ISSN 1881–6134

鳥取大学数学教育研究
Tottori Journal for Research in Mathematics Education

http://www.rs.tottori-u.ac.jp/mathedu

問題解決における学習者の工夫の様相に関する研究

小村　亮　*Ryo Komura*

vol.13, no.9
Mar. 2011

鳥取大学 数学教育学研究室

目次

第１章

本研究の目的と方法

第１章では、現在の学校における授業の問題点から、「工夫」の研究の動機・目的を示す。

１．本研究の目的と方法

１．１　研究動機と目的

平成 19 年度から始まった全国学力･学習状況調査の結果や 2009 年の学習到達度調査等、新聞・テレビなどでも教育関連のニュースは大きく取り上げられ，学習指導要領改訂に向けて学力低下の改善やゆとり教育の見直しが話題となった。また中学受験，高校受験が過熱し，こうしたことからも現場の教師は点数という結果を求められ，即効性のある指導法を実践してしまうという状況である。受験を控えた子どもからも「理屈よりも解き方を教えてほしい」と言われることも珍しくはないと聞く。確かに問題の解法を教師側が見せれば、子どもはそれを忠実に実行することにより答えを導くことは可能であろう。しかしそれではその問題を理解することができたという事にはならない。指導する教師に求められていることは，正確に答えを出し，点数を取れればよしとする子どもを育てることではないはずである。教室で算数を学ぶということはどういうことか，という原点に戻って，授業を見直していくことが重要であるだろう。

上述のような状況下では、算数に対して相当な苦手意識を持っている児童が増えているのではないかと考える。多様な解き方よりも効率のよいとき方を追求し、間違った答えを頭ごなしに否定することで、子どもたちは正しい根拠をもとに幾通りものアプローチで同じ結果にたどり着くことがあることや，間違えてしまっても数学的な根拠を使おうとすることを知らないままではないだろうか。そのため、初めてみるような問題に直面すると「解けそうにない」と挫けてしまう子が多いように思う。もちろん現在の多くの小学校における算数学習はでは、新しい課題であってもまず児童自身に考えさせるような授業形式であり、単に問題を解いて解法を理解し，そしてまたさらに多くの練習問題に取り組ませるというものではないだろう。そこでは既知の知識を利用し、難しい問題も工夫をすれば多くの課題を解決できるという態度を身につけ、そのような考え方を実践できるようになってほしいという思いが実現されているのである。現実では、多くの子どもにとって算数・数学の問題の解決が困難であるといった状況は今日でも依然として続いている。計算力は改善しても応用力は低い、知識や経験に基づいた解決ができていないといった一面が見て取れる。

そこで本稿では「どのようにすれば問題は解けるのか」「もっと上手

い方法はないだろうか」「どんな問題にも対抗できる力や考え方はないだろうか」そのような「問題を解く際の工夫」について考えると同時に、「工夫する」ということはそもそもどのようなことなのか、考えていくことにする。

本研究の目的は“工夫”というものに焦点をあて、問題解決活動を行う際にそれがどのように活用されているのかを明らかにし，それに沿った問題解決のプロセスを考えることである。また、工夫を行う必要性や問題解決時における位置づけ、学習者に与える効果などを考察していく中で、工夫という学習者の中の見えない思考過程をどのようにして捉えていけばよいのかということを考えていき、自力解決を引き出すことをねらいとしたよりよい指導を考えていくものである。それにより、算数・数学的な活動の質のさらなる向上につながると考える。

１．２　研究の方法

以上の目的を達成するため，　本研究では以下のような方法をとる。

本研究で工夫について議論するため，　まず，　従来漠然と使用されている「工夫」というものを再定義する。事前に調査を行い算数の問題解決過程を観察することにより、解決時に解決者はどのような思考をもって問題を解いているのか明らかにする。解決者が問題の解決においてどのような方略をどのように用いるかに焦点を当てながら分析する。そして問題解決過程を分析していくことで、まず「工夫」とは何かを定義し、そこから本研究での工夫に関するリサーチクエスチョンを導出していく。

２章で導出されたリサーチクエスチョンを３章で達成していく。そのためにこれまでの先行研究において為されたストラテジーや方略指導のアプローチの手法について吟味し，本研究におけるリサーチクエスチョンを考察する。そして，考察から得られた問題解決過程に対する分析に基づいて，工夫を捉えていく。

第２章

調査の実施

第二章では、本研究における調査の概要を説明する。

２．調査の実施

２．１　　問題の解決過程の調査

２．１．１　調査の目的

本調査では算数の問題解決過程を観察することにより、解決時に解決者はどのような思考をもって問題を解いているのか明らかにすることを目的とする。解決者が問題の解決においてどのような方略をどのように用いるかに焦点を当てながら分析する。そして解決過程を分析することで、その過程における特性を考察し、現象としての「工夫」がどのように表れているかを特定しようとするものである。そして問題解決過程を分析していくことで、まず「工夫」とは何かを定義し、そこから工夫に関するリサーチクエスチョンを導出していく。

２．１．２　調査問題

本調査では２問を調査問題として実施した。以下にその問題を示す。

【問題１】

ある神社には長い階段がある。様々な登り方をしてみようと思い、いろいろな方法を考え階段を上ってみることにした。

ｉ）３歩上ったあと２歩下がる、これを繰り返して階段を上ってみる事にした。

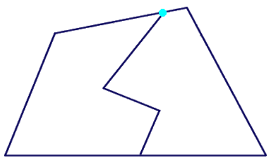
① 何歩目ではじめて５０段目に着くか。
② ５０段目にいるときの歩数を全て求めよ。

ⅱ）階段を１歩上がる→２歩上がって１歩下がる→３歩上がって２歩下がる→４歩上がって３歩下がる→……と登っていく。
① ５０段目に初めて着くのは何歩目か
② ４００歩目のとき何段目にいるか

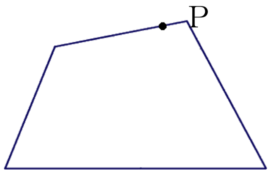
【問題２】

台形の面積が折れ線によって分かれている。

ｉ）左右の面積を変えることなく、折れ線を直線に直せ。



ⅱ）この図形の面積を２等分するような線を引きなさい。（Ｐを通ること）



【問題１】であれば問題文をと読み何が問われているかきちんと把握する必要がある。既習の知識を用い、それぞれの状況設定の中で、数量の関係を見い出して、その関係を活用する力を求める問題とした。また【問題２】では既習の三角形の求積方法を基にして，台形の面積の求め方を発展的に考える問題を出題した。この問題ではまず、折れ線を直線にする方法を解答させた。さらにその上で，台形面積を等分する求積方法を考えさせた。台形は，三角形や四角形を組み合わせた図形であることから、この問題では既習の図形の性質を理解してそれらの求積のアイデアを発展させることをねらいとした。

２．１．３　調査対象

（１）

本調査ではより多様な思考の過程が見やすいよう国立大学理工学系学生（Ａ）と教育学系（文系）（Ｂ）学生の２名に被験者となってもらった。両者とも【問題１】【問題２】の両方を課した。

（２）

思考の過程をとらえるのを目的とするため、自らの考えを言語化・顕

在化することのできる能力がある大学生を被験者とした。本来ならば小中学生を対象とすべきであるが、小中学生では思考を顕在化することが難しいと判断したために本調査では大学生を被験者とした。

２．１．４　調査の実施過程

調査は被験者と調査者の面談形式で行う。被験者に調査者が紙に書かれた問題を提示し、被験者がその問題を解決する。問題解決の際に使用したメモや計算用紙は消さずに残しておいてもらい、その後インタビューを被験者に行う。

またインタビューでは被験者が解決終了時に行った。インタビューでは被験者が解決時に使用していたメモ等を元に質問を行い、調査者はこれらの資料を元に被験者の解決過程を被験者自身の言葉を元に顕在化を狙う。調査者はこれらを元に何が「工夫」につながるかを明らかにすることを狙いとする。

被験者へのインタビューはＩＣレコーダーに記録する。

２．２　被験者の解決過程

２．２．１　被験者Ａの解決過程

【問題１】

(ⅰ)-①

調査者（以下”調”）と被験者Ａ（以下”被Ａ”の会話である）
調Ａ01:この下の「→」で表してある数字の流れは何？ 被Ａ02:実際の人の動きを数字で表してみたものです。 調Ａ03:なぜこのようなものを書いたの？ 被Ａ04:文字だけだとわからなかったから、自分が見て何か行われているかわかりやすいように。<1> 調Ａ05:どういう風な書き方で書いてあるんですか？ 被Ａ06:上から【試行の回数 最初の位置→一番上の段数→一番下の段数】になる。 調Ａ07:これから何を導いたの？ 被Ａ08:試行１回目で１段、２回目で２段にいる。これから５歩で１段あがってるってことがわかった。<2> 調Ａ09:それだけ？ 被Ａ10:あとは４７段目まで上がれば、あとは３段上がれば５０段目に到達するから、４７段目までの歩数が分かれば解けるかなと<3>。

被験者はまず、実際に上った段数と下がった段数を図のように書きだした。４段目の動きまで書いたところで、登っている人は５歩で１段ずつ上がっていくことになると判断したとみられる。(図 1) の右下の計算より４７段目までの歩数を求め、そこに３歩を足し答えを導いた。

