ISSN 1881-6134

鳥取大学数学教育研究

Tottori Journal for Research in Mathematics Education

http://www.rs.tottori-u.ac.jp/mathedu

「特殊から一般へ」を志向した教師の問いに関する研究

～概念形成の過程に焦点を当てて～

吾郷將樹　*Masaki Ago*

vol.15, no.12

Mar. 2013

鳥取大学 数学教育学研究室

目次

第１章：研究の目的と方法

本章では、研究の動機、及びそこから生まれた３つの研究課題
研究課題１：「特殊から一般へ」とはどんなものか
研究課題２：小学校で求められる「特殊から一般へ」とはどのようなものか
研究課題３：そのような「特殊から一般へ」を志向するには、どんな教師の問いが必要かについて、どんな方法で研究していくのかを明らかにする．

１－１．研究の動機

筆者は、伊藤氏の「数学教育における構成的方法に関する研究[上]」を読んで、そこで初めて「特殊から一般へ」の推論について知った．そのとき、この「特殊から一般へ」の学習を行うことで、児童自らが新しい事柄を見つけたり、生み出したり、またそれを活用して問題を解いたりできるのではないかと思った．漠然とした動機ではあるが、この「特殊から一般へ」の学習から、筆者の目指す授業を考えることができるのではないかと思い、研究することにした．

１－２．研究課題と目的

現行の教科書における１つの学習場面を見ると、「特殊から一般へ」という学習がされておらず、特殊と一般や一般の場合のみの学習をしている場面が見られる．これでは１つ１つの活動をただやっているだけで、それらの関連性や共通した考え方などを見つけられずに学習が終わってしまう．そこで、本研究では、
研究課題１：「特殊から一般へ」とはどんなものか
研究課題２：小学校で求める「特殊から一般へ」とはどのようなものか
研究課題３：そのような「特殊から一般へ」を志向するには、どんな教師の問いが必要かを設定し、これらを解決することを本研究の目的とする．

１－３．研究方法

本研究では、先行研究を通して、研究課題１と２を考える．そして、実際に事例を分析する中で、研究課題 3 である「特殊から一般へ」を志向するための決定的な教師の問いについて考える．

１－４．本研究の意義

本研究をすることで、小学校で求められる「特殊から一般へ」を志向するための教師の問いについて明確にし、指導的な立場から、「特殊から一般へ」の学習をする中で、児童の確かな理解につながるようにしていきたい．

１－１．研究の動機

筆者は、これまでの教育実習での授業実践を振り返ったとき、「児童自らが考え、筋道を立てながら、答えやきまりを見つけ出す授業」「数学的な考え方を重視した授業」「児童が作り上げる授業」を目指して授業を行ってきた．そして、そのような授業を通して、児童が理解しながら学習できる形を考えていた．

しかし実際には、筆者自身が考えているようにはいかず、いろいろな意見や考えは出るけれど、それをうまくまとめることができずに、あいまいなままに終わってしまう．または、授業者である筆者自らが正解を言ってしまうということが多かった．そのとき筆者は、どうしたら自分の考えるような授業ができて、児童の理解にもつながる学習ができるのか．そもそも児童は理解したうえで問題を解いているのか．公式や定義を覚えて、ただそれに当てはめているだけではないか．教師の指示したことをやっているだけなのではないかと感じた．

児童の考えを生かそうとするときには、多様な考えが出てくると思う．ただ、そこで様々な考えを出させて、「それもいいね」「これもいいね」と言っているだけでは意味がなく、しっかりとしたねらいにむかっていかなければいけない．そこで筆者が大事だと思ったことは、「授業の中で行われる活動につながりをつくること」である．学習につながりをつくることで、前に習ったことが使えないか、この問題にも活用できるのではないかなど、色々考えながら、この学習のねらいに向かって、学ぶことができるのではないかと考えた．

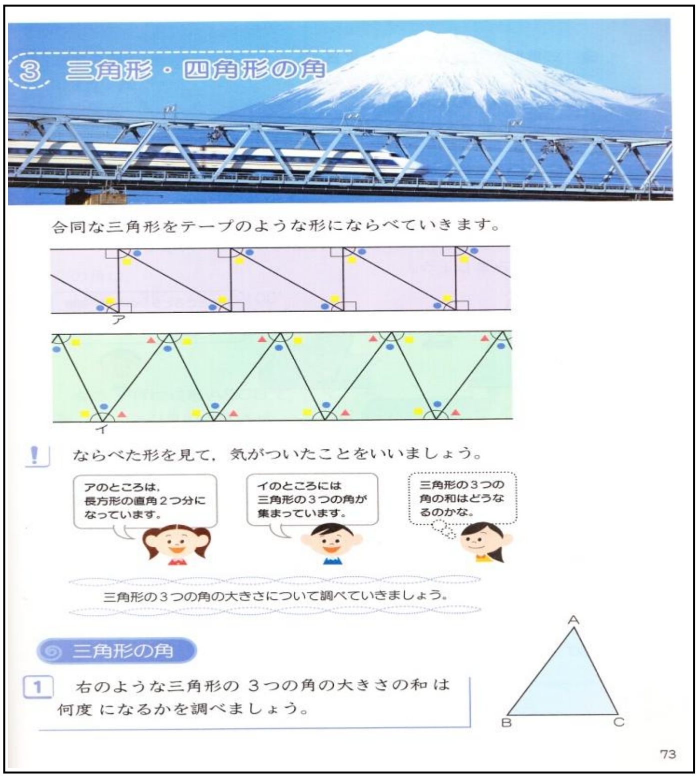
伊藤氏は「特殊から一般へ」とは、「特殊な場合を基にして、そこで成り立ったことが一般の場合にも成り立つこと(伊藤、1993、ｐ26)」と述べている．筆者は、この「特殊から一般へ」の学習の中で、児童は概念形成の過程を理解しながら、その授業のねらいにむかって学習できるのではないかと考えた．児童自らが「特殊から一般へ」の過程において学習することは、学習につながりを作り、児童に気付きや発見する機会を与えることができ、しっかりとした知識や発展的

な考えを見に付けることができるのではないかと思う．この
ような理由から、本研究に取り組もうと考えた．

1－2．研究課題と目的

数学において理論を構成したり、発展させたりするときに、「特殊から一般へ」が重要な考え方として用いられている．例えば、小学校 5 年生で指導される三角形・四角形の角の学習もこの考え方を用いている．このような教材は、他にもたくさんあり、その指導においては、実際に「特殊から一般へ」の考えを用いているのであるが、これがどのような考え方であるのかは、必ずしも明確でないように思われる．

先ほども例として挙げた、三角形・四角形の角の学習を現行の教科書を通して見てみる．


3 三角形・四角形の角

合同な三角形をテープのような形にならべていきます。

! ならべた形を見て，気がついたことをいいましょう。

三角形の３つの角の大きさについて調べていきましょう。

三角形の角

1 右のような三角形の 3つの角の大きさの和は何度 になるかを調べましょう。

73

図 1－1

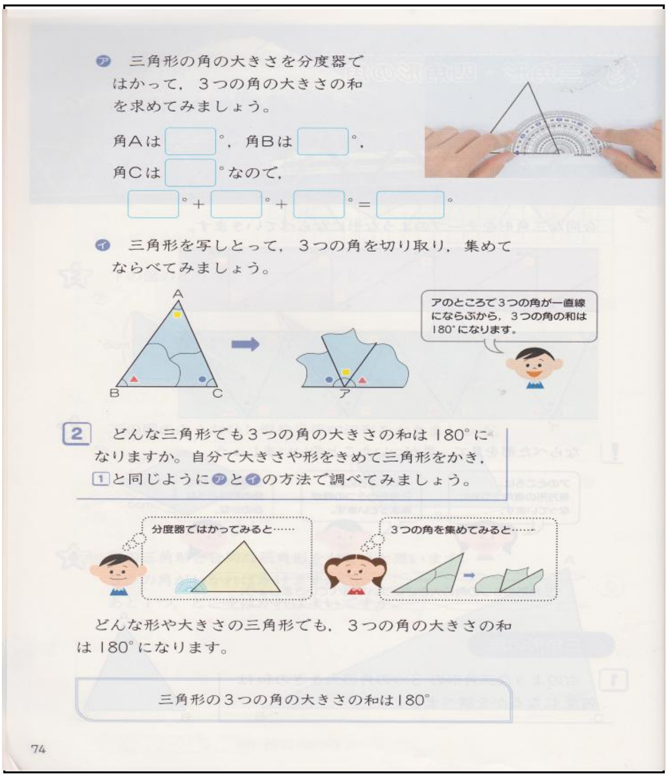

㋐ 三角形の角の大きさを分度器ではかって，３つの角の大きさの和を求めてみましょう。
角Aは□°，角Bは□°，
角Cは□°なので，
□°＋□°＋□°＝□°
㋑ 三角形を写しとって，３つの角を切り取り，集めてならべてみましょう。
A
B
C
ア
アのところで３つの角が一直線にならぶから，３つの角の和は180°になります。
2 どんな三角形でも３つの角の大きさの和は180°になりますか。自分で大きさや形をきめて三角形をかき，1と同じように㋐と㋑の方法で調べてみましょう。
分度器ではかってみると……
３つの角を集めてみると……
どんな形や大きさの三角形でも，３つの角の大きさの和は180°になります。
三角形の３つの角の大きさの和は180°
74

図 1－2

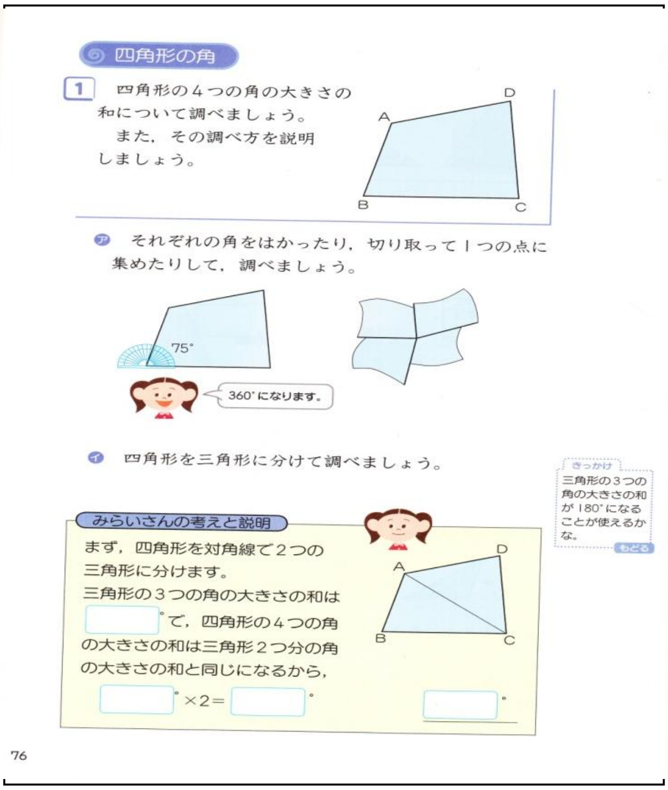
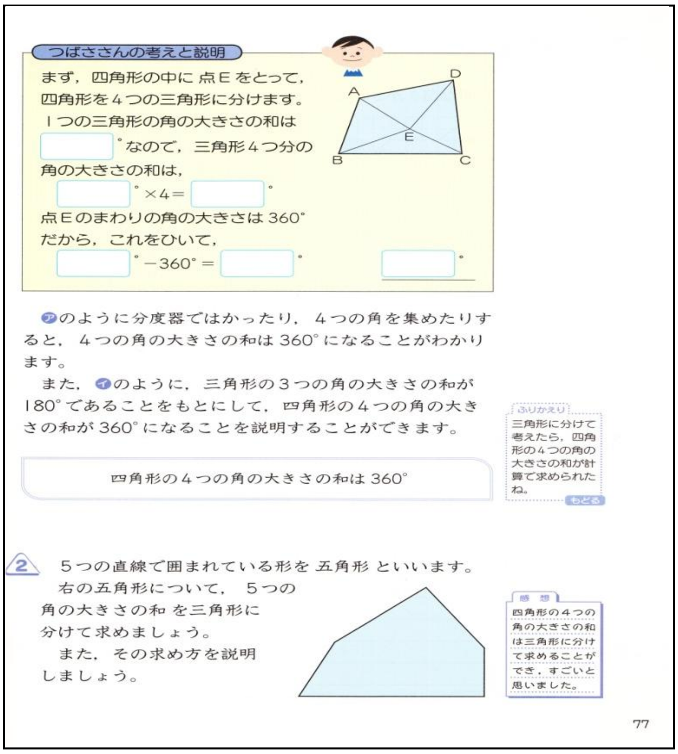

