

ISSN 1881-6134

# 鳥取大学数学教育研究

*Tottori Journal for Research in Mathematics Education*



<http://www.rs.tottori-u.ac.jp/mathedu>

## 算数の学習指導における図の役割

安井 紗笑 *Saemi Yasui*

vol.13, no.3

Jun. 2010



# 算数の学習指導における図の役割

安井 紗笑

## 1. はじめに

算数の学習において、文章題に困難を感じる児童が多いことが指摘されている。Van Essen & Hamaker(1990)が図の役割についてとりわけ、問題をより具体的に示す、文で書かれたときに明確でなかった特徴が視覚的にはっきりすると主張しているように、図は、解決者の問題構造の把握を視覚的に助ける手段と言える。

しかし、図の学習指導における現状として、自分の把握した状況を図にかいて操作することができなかつたり、図が提供されたとしても活用することができなかつたりする。筆者は、そこから現在の学習指導における図の活用に問題があると捉え、教師がどのような働きかけを行っていくべきか検討する必要があると考えた。

そこで、学習指導における図の活用から図の役割に関する研究課題を明らかにすることを目的として、鳥取市内にある公立Y小学校での1人の児童の観察事例を取り上げていく。研究方法として後述するように、「演算決定の態度」と「図の機能の理解」を軸として、事例における児童の思考過程を解釈し、考察を進めていく。

## 2. 小学校第2学年の児童における問題解決の事例

### 2.1 本事例の概要

Y小学校では基礎学力の定着を目的として、2, 3年生を対象に算数の学習時間を放課後に設けている。希望者による参加のため、そこに来ている児童の学力は様々である。10～15名の児童に対して基礎学力定着支援員が2名という構成で行われ、大学からも学生が支援員として派遣され、現職の教員とペアを組んで指導にあたる。児童は、算数のプリントを各自のペースで進め、支援員が机間指導の中で助言や丸つけ等の支援を行う。

本事例は、筆者が支援員として第2学年の児童と関わった時のことである。机間指導をする中で、解答欄に空白部分が見られた児童に支援を行った。その際の問いかけと児童の反応を順に見ていく。

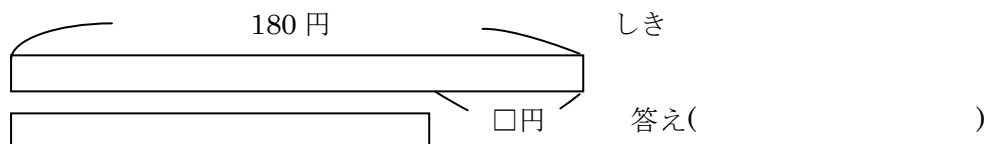
## 2.2 問題と児童の反応

問：お菓子を買いに行くと 180 円のチョコレートがありました。

キャラメルはチョコレートより 50 円安いそうです。次の問題に答えましょう。

①下の図の□に数字を書きましょう。

②キャラメルは何円になるでしょうか。



児童は、②の問いに関しては解決し答えを出していたのだが、①の問いに対しては空白のままであった。そこで以下のような問いかけを行った。

01 指導者：「答えが出ているのなら、このしかくも埋められるね。」

02 児童：空白に②の答えとして求めた 130 を入れる。

03 指導者：「図をもう一度よく見てみて。ここが 180 円だから、チョコレートのお金を表わしているよね。それじゃあ、ここは？(空白で示されている部分を指しながら)」

04 児童：「キャラメル。」

05 指導者：「それじゃあここは？(下のテープ図全体を指しながら)」

06 児童：「・・・。」

この問題は元からテープ図が用意されており、また問①と問②に分けて問題が段階的に設定されていることから見ても、必ずテープ図を利用して問題を解決しなければならないように意図されている。Y 小学校で採用している K 社の教科書を見ると、第 2 学年にテープ図導入の単元が設定されている。教科書に沿った学習がされていたのであれば、児童はテープ図の学習を終えているはずである。そのため、本稿ではテープ図の学習を終えていると想定し考察をしていく。

はじめに、この問題の限界について述べておく。このテープ図が問題の構造を明確にし、立式の手がかりとなる役割を果たしている場合、これは解決者の学習段階に合った問題であったと言えよう。だが、今回事例に挙げた児童のように図を利用せずに立式した場合、問①の穴埋めは機械的なものになってしまう。つまり、この問題は様々な解決の様相のすべてを対象としているとは言えないだろう。