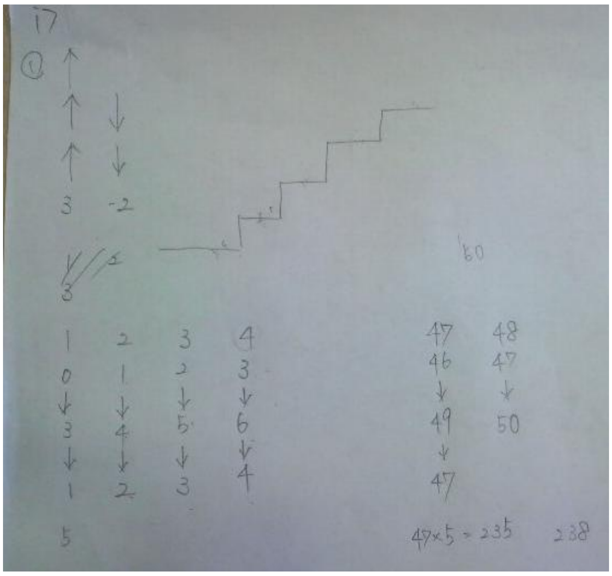


図 1

(ⅰ)-②

調Ａ11:これはどうやって解いたの？
被Ａ12:まずは①で 50 段目までの歩数が分かったからそこを基準に解いた。<4>１つめの答えが２３８歩目になるから、とりあえず２３８歩目以下は違うなって。
調Ａ13:じゃあそこから１段ずつ考えていったの？
被Ａ14:はい。50 段目に到達した後、２歩下がって４８段目、ここからスタートするとき、また３歩上がるうちの２歩目で５０段目に着くので、これが２つ目の答え
調Ａ15:この図（図２）はそれを表したものなの？
被Ａ16:そうです。①と同じように書いたけど、間で５０段目に着くところはどこかって探しながら書いた。
調Ａ17:最終的に答えはどう出したの？
被Ａ18:52 段目で、その後 2 歩下がって 50 段目につくので、246+2+2=250 とできる。ここが最後になるかな。

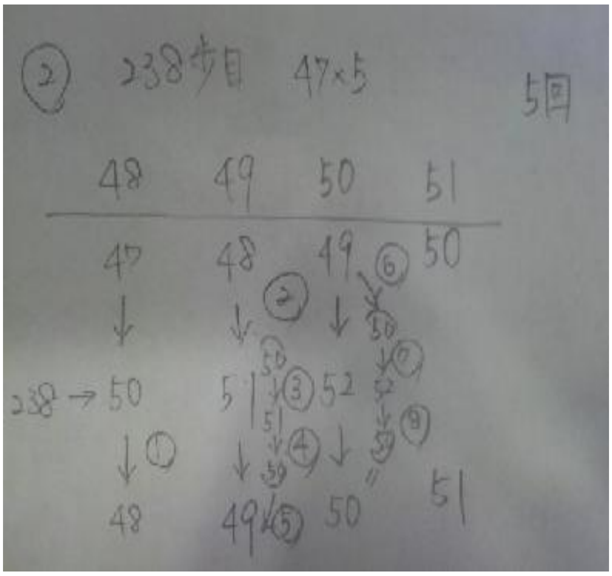


図 2

まず①より、初めて５０段目に到達するのが２３８歩目のときである。よって１つめの答えは２３８歩であり、またこの歩数以下の答えは考えられないと判断した。【被Ａ06】
・次は４８段目にいる場合を考えると、４７段目スタートで 50 段目に到達した後、そこから２歩下がったときである。４８段目からスタートする際、また３歩上がるうちの２歩目で５０段目に着くので、ここが２つ目の答えとした。また、このとき 238+2+2=242 という式が立つので、２４２歩目だという答えに至る。
・同様に４８段目から５１段目まで登った時、下がり切ると４９段目スタートとなる。また 51 段目にからその後１歩下がって 50 段目につくので、242+1+1=244 という式が立つとした。そして 49 段目からスタートしたとき、その後 1 歩上がって 50 段目につくので、

244+1+1=246 歩目だと言える。
・さらに上がりきった先が 52 段目で、その後 2 歩下がって 50 段目につくので、246+2+2=250 とできる。 これ以上はもう５０段目以降のスタートとなるので、「３歩上ったあと２歩下がる」を繰り返しても、明らかに 50 段目には来ないと判断した。よって答えは、238 歩目、242 歩目、244 歩目、246 歩目、250 歩目 であると答えを導いた。

(ⅱ)-①

調Ａ19:図がだんだん複雑になってきたけど、何に注目したの？

被Ａ20:「ｎ歩上がって」の歩数と段数に着目してみる<5>と少し導き方が見えてくるのではないのだろうかと考えた。それで実際に図にして書いてみました。

調Ａ21:図を説明してみてください。

被Ａ22:（図３下部）線の上は人の動き方、下はいる位置の最小段数と最大段数を書きました。

調Ａ23:書いてみて何か手掛かりになった？

被Ａ24:何か式で表せるものはないかなって探してみたら、例えば２段目にいるときは最大５、３段目にいるときは７…だから、ｎ段目は２ｎ＋１になる<6>ことを見つけた。それと、歩数を見たら下がり終わった歩数は着いた段数の２乗になってる。これを使って解いていきます。

調Ａ25:具体的にはどうやったの？

被Ａ26:２ｎ＋１が５０を超えるときのｎの値が、５０段目を超えるためのスタート位置になるから、これに数を当てはめ考えた<7>。答えは２５段目になったので、２５段目にいるときの歩数は２５の２乗で６２５歩。そこから２５歩上に上がれば５０段目です。

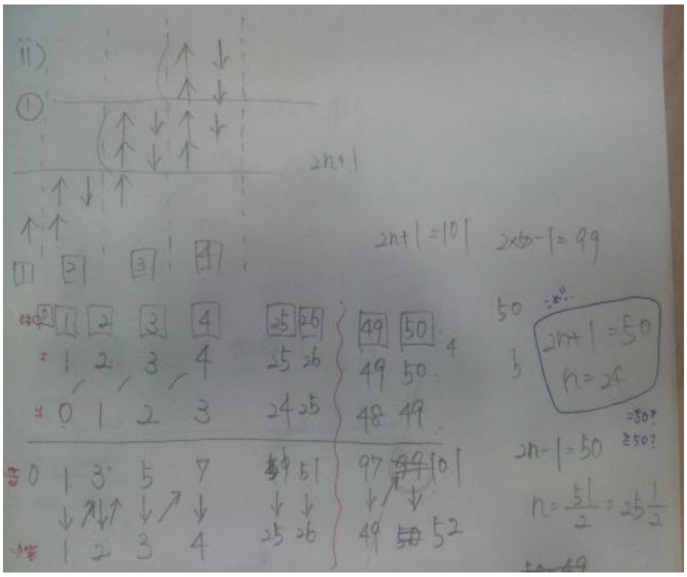


図 3

被験者は、「ｎ歩上がって」の歩数と段数に着目してみると少し導き方が見えてくるのではないのだろうかと推測した。【被Ａ10】
まずは手掛かりがつかめないので、実際に各段数に歩数を記録していった。（図３）
記録していくうちに次のことを発見した。

ア）ｎ段目にいる場合、次に 1 番上まで上った時の段目は 2ｎ＋1 である。
イ）下がり終わったときの歩数は段数の２乗になっている。

この（ア、イ）を利用していくことで、問題を解決しようとしていた。【被Ａ12】
まず２ｎ＋１が５０を超えるときのｎの値が、５０段目を超えるためのスタート位置であると被験者は考えた。そこで（ア）を利用して２ｎ＋１≧５０と式を立て、これを解きｎ≧24.5 とした。ｎは整数なので、初めて５０段目に足を乗せることができるのは２５段目スタートのときであると導き出した。
ここから（イ）を利用して、２５段目にいるときの歩数は２５の２乗で６２５歩、そこから２５歩上に上がればいいわけだから、
６２５＋２５と式を立てた。これより、答えは６５０歩になると答えを導き出した。

(ⅱ)-②

調Ａ27:②に関してはどうですか？
被Ａ28:これは２乗の関係から<8>、２０段目とすぐに答えが出た。

イ）を見ると、４００は２０×２０なので、２０段目とすぐに答えに至った。

【問題２】

(ⅰ)

被Ａ29:これは図形の問題ですが、どのように解きましたか？
被Ａ30:折れ線をどのように面積を変えずに変化させるかを考えたとき、三角形の底辺と高さの関係を思い出しました。底辺と高さの値が同じなら、形を変えても面積はかわらない<9>と思いました。
調Ａ31:それからどうしましたか？
被Ａ32:（図４を見ながら）まず折れ線の中に△ＰＴＱを作り、Ｔを移動させて△ＰＲＱとしました。
調Ａ33:確かに底辺と高さは同じですね。
被Ａ34:（図５を見ながら）同様に△WPR も同様にして、線分 WR と平行な線 PU を引く。△WPR と△WUR ができるので、あとはＵとＷを結べばできると思う。