四角形の角
1 四角形の４つの角の大きさの和について調べましょう。
また，その調べ方を説明しましょう。
A
B
C
D
㋐ それぞれの角をはかったり，切り取って１つの点に集めたりして，調べましょう。
75°
360°になります。
㋑ 四角形を三角形に分けて調べましょう。
きっかけ
三角形の３つの角の大きさの和が180°になることが使えるかな。
もどる
みらいさんの考えと説明
まず，四角形を対角線で２つの三角形に分けます。
三角形の３つの角の大きさの和は□°で，四角形の４つの角の大きさの和は三角形２つ分の角の大きさの和と同じになるから，
□°×２＝□°
□°
76

図 1－3


つばささんの考えと説明

まず，四角形の中に 点Ｅをとって，四角形を４つの三角形に分けます。

１つの三角形の角の大きさの和は □°なので，三角形４つ分の角の大きさの和は，

□°×４＝□°

点Ｅのまわりの角の大きさは 360°だから，これをひいて，

□°－360°＝□°　　□°

㋐のように分度器ではかったり，４つの角を集めたりすると，４つの角の大きさの和は 360°になることがわかります。

また，㋑のように，三角形の３つの角の大きさの和が 180°であることをもとにして，四角形の４つの角の大きさの和が 360°になることを説明することができます。

四角形の４つの角の大きさの和は 360°

ふりかえり
三角形に分けて考えたら，四角形の４つの角の大きさの和が計算で求められたね。
もどる

2　５つの直線で囲まれている形を 五角形 といいます。

右の五角形について，５つの角の大きさの和 を三角形に分けて求めましょう。

また，その求め方を説明しましょう。

感想
四角形の４つの角の大きさの和は三角形に分けて求めることができ，すごいと思いました。

77

図 1－4

ここでは、三角形と四角形の角について扱っている.だが、この学習では、三角形の内角の和を扱ったら、次は四角形を与えるというようにするだけで、それらの関連性、一貫した共通した考え方、発展的な考え方というものがどのようなものであるかということが不明確なまま学習が終わってしまうことも考えられる. それによって、授業を受けている児童の中には、1 つ 1 つの活動をただやっているだけで、つながりを意識できていない児童もいると思う.

また三角形の角の学習では、「右のような三角形の 3 つの角の大きさの和は何度になるかを調べましょう」とあるが、もし教師がこのような問いをしたらどうだろうか(図 1－1). きっと児童は、3 つの角の大きさを分度器で測って、「三角形の 3 つの角の大きさの和は 180° である」で終わりになってしまう. これでは、児童が考える機会を奪うことにつながり、理解できたとは言えない.

このことから、児童に意味のある学習を行うためには、教師の考えられた問いが必要であると感じ、「特殊から一般へ」を志向した教師の問いについて考え、明らかにしていく.

本研究では、まず

研究課題１：「特殊から一般へ」とはどんなものか

研究課題２：小学校で求める「特殊から一般へ」とはどのようなものか

について考えていく.「特殊から一般へ」について調べていく中で感じたこととして、「特殊から一般へ」とはこういうことであるということが明確に述べられていないと思った.なので、特殊な場合や一般の場合それぞれについて考えながら、「特殊から一般へ」とは具体的にどういうことなのか、どんな学習が「特殊から一般へ」といえるのかについて考えていく.

そして、研究課題 1 の分析を基に、小学校で「特殊から一般へ」の学習を考える場合には、どんなところに重点を置くことが大切になるのかについて考える.

また、研究課題 2 で明らかにしたことを基にして

研究課題３：そのような「特殊から一般へ」を志向するには、どんな教師の問いが必要か

について考えていく.

これらの解決をすることを、本研究の目的とする.

1－3．研究方法

本研究では、「特殊から一般へ」を志向した教師の問いについて考えていく．研究をするにあたって「特殊から一般へ」についてきちんと理解できていないと、「特殊から一般へ」の学習の形になるような教師の問いについて考えることができないので、まずは研究課題 1 として「特殊から一般へ」とはどんなものなのかについて明確にしていく．また、先行研究をする中で、「特殊から一般へ」における教師の問いの必要性について考える．

次に研究課題 2 として、そのような先行研究を通して知り得たことを基に、小学校で求める「特殊から一般へ」の特徴について考える．(第 2 章)

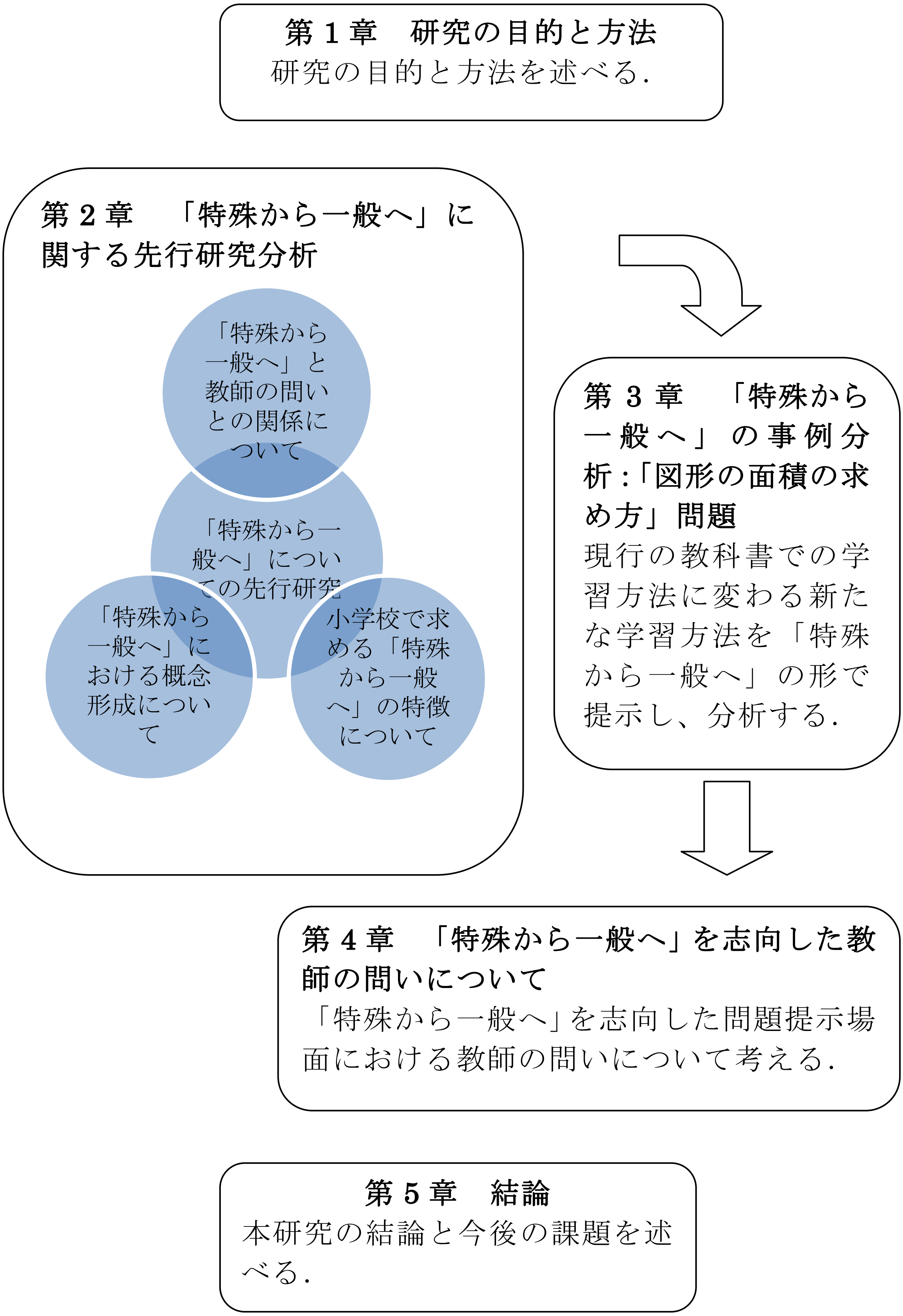
そして研究課題 3 として、小学校で求める「特殊から一般へ」を考えた問題事例を基に、そのような学習の形を作るためにはどういう教師の問いが必要なのかについて分析する．ここでは、主に問題提示場面での教師の問いについて考えていく．(第 3 章・第 4 章)

1－4．本研究の意義

本研究を通して、まずは「特殊から一般へ」とはどういうものかを明らかにすることで、「特殊から一般へ」の学習の必要性を明確にする．そして、それらの分析を基に、小学校で求める「特殊から一般へ」について考え、実際に事例を分析する中で、「特殊から一般へ」を志向した教師の問いについて考える．それにより、教師が授業を考えるときに、適切な教師の問いの下、教師の意図する「特殊から一般へ」への学習を行うことができる．

また、このような「特殊から一般へ」の学習を行うことで、学習につながりを作ることができ、児童が考え、発見する学習、確かな理解につながる学習、動的な学習を実現することが可能となる．

〈本論文の章構成〉


第１章　研究の目的と方法
研究の目的と方法を述べる.
第２章　「特殊から一般へ」に関する先行研究分析
「特殊から一般へ」と教師の問いとの関係について
「特殊から一般へ」についての先行研究
「特殊から一般へ」における概念形成について
小学校で求める「特殊から一般へ」の特徴について
第３章　「特殊から一般へ」の事例分析:「図形の面積の求め方」問題
現行の教科書での学習方法に変わる新たな学習方法を「特殊から一般へ」の形で提示し、分析する.
第４章　「特殊から一般へ」を志向した教師の問いについて
「特殊から一般へ」を志向した問題提示場面における教師の問いについて考える.
第５章　結論
本研究の結論と今後の課題を述べる.

