34＝55
32＋15＝47
21＋43＝64
12＋43＝55

なおしたいところは　ありますか？

$\boxed{3}$ どうすれば　じょうずに　計算することが　できますか？

（1）
$9+13+21=43$
$7+9+23=39$
$5+7+25=37$
$13+15+17=45$

（2）
$13+14+15+16=58$
$14+15+16+17=62$
$15+16+17+18=66$
$16+17+18+19=70$

（3）
$26+28+34=88$
$27+29+33=89$
$28+30+32=90$
$29+31+31=91$

（4）
$12+25+18=55$
$13+36+17=66$
$14+47+16=77$
$15+58+15=88$

気付いたことは？

「美しい包み」の特徴としては，以下のような点が挙げられる．

- 答えが同じになる計算問題．
- 答えにパターンがある計算問題．
- パターンからはずれる問題は，パターンをもたせるにはどうすればよいかを考えさせることができる．
- たまにパターンからはずれる問題をいれることで，きちんと計算をさせることができる．
- 両端から計算すると楽に計算することができることに気付く．
- $\boxed{3}$ (2)では最初の答えに 4 ずつ足していくと楽に計算できる．
- 計算が得意な子どもに対しては，パターンについて考えさせる．
- 計算が苦手な子どもに対しては，パターンが計算の補助になる．

3.2.3　「ふぁすと計算」,「－18の計算」

・計算しましょう.	
(1) 105＋200＝305	(2) 123＋200＝323
305－　2＝303	323－　2＝321
105＋198＝303	**123＋198＝321**

・計算しましょう.	
(1) 30－20＝10	(2) 55－20＝35
10＋　2＝12	35＋　2＝37
30－18＝12	**55－18＝37**

「ふぁすと計算」,「－18の計算」の特徴としては以下の点が挙げられる.

・198を足すことは,200を足してから2を引けばよいことに気付く.
・18を引くことは,20を引いてから2を足せばよいことに気付く.
・複雑な計算を簡単に計算する方法に気付くことができる.
・筆算をして計算することが,必ずしも速く解く方法ではないことに気付かせる.

3.3　生産的練習の具体的な問題の検討（図形問題）

生産的練習問題と類似した練習問題集である「美しい計算練習帳」の具体的な問題を検討していく.

「美しい計算練習帳　國本景亀」

この練習帳では,一般的なドリルとは違い,問題に数字や図形のきまりが隠されており,算数の楽しさを味わうことができるように作られている.そのため,子どもたちも夢中になって問題に取り

組め，子どもたちの創造力を伸ばす助けとなる．きまりが隠されているという点において，生産的練習と重なる部分があるのではないかと考えた．その中でも，図形の問題について考えていく．

3.3.1　かたちをつくろう（パターンブロック）3

美しい計算練習帳＜低学年＞$\boxed{49}$ p.49（図 3-1）

・図の形がいろいろな図形を合成してできることに気付かせる．

・黄色 1 個＝赤 2 個＝青 3 個＝緑 6 個＝（青 2 個＋緑 2 個）の関係に気づくようにする．(図 3-2)

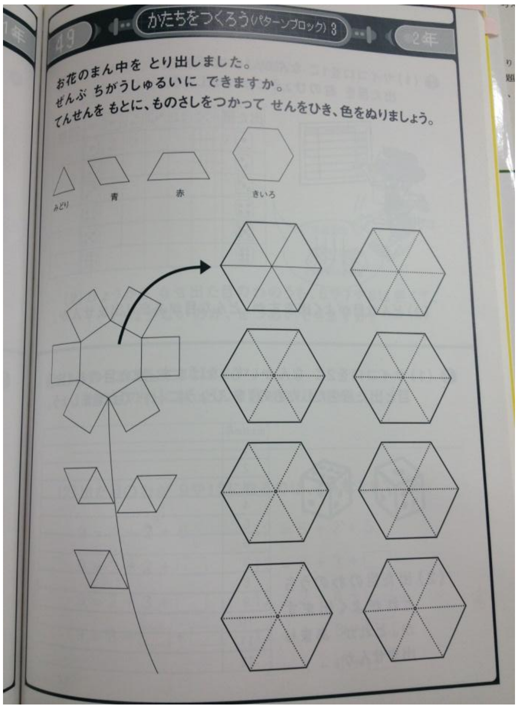
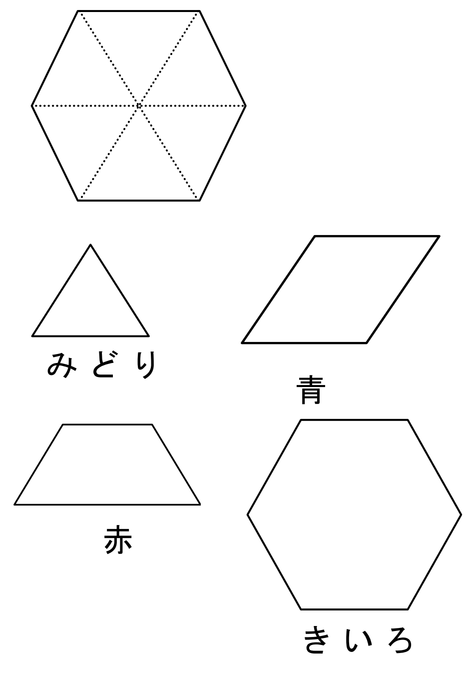


図 3-1



（図 3-2）

3.3.2　作図時計 2

美しい算数練習帳＜中学年＞$\boxed{88}$ p.88（図 3-3）

・時計のメモリを使って，正三角形，正方形，正五角形，正六角形，正八角形を描いてみる．

・この学習を通して，60 を割るわり算も練習でき

る．

3.3.3　円とボール投げ

美しい算数練習帳＜高学年＞$\boxed{51}$ p.51（図 3-4）

・1人目ごとと6人目ごと，2人目ごとと5人目ごと，3人目ごとと4人目ごとが同じ図形になることに気付かせる．

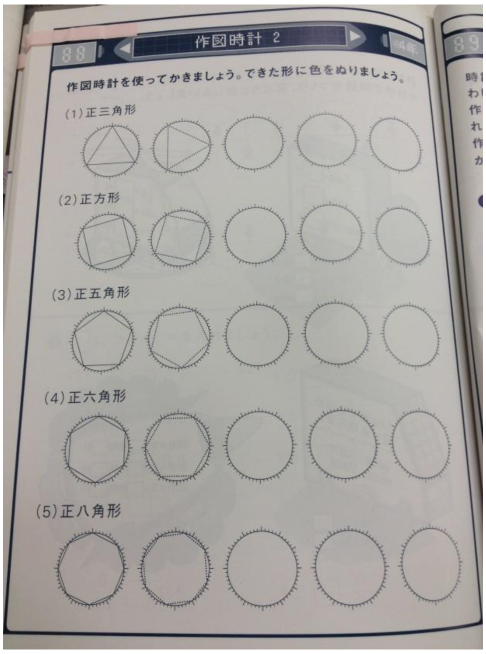


図 3-3

図 3-4

3.4　筆者の考察

生産的練習の問題では，パターンを含む問題が多く用いられている．パターンがあることによって，児童の活動は大きく広がる．パターンがあることによって，児童はただ問題を計算するだけではなく，そこに含まれるパターンを発見することや，パターンをもとに次の答えや計算方法の予測