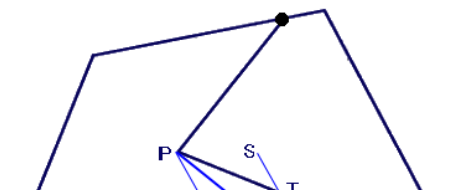


図 4 （手書きの図を再現）

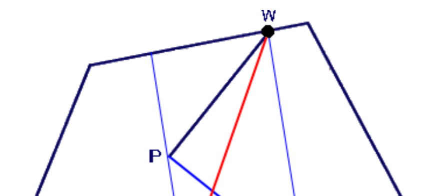


図 5 （手書きの図を再現）

まずはこの折れ線をどのようにして直線にするか考えるとき、被験者は折れ線の中に△RTQ を作り、△PTQ の面積そのままに折れ線 P-T-R を直線にすることができないかと考えたようだ。【被Ａ15】線分 PQ と平行な線 SR を作図し、△PRQ を作図した。△PTQ と△PRQ は高さも底辺の長さも等しいので、この二つの三角形の面積は等しいと言え

るとした。
次は△WPR も同様にして、線分 WR と平行な線 PU を引く。【被Ａ17】線分 WR を底辺として考えると、△WPR と△WUR は高さも底辺の長さも等しいので、この二つの三角形の面積は等しいと言える。よって折れ線 W-P-R を線分 WU に変更しても土地の面積は変わらない。従って解答者はこの線分ＷＵが求める直線のであるとした。

(ⅱ)

調Ａ35:これはどのように行いましたか？
被Ａ36:最初はどのようにしていいのかわからなかったので、様々な補助線を引いてみた<10>。引いて行くうちに、①と同じく四角を三角形に変えてしまえばいいんじゃないかと思った。
調Ａ37:ではそれはどういった解き方ですか？
被Ａ38:点 P を頂点とする三角形に変え、その底辺の中点と点 P を結ぶことを思いついた。（図６）△ABP を１つの図形とみて等積変形を行い、△PEB を作り出した。△DCP についても同じく等積変形を行い、四角形 ABCD を△PEF に面積をそのままで変化させた<11>。PQ が四角形 ABCD の面積を２等分する線だと結論づけた。

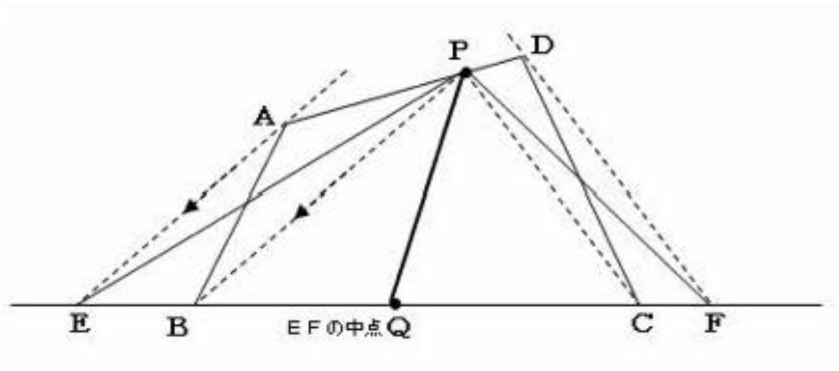


図 6

被験者①は、このままでは足がかりがないとして様々な補助線を引いてみた。２等分する線を作図するときの出発点である P から図形下部の点 B・C にそれぞれ補助線を引いてみた際、「例題１のように面積を変えずに図形の形をわかりやすいように変えたらどうか」という観点を持ち、今度はこの四角形自体を点 P を頂点とする三角形に変え、その底辺の中点と点 P を結ぶことを思いついた。【被Ａ18】

△ABPを１つの図形とみて等積変形を行い、△PEBを作り出した。△DCPについても同じく等積変形を行い、四角形ABCDを△PEFに面積をそのままで変化させた。
三角形は高さが同じならば底辺の長さによって面積が決定されるので、点Pと底辺EFの中点である点Qを結び△PEQの面積と△PFQを等しくさせた。△PEQと△PFQはそれぞれ四角形PABQ、四角形PDCQと面積が等しいはずなので、解答者はPQが四角形ABCDの面積を２等分する線だと結論づけた。

２．２．２　被験者Ｂの解決過程

【問題１】

(ⅰ)-①

調Ｂ01:この問題はどのように考えましたか？
被Ｂ02:とりあえず最初３段目まで上がって、そこからスタートと考えました。２歩下がって３歩上がるという感じです。つまり、３上がったら次は５歩で１上がるという流れで。
調Ｂ03：ふむ。
被Ｂ04:だから、４７段を５歩かけて上がって、最初の３段の歩数を足せば出るのではないかと…。あ、図は適当に書いてみたんですが、本当に５歩で１段あがってるかなって。

被験者は、まず最初に３歩上った時点をスタートとし、そこから考え始めたその後は２降りて３歩上がることを１セットとしてとらえ、５歩ごとに到着段数が１増えると見た。【被Ｂ02】
よって(50-3)×5+3 = 238
２３８歩

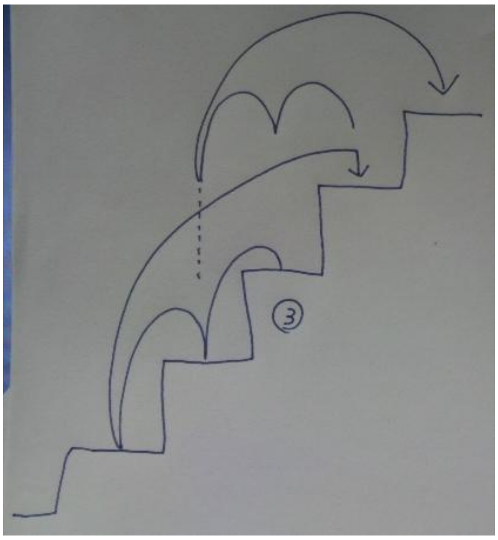


図 7

調Ｂ05:これはどうでした？
被Ｂ06:これもまずはスタートはどうなるんだろうというところから攻めました。今初めて５０段目にいるとすると、さっきの問題(ｉ-②)のとおりに考えて、２３８歩目で、３歩進んでいる状態のところで待ってるよってことになります。そこから考えていけばいいのかな。
調Ｂ07:この図（図８）は何ですか？
被Ｂ08:ただ歩いた道筋を書いていっただけです。５０段目から２歩下に降りるところから始まって、次３歩上がる…という風に。５０段目から３段上がったところで終了ですね。もうあとは２下がるしかできないし。

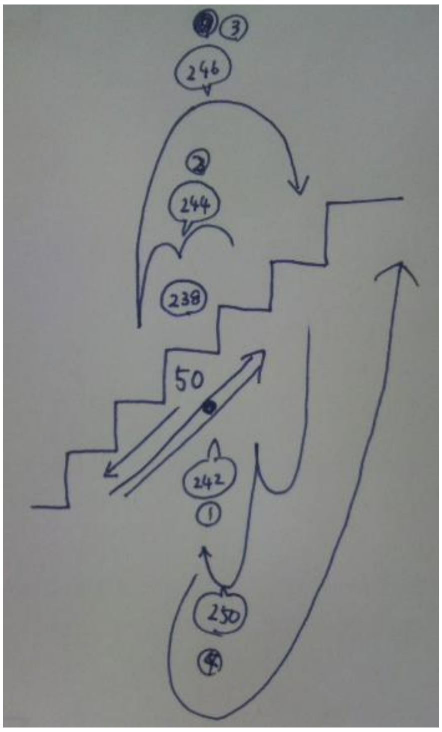


図 8

（ｉ)-②
問題のとおり、５０段目にいる瞬間を書き連ねていった。(被Ｂ08)
５０段目に着いた直後、2 歩下がって 48 段目。その後 2 歩上がれば

50 段目につくので、238+2+2=242
さらに 1 歩上がって 51 段目(本当は 50 段までしかないのですが)につき、その後 1 歩下がって 50 段目につくので、242+1+1=244
さらに 1 歩上がって 49 段目につき、その後 1 歩上がって 50 段目につくので、244+1+1=246
さらに 2 歩上がって 52 段目につき、その後 2 歩下がって 50 段目につくので、246+2+2=250
これ以上いくら「３歩上ったあと２歩下がる」を繰り返しても、明らかに 50 段目には来ないと判断したようだ。(被Ｂ08)
よって答えは、238 歩目、242 歩目、244 歩目、246 歩目、250 歩目と出した。

(ⅱ)-①

調Ｂ09:これ（図９）は階段ですか？
被Ｂ10:はい。まずはどう上がっているかわかりやすくするため、階段を書いてどれだけ上がってどれだけ下がるか書いてみました。
調Ｂ11:右の方に書いてあるのは何ですか？
被Ｂ12:日付みたいなのは、「何歩上がって何歩下がるか」で、その隣が、一番上の段数と一番下のときの段数です。で、線の横が歩数と。
調Ｂ13:ここからわかったことはなんですか？
被Ｂ14: １段目にいるときの上る最大値は３、２段目にいるときなら次の最大値は５だから、X 段目にいる場合、次の最大値は段目は２X＋1 とおけるんじゃないかな。で、歩数はもう回数の二乗ですぐでると思う。
調Ｂ15:問題はどう考えて解いたの？
被Ｂ16:要するに５０を超えれば良いんだから、２Ｘ＋１＝５０を考える。２４．５は小数なんで、実際は２Ｘ＋１≧５０かな？で、２５段目が答えだから、２５段目の歩数と上に上がるための２５歩を足せば多分答えです。