第２章：「特殊から一般へ」に関する先行研究分析

本章では、「特殊から一般へ」についての先行研究及び、教師の問いや概念形成との関係について分析した．そして、それらの先行研究を基に、小学校で求める「特殊から一般へ」について考えた．

2－1．「特殊から一般へ」についての先行研究

伊藤氏の考えや例を基に、「特殊から一般へ」とは、ある観点のもと、特殊な場合に成り立ったことが、一般の場合にも成り立つときに行われるものであると考えた．またそのような「特殊から一般へ」の学習を考える際には、教師の行う問いが大事であることがわかった．

2－2．「特殊から一般へ」と教師の問いとの関係について

Balacheff(1999)の例を基に、「特殊から一般へ」と教師の問いとの関係について考えた．「特殊から一般へ」の学習を教師が考える上で、児童にある観点を持たせたり、対象を捉えさせたりするためには、教師の行う問いが不可欠なものであると考えた．ただ、どのような問いをすればよいのかについてはまだわかっていないので、これから考えていく．

2－3．「特殊から一般へ」における概念形成について

概念を形成する上で、「特殊から一般へ」での学習は適しているのではないかと考えた．また、この「特殊から一般へ」において形成された概念を用いて、そこからまた新たな概念の形成につなげることで、「授業の中で行われる活動につながりをつくること」も可能であると考えた．

2－4．小学校で求める「特殊から一般へ」の特徴づけ

小学校で求める「特殊から一般へ」においては、動的な学習を目指し、「同じように考えればできる」という考えの基、筋道がつくれればよいものと考えた．次の章では、そのような事例を提示し、分析していく．

2－1.「特殊から一般へ」についての先行研究

伊藤氏は「特殊から一般へ」について次のように述べている．“「特殊から一般へ」という推論の進め方は、演繹的推論における「一般から特殊へ」という方向と全く反対である．それが数学的推論の特性として注目されるのは、数学の研究において、常に「より一般的なるもの」を追求しようとする努力が払われてきたという事実によっていた．この意味で、「特殊から一般へ」の推論によってのみ、新しい事柄が次々と生み出されてくるのだと言われる”．(伊藤、1993、p48)

そして伊藤氏は、「特殊から一般へ」を以下のように示している．

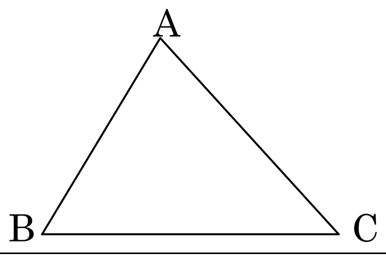
「特殊な場合を基にして、そこで成り立ったことが一般の場合にも成り立つこと」(伊藤、1993、ｐ26)

では、実際に伊藤氏の述べる特殊な場合と一般な場合とはどういうものなのか、「特殊から一般へ」の学習とはどういう学習なのかについて伊藤氏の紹介する例を基に考えていく．

例としてあげる学習場面は、小学校 5 年生の三角形の内角の和の学習であり、「三角形の 3 つの角の大きさの和は 180°である」という推測を構成し、その仮説がどんな三角形についてもいつでもいえることかを説明する授業である．

(問題)

◎右のような 3 つの角の間に何か関係があるかどうか調べてみましょう．



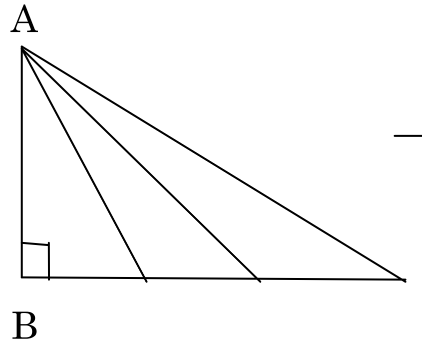
(児童の反応)

前に学習した合同との関係から

「三角形の 3 つの角のうち 2 つの大きさを決めると、もう 1 つの大きさが決まる」

次に
「自分たちが角についてよく知っている直角三角形で調べれば調べやすい」

(直角三角形で考える)



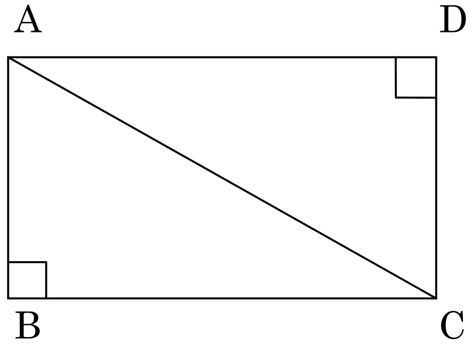
角 A	30	45	60	70
角 C	60	45	30	?

(児童の反応)

表から
「一方の角を徐々に増やすとそれに伴って、もう一方の角はだんだん減っていく」
「角 A と角 C の和は 90°になる」

(仮説を検証する)

◎どんな直角三角形でも直角以外の 2 角を加えるといつも 90°になるのか.



(児童の反応)

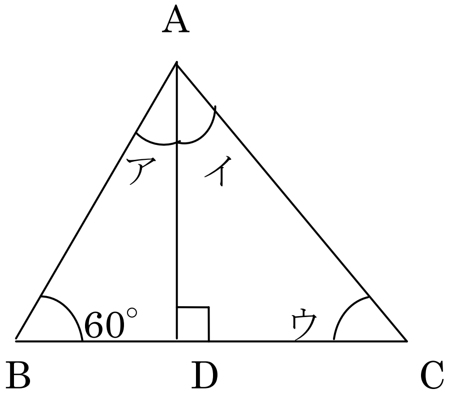
長方形を対角線で切ると 2 つの合同な直角三角形ができたという経験から

「角 A と角 C の大きさは角 B の隣の直角のところに集まって、それはいつでも 90° になる」
「直角三角形では直角以外の 2 角を加えるといつも 90° になる」
「直角三角形以外の三角形で 2 角の和について調べよう」
「1 つの角をかきやすい大きさにとったらよい」
「残りの 2 つの関係は、足したら 90° になると予測できる」

(直角三角形以外の三角形で考える)

1 つの角を 60° に固定して同じように残りの 2 角をいろいろ取って、表で変化の様子を調べる.

また、もう一つの方法として右の図のように直角三角形に分けて考える.



∠ア＝90° −60° ＝30°
∠イ＋∠ウ＝90°
∠A＋∠C＝120°

$$(90^\circ - \underset{\underset{\square}{\|}}{60^\circ}) + 90^\circ + \underset{\underset{\square}{\|}}{60^\circ} = 180^\circ$$

(児童の反応)

「120° になった」

適当に違う角度でやってみる. 何回かやっているうちに、3 つの角の関係に気付いていく.

◎三角形の場合、直角であろうと何度であろうと、どんな場合でもいえる角の関係はなんだろう.
「3 つの角を足せば、いつでも 180°になる」

(伊藤、1982、pp. 118 - 122)

上記の例をみると、三角形の角の関係を調べるときに、まずは直角三角形から考えている. 児童は既に学習した内容であり、自分たちが角についてよく知っているということで直角三角形に目を向けて考えているのであるが、この直角三角形を考えるということが、特殊な場合について見ているということである. 直角三角形に目を向けることで、1 つの角を固定しようとする考えができ、「直角三角形では、直角以外の 2 つの角をたすと 90°になる」という考えが生まれる. そこから、今度は直角三角形以外の三角形で考えているのであるが、この場合が一般の場合を見ているということである. つまり、この一連の流れの中に、「特殊から一般へ」が行われている. 「三角形の 1 つの角を固定すると、それ以外の 2 つの角の和は一定になる」という観点のもと、直角三角形からそれ以外の三角形に対象を変えることで、「三角形の内角の和は 180°(一定)になる」という命題が成り立つことを学習している.

また、(90－60)＋90＋60＝180 という式から、(90－□)＋90＋□＝180 と考える過程においても「特殊から一般へ」が行われている. 先ほどと同じ観点の基、固定する角の大きさを 60°(特殊な場合)から□(一般の場合)に対象を変えることで、どんな角でも、「三角形の内角の和は 180°(一定)になる」という命題が成り立つことを学習している.

この例より「特殊から一般へ」とは、ある観点の基、特殊な場合に成り立ったことが、一般の場合にも成り立つことであると言える.

また伊藤氏は、「特殊から一般へ」について述べる中で、"「特殊から一般へ」という推論の進め方は、演繹的推論における「一般から特殊へ」という方向と全く反対である"と述べている. このことから「特殊から一般へ」というのは、帰納的推論であるという見方もできる. だが、先ほどの例の

中の仮説を検証しているところを見てみる．ここでは、帰納的に調べた結果、角 A と角 C の和はどうも 90° になりそうだという仮説が本当かどうかを検証している．この場合で言えば、どんな直角三角形についてもいつでも言えるかどうかを今度は演繹的に説明する必要が出てくる．そして児童は長方形を対角線で切ると 2 つの合同な直角三角形ができたという経験から、演繹的に説明している．よって、「特殊から一般へ」というのは、帰納的な方法だけではなく、演繹的な方法も用いられていることが言える．

ここで、「特殊から一般へ」と一般化の関係について考えてみる．G. Polya は、一般化について次のように述べている．“一般化とは、与えられた対象の集まりについての考察から、その与えられたものを含む、より大きな集まりへの考察へと推移することである．例えば、私たちが三角形についての考察から、任意の個数をもつ多角形についての考察へと推移するとき、私たちは一般化している．また、私たちが鋭角の三角関数についての研究から無限定の角の三角関数についての研究へと推移するときも、私たちは一般化している．（中略）私たちはしばしば、まさに 1 つの対象からその対象を含む全体の類へと推移するとき、一般化している”.（伊藤、1993、 p 100）

よって、G. Polya の一般化についての考えと伊藤氏の「特殊から一般へ」の考えから、「特殊から一般へ」の過程において一般化が行われていると考える．

ただ気を付けなければならない点として、G. Polya が例として挙げている“私たちが三角形についての考察から、任意の個数をもつ多角形についての考察へと推移するとき、私たちは一般化している”とあるように、三角形から多角形について考えているなら、三角形は多角形の特殊になる．もしも三角形のみで特殊なのか、一般なのかということを考えるのであれば、答えはどちらでもない．つまり、学習者が何かの対象について考えているとき、それを学習者が特殊と見たり、一般と見たりすることが既に一般化の始まりとなる．

このことから、「特殊から一般へ」の過程では一般化が行われていると先ほど述べたが、「一般から特殊へ」や「特殊から

特殊へ」のときにも同様に、一般化が行われていると言える．
　また例として、伊藤氏の三角形の内角の和を取り上げたが、この学習の問題提示では「右のような 3 つの角の間に何か関係があるかどうか調べてみましょう」であった．この問いから児童は、角の関係や角の和、直角三角形以外の三角形に目を向けながら「特殊から一般へ」における一般化を行った．現行の教科書における三角形の内角の和の学習での問題提示場面を見てみると「右のような三角形の 3 つの角の大きさの和は何度になるかを調べましょう」となっている(図 1－1)．しかし、この問題提示の仕方では、「特殊から一般へ」の学習にはならない．これでは、ただ与えられた三角形の 3 つの角の大きさを測るという一般の場合しか見ていない．このことから、「特殊から一般へ」の学習を行うためには、教師の問いが大きく関わっていると言える．
　ここでは、「特殊から一般へ」とはどういうものか、一般化との関係や教師の問いとの関わりについて考えた．伊藤氏の挙げた例を見ると、「特殊から一般へ」の学習を考えるには、教師の問いが大事であることがわかった．しかし、具体的にどんな問いをすれば、「特殊から一般へ」の学習の形にできるのかは明らかになっていない．そこで、「特殊から一般へ」を志向した教師の問いについて調べることにした．