をしたり，推論したりすること，またそれがどのようなパターンであるかを表現したりする活動が可能になる．また問題によってはそのパターンを用いて，1 つだけではなく，複数の回答を考えることもできる．

確かに，計算練習をたくさんすることによって，計算の技能を獲得したり，速く計算することができるようになったりする．しかしそれだけでは子どもたちに十分な能力がついたとはいえないのではないかと考える．しかしここで取り上げたような生産的練習の練習問題では，問題を考えながらより有意味な解き方に気付くことができるなど，計算だけではない活動が期待できるように作られている．このことから生産的練習は，児童がこれらの問題を通して，知識・技能の習得と思考力・判断力・表現力などの育成をバランスよく達成することができる計算練習方式であると考えることができる．

第 3 章の要約

第 3 章では，生産的練習について考え，生産的練習の具体的な問題について検討した．生産的練習の特徴としては以下の点が挙げられる．

・パターンが組み込まれた練習形式であること．
・問題の解決にあたって，知識や技能の習得だけではなく，新しい解決の方法や規則性をみつけることができること．

このように，生産的練習では子どもたちが問題のパターンを用いながら，問題を解くなかでいろいろなことを考えられることが重要である．生産的練習では，パターンがあることによって子どもたちの思考の幅が広がり，子どもたちにとって価値ある思考が可能となっていると考える．
実際に生産的練習の問題では，それぞれにパターンが組み込まれた問題が多く，そのパターンを考えたり，パターンを用いながら問題を解いたりするなど，ただ計算するだけではなくいろいろな考えをすることができるように考えられていた．

このような練習問題に取り組むことによって，子どもたちは問題解決のときにより深い思考を巡らすことができ，子どもたちにとって価値ある思考をすることができることが明らかとなった．

第 4 章
生産的思考と生産的練習の関連

本章では，生産的思考と生産的練習の関連について考察しどのような練習問題が必要であるのか考えていく.

ふたつの類似点と相違点をみていくことによって，子どもたちにとって価値ある学習につながる問題の提案につなげていく.

第４章　生産的思考と生産的練習の関連

4.1　類似点

生産的思考において重要な点は，主に以下の 2 点であった．（2.1）

- 問題を構造的に理解すること．
- 問題と手段との間の内的関係性を理解しながら問題を考えること．

一方，生産的練習において重要な点は以下のように挙げられる．

- パターンが組み込まれた練習形式であること．
- 問題の解決にあたって，知識や技能の習得だけではなく，新しい解決の方法や規則性をみつけることができること．

生産的思考において重要とされる，一つひとつの手段を理解して問題を解くことは，生産的練習において，パターンを見つけながら問題を解いたり，問題を解きながらより良い解き方を考えたりする点において共通する部分であるといえるのではないかと考える．生産的思考，生産的練習どちらにおいても，ただ問題を解いたり計算をしたりするだけではなく，計算をしながらいろいろなことを考えることが重要である．

これらのことから，生産的思考，生産的練習の類似点を，以下のようにまとめることができる．

- 問題に対する解き方の意味を理解しながら，問題を解くこと．
- ただ単純に計算をするなどして問題を解くだけではなく，問題を解きながらいろいろなことを考えること．

4.2　相違点

生産的練習では，その条件としてパターンが組

み込まれていることが必要となっていた．しかし，生産的思考においては必ずしもパターンが必要とされるわけではない．確かに，「ふぁすと計算」，「ー18 の計算」のように，パターンがあることによって，パターンを考えたり，パターンを活用して問題を解いたり，パターンに従って問題を解くなかでより効果的な解き方に気付くことができたりするなど，類似点で挙げた 2 点目のようにいろいろな考えをすることができるが，第 2 章で述べた，いろいろな方法で平行四辺形の面積の求め方を考えることができたことからもいえるように，パターンがなくても様々な考え方をすることは可能である．

同じように，普通，公式を学習した後に行う問題であっても，必ずしも公式を学習しておく必要はない．公式を知らなくても問題を考慮しながら解答を得ることは可能であり，このときの問題を考慮しながら考えるということが重要なことであるからだ．逆にいえば，公式を学習していない状態で考える方が，より幅広い考えをすることができる場合もあり，深い思考が可能になるのではないかと考える．

4.3 求められる練習問題

生産的思考と生産的練習の類似点においてみたように，どちらにおいても，子どもたちが問題に対する解き方の意味を理解しながら問題を解くこと，問題を解きながらいろいろなことを考えたり，気づいたりできることが大切となっていた．これらのことから，子どもたちが取り組む練習問題は，先程挙げた点を，子どもたちが問題解決のなかで実現することのできる問題である必要がある．子どもたちがそのような練習問題に取り組みながら学習することによって，子どもたちに期待する問

題解決の態度を養っていくことができるのではないかと考える．

　また，そのような問題は相違点でみてきたように，必ずしもパターンが必要とされるのではない．パターンが組み込まれていなくても，子どもたちに期待する思考の様子を実現させることのできる問題もあるからである．しかし問題によってはパターンを含む場合もあるだろう．

　重要な点は，子どもたちが，子どもたちに期待する思考を展開しそのような力を養っていくことができるように，それに効果的な問題に取り組むことである．そのため，どのような問題が子どもたちにとって効果的であり必要であるのかを考えていかなければならない．これまでみてきたように，そのような問題に含みたい重要な点は以下の点である．

- 問題に取り組むなかで解き方の意味を理解しながら問題を解くことができること．
- 問題解決のなかでいろいろなことを考えることができること．

そこで，これらの点を考慮した問題を考えていく．

第 4 章の要約

子どもたちに期待する思考として生産的思考，子どもたちの学習にとって有意味な練習問題として生産的練習があった．第 4 章では，この 2 つの類似点，相違点を考え，子どもたちが生産的思考を養うための練習問題には何が必要であるのかを考察した．