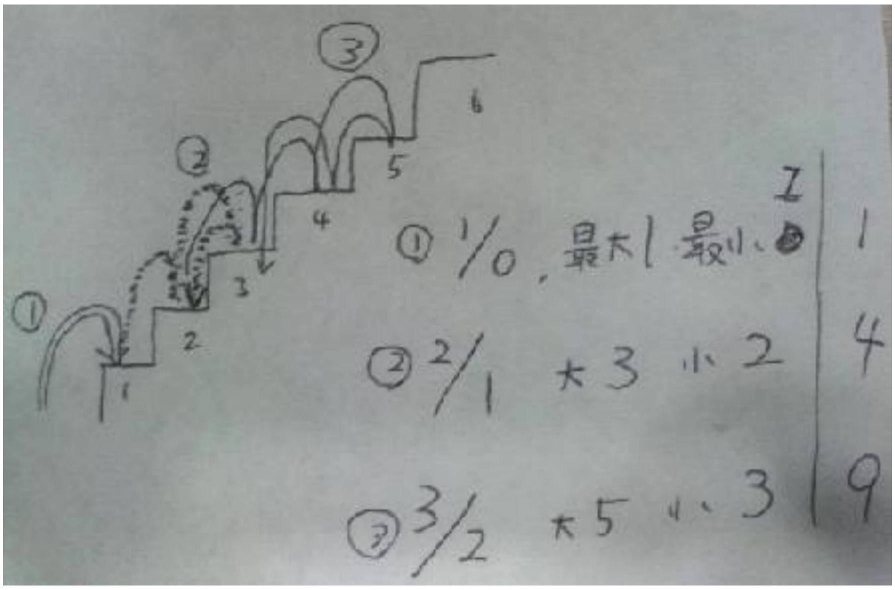


図　9

１回目　１

段上／０段下・最大段数１／最小段数０　歩数１

２回目　２段上／１段下・最大段数３／最小段数２　歩数４

３回目　３段上／２段下・最大段数５／最小段数３　歩数９

これから上ろうとする時X段目にいる時次１番上まで上った時の段目は 2X＋1 であるとみた。よって 2X＋1＝50 の時 X＝24.5

これは整数ではないのでこれより大きくて 24.5 に１番近い数は 25 である。

（２X＋１≧５０　X≧２４．５）（被B16）

よってX＝25 の時、次上れば 50 段目にいけると見たようだ。

よって２５の二乗は６２５なので、６２５＋２５＝６５０　６５０歩

(ⅱ)-②

これは先ほどの問題解決時に、回数二乗＝歩数という事を導いていたので、２０の二乗が４００となり、２０段目と答えを出していた。(被B14)

【問題２】

(ⅰ)-①

被 B17::折れ線の問題ですが、どのように考えた？
被 B18:折れ線を三角形にして考えました。
調Ａ19:それはどのような考え方ですか？
被 B20:まず折れ線の中に平行線を書いていって、出っ張りを無くしました。三角形の高さの移動みたいな感じです。うまい具合に一本線になるようにしました。
調 B21: 根拠とかはありますか。
被 B22:底辺が同じだから高さが変わらなければ面積は等しいと思う。だからこれで正解じゃないかな。

被験者Ｂも被験者Ａと同じく等積変形を使い解いていった。(被 B20)（描いていた図もほぼ同じだったため図４・５を参照）折れ線の中に平行線を書き、中の三角形を移動させていった。

２．３　問題解決過程の分析

今回の調査では、言葉や式を読み取りながらイメージを作り、筋道を立てて考えていくことを要求した問題となったようだ。このため、解き方のパターンを習得し、再生するような問題解決の方法に慣れていては、難しく感じられたであろう。被験者Ａ・Ｂとも、何らかの既習の解き方に当てはめようとするのではなく、まずは様々な手掛かりとなるものを模索していた。

被験者の解決過程を分析していくと、問題解決時の思考過程として次の４つが挙げられる。

① データを集める。

② データ間に共通の，きまりや性質を見付ける。

③ 見付けたきまりは，そのデータを含む集合で成り立つであろうと推測する。

④そのルールを使って問題を解く。

今回の調査を見ると、解決者は何かしらの「工夫」をこれらの思考の過程のなかで行っていると推測される。

今回の調査を見ると、具体的な例をあげるとすると例えば解決者Ａは＜１＞〜＜１１＞ような「工夫」を思考の過程のなかで行っていると推測される。

そしてその工夫は思考過程に照らして合わせてみると次のようにまとめられる。

①…＜１＞＜４＞＜５＞＜１０＞

②…＜２＞＜６＞＜９＞

③

④…＜３＞＜７＞＜８＞＜１１＞

【問題１】では、解決の仕方が見付からないときに，まず，一般的ルールや性質を見いだし，それを用いて問題を解決していた。試行錯誤

的に歩数や立ち位置の変化を求めて、実際に階段の昇り方や降り方を図に表して考えることで、そこで行われている行為の決まりやパターンを探していた。
ここでは次のような道筋で考えることが多く見られた。

また【問題２】では、ある事柄Xについて，その性質又は法則を考える際，Xとよく似ている、または考え方が同じ既知のX´を思い出し，Aについても P´と同様な性質又は法則 P が成り立つのではないかというように思考を進めていく考え方である。
この考え方は問題Bで見られた。三角形の等積変形という既知の知識を利用して問題を解決していることが読み取れる。