## 3. 解釈枠組みにおける事例の構築

ここで、児童の反応から思考過程を解釈していく。しかし、実際の児童の思考過程を断定することはできない。そこで、複数通りの解釈が考えられるが、何通りの解釈が妥当で

あるかを明らかにするため、解釈の枠組みを構築する必要がある。以下、枠組みを構築し、それに沿って解釈を進めていく。

### 3.1 枠組みの構築

児童の思考過程を解釈するにあたり、図-1のようにまとめ、考察していく。

本事例における問題場面には、テープ図が用意されている。つまり、この問題にあたる前の基礎知識として、「テープ図の機能を理解しているかどうか」という点が、児童の思考過程を解釈する上でひとつの手がかりとなる。また、「演算決定を正しく行おうとしているかどうか」という点が問題解決の思考過程を分析する上で基本的な要素となる。

そこで、本稿においては、「テープ図の機能の理解」と「演算決定における態度」の二点を軸として、3通りの解釈にそれぞれ分けて考察していく。

この2軸を設定する理由は以下の通りである。「テープ図の機能」に関しては、児童がなぜ問題①の解答欄に130と入れ(02児童)、その解答欄が示すものとして「キャラメル」と答えたのか(04児童)が明らかになると考えたからである。また、「演算決定における態度」に関しては、問題に取り組む姿勢を明確にすることで、児童の解決に意図や根拠があったかどうかを明らかにすることができると考えたためである。

		テープ図の機能	
		理解している	理解していない
演算決定 における 態度	正しく行おうとしている	C (解釈③)	B (解釈②)
	正しく行おうとしていない	A (解釈①)	

<図-1 児童の思考過程の枠組み>

先に挙げた2軸で枠組みを構築した場合、マトリックスは本来4つとなる。だが、本稿ではA, B, Cの3つを対象として考察する。

テープ図の機能の理解を考慮に入れずに、Aとした理由は、問題に取り組む姿勢として、正しい答えを導こうという態度がないのであれば、テープ図の機能を理解しているかどうかに関わらず、それ以上の分析には及ばないと考えるためである。またその場合、導いた数値が正答であったとしても、逆に誤答であったとしても同じように言うことができると考える。

以上よりA・B・Cの3通りを同定する。

- A: テープ図の機能を理解しているかどうかに関わらず、演算決定を正しく行おうという態度に欠けると解釈した場合である。この分類に該当する思考過程を解釈①とする。
- B: 演算決定を正しく行おうとしているが、テープ図の機能が理解できておらず、問題解決にテープ図が活用できなかった場合である。この分類に該当する思考過程を解釈②とする。
- C: 演算決定を正しく行おうとしており、かつ、テープ図の機能を理解している場合である。この分類に該当する思考過程を解釈③とする。

### 3.2 思考過程の解釈

#### 解釈①

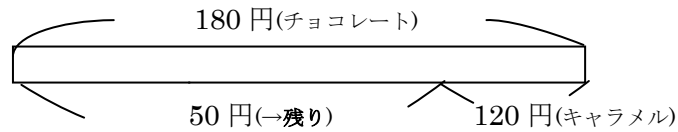
A の場合、問題文を読解せずに、そこから数値のみを取り上げ、関係を完全に把握することなく立式したといえる〔演算決定の態度〕。テープ図の使い方を理解していたとしても、数量関係を把握していなかったため、テープ図を用いて関係を問うても答えることができなかったのである。そして、児童は演算決定の根拠の必要性を感じていなかったため〔演算決定の態度〕、問題文に返って考えたり、図を使って構造を明らかにしようとしなかった。そのため、児童はテープ図に目を向けることなく立式したと捉えることができ、今回のテープ図は児童にとって意味をもつものにならなかったといえる。

#### 解釈②

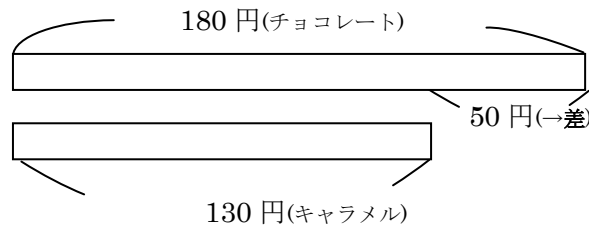
B の場合、児童はイメージとして問題の構造を把握している〔演算決定の態度〕が、それが今回の図とリンクしておらず〔テープ図の機能の理解〕、テープ図の表現としてうまく活用することができていなかったといえる。既習であるテープ図の長さで量を表わすという見方ができておらず〔テープ図の機能の理解〕、また□は答えを埋める場所という認識が児童にあったため、問題①に対する問いかけ(01 指導者)に「130」と答えた(02 児童)のであろう。しかし、今回のようにテープ図を用いなくても数量関係が明らかにされていたのであれば、この図は必要なかったといえる。