生産的思考，生産的練習のそれぞれの先行研究を検討することで，以下のような類似点，相違点があることがわかった．

○類似点

- 問題に対する解き方の意味を理解しながら，問題を解くこと．
- ただ単純に計算をするなどして問題を解くだけではなく，問題を解きながらいろいろなことを考えること．

○相違点

- 必ずしもパターンが含まれていなくてもよい．
- 必ずしも公式を学習していなくても問題を解くことができる．

重要なことは，子どもたちが問題を解きながら，さまざまな考えをしてみたり，問題に対する手段の意味を理解したりするような問題に取り組み，そのような力を養っていくことである．そのために以下の点を含むような問題を考えていく必要がある．

- 問題に取り組むなかで解き方の意味を理解しながら問題を解くことができること．
- 問題解決のなかでいろいろなことを考えることができること．

これらのことを踏まえて，実際に練習問題を考えていく．

第 5 章
生産的思考を養うための練習問題の検討

本章では，生産的思考，生産的練習の特徴を踏まえながら，子どもたちの学習にとって価値ある練習問題を検討していく．

5.1 では，実際にどのような問題が必要であるか考察し，5.2 で具体的な問題の提案，5.3 でその問題を分析し，5.4 においてその課題点を明らかにしていく．

第５章　生産的思考を養うための練習問題の検討

5.1　練習問題の作成に向けて

これまでみてきたように，子どもたちが問題解決にあたって価値ある思考をすることができる練習問題を考えていく．その練習問題は，ただ単に公式を用いて計算するような問題ではなく，ひとつの問題の解決にあたって様々に考えながら解決できる問題である必要がある．そのときには，子どもたち自身がなぜその手段を使ったのか自分で理解しながら解決にあたることが重要である．

これらのことを踏まえて，第３章でみてきた生産的練習の問題も考慮しながら，子どもたちにとって価値ある練習問題を考えていく．

5.2　練習問題の提案

5.2.1　問題設定の理由

図形の問題を提案する．その理由としては，本論文において，これまでに考察してきた内容を満たす問題を提案するにあたり，公式や計算に頼らない問題を提案したいと考えたからである．そうすることによって，子どもたちがただ計算をして問題解決にあたることなどが少なくなるなど，子どもたちの思考が広がるのではないかと考えた．また，既存の生産的練習の問題として考えられている問題は，数量関係を扱う問題の方が多く，幾何学の分野の問題が少ないこともひとつの理由である．

5.2.2　提案する問題

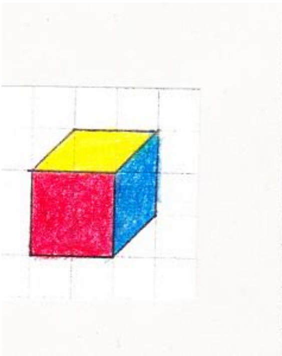
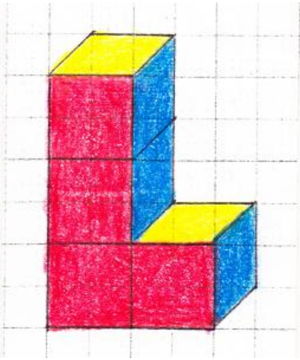
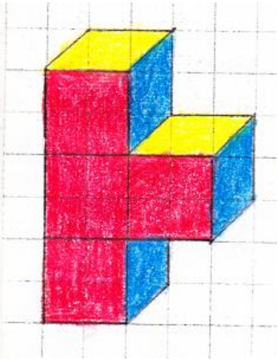
【問題】

次の①～⑩の図形は，それぞれどのようにできているだろう.

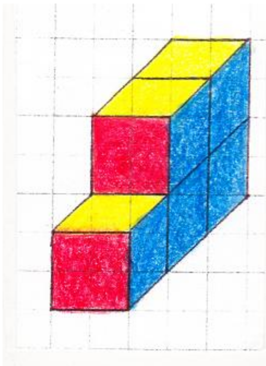
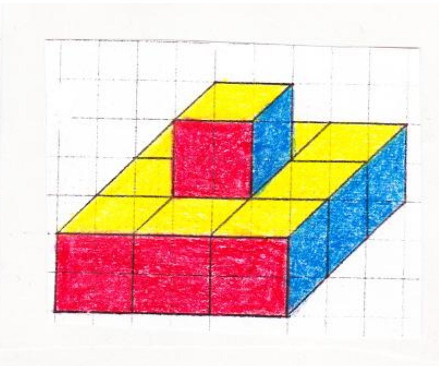
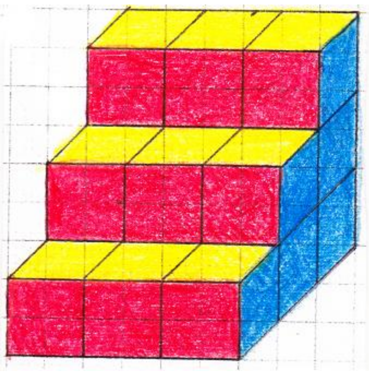
※（　）内の数は総ブロック数.

(1) L字型がいくつと，立方体がいくつ使われているだろう.

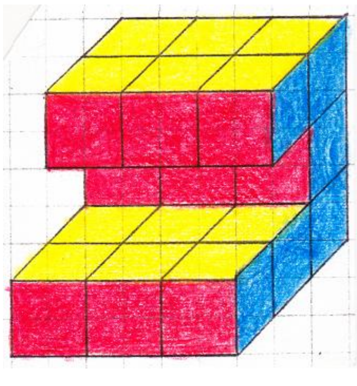
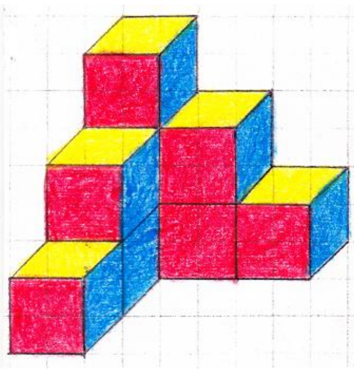
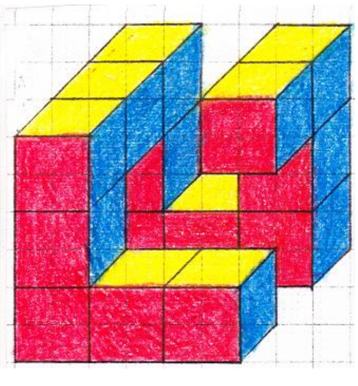
(2) ト字型がいくつと，立方体がいくつ使われているだろう.