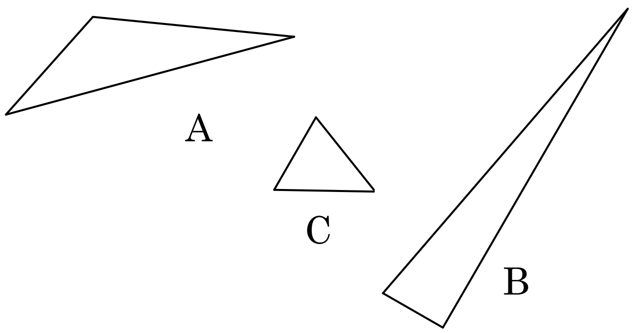
2－2.「特殊から一般へ」と教師の問いとの関係について

溝口氏は、Balacheff(1999)の例を基に次のように述べている．例は、フランスの 7 年生を対象にした三角形の内角の和が 180° であることを証明する場面である．

> 子どもは、三角形に関するあらゆる測定値は、三角形が大きくなればなるほど大きくなるというコンセプションを有していることが、フランスの 7 年生について知られている．このことから、大きな三角形であればあるほど、その内角の和も大きくなるとする．このことの矛盾に直面することが、構成されるべき推測の源になる．
>
> 最初の活動場面で、子どもたちは三角形を写し取り、その内角の和を測定する．教師は子どもたちが測定した内角の和を黒板に書き留めていく．ここまでで、得られたすべての測定値は、特にその値の違いを指摘されることなく教師によって受け止められ、従って書き留められることになる．この違い、すなわち各々の子どもから発言された測定値の違いは、子どもたちにとって特別の意味はない．なぜなら、子どもたちは、三角形が異なれば、その内角の和も異なると考えているからである．このことを意識化するためには、全員が同じ三角形を測定する必要がある．
>
> そこで、第二の活動場面では、子どもは、同一の三角形のコピーを配られる．子どもたちは、実際に測定をする前に、どのくらいになるか予測するように求められ、その後実際に測定値と比較される．子どもたちは、同じ三角形を測定したのだから、同じ結果を得るはずにもかかわらず、その値の違いを測定上の誤差として説明する．子どもたちには、最初に予測した値と実際の測定値との違いが問題とされることはない．なぜなら、言わば特殊な三角形を選択した結果だからである．
>
> そこで、第三の活動場面では、三角形の内角の和の不変であること、すなわち 180° であることの問題の定式化が目的とされる．そのためには、複数の三角形を測定する必要がある．ただし、この経験は、子どもたちが既有のコンセプショ

ンに固執するかぎりにおいて意味を持たない．推測及びこれを証明することの要求は、次の 2 つのコンセプション間のコンフリクトによって生じることとなる．すなわち、一方で三角形の内角の和はその形に依存するにも関わらず、他方で得られる測定値はどれもおよそ 180° であるということである．

この活動のために、下の図のような 3 つの三角形が用意される．



A と B は内角の和を予測することが必ずしも容易ではなく、また C は他の 2 つと比べて非常に小さいものである．子どもたちは、グループでこれらの三角形の測定を行い、結果は再び黒板に書き留められて教室全体で議論される．「何に注目する必要があるだろうか」、といった教師のオープンな問いは、子どもたちの中に三角形の内角の和が何らかの正確な値を持たなければならないことの意識づけを要請し、この正確な値の認識の問題が提起されることになる．

(溝口、2008、pp141‐142)

例として挙げたこの学習から、「何に注目する必要があるだろうか」という教師の問いが行われるまで子どもたちは、三角形の内角の和は一定になるかもしれないという観点を持てていないと言える．しかし、この問いを行うことで、このような観点の意識づけを行い、同時に、第三の活動場面を特殊な場合として捉え、「特殊から一般へ」の形の学習を成り立たせようとしていると考えることもできる．

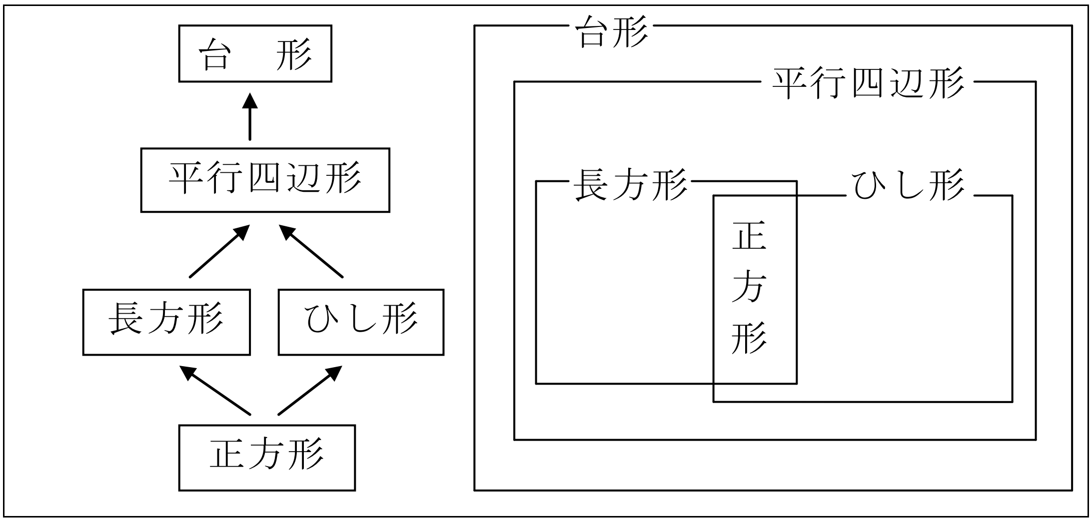
また、この例では、“一方で三角形の内角の和はその形に依存するにも関わらず、他方で得られる測定値はどれもおよ

そ 180°であるˮという 2 つのコンセプション間のコンフリクトによって、推測及び証明の要求が生じるとある．このことから、教師の問いを行う前に、子どもたちが自分の予想していたことと異なる結果が出てしまうというような状況を作ることも必要なことではないかと考えた．

ただ、はっきり言えることとして、「特殊から一般へ」の学習を教師が考える上で、ある観点を持たせたり、対象を捉えさせたりするためには、教師の問いが不可欠であるということである．この例では、「何に注目する必要があるだろうか」という問いであった．一見すると、広い意味を持った問いであるように思えるが、この問いから子どもたちの意識に変化を及ぼしていることは例からも事実であり、もっと詳しく調べて、「特殊から一般へ」を志向した決定的な教師の問いについて考えていく必要がある．

以上のように、「特殊から一般へ」と教師の問いとの関係について考えたが、次節では、「特殊から一般へ」における概念形成について考えていく．

2－3．「特殊から一般へ」における概念形成について



上の図は、台形の概念の系列である．右上の図は系列を集合の見方で示したものである．小高氏は、上の図を用いて次のように述べている．“ここで系列に対する疑問が提出されるかもしれない．それは、上の図のような概念の包含関係でいうと、その外延によって順序関係を生じるから比較的単純に系列化できる．しかし、指導の順序という点からみると、矢印が逆むきになってもさしつかえないはずである．実際、長方形から出発することもあるし、平行四辺形から出発することもある”．(小高、1975、ｐ30)

小高氏が述べることから、実際に指導の順序からみると、観点や対象の捉え方によって、学習の展開の向きや学習の始まる位置も異なってくることが言える．その進行のさせ方によって、違った授業が展開される．

そのようないくつもの展開の仕方がある中で小高氏は、特殊一般の考えを用いた指導について次のように述べている．“指導の系列化にはいくつものやり方があるが、その中には、たいへん複雑な構造をもっているので、指導するための系列化はできてもその内部構造がとらえにくいものがある．もっともとらえやすいのが、ここで典型的に示した概念の包号関係をもとにした特殊一般の系列である．この観点に立って学習の体系を考えると、原則的、大局的に右図のような図式が思いえがかれるだろう．(中略)指導上重要な着眼は、形の上

から言えば、特殊から一般へ向かいながら、部分的にはどう一般から特殊へのサイクルを設定するかということである”.(小高、1975、ｐ34)

小高氏の述べていることから、「特殊から一般へ」は、概念を形成する上で重要な役割を担うものであることが推測できる.

ここで概念形成について考えてみる. 杉山氏は概念形成について次のように述べている. “算数で扱う数や図形は抽象的な概念であり、それらの概念を目で見せることも、ことばで伝えることもできない. たとえば、数の 3 を教えるのに、数字の 3 を見せたとしても、それは数の 3 ではない. 指を 3 本立てて見せたとしても、それは 3 の具体的な事象の 1 つにすぎず、3 そのものではない. 3 の概念を児童が理解できるためには、具体的な事象の中に見られる 3 を数多く経験することによってはじめてなされることである”. （杉山、2012、p183）

杉山氏はこのように述べているが、目で見せることも、ことばで伝えることもできない“3 の概念を理解できる”とはどういうことであるのか.

これについて考えるために、三角形という概念を構成する場合を考える. カントは一般の三角形を例に次のように述べている.

“或る概念を構成するとは、その概念に対応する直観をア・プリオリに描出することにほかならない. それゆえ、概念の構成のためには或る経験的ではない直観が必要であって、したがってこの経験的ではない直観は、直観としては個別的客観であるが、しかし、それにもかかわらず、概念（普遍的表象）の構成としては、この同じ概念のもとに属するあらゆる可能的な諸直感にとっての普遍妥当性を、その表象において表現しなければならない. 私が三角形を構成するのも、そのようにしてである. それというのも、私は三角形というこの概念に対応する対象を、たんなる構想によって純粋直観において描出するか、あるいはこの純粋直観にしたがって紙のうえにも経験的直観において描出するかのいずれかであるが、しかしいずれの場合にも完全にア・プリオリに、その

ための模範をなんらかの経験から借用してくることなしに描出するからである．個々の描かれた図形は経験的であるが、それにもかかわらずその図形は、三角形という概念を、この概念の普遍性をそこなうことなしに、表現するのに役立つのである．というのは、こうした経験的直観のさいには、たとえば大きさとか辺とか角とかいった多くの規定がまったくどうでもいいような概念の構成の働きだけがつねに着目され、それゆえ、三角形という概念に変更をきたさないこれらの諸差異性は捨象されるからである”．（カント、I、1778、ｐ23）

カントは、概念の構成のためには、経験的ではない直観が必要であると述べている．その例として三角形の概念の構成を挙げ、一般の三角形というものは、経験的ではない直観によるものであると述べている．このことから筆者は、カントの言う一般の三角形とは、頭で思い浮かべるイメージのようなものであると考えた．そのように考えると、私たちが普段描いている三角形は特殊な三角形であると言える．ある一定の長さや角の大きさが決められた三角形は、特殊な三角形になると考えることができる．

では、実際に三角形の概念を学習するとき、授業ではある描かれた、または紙などで構成された、特殊な三角形が提示される．このとき、この特殊な三角形から一般の三角形の概念を構成するとはどういうことなのか．

その例として、このような場面が考えられる．ある授業で、三角形について何かしらの命題を一般化させようと教師が考えているとする．黒板に教師が三角形（と何かしらの問題）を描いている．児童はそれをノートに写している．そして問題について児童は自力解決を行い、それを基に練り上げで集団の議論がなされる．しかし、ここで教師が描いた三角形と児童が描いた三角形は全てお互いに辺の長さも角の大きさも違うはずであるが、にも関わらず誰もその違いを気にしない．教室に 40 人の児童がいれば 40 の互いに異なる特殊な三角形が存在するはずである．つまり、これがカントの言う一般の三角形を直観するということである．