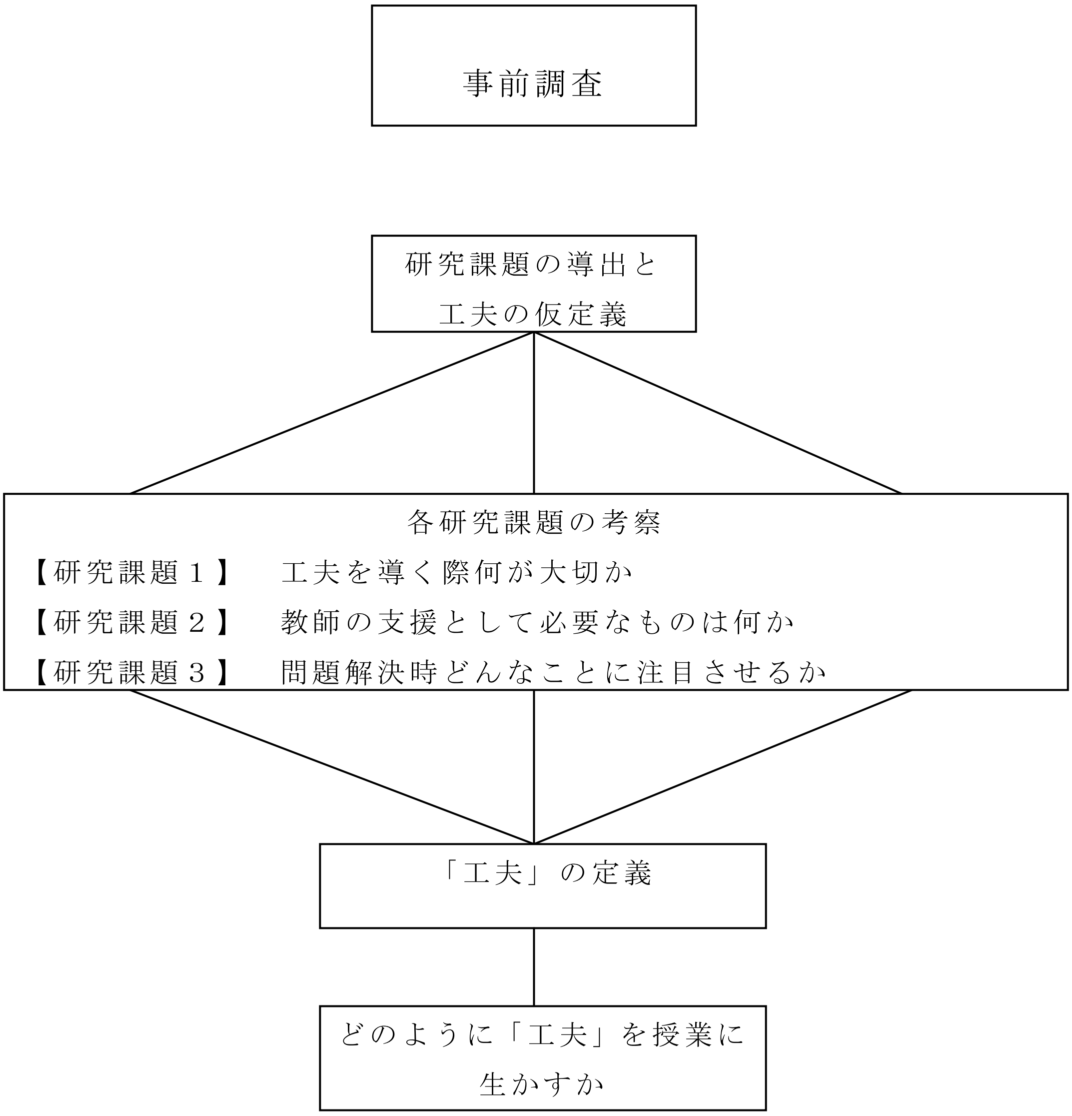
２．４　調査の考察とリサーチクエスチョンの導出

今までの自分の知識で解けない場合、問題の中にある情報や既知の知識を用いて新たなパターンを考えだす。それを使って問題にアプローチしていくという姿が多くみられた。
いずれの考え方も、最小限のエネルギーで最大限の効率を引き出そうとしている。最小限のエネルギーとは時間や計算にかかる労力などのことである。そして得ようとするのは効果ではなく効率である。効率とは最小限の入力で最大限の出力を得ることと考えられる。当面する問題を解決しようとする場合に、なるべく効率のよい問題解決の全般的な手順や解法発見を導き出すことが「工夫」と考えられるのではないか。
　今回の調査、分析から、次のような疑問が浮かび上がってきた。
○児童が問題の中の情報を分析して新たなパターンを作り上げる中で、子どもたちは問題の何に注目させるべきなのか。
○子どもたちが問題を工夫して解いている際に、教師はどのような支援が必要なのか。
○工夫を導く際、何が大切になるのか。
「工夫すること」を今後考えていく際これらのことをリサーチクエスチョンとして置き、考察し明らかにしていく必要がある。

第２章要約

本章では，まず筆者が行った事前調査の説明をする。本調査の目的は算数の問題解決過程を観察することにより、解決時に解決者はどのような思考をもって問題を解いているのか明らかにすることである。調査問題を被験者が解く際の過程を分析・考察することにより、リサーチクエスチョンを導出した。
今回導出されたリサーチクエスチョンとして、
○児童が問題の中の情報を分析して新たなパターンを作り上げる中で、子どもたちは問題の何に注目しているのか。
○子どもたちが問題を工夫して解いている際に、教師はどのような支援が必要なのか。
○工夫を導く際、何が大切になるのか
の３つが挙げられる。
これらのリサーチクエスチョンを解決し、考察から得られた問題解決過程に対する分析に基づいて，工夫を捉えていく。

研究の流れ


事前調査
研究課題の導出と
工夫の仮定義
各研究課題の考察
【研究課題１】　工夫を導く際何が大切か
【研究課題２】　教師の支援として必要なものは何か
【研究課題３】　問題解決時どんなことに注目させるか
「工夫」の定義
どのように「工夫」を授業に
生かすか

第３章

３．１　では、ストラテジー研究を基に問題解決時にどのような工夫が行われているか、子どもが問題の何に注目しているのかを考察する。
３．２　でも、ストラテジーの先行研究を基に進めていく。この章では授業で「工夫」を導きたい場合どのような指導が有効か考察していく。

３．３ では、問題解決の際に「工夫」を利用する場合どのような注意が必要か考える。またその際の教員や子どもの注意点も考察していく。

３．先行研究の検討

３．１　ポリアの発見法

３．１．１　発見法とストラテジー

ポリアは『いかにして問題をとくか』に以下のリストを記載している。

第１に 問題を理解しなければならない	問題を理解すること ◇ 未知のものはなにか。与えられているもの（データ）は何か。条件は何か ◇ 条件を満足させうるか。条件は未知のものを定めるのに十分であるか。又は不十分であるか。又は余剰であるか。又は矛盾しているか。 ◇ 図をかけ。適当な記号を導入せよ。 ◇条件の各部を分離せよ。それをかき表すことができるか。
第２に データと未知のものとの関連を見つけなければ ならない。 関連がすぐにわからなければ 補助問題を考えなければならない	

そうして解答の計画をたてなければならない。	◇ 似た問題で，すでにといたことのある問題がここにある。 それをつかうことができないか。 その結果をつかうことができないか。 その方法をつかうことができないか。 それを利用するためには，何か補助要素を導入すべきではないか。 ◇問題をいいかえることができるか。 それをちがったいい方をすることができないか。定義にかえれ。 ◇ もしも与えられた問題がとけなかったならば，何かこれと関連した問題をとこうとせよ。 もっとやさしくてこれと似た問題は考えられないか。 もっと一般的な問題は？ もっと特殊な問題は？ 類推的な問題は？ 問題の一部分をとくことができるか。条件の一部をのこし，他をすてよ。 そうすればどの程度まで未知のものが定まり，どの範囲で変わりうるか。 データをやくだてうるか。

	未知のものを定めるのに適当な他のデータを考えることができるか。 未知のもの若しくはデータ，あるいは必要ならば，その両方を変えることができるか そうして新しい未知のものと，新しいデータとが，もっと互いに近くなるようにできないか。 ◇データをすべてつかったか。 条件をすべてつかったか。 問題に含まれる本質的な概念はすべて考慮したか。
第３に 計画を実行せよ。	計画を実行すること ◇ 解答の計画を実行するときに，各段階を検討せよ。 その段階が正しいことをはっきりとみとめられるか。
第４に えられた答を検討せよ。	ふり返ってみること ◇結果をためすことができるか。議論をためすことができるか ◇結果をちがった仕方でみちびくことができるか。 それを一目のうちに捉えることができるか。 ◇他に問題にその結果や方法を応用することができるか。

ポリア自身はこれを、「数学的な考え方」とも、「ストラテジー」とも呼んでおらず、 後の人々がこのポリアの考えを「ポリアの

strategies」などと言うようになった。

算数・数学教育における問題解決ストラテジーを大須賀康宏・石田淳一氏は、「当面する問題を解決しようとする場合に、助けとなる問題解決の全般的な手順や解法発見の手がかりを与える方法」と捉えている。問題を解くことができないのは、其の問題を解く方法を見つけるための前段階としての「足がかり」が掴めないためであり、その方法を見つけるためのヒントが問題解決ストラテジー、ということである。

① データを集める。
② データ間に共通の，きまりや性質を見付ける。
③ 見付けたきまりは,そのデータを含む集合で成り立つであろうと推測する。
④そのルールを使って問題を解く。

筆者が調査問題から導出した、問題解決時の思考の流れである。これをポリアのリストに当てはめて考えてみると

問題を理解すること…①②
計画を立てること…③
計画を実行すること…④
（振り返ってみること）

と考えることができる。

３．１．２　問題解決方法における先行研究

横山氏は、問題解決ストラテジーを「解法の中で主要に用いられる考え方や解決の方法」と定義している。シェーンフェルドは、「もし、あるやり方が２度目もうまくでき、そのやり方をうまく使ったことを思い出して、別の似た問題それを使ってみようと考えたときに、そのやり方(method)は方略になる」と述べている。

彼らをはじめとする多くが、問題解決ストラテジーを定義しているが、本稿では、「手がかりを掴むため」の問題解決ストラテジーの役割も重視し、「当面する問題を解決しようとする場合に、助けとなる問題解決の全般的な手順や解法発見の手がかりを与える方法」と定義する

ことにする。

様々な研究者がストラテジーとして挙げる内容は多岐にわたり、統一されていない。数も相当なものになる。例えば上野（1986）によると、古くから問題解決ストラテジー指導を実践的に研究している愛知県幸田小学校では、Lenchner の文献にある１２個のストラテジーから、７つのストラテジーを選択し発達段階を考慮しながら指導している。

Lenchnerにおけるストラテジー	幸田小学校の７つのストラテジー
① 整理されたリストを作る	① 試行し、検討する
② 絵や図をかく	② 絵や図をかく
③ パターンを見つける	③ パターンを見つける
④ 表を作る	④ 表を作る
⑤ 簡単な場合から考える	⑤ 整理されたリストを作る
⑥ 試行し検討する	⑥ 簡単な場合から考える
⑦ 実演（劇化）する	⑦ 逆向きに考える
⑧ 実験する	
⑨ 逆向きに考える	
⑩ 方程式を作る	
⑪ 観点を変える	
⑫ 演繹的に考える	

布川氏は、問題解決ストラテジーを、「解法的ストラテジー」と「分析的ストラテジー」の二つの型としてとらえている。解法的ストラテジーを「解法における主要な考え方」とし、分析的ストラテジーを「困難な状況解消のための手だて」ととらえている。また、布川氏以外にも多くが、「問題を解決する際の計画や手順に関するもの」と「それらの計画や手順を実行するときの具体的な方法に関するもの」といった二つのタイプに分類している。

３．１．３　工夫との関連

小林氏らは、以下のように捉えている。
「「数学の考え方」とは、数学を生成・発展させていく過程にあらわれる考え方であり、その過程を、(1)数学の問題を開発する、(2)それを解決する、(3)知識を体系化することの３つの場面としてとらえられる。一方、「問題解決の方略」とは、問題を解決する際の構想、着想、方策（手立て）といったもののことをいう」ととらえると、両者は図のような包含関係にある。」（図１０）