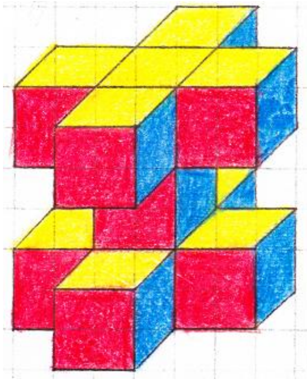
①（5）　②（10）　③（18）

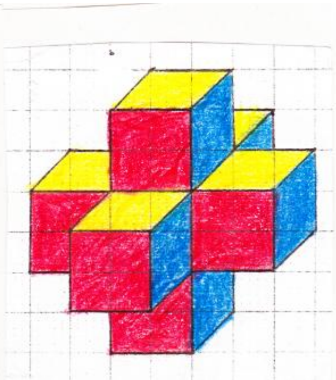
④（18）　⑤（9）　⑥（14）

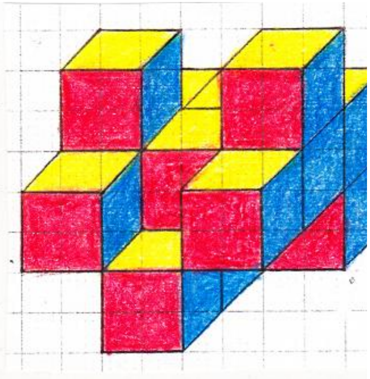
⑦（11）



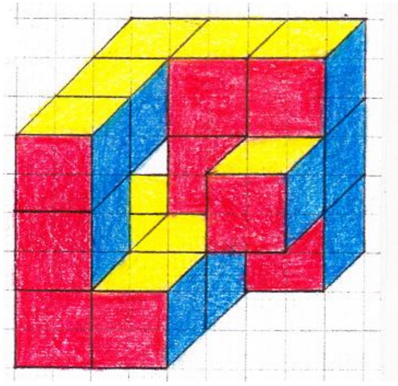
⑧（7）



⑨（15）



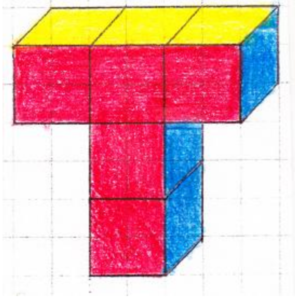
⑩（16）

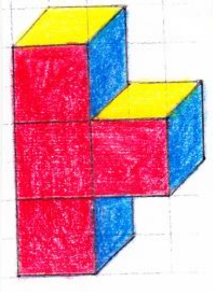


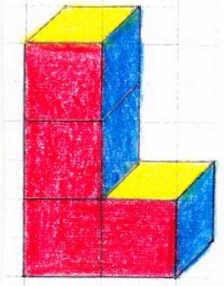
（3）次の①～⑫の図形は，T型・ト型・L型・コ型をどのように組み合わせてできているだろう．

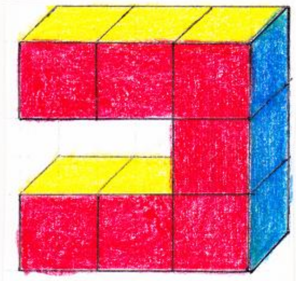
②，⑫は２通りの答えがあります．

※（　）内の数は総ブロック数．

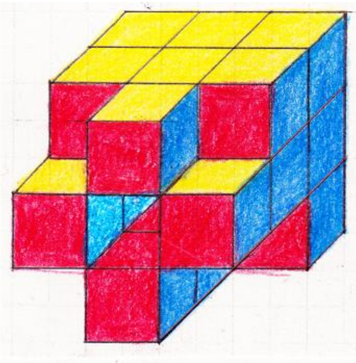




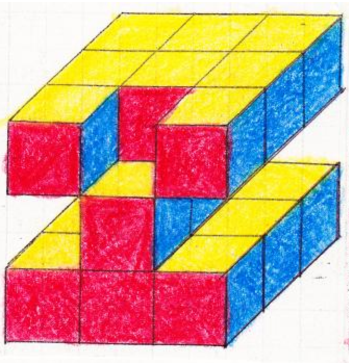




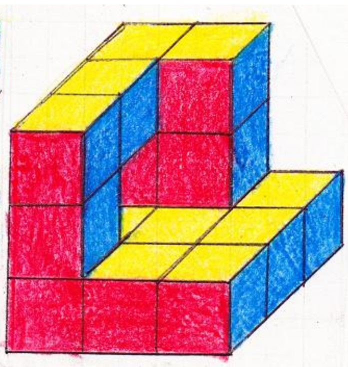
① (18)



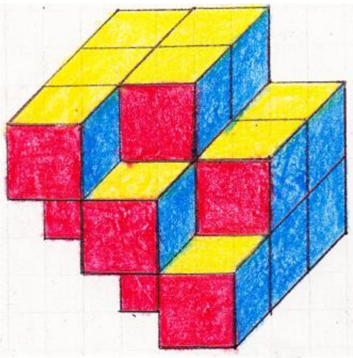
② (20)



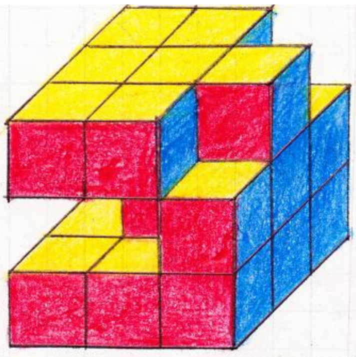
③ (16)



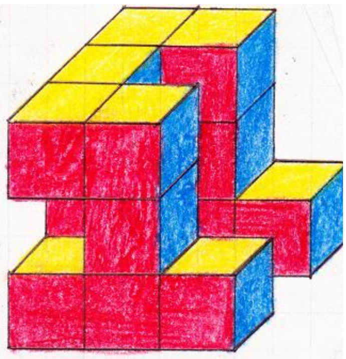
④ (16)



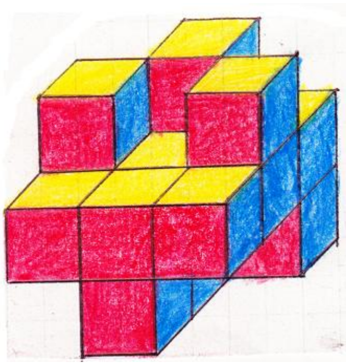
⑤ (20)



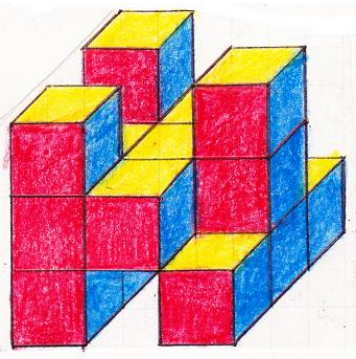
⑥ (15)