#### 解釈③

C の場合、児童はテープ図の意味を理解しており〔テープ図の機能の理解〕、また問題文も正しく読解していた〔演算決定の態度〕と捉えることができる。ただ、児童が捉えたテープ図(図-2)と問題が意図していたテープ図(図-3)が違うものであったと解釈することができる。そして C の場合は、チョコレートとキャラメルを2本を使って表されているテープ図を、上の1本だけのテープ図(図-2)として捉えていたと予測される。つまり、チョコレートの金額でもある180円分のテープがあり、それを差額とキャラメル分の金額にわけた1本のテープ図として考えていたため、下の2本目のテープ図が何を表わしているのかという問いに答えることができなかったのである。



<図-2>



<図-3>

ここで、1本のテープ図の場合(図-2)では、50円を表わす部分は180円から130円を差し引いた「残り」と理解される。それに対して2本の場合(図-3)では、50円を表わす部分は180円と120円の「差」と理解される。このとき、残りを求める演算を求残と呼び、差を求める演算を求差と呼ぶ。

このような1本と2本のテープ図の特徴を踏まえ、児童が図を1本で表わした理由としては次のことが考えられる。児童は、結果的に式から図という流れで問題に取り組んだ。 $180 - 50 = 130$  という引き算の式から真っ先に連想されるのは求残の引き算である。もし、児童が1本でかくテープ図を経験したことがある場合、これらのことが要因となり1本のテープ図で関係を表わそうとしたと考えることができる。

#### 4. 事例の考察に基づく研究課題の導出

##### 4.1 演算決定の態度と図の関係

まず、解釈①から導かれることとして、演算決定を正しく行おうという態度に欠けた様相であるならば、式の根拠を明らかにしながら問題を解決していくという態度を育てる必要がある。問題の構造や式の根拠を明らかにしようとすることは、結果的に図を使った問題解決につながるのではないだろうか。土居下,他(4名)(1986)らの先行研究では、次のような主張がされている。低レベルにある児童には正しい絵図や線分図をかけるようにすれば立式できるようになり、高レベルにある児童についても、複雑な問題になるほど見通しを立てることが困難になるという事実より、正しい絵図・線分図をかく能力を身につけさせることが必要である。つまり、問題解決に有効な図を経験することが、問題解決に取り組む態度を変容させ、正しい解決に繋がるという仮説をたてることができる。

## 課題Ⅰ：テープ図の指導が問題解決の態度を変容させ得るか

### 4.2 問題解決に有効な図

解釈①，②，③のいずれについても言えることは，用意された図を形式的に利用するのでは，その図は問題解決に有効に活用されないということである。つまり，自分の考えが表現され，その情報を読み取ったり，操作できたりする図でなければならない。

そこで，筆者は，児童の考えが表された自由につくった素朴な絵や図も重要であると考ええる。しかし，実際にその図が問題解決に有効となるよう，表現のしかたを指導していかなければならないと考える。

## 課題Ⅱ：児童の発想を基にしたテープ図の指導はどのようなものか

### 4.3 テープ図を媒介とした引き算の統合

事例の小学校で採用されているK社の教科書から，テープ図が導入される単元を見ると，問題は全て求差の足し算・引き算となっている。また，図には2本のテープ図が使われている。児童が何らかの方法で1本のテープ図を経験していたのであれば，無意識のうちに，「求差=2本のテープ図」「求残=1本のテープ図」という認識になったのかもしれない。

そこで筆者は，1本のテープ図と2本のテープ図との統合を図り，テープ図導入の場面で，求差の問題と求残の問題の両方を教材とすべきであると考ええる。同様の主張として，伊藤(2008)は，求残も求差も同じ図で表示し，同じ操作で処理されることで，どちらも同じ引き算として統合されると述べている。引き算の問題場面におけるテープ図の活用には，どのような問題を設定し，どのようなテープ図で指導していくのか検討する必要があるように思う。そこで引き算の問題を対象としたテープ図の学習を考察していきたい。