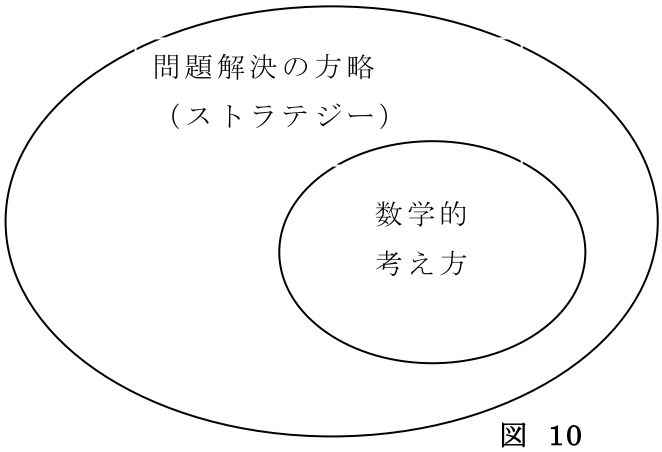


図 10

b）Ａ∩Ｂの関係
片桐重男は、『数学的な考え方の具体化』の中で、G.L.Musser & J.M.Shaughnesseyのstrategiesに関してこのように言及している。
「このストラテジーには、数学的な考え方の特徴と同じものがいくつも示されているし、また表現は異なっていても「あの数学的な考え方と同じだ」と読み直せるものが多くある。しかし中には、考え方とは考えられない、単なる技能、手順とみられるものもある。
したがって、数学的な考え方とストラテジーとは、次のような関係のものとみられる。」（図１１）

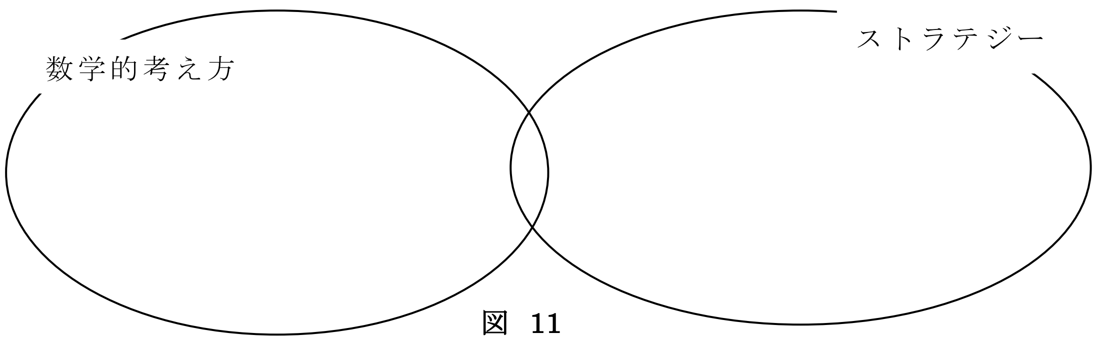


図 11

３．１．４　問題解決時におけるストラテジー

以上のことより、問題の内容に応じてストラテジーが存在するのではなく、初めて挑む状況である問題と既に持っている知識との関係でストラテジーは考えられなければならないことである。数学的な考え方と問題解決の方法は別のものであり、ストラテジーとは問題に対して発見的にアプローチするものである。

したがって、ストラテジーをいかに使うかは、経験として積み上げた知識にかかっている。また、既有の知識で及ばない問題に関しては、数学的考え方をうまく使いながらストラテジーによって補っていくか、もしくは、ストラテジーによって足がかりを得ていくなかで、自分自身の知識や経験を上手く使い、ストラテジーに乗せていく、そういったことが「工夫」として現れるのではないかと考えられる。

このことから分かることは、ストラテジーを問題解決の知識として持っていたとしても、初めてみるような問題を解決しようとする際の役には立たないということである。児童・生徒は、今までの問題解決から得た経験や知識から類推して、ストラテジーを用いている。つまり、工夫を上手く行っていくには問題解決を通して経験知識を作り上げていくことが必要になるのである。

３．２　工夫とストラテジー

３．２．１　工夫やストラテジーの指導

問題解決ストラテジーとはどんなものか、様々な観点から述べてきた。それではどのようなストラテジーの指導方法が有効なのであろうか。

前項までに「ストラテジーを知識として習得しても、初めてみるような問題を解決しようとする際の役には立たない。問題解決を通して経験知識を作り上げていくことが必要になるのである。」と述べた。それを踏まえて考えていく。

３．２．２　発見学習と有意味受容学習

学習心理学では、発見学習と有意味受容学習がよく知られており、以下のように定義されている。１

「有意味学習の成立は、学習者の認知構造に関連付けを与えるように学習材料を提示するかどうかに依存しており、この関連付けを与えるにはどのような教授法を採用すればよいのか、についての見解には対立したものがある。その１つは、発見学習を積極的に推奨するブルーナー(Bruner,J. S.)に代表されるものである。彼は、学習者が自分で探求的に問題を解決することを通じて学習すべき内容が認知構造の中に位置すると考えられる。これに対して、オースベル(Ausubel, D. P.)は、具体的な操作期以降においては、膨大な有意味な言語的内容を個人に学習させるのに、発見学習を用いることは一般に不必要であり、不適切であると考える。発見学習は多くの場合、動機付けの点でもすぐれ、学習内容の理解・把持が優れていることは認めるが、それらの特徴は教師による言語的な提示によっても十分可能であると考える。この教授法が有意味受容学習である。この教授は学習されるべきすべての内容が明瞭に最終形態として提示されるものであり、学習者はその内容を各自の認知構造に関連付けながら、受容していくのである。」

「(発見学習において)自分で発見したルールは転移が大であるか、発見学習により獲得された知識は把持されやすいかなどの点についても、他の学習方法との比較実験がなされてきたが結論は出ていない。

いかなる特性をもった教科で、どの発達段階のこどもに、どんな反応を学習させるときに、発見学習が有効なのか、また、他の学習方法

との組み合わせ方などの研究が必要である。」
このような指摘は、学習指導一般に関するものであるが、問題解決ストラテジーの指導においても、発見的な学習と受容的な学習の差異を比較検討する必要がある。

（1）横山正夫氏の研究事例

横山氏は、小学校6年生を対象に、指導方法の異なる説明的指導プログラムと発見的指導プログラムにより、問題解決ストラテジーの指導をし、その指導効果を調べる研究を行った。
「 この結果、学力上位群では、説明群・発見群・統制群ともに得点が向上した。学力中位群では、説明群・発見群ともに得点が向上したが、統制群では変化しなかった。学力下位群では、発見群のみ得点が向上し、説明群・統制群では変化しなかった。」と結論を出している。

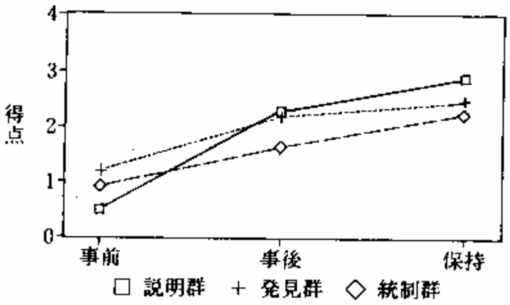
説明的指導プログラム（8時間） ① 特徴:最初に例題をもとにストラテジーを教え問題にあてはめさせる。（ストラテジー→問題） ② 内容:: 4ストラテジーを各2時間ずつ指導し、例題→ストラテジーの説明→問題へのあてはめ→ストラテジーを用いた問題の解決→ストラテジーの使用の確認→まとめ，という構成とする。
発見的指導プログラム（8時間） ① 特徴:最初に問題を与え、問題を解く過程で多様なストラテジーを発見させる（問題→ストラテジー） ② 内容:説明群と同様の問題を使用し、問題→各自の方法による問題の解決→解決方法への振り返り→多様な解決方法をストラテジーとしてまとめる、という構成とする。

学力上位群の得点の平均と標準偏差

指導群	時期	N	$\bar{X}$	SD
説明群	事前	10	0.50	0.67
	事後	10	2.30	0.64
	保持	10	2.90	0.53
発見群	事前	10	1.20	1.07
	事後	10	2.20	1.07
	保持	10	2.50	1.02
統制群	事前	12	0.91	0.95
	事後	12	1.66	0.94
	保持	12	2.25	1.08

学力中位群の得点の平均と標準偏差

指導群	時期	N	$\bar{X}$	SD
説明群	事前	7	0.28	0.45
	事後	7	1.42	1.04
	保持	7	1.14	1.12
発見群	事前	7	1.00	0.92
	事後	7	1.85	0.98
	保持	7	2.28	1.16
統制群	事前	7	0.57	0.72
	事後	7	0.28	0.69
	保持	7	1.00	0.53



学力上位群の得点の比較

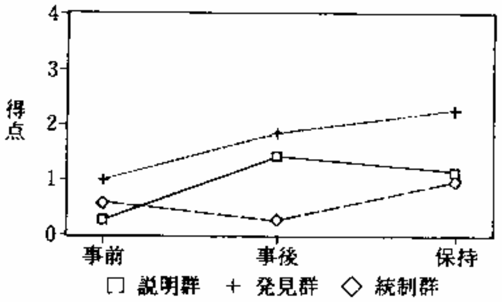
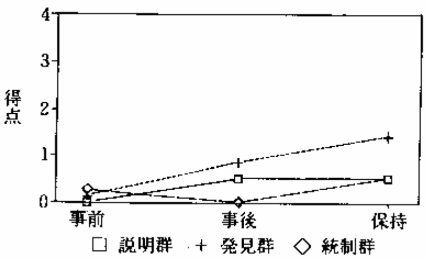