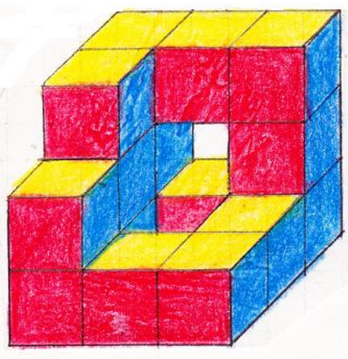
⑦ (17)



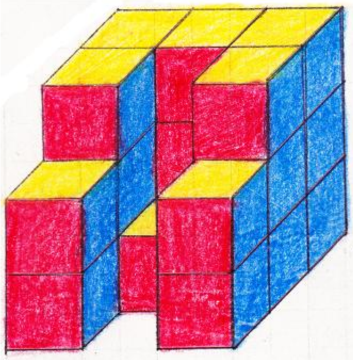
⑧ (16)



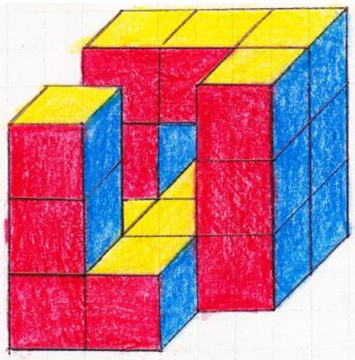
⑨ (16)



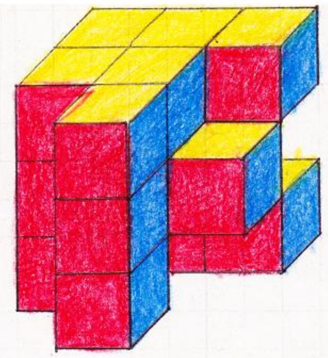
⑩ (20)



⑪ (17)



⑫ (16)



《解答》

（1）

①（L）1 個，（立）1 個　②（L）2 個，（立）2 個
③（L）3 個，（立）6 個　④（L）4 個，（立）2 個
⑤（L）1 個，（立）5 個　⑥（L）3 個，（立）2 個
⑦（L）1 個，（立）7 個　⑧（L）0 個，（立）7 個
⑨（L）3 個，（立）3 個　⑩（L）3 個，（立）4 個

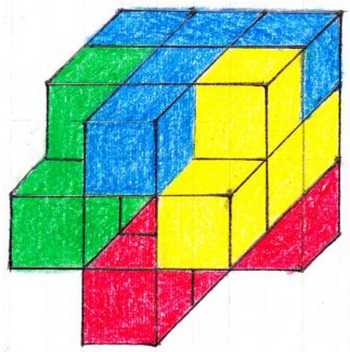
（2）

①（ト）1 個，（立）1 個　②（ト）1 個，（立） 6 個
③（ト）3 個，（立）6 個　④（ト）3 個，（立） 6 個
⑤（ト）1 個，（立）5 個　⑥（ト）0 個，（立）14 個
⑦（ト）2 個，（立）3 個　⑧（ト）1 個，（立） 3 個
⑨（ト）3 個，（立）3 個　⑩（ト）2 個，（立） 8 個

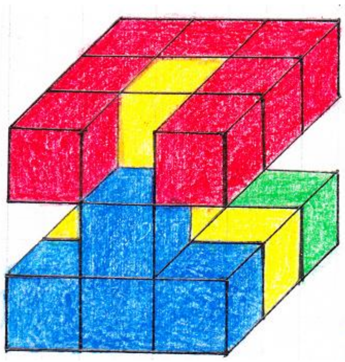
（3）

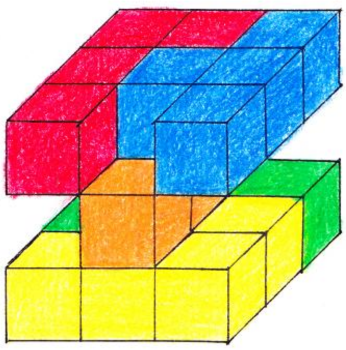
① T 2 個， ト 2 個
② コ 1 個， T 1 個， ト 2 個 ／ L 2 個， ト 2 個
③ L 4 個
④ ト 4 個
⑤ コ 1 個， T 1 個， L 1 個， ト 1 個
⑥ T 3 個
⑦ T 1 個， L 1 個， ト 2 個
⑧ コ 1 個， ト 1 個， T 1 個
⑨ ト 1 個， L 3 個
⑩ L 1 個， ト 4 個
⑪ T 1 個， ト 1 個， L 2 個
⑫ コ 1 個， T 1 個， L 1 個 ／ L 4 個