このことから、児童は特殊な三角形の中に直観によって一

般の三角形を見ていると言うことができる．このカントの挙げた三角形の概念を構成する学習では、特殊な三角形を見ていく中で、一般の三角形を見ている．よってこの学習では、児童の頭の中で「特殊から一般へ」が行われていると言える．

また大野氏は、概念形成と一般化について次のように述べている．

“概念の形成過程においては、眼前の具体例はより一般的なものの代表として用いるのであるから、当然、一般化の作用がなければなりません．さらに、概念が一応形成されたとしても、それは固定したものではない．1つの概念は、より本質的、中核的なものを残しながら、いっそう広い範囲のものを含むように意味が一般化されなければならないのです”．(大野、1972、p 225)

大野氏の述べていることから、概念形成の過程において一般化が行われることが重要であることがわかる．そして、先ほどの小高氏とカントの述べていたことから、ここで言われている一般化は「特殊から一般へ」であると考えることができる．大野氏は、この「特殊から一般へ」において形成された概念は、そこで終わりではなく、その概念を用いて、そこから新たな概念の形成につなげる必要があると述べている．筆者もこの考えには賛成である．このような学習を行うことができれば、いくつかの対象を関連づけて学ぶこともできるので、「授業の中で行われる活動につながりをつくること」も可能であると考える．

以上のように、「特殊から一般へ」における概念形成について考えたが、次節ではこれまでの先行研究の分析を基にして、小学校で求める「特殊から一般へ」について考える．

2－4．小学校で求める「特殊から一般へ」の特徴づけ

現行の教科書での三角形･四角形の角の学習をもう一度見てみる．(図 1－1～図 1－4)この単元での「特殊から一般へ」の学習を考えると、三角形から始まり、四角形、五角形、……と対象が変わっても同じ観点の基、同じように考えることができるような授業である．しかし、実際の教科書に沿った指導の仕方をみると、問題提示の仕方が「右のような三角形の 3 つの角の大きさの和は何度になるか調べましょう」となっているため、児童は 3 つの角の大きさを測って終わってしまう．また次の四角形のところの問題提示の仕方も同様に「四角形の 4 つの角の大きさの和について調べましょう」となっている．このような問題提示の仕方では、三角形と四角形の場合を別々にやることになってしまい、「特殊から一般へ」と向かう学習にはならない．またこのような例は、円の場合や正方形の場合など他にも見ることができる．

このような現状を踏まえた上で、小学校で求める「特殊から一般へ」について考える．まず小学校と中学校での「特殊から一般へ」の学習の違いを見ていくが、中学校の「特殊から一般へ」の学習の代表的なものとしては、n 角形の内角の和が挙げられる．だが、必ずしも n になるものだけが「特殊から一般へ」であるというわけではない．

そこで小学校で求める「特殊から一般へ」においては、中学校のように、数学的な証明といえるものは、まだ扱っていないので、「同じように考えればできる」という考えの基、その根拠を追求し、筋道がつくれればよいものと考えた．また、先ほども指摘したように、小学校で指導されているものの中には、別々に学習しているものが多く見られる．そこで、小学校で求める「特殊から一般へ」としては、そのような静的な学習に対して、動的な学習を目指し、「特殊から一般へ」の過程において、同じ観点の基で、関連づけて一緒に学習できるような形を考える．

そこで、具体的な問題を小学校で求める「特殊から一般へ」の形を踏まえて考えてみる．

第 3 章：「特殊から一般へ」の事例分析
「図形の面積の求め方」問題

本章では、「図形の面積の求め方」問題を分析することで、小学校で求める「特殊から一般へ」の学習について考えていく.

3－1.「図形の面積の求め方」問題

小学校 5 年生で学習する「面積」の単元の事例を扱った. 小学校で求める「特殊から一般へ」の特徴として、「同じように考えればできる」という考えができるような観点を持ち、動的な学習を行うことができる問題を設定した.

3－2. 本事例での「特殊から一般へ」における観点と考えられる学習場面

本事例の「特殊から一般へ」における観点は、「対角線を移動する」である. これまでは 1 つの図形に対して、1 つの求積方法という固定した考え方であったが、「対角線を移動する」という考えを基に、くさび形から三角形、四角形、台形、ひし形などの図形が関連づけられて、一緒に考えることができるようになった.

3－3. 思考の「特殊から一般へ」

1 つの対象からいくつかの対象へと考えていく中で、始めは「底辺と高さ」に着目していたが、学習を通して、「対角線」へと観点が変わっていく. そして、この「対角線を移動する」という観点を持って考えることで、1 つの場面で成り立ったことが、他の場面においても同じように考えることができることがわかる. つまりこのことから、本事例では、使っているアイデアの「特殊から一般へ」が行われている. 本研究ではこれを思考の「特殊から一般へ」と呼ぶことにする.

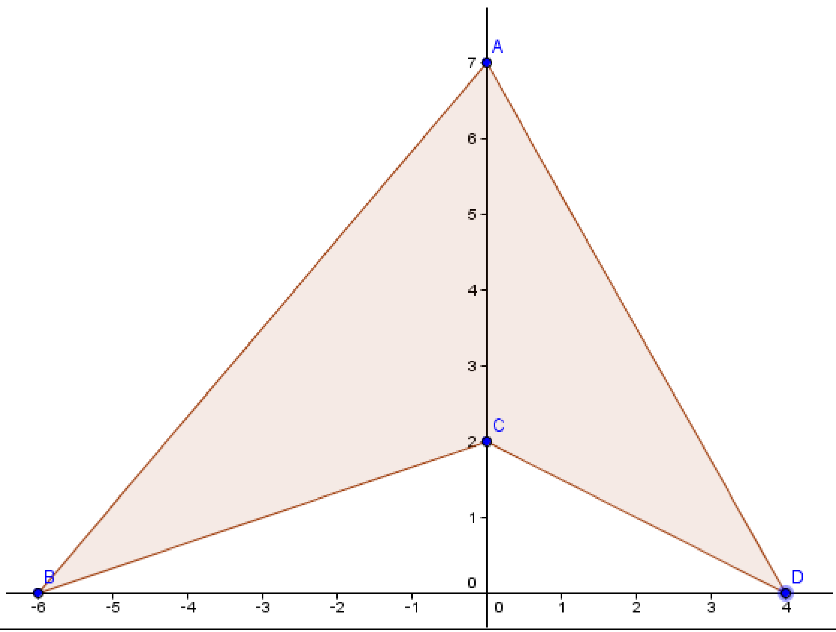
3－1.「図形の面積の求め方」問題

2 章で述べたような特徴を含んでいる事例を通して、小学校で求める「特殊から一般へ」について考えていきたい．そこで、ここでは事例を設定し、分析していく．

そのときに設定する事例というのは、「特殊から一般へ」の形へと学習が向かっていくことは当然であるが、小学校で求める「特殊から一般へ」として「同じように考えればできる」という考え方ができるような観点を持ち、動的な学習が行えるものである必要がある．

そこで、本研究で取り扱う問題は以下のものである．

(問題)



事例は、小学校 5 年生で学習する「面積」の単元である．この問題場面における問いは、次の第 4 章で述べるが、ここでは上のくさび形の面積を変えないで、いろいろな図形に変形させて、その図形の面積を求めていく．この学習での課題を解決する上での前提条件として、児童は三角形の面積の求め方は学習済みであるとする．三角形の面積＝底辺×高さ÷2 という既習の方法を使って、四角形やひし形、くさび形、たこ形などの求積にもその考えが使えるという思考の広まりが生まれることを目的とする．

このとき、児童は、三角形の面積の求め方は学習しているので、「底辺と高さが等しい三角形の面積は同じである」という既習内容を基に、⊿ABC と⊿ADC はそれぞれ底辺が 5、高さが 6 と底辺が 5、高さが 4 とみると、2 つの三角形の底辺と高さを変えないで、くさび形を徐々に変形させ、いろいろな図形の面積の求め方を考えようとする.

では、この様にして行われる本事例の学習場面について、次節でその過程をみていくことにする.

3－2. 本事例での「特殊から一般へ」における観点と考えられる学習場面

前節で述べたように、「底辺と高さが等しい三角形の面積は同じである」ということから、2 つの三角形の底辺と高さを変えなかったら、面積も変わらないという考えができ、このことから、他の図形に変形させても三角形の求積方法を用いて考えることができるという見通しが持てる．よって、これまで三角形の面積は、三角形の求積公式を使って、四角形は四角形の求積公式を使ってのように、固定してばらばらに学習していたと思うが、それらを関連させて、一緒に考えることができる．

これは、1 つの図形に対して 1 つの求積方法という固定した考え方ではなく、複雑そうな求積の公式も面積を変えずに図形を変形していくと実は三角形の求積につながったりするなど、求積を常に簡単な図形に置き換えて考えていく力を育てることにもつながる．

そこでここでは、問題提示で出されたくさび形の図形を変形させて考えられるいくつかの場面を分析し、この学習で行われている「特殊から一般へ」について考える．

ここでまず始めに、問題提示として与えられたくさび形の面積を求める．⊿ABC と⊿ADC に分けて、それぞれの面積を足して求める方法で考えると

$$\begin{aligned}&5\times6\div2+5\times4\div2\\=&5\times(6+4)\div2\\=&5\times10\div2\\=&25\end{aligned}$$

となる．

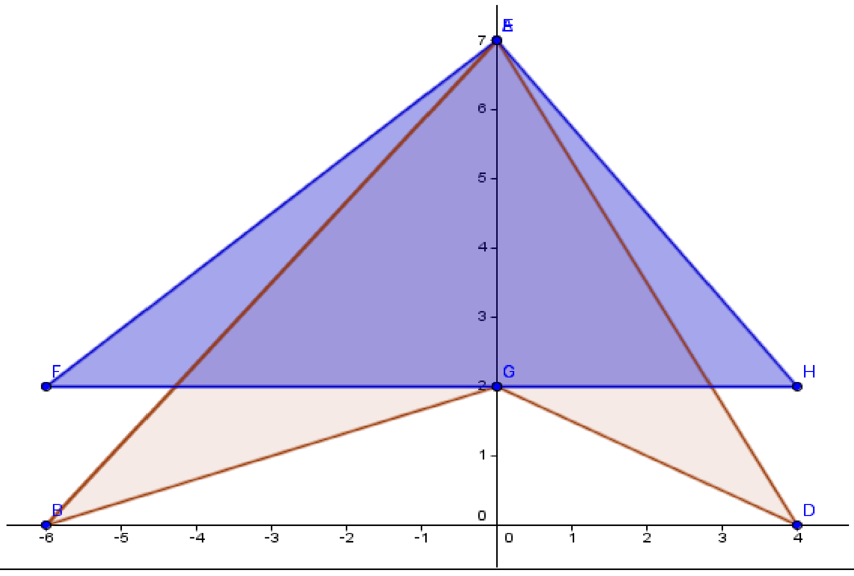
では、このくさび形のこの面積の大きさを変えないで、いろいろな図形を考えていく．このとき、このくさび形という特殊な場合において、どうしたら面積は同じままで、図形を変形させることができるのかを考える必要がある．ここで多くの児童は⊿ABC と⊿ADC はそれぞれ底辺が 5、高さが 6 と底辺が 5、高さが 4 の三角形とみると、それぞれの三角形の底辺と高さを変えなかったら、面積は同じままで他の図形