図-4 学力中位群の得点の比較

学力下位群の得点の平均と標準偏差

指導群	時期	N	$\bar{X}$	SD
説明群	事前	8	0.00	0.00
	事後	8	0.50	0.50
	保持	8	0.50	0.50
発見群	事前	7	0.14	0.34
	事後	7	0.85	0.83
	保持	7	1.42	1.29
統制群	事前	8	0.25	0.43
	事後	8	0.00	0.00
	保持	8	0.50	0.70



学力下位群の得点の比較

学力上位群は、教師側からストラテジー指導が行われなくても自力で問題解決までたどり着くことができたと考えられる。学力中位群では、ストラテジー指導が有効であったことがうかがえるが、指導方法

による差はなかったと考えられる。下位群では、説明的な指導ではストラテジーの理解が表面的であったと考えられる。それに比べて発見的な指導では、自己の奇襲知識や経験と関連させながら、問題解決ができたと考えられる。」（再び横山）

しかしながら、この結果は、布川氏によると、「例えば、横山(この指導事例)の逆向きに考えるストラテジーの事後テストの問題は試行検討のストラテジーによっても解決可能であるにも関わらず、彼の示すデータによれば､こうした手続きをとった子供はいない。あるいは、整理されたリストを作るストラテジーの事後テストの問題に対して、簡単な場合から考えるストラテジーの（場合分け）を適用することも可能であるが、こうした手続きをとった子供も報告されていない。」

つまり、この問題のカテゴリーを特定し、しかもその問題に対して適切な行動までも特定してしまっている。ストラテジーを指導しようとしながら、ある種の行動原理を子どもに示してしまっている可能性がある。

いずれにしても、「ストラテジーの指導」は、上位群では説明的な授業でも発見的な学習でもあまり差は見つからないが、下位群では発見的学習のほうが効果があるのはこの先行研究から見てとれる。

（２）問題解決方略の使用過程に関する上位下位分析

石田氏は、問題解決方略の指導を３年間受けた愛知県額田郡幸田町立幸田小学校６年生を対象に問題解決テストを行い、その成績に基づいて現れた上位群と下位群の子供の問題解決過程について、以下のような結果をまとめた。（「パターン発見」方略の使用過程）

① 下位群は上位群よりも「パターン発見」方略の選択自体が少なかった。
② 図形の規則性発見問題の解決過程において、上位群の「パターン発見」方略の実行手続き（順序よく調べて、変わり方のきまりを見つける手順）はルーチン化されていた。
③ 図形の規則性発見問題の解決過程において、素朴な解決方法を見直して効率的な解法を工夫する中で図の構造に着目してパターンを発見し、それを解決に利用する子供が下位群に見られた。
④ 文章題の解決過程において、上位群同様に下位群の「表を作る」

方略の実行手続き（条件に合う場合を順々に調べる手順）はルーチン化されていた。

⑤ 文章題の解決過程において、「パターン発見」方略を使用するために、変化のパターンが現れるように新しい変数を探索する子供が上位群に見られた。

⑥ 下位群の子供は不適切な方略を選択すると適切な方略に変更することが困難であった。

これらの結果から、問題解決方略の指導方法の改善にあたって、次のようなことを述べている。

① 問題解決方略の指導は数学的な見方･考え方の指導と関連づけて行う。

②「評価・改善」活動を重視した問題解決方略の指導を行う。

③ いろいろなパターンを見つけることができるように指導する。

④ パターン発見のために新しい変数を設定することを指導する。

⑤ 見つけたパターンの意味を考えることを指導する。

①では、「「パターン発見」方略を使って問題を解決するには、どんな問題場面でその方略を使用したらよいかわらかなければならない。そのためには、「パターン発見」方略の使用の背後には「依存関係にある数量を特定して、その数量の変化や対応の規則性を調べることにより問題を解決する」という「関数的な考え」があることを理解できるように指導することが大切である。」と説明されている。

３．２．３　問題解決能力とストラテジー

問題解決の経験や問題解決のための知識が豊富にある問題解決者であれば､「問題に表れている特徴を活かす」という題目のもと、なんとか問題解決まで辿りつけるかもしれない。しかしそれには、それぞれの問題場面や基礎知識、そして前述のように自分の知識や経験を軸にした解決が必要であることを示唆しているのである。したがって、逆に、問題解決の経験が少ない、もしくは学力下位の問題解決者になると、１つ１つ違った問題特有の解法を覚えてしまうことになり、ストラテジーはアルゴリズムになってしまうのである。問題解決の能力を増すための足がかりを示しているはずがアルゴリズムになってしまい、問題解決能力を育てることにつながっておらず、単に教師や他の児童・生徒の解決方法の模倣となり、単に解決方法の暗記となってしまう事もある。つまり学力下位群では、問題解決場面での豊かな経験や

知識が不足しているために柔軟な発想が行えず問題解決能力をうまく使いこなせないのであろう。

単に「工夫をしましょう」と言ったところで、学力下位群では効果がなかなか望めない。ストラテジーを受容的に学習して、効果があるかどうかは、その児童や生徒の問題解決能力や知識に依存している。したがって、子どもたちが工夫を用い柔軟に問題に取り組んでいくためには問題解決能力や数学的な考え方と一緒に、問題解決を通して、発見的な学習をしていくことが必要と考えられる。

また問題には、「問題を解く際の条件」というものがいくつもある。そこで、『その中の一つの条件だけを変えてみる。これによって問題がどう変わるかを考えてみる。』このように条件のいくつかを固定したり、他を変えてみたりする。これは問題に対して、発展的な考え方を行うことであると同時に、その問題を含む問題群に対する流れを構築することであると考えられる。このようにして、発見的な考え方をもとに、自ら新しい問題を作り解決していくと、考え方やストラテジーを組織化・構造化することができる。ストラテジーや考え方を説明的に教授されるよりも、そのときに必要な条件などを自らの力でじっくり考えるようになり、問題解決能力の向上に結びつくであろうと思われる。

「自らでの発見的学習」を薦めることだけが、の指導ではないだろう。教師の発問によって、発展的な考え方へと誘導することもできる。問題から発見を生み出すための変数の役割となるのが、数学的な考え方であるし、ポリアのストラテジーである。「何かと似たような考え方はできないか」「一般化させてみよう」「規則性があるとしたらどうだろうか」といった問いが自ら発するようになれば、数学的な考え方やストラテジーが生徒に根付いたといえるのではないだろうか。そうすることで自らの知識や経験を上手く活かせることになり、「工夫」が上手く生み出されるための下地が整うのだろう。

３．３　工夫の利用と問題解決

これまで、「ストラテジー」そのものを教えるのではなく、その考え方を自らの知識や経験から類推してストラテジーを「使う」ことが必要になると述べた。そのことで解決活動を意識的に構築することができることに役立ち、既存の知識を使って工夫を上手く生み出せる。今回はストラテジーの分析的な働きの面から考察し、「工夫」を用いることで問題をよりよく理解していくことにどのように関わっているのか明らかにしてく。

３．３．１　問題解決

問題解決において、その問題の答えを重視する立場に対し、問題解決過程を重要視するという立場は、日本では広く言われている。

「こどもが問題解決を行う際には２通りのやり方がある。１つは、問題において与えられた情報から論理的に解答を導き出そうとすることである。もうひとつは、問題に取り組み始めて見通しが立たない状況から中心的なアイデアを見出し、それを筋道だった方法へとまとめ上げていく方法である。」と布川氏は述べている。

３．３．２　工夫の分析的働き

今までの考察から、問題解決時において大きく分けて２つの工夫があると考えられる。１つは解答を手早く求めるための巧みな方法であり、もう１つは主として問題を理解するための問題の分析活動をするものにわけられる。

例えば布川氏の言葉を借りて説明すると、これを鶴亀算を例に挙げて説明している。

① 鶴と亀に適当な数を当てはめ、条件に合うかどうかをチェックする。 足の総数が条件とあった時が答えとなる	② 鶴と亀にいくつかの数を当てはめ、それらの数が足の総数にどのような影響を与えるかを考える。 鶴を一羽減らし亀を１匹増やすと足が２本増えることに着目し、これを基にして考える。

①では試行錯誤的に問題を解いていくのに対し、②では問題を解くこ

とよりもむしろ足の総数の関係を出してそこから推論していくといった分析活動の工夫であると言える。

また、①②を調査問題【問題１】に当てはめて考えると。

①	②
問題(i)-②より 最初の位置→一番上の段数→一番下の段数になることを考えて、実際に試行１回目で１段、２回目で２段にいる。これから５歩で１段あがっていることがわかった。ここから実際に紙に書いて考えていく。	問題(ii)-①より 「ｎ歩上がって」の歩数と段数に着目してみると、ｎ段目は２ｎ＋１と表せる。それを計算式として考える。

といったように例をあげることができる。

問題場面の分析においては問題場面の中の要素を関係を探っていくこととなる。解決の初めには、要素の関係が十分に把握できないため問題に対して漠然とした理解しかできなかったり、あるいは十分に中身が理解されなかったり、する。しかし問題の分析を続け、理解を深めていくうちに問題場面における関係が把握され問題に対する見方が深まったり変わったりする。布川氏は、ストラテジーを理解し問題場面の構造を把握できることにより、解決者が問題場面を自分のコントロール下に置くことができるためであり、問題の構造に基づいて必要になる数学的知識を選択できるようになると述べている。