①

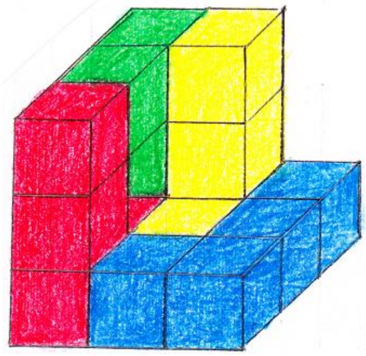


②

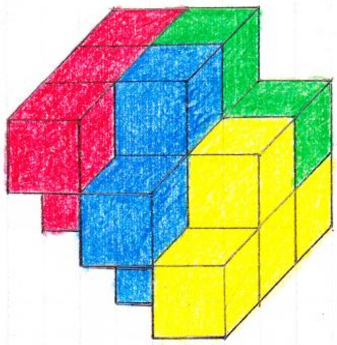




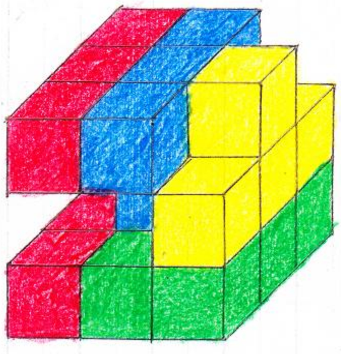
③



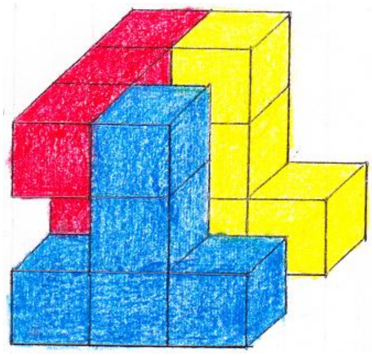
④



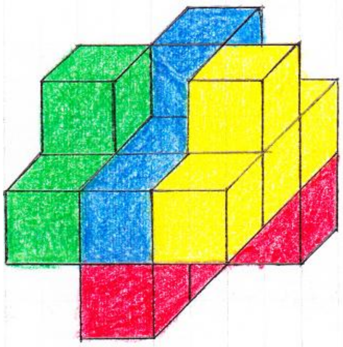
⑤



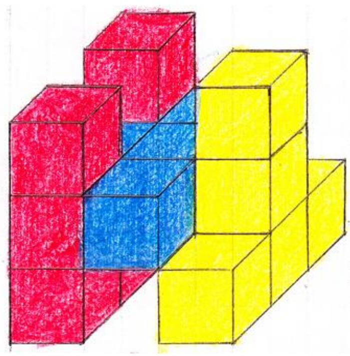
⑥



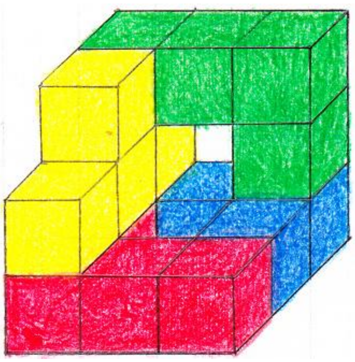
⑦



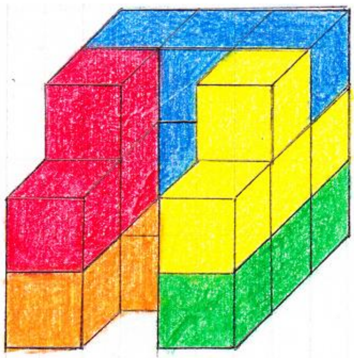
⑧



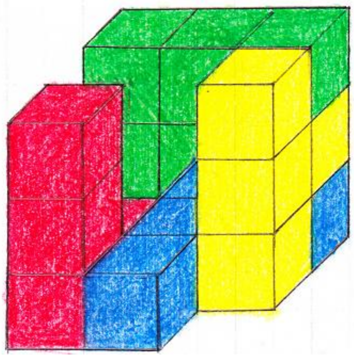
⑨



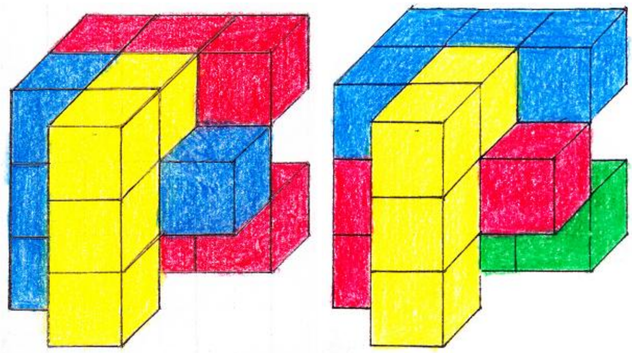
⑩



⑪



⑫



5.2.3　問題について

問題(1)，(2)はある形を基準にして，①～⑩の図形それぞれの構造を考える問題である．(1)ではL字型，(2)ではト字型を基準に考えていく．問題の図形によっては，基準とするL字型やト字型が複数組み込まれており，その組み込まれ方も向きや方向が様々であるので，よく考えることが必要である．

問題(3)では，T字型，ト字型，L字型，コ字型の4つの形を組み合わせてできた図形①～⑫について，それぞれどの形を組み合わせてできた構造となっているかを考えていく．問題(1)，(2)では，基準とする形が1種類ずつ（L字型/ト字型）であり，残る部分は立方体がいくつ分かを考えたが，(3)では，立方体は含まず必ず4つの形のいずれかの組み合わせでできた図形であるので，問題(1)，(2)と比べより深く考えることが必要となるのではないかと考える．

またこれらの問題で扱う図形は，図形の奥（後ろ側）の部分が見えず，図形を目で見て図形全体の構造を把握することが難しい．そのため，それぞれの図形に使われている立方体のブロックの総数を示しておくことで，見えない部分の構造も推測しながら問題を解くことができるように意図している．

5.3　練習問題の分析

問題(1)～(3)のどの問題でも頭の中で図形を思い描いたり，回転させたりしながら，図形をいろいろな面からみて考えることが必要となる．基準とする形の向きが一定方向で組み込まれているのではないので，柔軟に考えていかなければならない．また奥の部分が見えない図形もあり，それらに関しては使われている立方体のブロックの総数

をヒントにしながら見えない部分の構造も推測し，自分で図形の全体像を想像しながら解決していくことが必要となる．

問題(1)，(2)は基準とする図形がそれぞれL字型とト字型の１つずつであるので難易度に大きな差はないと考える．どちらの図形にしろ，L字型やト字型をいろいろな向きで組み合わせて考えていかなければならないため，いろいろな方向から考えることが必要となる．そのときの考え方としては，L字型やト字型をあてはめてみて，残りの立方体の数を数えるという方法が考えられる．また使用されているブロックの総数が示してあるので，その数から組み込まれているL字型やト字型の数を引くことでも立方体の数を求められる．

問題(3)では，T・ト・L・コ字型をいろいろにあてはめて考えていく方法がある．そのときには，図形全体の形から考慮してあてはまりそうな形を予想しながら考えたり，使用されているブロックの総数をヒントにして考えたりすることができる．また，初めのうちはあてはめて考え，そのように考えるなかでブロックの総数を使って考えることができるということに気付く場合もあるだろう．ブロックの総数をヒントに問題解決にあたる場合，T・ト・L・コ字型のうちまずどれか１つの形をあてはめると，残りのブロックの数から判断し，あてはまるブロックを予想しながら考えていくこともできる．さらに，②・⑫のように答えが複数考えられる問題では，1つの解答を見つけたあとにまた別の見方をして考えていかなければならないことも子どもたちにとって困難となると考える．

また，図形に使われている立方体のブロックの総数が示してあることによって，答えを出した後に自分でブロックの数を計算して答えを確かめることができることも，子どもたちにとって意味あることではないかと考える．

自分の操作を理解しながら問題を解くことが，これまでみてきた子どもたちに期待する思考とつながる部分であり，今回の練習問題の提案において子どもたちに期待することである．今回の問題では，あてはまる図形の目星をつけながら考えることが重要な操作である．目星をつけてあてはめる場合には，その次の操作のことも考慮しながら解くことができていると考えられるので，子どもたちは自分の解き方の意味を理解しながら問題を解くことができているのではないかと考える．このことは，子どもたちに期待する思考と重なる部分であると考える．しかしランダムにあてはめて考えている場合はそうではなく，次の操作のことは考慮されていないうえに，そのときの自分の行う操作が次にどのようにはたらくかということを考えられていないので，子どもたちにとってよい思考がなされているとは言い難い．そしてこの目星をつけてあてはめるときに1つのヒントとなるのが使用されているブロックの総数である．ブロックの総数を利用して問題を考えることは，ただ基準となる形をランダムにあてはめて考える方法より，組み込まれていると考える形が1つ決まった後に，その他の組み込まれている形を，ブロックの数を考慮して目星をつけてあてはめている点において，効果的なやり方であると言えるのではないかと考える．しかし，ブロックの総数を使わなくても解答を求めることができたり，必ずしもブロックの総数がヒントになるわけではなかったりと，問題解決においてブロックの総数を使って考えることができる場合ばかりではない．また，基準となる形をランダムにあてはめてしまう場合には，次につながる解き方ができているとは言えないので，この練習問題を解くことで子どもたちが意味ある学習ができているとは考え難い．