に変形させることができると考え、学習に取り組むと考える．つまり、「底辺と高さ」に着目している．

しかし、本事例において児童に持ってもらいたい観点としては、「対角線を移動する」という考えである．この観点を持って取り組むことで、学習の中につながりを見出すことができると考える．この観点を問題提示の段階で持つことは、難しいと思うが、いくつかの図形を考えていく中で「対角線を移動することで、面積の大きさを変えないで、図形を変形させることができるのではないか」という考えを持つことができると考える．この観点を持たせるように授業を行うことが、この学習を「特殊から一般へ」と向かわせることであると言える．

なお、次から取り扱う図形の順番については、図形を 2 つの三角形に分けたときのグループから見ていく．まずは、くさび形の図形を⊿ABC と⊿ADC に分けたときの場合を考える．

(三角形 1)



⊿EFG＋⊿EHG

＝5×6÷2＋5×4÷2

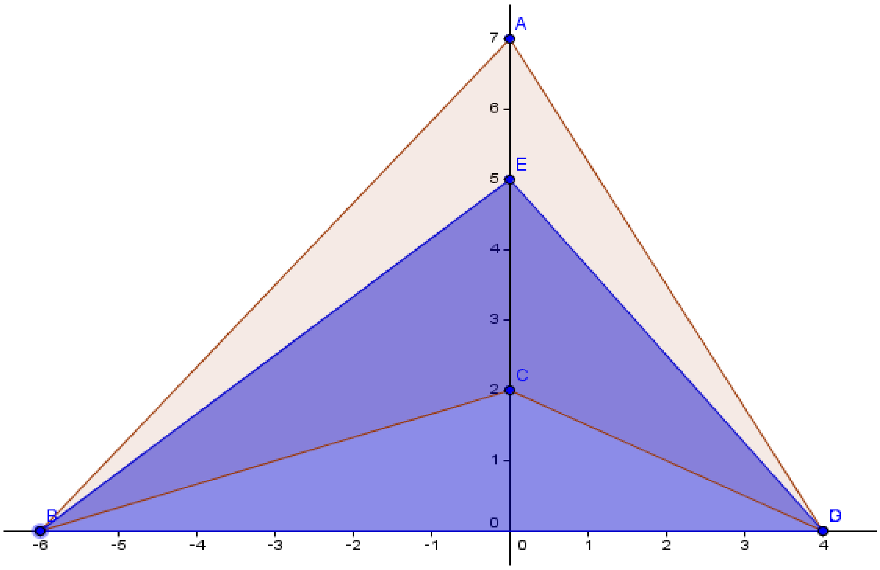
＝5×(6＋4)÷2

＝5×10÷2 → 三角形の求積公式 高さ×底辺÷2

＝25

これは、くさび形の対角線 BD をそのまま上に移動させることで、上の図のような三角形 1 を作ることができる．また次のような三角形も考えられる．

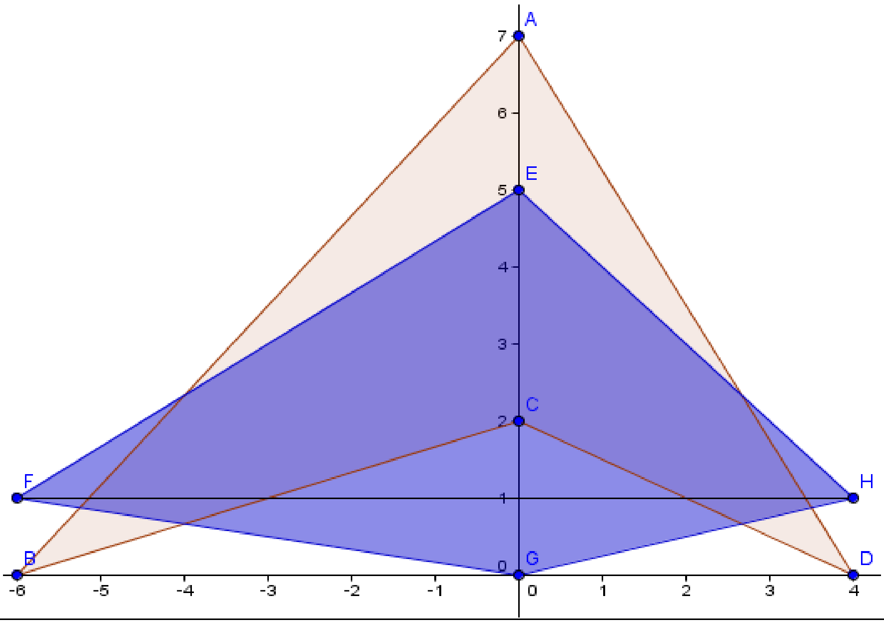
（三角形 2）



この三角形 2 は、くさび形の対角線 AC を図のように下に移動させて変形している．これらの 2 つの三角形は、くさび形を⊿ABC と⊿ADC とに分けて見たとき、三角形 ABC の底辺を 5、高さを 6 とし、三角形 ADC の底辺を 5、高さを 4 と捉え、それぞれの底辺と高さが変わらないように対角線を移動している．よって児童の中には、この時点でそのような見方から、対角線を移動させればよいのではないかという推測を立てているものもいると考えられる．

ここで、この三角形の面積を求めてみると、くさび形の面積を求めたときと同じ式と答えが出る．$5 \times 10 \div 2$ という式から、三角形の求積公式である底辺×高さ÷2 という公式も見えてくる．

(四角形)



$\triangle$EFG＋$\triangle$EHG
＝5×6÷2＋5×4÷2
＝5×(6＋4)÷2
＝5×10÷2
＝25

→ 四角形の面積を三角形の面積と見る.

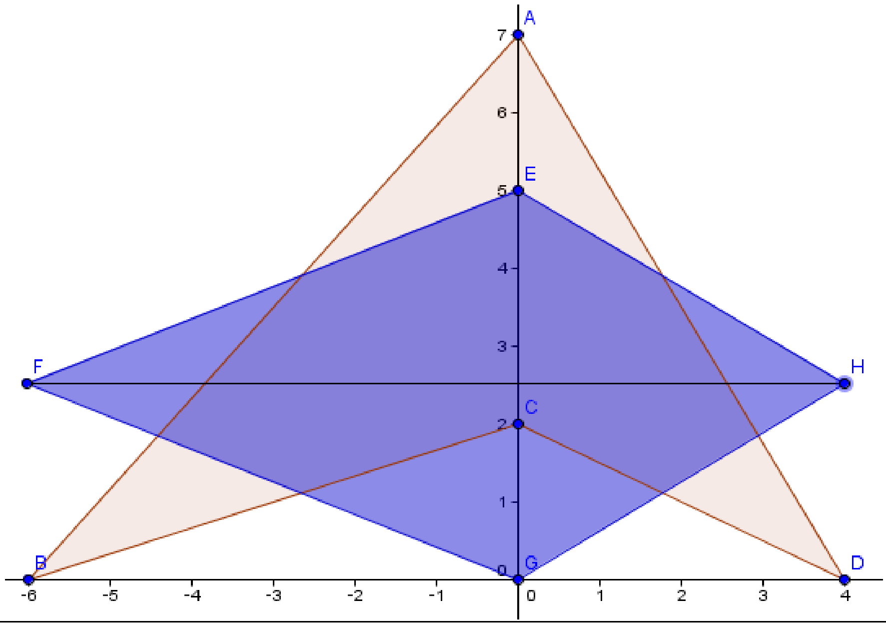
次に、三角形 1 と三角形 2 から対角線を移動させると、上のような四角形ができる. この四角形も先ほどの三角形と同じように、三角形 EFG と三角形 EHG に分けて、底辺と高さが変わらないように対角線を移動している. 三角形 1 では、三角形 EFG と三角形 EHG の底辺となる対角線 EG を移動させている. 三角形 2 では、三角形 EFG と三角形 EHG の高さとなる対角線 BD を移動させている. この四角形の形以外にも、対角線の動かし方によって、いろいろな四角形を作ることができる.

また、この四角形の面積を求める際も、三角形の求積方法を用いているが、このことから四角形の面積を三角形の面積と見て考えることができるということもわかる.

さらに、この四角形の場面は、比較的、対角線を移動すればよいということについて着目しやすいところでもある. よって児童の中には、ここでくさび形から対角線を移動すれば、面積を変えないで、三角形や四角形を作ることができるとい

うことに気づくものもいる.

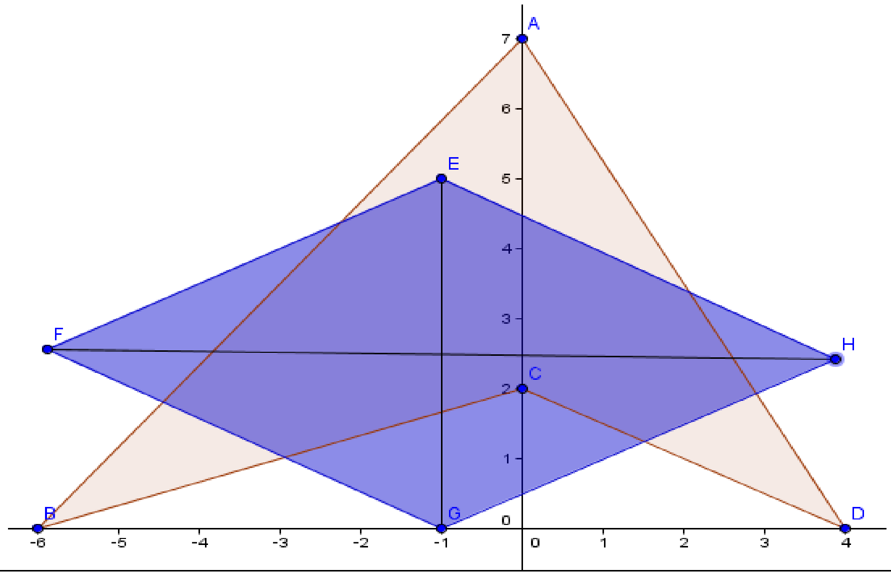
(たこ形)



次に、四角形の対角線 FH をさらに上に移動させると、上のようななたこ形ができる. この図形も⊿EFG と⊿EHG に分けて、それぞれの三角形の底辺と高さが変わらないように対角線を移動している.

次に、これまでは⊿EFG と⊿EHG に分けて考えていたものを、⊿EFH と⊿GFH に分けて考えてみる.