３．３．３　問題文の理解

問題を解く際に自分の持っている算数・数学的な知識や経験を的確に用いるためには問題場面全体について適切な状況把握と理解が必要であるが、しかしその理解は一度に達成されるとは限らない。問題の解決過程の途中では、問題解決のための一部の情報しか発見することができなかったということもよくあることである。問題を解決していく際にはこのような情報を少しずつ集めながら進めていくこととなる。その意味では、情報を継続的に見つけ出していくことは重要なことである。そのときに見つけた情報を上手く用い、問題解決の際に「工夫」へとつなげていくのである。

情報を集め問題場面の理解を深めていくことに関して、これまでの研究から２点考察を述べる。１つめは、上述の通り、理解の変容や情報の収集は論理的に、筋道だって進むとは限らないということである。布川氏は子どもの解決における後半の中心的アイデアが生まれるためには、解決前半で行われた失敗した試みの中で得られた情報が重要であったことが多いと述べている。そこでの事例は前半と後半の方針が全く異なっており、理解の変容の仕方に目を向けることで、このような解決の様相が見えてくる。

２つ目として情報を少しずつ得ることは問題場面に対する活動によって促され、解決者にとってよりよい問題理解となるということである。

解決過程を理解―計画―実行―振り返りという、ポリアのストラテジーにより捉える事が広く行われてきた。これ自体は問題解決過程に含まれる重要な側面をとらえているが、一方で必ずしも適切な計画がすぐに建てられるわけではないことを考慮すると、理解の段階できちんと問題を把握できていなければ不十分なものとなってしまう。

このようなことから、子どもが問題解決を行う際ポリアのストラテジーに基づいて言えば、暫定的な計画を立て実行していく中で、自分の理解の不十分さに気付き理解や分析に戻るということは十分に考えられる。

これまで新しい問題を指導する場合には、今までの知識を用いると答えが求めやすいような問題を提示し、これを解決し解法を検討する中で、新たな「解法」を用いると答えが簡単に求まることから、その「解法」が有効なものとすることが多かった。

本稿で述べてきているように、構造を見出し問題を解く。その際に働く「工夫」を想定した場合には、単にそれを使えば答えが簡単に求まるといったものだけでなく、工夫することにより問題場面の中の構造を見つけやすくなったり、あるいは工夫によって示唆された活動により要素間の関係が見出されやすくなったりといった点が強調される必要がある。授業においても、「工夫」を行うことにより、構造の発見が容易に行われやすくなるという例の出し方をする必要がある。

第３章要約

第３章では、先行研究や関連する文献・論文の分析から，工夫に関する教育についてどのような視点が必要となってくるかについて明らかにし。
先行研究は主にストラテジー研究に関する論文を考察していくことにより、問題を解いていく際には既知の知識や経験を使って、初めてみる問題でも自分の知っているものにしていくことで「工夫」が生まれる。そうすることで、リサーチクエスチョンの導出を図った。

第４章

研究の結果と今後の課題

本章では，研究から得られた結論，さらに研究の中で明らかになった今後の課題について述べる。

４．１　研究の結果

本研究の目的は，算数科における小学校児童における算数活動における「工夫」の取り組み提案である。これを達成するために，以下のようなリサーチクエスチョンを設けた。

○児童が問題の中の情報を分析して新たなパターンを作り上げる中で、子どもたちは問題の何に注目させるべきなのか。<課題１>
○子どもたちが問題を工夫して解いている際に、教師はどのような支援が必要なのか。<課題２>
○工夫を導く際、何が大切になるのか。<課題３>

まず工夫とは『なるべく効率のよい問題解決の手順や解法発見を導き出す』ものであり

・解答を手早く求めるための巧みな方法
・主として問題を理解するための問題の分析活動をするもの

という２つに分けられると言える。

また各課題の解答として、
<課題１>
児童・生徒は、今までの問題解決から得た経験や知識から類推して、ストラテジーを用いている。つまり、工夫を上手く行っていくには問題解決を通して経験知識を作り上げていくことが必要になるのである。
<課題２>
工夫することにより問題場面の中の構造を見つけやすくなったり、あるいは工夫によって示唆された活動により要素間の関係が見出されやすくなったりといった点が強調される必要がある。授業においても、「工夫」を行うことにより、構造の発見が容易に行われやすくなるという例の出し方をする必要がある。
<課題３>
問題に対しての疑問が児童生徒自ら発するようになれば、数学的な考え方やストラテジーが生徒に根付いたといえると考えられる。そうすることで自らの知識や経験を上手く活かせることになり、「工夫」が上手く生み出されるための下地が整う。
　と導き出された。

4.2　今後の課題

本研究では「工夫」というものをどのようにすれば問題解決に行かせられるかという事を、調査問題と複数の先行研究等の参考文献をもとに考察していった。

本論では主に「工夫」を利用できるようにする際，既知の知識や経験を上手く活用することが問題解決に関して有効にはたらくことが明らかになった．しかし，教育を考える場合には教授の視点だけではなく，子どもたちの活動について，認識の面からのより深いアプローチが不可欠であろう．今後の課題として，もっと学習者の視点から「工夫」についての具体的な検討を行っていく．さらに，「工夫」を行っていくためにふさわしい教材モデルの開発を行っていく

【引用・参考文献】

G.polya【原著】・柿内賢信【翻訳】

「いかにして問題をとくか」　丸善 第１１版版、1999

Schoenfeld, A.H. Can Heuristic Be Taught? In Cognitive Process Instruction. 1980

石田淳一,

「長期間の問題解決方略の指導を受けた小学６年の問題解決方略の使用に関する上位－下位分析－「パターン発見」方略の使用過程を中心にー」, 日本数学教育学会, 数学教育学論究 第69巻 ,1998 ,pp.3-19

「問題文生成課題による算数文章台題の理解過程の分析―割合文章題に焦点を当てて―」、日本数学教育学会第２２回数学教育論文発表会論文集、1999

小林広利ほか12

「問題解決における方略の習得を目指す指導」日本数学教育学会会誌７６巻『数学教育』７号

上野正幸

「ストラテジー獲得による問題解決能力の育成―低学年におけるストラテジー指導」日本数学教育会会誌 算数教育 68 巻、1986

片桐重雄

「数学的な考え方の具現化」明治図書、1988

清水克彦

「問題解決授業における方略指導に関する一考察」筑波数学教育研究第１号、1982

清水美憲

「数学的問題解決におけるメタ認知的側面に関する一考察」、1987

布川和彦

「学校数学におけるストラテジー指導に関わる問題点について－ストラテジー指導に対する批判を手がかりとした新しい方向性の探求－」,筑波大学教育学系論集 第16巻 第1号,1991 , pp.83-94

「算数・数学学習における、問題解決ストラテジーの二つの型について―問題解決活動との関わりから―」筑波数学教育研究第７号、1988

衣田新（監修）

『新・教育心理学事典』,金子書房, 1983

横山正夫,

「算数科における、問題解決ストラテジー指導に関する研究」,日本数学教育学会, 数学教育学論究 第 73 巻 vol.56 , 1991 pp.3-17

「算数科問題解決ストラテジーに関する分析的研究（１）」日本教育工学会研究報告集 JET90－3、1990

謝辞

本研究を進めるに当たり，非常に多くの先生方から御指導，御尽力を賜りましたことを深く感謝しております。特に溝口達也先生には、長い間にわたって御世話になり、言葉では言い尽くせない程感謝しております。本当にありがとうございます。

また、研究室の皆様には、先輩方を始め困っていたときに声をかけてくださったり、何度もアドバイスをいただいたりととても楽しく明るい良い雰囲気で研究することができました。何事も相談しやすい雰囲気づくりをしてくださっていたことに感謝申し上げます。

この卒業論文は、ここにお名前を挙げることのできなかった方も含め多くの方々の支援があってようやく形にすることができました。皆様に対し、深謝申し上げます。

鳥取大学数学教育研究　ISSN 1881–6134

Site URL：http://www.rs.tottori-u.ac.jp/mathedu

投稿規定

❖ 本誌は，次の稿を対象とします。
- 鳥取大学数学教育学研究室において作成された卒業論文・修士論文，またはその抜粋・要約・抄録
- 算数・数学教育に係わる，理論的，実践的研究論文／報告
- 鳥取大学，および鳥取県内で行われた算数・数学教育に係わる各種講演の記録
- その他，算数・数学教育に係わる各種の情報提供

❖ 投稿は，どなたでもできます。投稿された原稿は，編集委員による審査を経て，採択が決定された後，随時オンライン上に公開されます。

❖ 投稿は，編集委員まで，e-mailの添付書類として下さい。その際，ファイル形式は，PDFとします。

❖ 投稿書式は，バックナンバー（vol.9 以降）を参照して下さい。

鳥取大学数学教育学研究室

〒 680-8551　鳥取市湖山町南 4-101

TEI & FAX　0857-31-5101（溝口）

http://www.rs.tottori-u.ac.jp/mathedu/