このように図形をあてはめながら考える方法を

とっていても，その考え方によって子どもたちにとってよい思考を展開することができている場合とそうではない場合があり，その違いに気付くことが必要である．

5.4 残った課題

今回練習問題を提案し，主に 3 点の課題が残った．

1 点目は，問題とする図形の奥や後ろ側が，目で見てはっきり分からないことである．今回の問題では図形全体の構造を考慮して考えなければならなかったので，見えない部分があることは問題解決にあたるうえで大きな困難となると考えられる．

2 点目は，基準とする形である T 字型と L 字型のブロック数がどちらも 4 個であることである．今回の問題では使われている立方体のブロックの総数をヒントとすることが 1 つのポイントであるといえる．しかし，そこで基準とする T・ト・L・コ字型のブロックの数はそれぞれ，5 個，4 個，4 個，7 個であり，ト字型と L 字型がどちらも 4 個ずつとなっている．ブロックの総数をヒントにして考える場合，これら基準とする形のブロックの総数の組み合わせで考えるため，基準とする形で使われているブロックの総数が異なっている方がよかったのではないかと感じた．従って，基準とする形を T 字型・コ字型・ト字型または L 字型の 3 種類にするか，使用ブロックの総数がすべて異なる 4 つの形を基準として問題を作成すべきであったのではないかと考える．その方がより考えやすくなっていたのではないかと考える．しかし，この問題を試しに大学生に解いてもらったときには，「ブロック数が 4 つである L 字型，もしくはト字型のどちらかが含まれるはずだ．」と予想を立てながら考えている学生もいたので，少し複雑に考え

ることが必要にはなるが，使用ブロックの総数が同じ2つの形を使用しても，問題を解くことは可能であり，難易度は上がるとも考えられる．

最後に3点目は，この問題の対象を細かく定めたり実際に児童に試してみたりすることができなかったことである．そのため，子どもたちが実際にこの問題に取り組んだときに，どのような思考の様相を見せるのか，本当に子どもたちの思考にとって効果的な問題となっているのかを，実証することができなかった．さらに，子どもたちの思考にとって，具体的にこの問題のどのような点が問題であるのか，真の課題点も明らかにすることができなかった．児童に問題を解いてもらうことができたならば，そこで得られたデータを分析し，より熟考した，子どもたちにとってよりよい問題を提案することができたのではないかと考える．

第 5 章の要約

第 5 章では，これまでに検討してきたことを踏まえ，子どもたちの思考に有意味にはたらく練習問題を提案した．

> **【問題】**
> **(1) L 字型がいくつと，立方体がいくつ使われているだろう．**
> **(2) ト字型がいくつと，立方体がいくつ使われているだろう．**
> **(3) 次の①～⑫の図形は，T 型・ト型・L 型・コ型をどのように組み合わせてできているだろう．**

この練習問題を解くときには，あてはまる形の目星をつけながら問題を解くことが重要となると考える．目星をつけてあてはめる場合には，その次の操作のことも考慮しながら解くことができていると考えられるので，子どもたちは自分の解き方の意味を理解しながら問題を解くことができているといえるのではないかと考える．このとき 1 つのヒントとなるのが，使用されているブロックの総数である．しかし，ブロックの総数を利用しなくても解答を求めることができるなど，ブロックの総数が必ずしもヒントとなるわけではない．また，ランダムにあてはめて考える場合には，自分の行う操作の意味を理解できているとはいえないため，子どもたちにとって良い思考がなされているとは言い難いのではないかと考えた．

また，以下のような課題点もあった．

・問題とする図形の奥や後ろ側が，目で見てはっきりと分からないこと．
・基準とする形である T 字型と L 字型のブロック数がどちらも 4 個であること．
・この問題を実際に児童に試し，この問題の子どもへの影響を実証することができなかったこと．

第6章
研究の結論と残された課題

本章では，本研究の結論と課題を述べる．
6.1 では，研究によって得られた成果とその意義について述べる．また，6.2 では本研究において残された課題を述べる．

第6章　研究の結論と残された課題

6.1　研究から得られた結論

本研究の目的は，子どもたちにとって価値ある思考の様子を明らかにし，そのために効果的な練習問題について考察し，それを提案することである．

これについて検討していくために，生産的思考について考察することにより，子どもたちにとってどのような思考が重要であるのか，どのような思考の様子を目指していかなければならないかについて考えた．先行研究の検討から，問題解決のなかで子どもたちに期待する思考の様子として次の示唆を得た．

- 問題解決の場面では，問題を構造的に理解し問題と手段との間の内的関係性を理解することが重要である．

問題の要求をしっかりと理解し，そのための手段を自分で考えて行っていくことが，子どもたちの思考にとって大切であることが分かった．そして，子どもたちは，そのような思考を可能にさせることのできる効果的な練習問題に取り組んでいくことが必要であると考えた．

そこで「生産的練習」が同じような目的のもとに作られていることより，関連づけることができるのではないかと考え，生産的練習の特徴とその具体的な問題を考察し，練習問題には具体的にどのような内容が含まれることが必要であるのか検討した．生産的練習についての検討した結果，生産的練習の問題の特性として次の 2 点が明らかになった．

- パターンが組み込まれた練習形式であること．
- 問題の解決にあたって，知識や技能の習得だけでなく，新しい解決の方法や規則性をみつ

けることができること．

そして，このことを踏まえ生産的練習の実際の問題を検討したところ，問題にパターンが含まれることによって，パターンを見つけたり，パターンをもとに次の答えや計算方法を予測したり，推論したりするなど，問題解決場面のなかでの子どもたちの活動の幅が広がることが分かった．このことは，公式を使って計算をして求めるような活動よりも，子どもたちがよりたくさん考えることができている点において，価値があるということができる．

そして，子どもたちに期待する思考を可能にさせる練習問題について検討していくにあたり，生産的思考と生産的練習の関連について考え，求められる練習問題について検討した．ここでポイントとした点は