(ひし形)



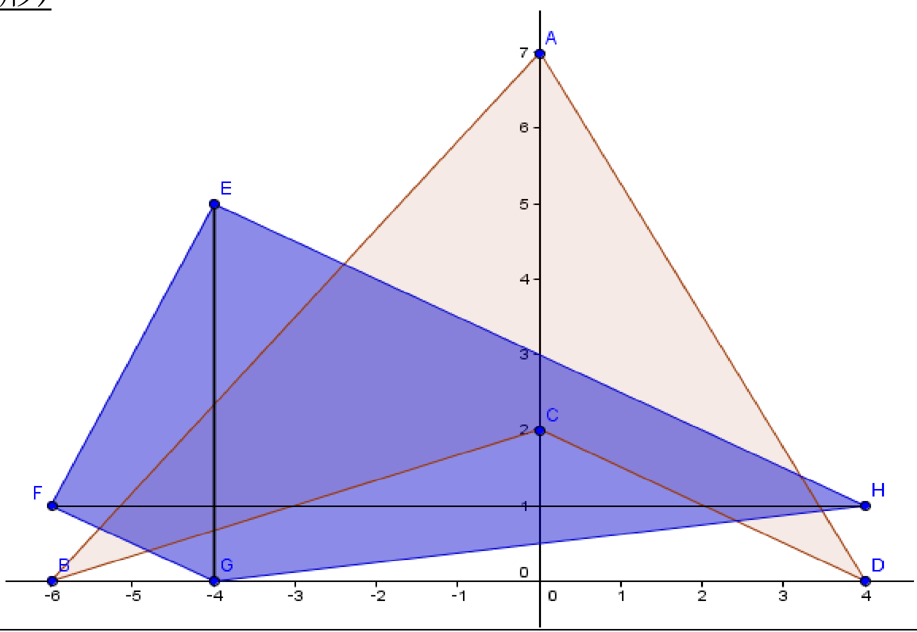
⊿EFH＋⊿GFH
＝$10 \times 3 \div 2 + 10 \times 2 \div 2$
＝$10 \times (3+2) \div 2$
＝$10 \times 5 \div 2$ → ひし型の求積公式 対角線×対角線÷2
＝25

先ほどのたこ形の対角線 EG を左に移動させることで、上のようなひし形も考えることができる．これは、2 つの三角形を⊿EFH と⊿GFH とに分けて考えている．⊿EFH は、底辺が 10、高さが 3 であり、⊿GFH は、底辺が 10、高さが 2 の三角形である．これまでと同じように、それぞれの三角形の底辺と高さが変わらないように、対角線を移動させることで考えることができる．

また、ひし形の面積を三角形の求積公式を使って求めてみると、途中の式から、$10 \times 5 \div 2$ というひし形の求積公式も見えてくる．

また、先ほどの四角形を⊿EFH と⊿GFH に分けて、それらの三角形の底辺と高さが変わらないように、対角線を移動させると以下のような図形もできる．

(台形)



四角形の対角線 EG を左に移動させると、上のような台形

を考えることができる.

また、台形の面積も四角形の面積と同様に、三角形の面積でみることができる．ただ本事例では、縦軸と横軸を平行移動させた対角線を使い、三角形の底辺と高さを変えずに、三角形の求積公式を使って考えているので、上の直角三角形の斜辺の部分の大きさは出すことができない．よって、台形の求積公式である(上底＋下底)×高さ÷2 という式を見出すことはできなかった.

この他にも、直角三角形や二等辺三角形といった図形も考えることができる.

では、この学習場面で行われている「特殊から一般へ」について、次節で考えていく.

3－3．思考の「特殊から一般へ」

本事例の学習では、まず始めにくさび形の図形を提示した．これは、特殊な場合である．そして児童は、どうしたら面積の大きさを変えないで、いろいろな図形を作ることができるのかを考える．そこで児童は、くさび形の図形を⊿ABC と⊿ADC に分けて、既習内容である三角形の求積方法を使い、2 つの三角形の底辺と高さを変えないで変形すればよいと考える．

このとき多くの児童は、まず「底辺と高さ」に注目して、これらを移動すればよいと考える．しかし、この学習で児童に持ってもらいたい観点は、「対角線を移動する」という考えである．問題提示場面でそのことに気づく児童もいるかもしれないが、いくつかの図形を考えていく過程で気づくことができるのではないかと考える．この「対角線を移動する」という観点をどの段階で持つのかは、児童によってもちろん異なってくるが、この観点を持ちながら図形を考えることが、この学習が「特殊から一般へ」と向かっていると言える．

では、ここでくさび形から三角形に図形を変形したとする．このとき、くさび形は特殊な場合であり、三角形も特殊な場合であると言える．よってこの過程では、「特殊から特殊へ」が行われているのであるが、先ほど述べた「特殊から一般へ」は行われていない．では、どんな場合のことを「特殊から一般へ」が行われていると言えるのかであるが、このくさび形から三角形のあとの学習をみていくことにする．

くさび形から三角形へと変形するときに、ほとんどの児童は「底辺と高さ」に注目して、それらを移動させることで、面積は変えないで三角形に変形させることができると考える．だが三角形から四角形、四角形からたこ形へと対象を移していく過程で、児童の頭の中では「対角線を移動することで、面積の大きさを変えないで、図形を変形することができるのではないか」という推測が生まれると考えられる．そしてこの推測の基、他の対象でも考えてみる．すると、対角線を移動させることで、面積の変わらない他の図形を作ることができるということがわかる．このことから始めのくさび形

から三角形の場合も同じように対角線を移動すればよいということがわかる．これが小学校で求める「特殊から一般へ」である．

1つの対象からいくつかの対象へと考えていく中で、始めは「底辺と高さ」に着目していたが、学習を通して、「対角線」へと観点が変わっていく．そして、この「対角線を移動する」という観点を持って考えることで、1つの場面で成り立ったことが、他の場面においても同じように考えることができることがわかる．それによって、本事例のように、1つ1つの図形の面積の求め方にもつながりができ、一緒に考えることが可能となる．

このことから、本研究で考える「特殊から一般へ」とは、始めはある観点(特殊な場合)に着目していたが、学習を通して、始めとは異なる観点(一般の場合)へと変わっていく．つまり使っているアイデアの「特殊から一般へ」である．よって、このアイデアの「特殊から一般へ」を本研究では、思考の「特殊から一般へ」と呼ぶことにする．

事例の学習場面からもわかるが、この思考の「特殊から一般へ」が行われているときの、くさび形から三角形や三角形から四角形、四角形から台形などは、どれも「特殊から特殊へ」が行われている．よって、問題(内容)は「特殊から特殊へ」であるが、思考は「特殊から一般へ」となっている．つまり、「特殊から一般へ」にも、思考の「特殊から一般へ」と問題(内容)の「特殊から一般へ」があると言える．

では、このような「特殊から一般へ」の学習を行うために、教師はどんな問いをする必要があるのかについて、次章で考える．

第 4 章：「特殊から一般へ」を志向した教師の問いについて

本章では、第 3 章で分析した「図形の面積の求め方」問題における問題提示場面での教師の問いについて考える．そして、そのことから、小学校で求める「特殊から一般へ」を志向した教師の問いについて考察する．

4－1．事例における問題提示場面での教師の問い

この事例の問題提示場面での問いとしては、「上のくさび形と等しい面積を持つ図形を考えなさい」と設定した．この問いを行うことで、本事例での「対角線を移動する」という観点を児童に意識づけさせることができ、いくつかの対象を考えていく中で、「特殊から一般へ」の学習を行うことができると考えた．

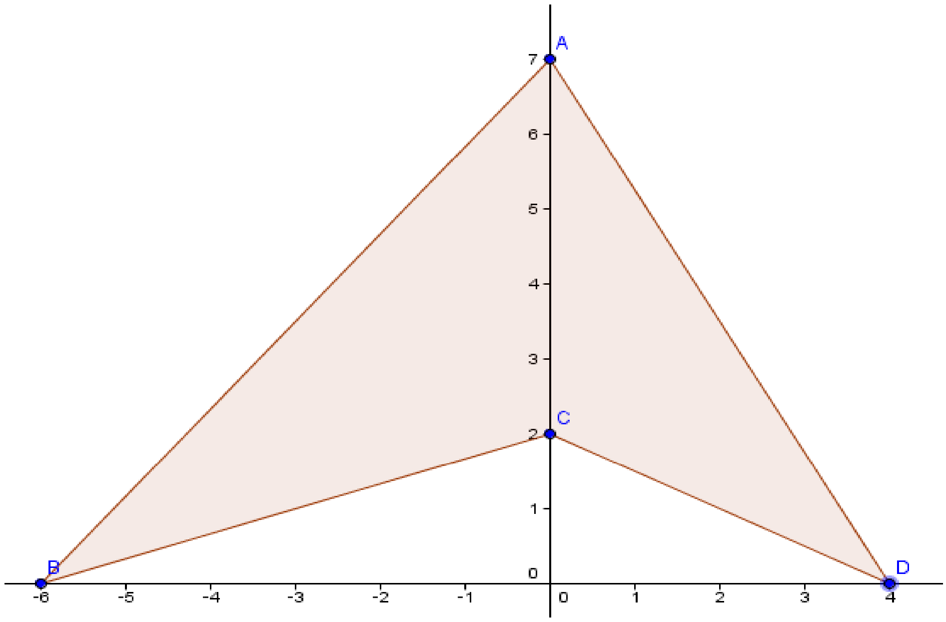
4－2．「特殊から一般へ」を志向した教師の問い

本研究では、「特殊から一般へ」を志向した問題提示面における教師の問いについて考えたが、学習の途中の問いについても考える必要がある．そのとき、「特殊から一般へ」の過程における児童の思考や推論は目には見えないので、そのときの児童の考え方を把握し、その推論に応じた教師の問いを行うことが大切である．ここでは、そうした問題の提起を行った．

4－1. 事例における問題提示場面での教師の問い

第 3 章で挙げた「特殊から一般へ」での学習を志向した問題提示場面における教師の問いについて以下のように考えた.

(問題)



上のくさび形と等しい面積を持つ図形を考えなさい.

まず、本事例での問題提示場面における教師の問いとして、「対角線を移動して…」というような問いはふさわしくないと考える. もし、このような問いを行ったとすれば、児童が特殊な場面を通して見つけるはずの観点を始めから与えることになってしまい思考の「特殊から一般へ」にならない.

そこで、この問いを考える上で重視したこととしては、この問いを行うことで、児童に本事例の観点である「対角線を移動する」という考えへの意識づけをおこなうことである. そして、この問いによって、いくつかの対象について児童が考えることができるようにすることである. そのような考えの基、この問いを設定した.

「上のくさび形と等しい面積を持つ図形を考えなさい」という問いから、児童はくさび形の面積を求めたり、どうした

ら、面積を変えないで他の図形を作ることができるのかといったことを考えるはずである．そして、既習内容を使って解決できないかを考え、三角形の求積方法に着目する．三角形は底辺と高さが同じであれば、面積は変わらないということから、まずは底辺と高さの移動に着目すると考えられる．いくつかの図形で考えていく中で、対角線を移動すればよいことに気づき、どの図形においてもこの観点を基に「同じように考えることができる」ということがわかり、思考の「特殊から一般へ」が行われると考える．

4－2.「特殊から一般へ」を志向した教師の問い

前節での考察を踏まえて問題提示場面における「特殊から一般へ」を志向した教師の問いについて考えたとき、まずは児童にその学習での観点への意識づけをおこなうことができるような問い、そして、いくつかの対象について考えることができるような問いが必要であると考えた．そのような問いから、特殊をこう見ると、一般が見えてくるというような機会を与えることが大切であると考えた．

本研究では、「特殊から一般へ」の学習を考えるための教師の問いとして、問題提示場面で考えた．しかし、この問題提示場面での問いも大事ではあるが、学習の途中における教師の問いも大切になってくると考える．

これまで、「特殊から一般へ」を考えてきたが、この「特殊から一般へ」の過程における児童の思考や推論はもちろん目には見えない．したがって、教師が授業を行う際に、児童はどういう推論の結果、対角線を移動させたのか、何を聞いたら、その判断ができるのかなどについて、もっと明確にする必要があると考える．例えば本事例では、いくつかの特殊な場合を基にして、それらの間の共通の考え方に注目し、「対角線を移動する」という推測を立てた．これは、帰納的推論である．一方で、「上のくさび形と等しい面積を持つ図形を考えなさい」という問題に対して、様々な思考をめぐらせる段階は、演繹的推論である．前者と後者、それぞれの推論によって、何をさせたいのかも変わってくるし、教師の問いもそれに応じたものにしていかなければならない．

「特殊から一般へ」にもいろいろな筋道があると考える．教師は、どういう推論で「特殊から一般へ」に飛躍しているのかを把握し、問題提示から途中の問いまで明確に行い、意図する「特殊から一般へ」の学習を展開しなければならない．

第5章：結論

本章では、研究で得られた結果及び、今後の課題について考察する.