- 問題に取り組むなかで解き方の意味を理解しながら問題を解くこと，
- 問題解決のなかでいろいろなことを考えられること

の 2 点であり，これらの点を踏まえて子どもたちに取り組ませたい練習問題を提案した．

提案する問題は立方体をもとにした，図形についての次の問題である．（p.41-46 参照）

【問題】

(1) L 字型がいくつと，立方体がいくつ使われているだろう．

(2) ト字型がいくつと，立方体がいくつ使われているだろう．

(3) 次の①～⑫の図形は，T 型・ト型・L 型・コ型をどのように組み合わせてできているだろう．

この練習問題を解くときには，あてはまる形の目星をつけながら問題を解くことが重要であった．目星をつけてあてはめる場合には，その次の操作のことも考慮しながら解くことができていると考えられるので，子どもたちは自分の解き方の意味を理解しながら問題を解くことができているといえるのではないかと考えた．そしてこのとき 1 つのヒントとなるのが，使用されているブロックの総数である．しかし，ブロックの総数を利用しなくても解答を求めることができるなど，ブロックの総数が必ずしもヒントとなるわけではなく，また，ランダムにあてはめて考える場合には，自分の行う操作の意味を理解できているとはいえないため，子どもたちにとって良い思考がなされているとは言い難いのではないかと考えた．

また，以下のような課題点もみられた．

- 問題とする図形の奥や後ろ側が，目で見てはっきりと分からないこと．
- 基準とする形である T 字型と L 字型のブロック数がどちらも 4 個であること．
- この問題を実際に児童に試し，この問題の子どもへの影響を実証することができなかったこと．

このように子どもたちにとって価値ある思考の様子と，そのために効果的な練習問題について考察し練習問題を提案した．このような練習問題を用いながら，子どもたちが自分の操作の意味を理解しながら問題解決にあたることで，子どもたちにとってよりよい思考の様子を育てることできることが期待できる．

6.2 残された課題

本研究では，子どもたちにとって価値ある思考

の様子を明らかにし，そのために必要な練習問題を検討・提案した．

しかし今回提案した練習問題を，実際に子どもたちに試してみることができていない．そのため，この問題が子どもたちの思考に与える影響や問題点などを検証することができていない．また，すでに考えられる課題点の改善にも至っていない．そこで，今後の課題として，練習問題をその課題点を踏まえ改良し，実践を行うことによって本論における主張を検証していく必要がある．

引用及び参考文献

岩合一男（1987）．算数教育講座―今日的課題と発展のための考察

M.ウェルトハイマァ（1952）．生産的思考．岩波書店，p.18－104

國本景亀，山本信也訳（2004）．算数・数学　授業改善から教育改革へ－PISAを乗り越えて：生命論的観点からの改革プログラム．東洋館出版社

熊本大学教育学部数学教育学研究室（2010）．わっくわくシート2010.

國本景亀（2007）．うつくしい計算練習帳．東洋館出版社，低学年．p.49

國本景亀（2007）．うつくしい計算練習帳．東洋館出版社，中学年．p.88

國本景亀（2007）．うつくしい計算練習帳．東洋館出版社，高学年．p.51

謝辞

本研究を進めるにあたり，ご指導いただいき，また支えていただいた多くの方々に深く感謝いたします．

指導教官の溝口達也先生には本当に多くのことを教えていただきました．ゼミでは，研究のやり方から，内容に関することまで丁寧に指導していただきました．理解の遅い私にも，分かりやすく教えてくださいました．特に，具体例を挙げながら説明してくださったことで，とても分かりやすくなり，少しずつではありましたが理解することができました．とても感謝しています．また，算数・数学教育や研究に関することだけではなく，私たちに関わるいろいろなお話を聞かせていただき，数多くのことを学ばせていただきました．先生のされるお話は私の知らないことばかりで，新しい発見や驚きも多く，たくさんの良い刺激を受けることができました．これらのことはこれからの人生の中でも必ず活きてくると感じています．本当にありがとうございました．

また，矢部敏昭先生にも，卒業論文中間発表会の際に，ご指導いただき，とても感謝しています．矢部先生の前向きなお姿は，とても素敵で，勇気づけられることが多くありました．どんなときも温かく見守っていただきありがとうございました．

また，研究室の先輩である，池田和彌さん，岡慎也さん，玉木義一さん，また，昨年卒業された前田静香さんには，研究にあたりたくさんのことを教えてくださったり，快く相談にのってくださったりと，多くのご助言をしてくださいました．研究に行き詰ったときも，優しい言葉をかけていただき大いに支えていただきました．深く感謝申し上げます．また，夏合宿で多くの先輩・先生方からご助言やご指摘をいただきました．ありがとうございました．同級生である，吾郷将樹さん，岸川友飛さん，古林知佳さん，山本幸子さんとは，共に悩み，支えあいながら研究を進めることができました．よき仲間関係のなかで研究に励むことができたことに大変感謝して

います．そして，後輩である下采瑞希さん，宮崎諒平さん，山根三佳さん，横田真照さんには，卒業論文中間発表会等，様々な場面でたくさん動いてくださり，お世話になることが多くありました．ありがとうございました．

このように，多くの方々に支えられ，この論文を完成させることができました．すばらしい環境の中で学べたことを大変幸いに思っております．社会に出た後も，大学生活で学んだたくさんのことを活かし，今以上に成長していけるように，常に学びの姿勢を忘れず励んでいきたいと思います．心から感謝申し上げます．

平成 25 年 1 月
岡田郁美

鳥取大学数学教育研究　　ISSN 1881–6134

Site URL：http://www.rs.tottori-u.ac.jp/mathedu

編集委員

矢部敏昭　鳥取大学数学教育学研究室　tsyabe@rstu.jp

溝口達也　鳥取大学数学教育学研究室　mizoguci@rstu.jp

（投稿原稿の内容に応じて，外部編集委員を招聘することがあります）

投稿規定

❖ 本誌は，次の稿を対象とします。
  - 鳥取大学数学教育学研究室において作成された卒業論文・修士論文，またはその抜粋・要約・抄録
  - 算数・数学教育に係わる，理論的，実践的研究論文／報告
  - 鳥取大学，および鳥取県内で行われた算数・数学教育に係わる各種講演の記録
  - その他，算数・数学教育に係わる各種の情報提供

❖ 投稿は，どなたでもできます。投稿された原稿は，編集委員による審査を経て，採択が決定された後，随時オンライン上に公開されます。

❖ 投稿は，編集委員まで，e-mailの添付書類として下さい。その際，ファイル形式は，PDFとします。

❖ 投稿書式は，バックナンバー（vol.9 以降）を参照して下さい。

鳥取大学数学教育学研究室

〒 680-8551　鳥取市湖山町南 4-101

TEI & FAX　0857-31-5101（溝口）

http://www.rs.tottori-u.ac.jp/mathedu/