5－1. 研究から得られた結果

本研究では、先行研究を基にして、「特殊から一般へ」を「ある観点を基に、特殊な場合に成り立ったことが、一般の場合にも成り立つこと」であると考えた.

また、そのような「特殊から一般へ」を小学校で考えたときに、3つの特徴を挙げた.

そして、小学校で求める「特殊から一般へ」を志向した教師の問いについて、事例を基に分析し、「特殊から一般へ」を志向した教師の問いについて、問題提示場面で考えた. 分析の結果、まずは児童にその学習での観点への意識づけをおこなうことができるような問い、そしていくつかの対象について考えることができるような問いが必要であると考えた. そのような問いから、特殊をこう見ると、一般が見えてくるというような機会を与えることが大切であると考えた.

5－2. 今後の課題

今後の課題については、以下の3つが挙がった. 1つ目は、学習の途中での教師の問いについて考えること、2つ目は、中・高の「特殊から一般へ」を考えること、3つ目は、いろいろな学習場面で考えることである.

5－1．研究から得られた結果

本研究の目的は,小学校の算数学習において、「特殊から一般へ」の必要性を感じ、「特殊から一般へ」の学習を行うことで、１つ１つの学習につながりを見出すことができ、確かな理解の実現につながることを明らかにすることである．

そのような考察をするために、始めに設定した以下の３つの研究課題の解決を述べることで、本研究から得られた結果を述べる．

研究課題１：「特殊から一般へ」とはどんなものか
研究課題２：小学校で求める「特殊から一般へ」とはどのようなものか
研究課題３：そのような「特殊から一般へ」を志向するには、どんな教師の問いが必要か

本研究では、先行研究分析を基に、「特殊から一般へ」を「ある観点を基に、特殊な場合に成り立ったことが、一般の場合にも成り立つこと」であると考えた．また、この「特殊から一般へ」の学習を教師が考える上で、ある観点を持たせたり、対象を捉えさせたりするためには、教師の問いが不可欠であることもわかった．

しかし、現行の教科書での学習内容を見てみると、問題提示の仕方が悪く、「特殊から一般へ」の学習になっていない．このような現状を踏まえた上で、本研究では、小学校で求める「特殊から一般へ」の特徴について考えた．

まず１つ目の特徴として、小学校では中学校のように、数学的な証明といえるものは、まだ扱っていないので、「同じように考えればできる」という考えの基、その根拠を追求し、筋道が作れればよいものと考えた．

２つ目の特徴は、小学校で指導されているものの中には、別々に学習しているものが多くみられる．そこで、そのような静的な学習に対して、動的な学習を目指し、「特殊から一般へ」の過程において、同じ観点の基で、関連づけて一緒に学習できるような形を考えた．

３つ目の特徴として、本研究で考える「特殊から一般へ」とは、１つの対象からいくつかの対象へと考えていく中で、

始めはある観点(特殊な場合)に着目していたが、学習を通して、始めとは異なる観点(一般の場合)へと変わっていく．そして、この観点を持って考えることで、1 つの場面で成り立ったことが、他の場面においても同じように考えることができることがわかる．つまり、使っているアイデアの「特殊から一般へ」である．よって、このアイデアの「特殊から一般へ」を思考の「特殊から一般へ」と呼ぶことにする．

そして、この小学校で求める「特殊から一般へ」を志向した教師の問いについて考えた．本研究では、「特殊から一般へ」を志向した問題提示場面での教師の問いについて分析した．このとき、この問いを考える上で重視したことは、まずこの問いを行うことで、児童に本事例の観点である「対角線を移動する」という考えへの意識づけを行うことである．そして、この問いによって、いくつかの対象について児童が考えることができるようにすることである．

この事例分析から、「特殊から一般へ」を志向した教師の問いについて、問題提示場面で考えたとき、まずは児童にその学習での観点への意識づけをおこなうことができるような問い、そしていくつかの対象について考えることができるような問いが必要であると考えた．そのような問いから、特殊をこう見ると、一般が見えてくるというような機会を与えることが大切であると考えた．

だが、学習の途中における教師の問いを考えることはできなかった．

以上のように、本研究で設定した研究課題 1、研究課題 2 については、一定の成果を得ることができたが、研究課題 3 についてはまだまだ十分ではない．どのような点が不十分であるかは、次節で述べた．

5－2．今後の課題

今後の課題として以下が挙げられる．

1つ目は、学習の途中での教師の問いについて考えることである．本研究では、問題提示場面での教師の問いしか考えることができなかった．これまで、「特殊から一般へ」を考えてきたが、この「特殊から一般へ」の過程における児童の思考や推論は目には見えない．したがって、教師が授業を行う際に、児童はどういう推論の結果、対角線を移動させたのか、何を聞いたらその判断ができるのかなどについて、もっと明確にする必要があると考える．そして、その児童の推論に応じた教師の適切な問いを考える必要がある．

2つ目は、中学校・高校の「特殊から一般へ」を考えることである．本研究では、小学校における「特殊から一般へ」のみ考えた．しかし、小学校のあとは中学校、高校とつながっている．また、中学校・高校の「特殊から一般へ」について考えることで、小学校での「特殊から一般へ」を考える際に、関連する点や活用できることなどが見えてくることも考えられる．

3つ目は、いろいろな学習場面で考えることである．今回は、1 つの事例を基に、「特殊から一般へ」を志向した教師の問いについて考えた．この事例を基に考えた教師の問いが、他の学習場面でも言えることであるのかを示す必要がある．

引用・参考文献

伊藤説朗．(1993).『数学教育における構成的方法に関する研究(上)』. 明治図書出版
カント、I．(2005).『純粋理性批判(下)』(原佑　訳). 平凡社(原著版は第1版 1781、第2版 1787)
伊藤説朗．(1983).『算数教育－現代の課題と発展－』. 東洋館
杉山吉茂．(2012).『確かな算数・数学教育をもとめて』. 東洋館
小高俊夫．(1975).『算数・数学授業の原理』. 東洋館
溝口達也．(2008).『算数・数学学習指導論』. 鳥取大学数学教育学研究室
大野清四郎．(1972).『新しい算数 - 数学へのアプローチ』. 日本放送出版

謝辞

本研究を進めるにあたり、多くの方々にご指導いただき、また、支えていただいたことに、心から感謝申し上げます．

溝口達也先生には、算数・数学教育に限らず、他の教科や他の分野にも共通して言えること、教師を目指す私にとって本当にためになることをたくさん教えていただきました．私がこの研究室に入ろうと思ったきっかけは、特に算数や数学が好きだからというわけではなく、溝口先生がおられたからでした．これまで溝口先生の授業を受ける中で、「こういう考えもできるのか、こんな見方もあるのか」という経験を多々してきました．そして私自身も少しでもこんな考え方や見方ができるようになりたいと思ったことがこの研究室に入った理由でした．今、この研究室に入って 2 年間が過ぎようとしているのですが、まだまだ私自身未熟であり、至らない点もたくさんあると思います．ですが、この 2 年間で溝口先生から受けたご指導はこれからの私にとって大きな財産になったと思います．「研究は厳しく、人間関係は温かく」という溝口先生のお言葉通り、ときには厳しくご指導していただきました．しかし、研究テーマに関しても私がやりたいことをやらせていただき、わからないことがあると昼休憩の時間であるにもかかわらず丁寧に教えてくださいました．なかなか研究を進めることができず、溝口先生が期待しておられたような研究内容に到達することはできなかったかもしれませんが、最後の最後まで私のことを考えて、ご指導してくださったことに、深く感謝しております．本当にありがとうございました．

また、矢部敏昭先生にも、卒業論文中間発表の際にご指導いただきありがとうございました．そのときの矢部先生からの質問に対して、私は答えることができなかったのですが、いまでもその質問内容は覚えています．この質問のおかげで私の研究の曖昧な部分や見えないところについて考えることができたと思います．また矢部先生には飲み会の際にも、いつも温かいお言葉をいただくのですが、そのたびに研究へのやる気が高まっていました．どんな時も温かく見守っていただき、ありがとうございました．

さらに、広島大学の早田透様にもお忙しい中、私の研究にご指導、ご協力いただきました．私がこのテーマに決めて初めてゼミで発表した際に、ちょうど来られていて、そのときにこの本を読んだらいいと教えていただきました．また私の質問にも丁寧に答えていただきました．本当に深く感謝申し上げます．ありがとうございました．

そして、研究室の先輩である池田和彌さん、岡慎也さん、玉木義一さん、また、昨年卒業された前田静香さんには、研究で行き詰ったときに、快く相談にのってくださり、多くの助言をしてくださいました．また研究以外にも、これからの進路の迷いや不安についても話を聞いてくださいました．お忙しい中だったと思いますが、本当にありがとうございました．また、夏合宿の際に多くの先輩方から助言をいただいたことに対しても、深く感謝申し上げます．同級生である岡田郁美さん、岸川友飛さん、古林知佳さん、山本幸子さんとは、研究仲間として、ときには苦労を分かち合ったり、ときには互いによい刺激を与え合ったりしながら、共に協力し、研究を進めることができたことに感謝しています．後輩である下采瑞季さん、松岡涼さん、宮崎諒平さん、山根三佳さん、横田真照さんには、夏合宿や卒業論文発表会、打ち上げの準備など様々な面で大変お世話になりました．感謝しています．

このように多くの方々に支えられ、本論文を完成させることができました．大学院においてもしっかりと研究に励み、自分を高められるように努力していきたいと思います．

平成 25 年 1 月
吾郷将樹

鳥取大学数学教育研究　　ISSN 1881–6134

Site URL：http://www.rs.tottori-u.ac.jp/mathedu

投稿規定

❖ 本誌は，次の稿を対象とします。

- 鳥取大学数学教育学研究室において作成された卒業論文・修士論文，またはその抜粋・要約・抄録
- 算数・数学教育に係わる，理論的，実践的研究論文／報告
- 鳥取大学，および鳥取県内で行われた算数・数学教育に係わる各種講演の記録
- その他，算数・数学教育に係わる各種の情報提供

❖ 投稿は，どなたでもできます。投稿された原稿は，編集委員による審査を経て，採択が決定された後，随時オンライン上に公開されます。

❖ 投稿は，編集委員まで，e-mailの添付書類として下さい。その際，ファイル形式は，PDFとします。

❖ 投稿書式は，バックナンバー（vol.9 以降）を参照して下さい。

鳥取大学数学教育学研究室

〒 680-8551　鳥取市湖山町南 4-101

TEI & FAX　0857-31-5101（溝口）

http://www.rs.tottori-u.ac.jp/mathedu/