## 課題Ⅲ：引き算の問題を対象としたテープ図の導入授業はどうあるべきか

### 4.4 図の変化

本事例のテープ図は，どちらがチョコレートでどちらがキャラメルなのかということが示されていない。さらに2本のテープ図がそれぞれ独立していることにより，2本の関連性が見えにくいものであった。菊池(1996)は，与えられた図に子どもがかき込みをすることで，新たな情報が生まれてくることに着目している。さらに，伊藤(2008)も図と式を切り離さないで，図の中に数や言葉を書き込んだり，操作と式を結びつけて表示したりすることが効果的であると述べている。つまり，すでにある要素を組み合わせたり，そこから



生じる新たな意味を解決者が読みとることが問題の解決につながるのである。

そのような力をつけるには、学習を通して補助的な要素となるメタ表記を学び、図を利用する経験をしていくことが必要だと考える。

そこで、それらのメタ表記と呼ばれる新たな要素が、解決に対してそれぞれどのような意味をもつのかを明らかにする必要がある。

#### 課題Ⅳ：どのようなメタ表記が解決に有効であるのか

### 5. 結語：課題の吟味を通して

本稿では、第1章から第3章において事例の解釈を通して考察を進めてきた。さらに第4章では、本事例の考察から課題を導出した。それらの課題を俯瞰すると、算数の学習指導における図の役割に関して次のようなことが指摘される。

(1)まず、テープ図をかくことが問題の構造把握を助けることは既に明らかであるが、テープ図が、学習者の問題解決における態度を変容させるという仮説を立てることができた。文章題が解けない児童の多くは、見通しが持てずに解決への意欲をなくしてしまうと考える。そこで、テープ図の学習で見通しが持ちやすくなり、意欲的に問題文を読解し、演算決定を行うことができるようになるかと考える。よって、この仮説を実証していく必要がある。上記考察においては、課題Ⅰがこれに相当する。

(2)次に、テープ図が導入される学習における問題点についてである。本事例の児童のように、既習であるはずのテープ図を問題解決に活用することができない学習者がいることから、テープ図の学習指導に問題があると捉えることができる。そこでの児童の困難点は、今まで自分で表現していた絵や図を、テープの長さで示す表現にしなければならないという大きな変化にある。また、そのテープ図を利用する問題が引き算を対象としていた場合、求差の問題も求残の問題もテープ図で関係を表すことができるということを指導しておかなければ本事例の解釈③のように混乱を招くことになる。よって、この二点を含めたテープ図導入場面の授業を設計していく必要がある。上記考察においては、課題Ⅱと課題Ⅲがこれに相当する。

(3)さらに、本事例で、児童は与えられた図に自分の考えをあてはめることができなかったことから、テープ図そのものと同様に、図に書き加えるメタ表記も重要であると言える。しかし、どのようなメタ表記が有効で、それぞれ問題解決にどのような役割を果たすのか明らかにされていない。そこで、ひとつひとつのメタ表記を分析し、どのような意味をもつのか調べる必要があると考える。上記考察においては、課題Ⅳがこれに相当する。

終わりに、本研究における方向性として、図は問題解決のひとつの手段であり、図をかくことが最終的な目的ではないということを述べておきたい。問題解決に困難を感じたときに図がかけ、それを利用して問題が解決できるような子どもを育てたい。しかし、問題

解決において困難を感じない場合は、図の必要性を感じることができない。そこで筆者は、児童が問題解決における図の活用が有効であると感じた上で、指導が行われるようにすべきであると考えます。

#### 引用・参考文献

- 土居下晃宏・志水廣・植岡利之・一崎満夫 (1986). 問題解決における方略の指導—絵や図についての児童の実態調査と実践—. 日本数学教育学会誌 算数教育, 68(4), 18-22.
- 廣井弘敏 (2002). 算数の問題解決における図による問題把握を促す教師の支援について. 上越数学教育研究, 113-124.
- 伊藤説朗 (2008). 算数科の未来型学力＝思考力・表現力を育てる授業, 明治図書, 98-104.
- 川又由香 (2006). 図的表現を活用した算数授業に関する研究, 新潟大学修士論文
- 菊池光司 (1996). 算数の問題解決における図的表現の働きに関する研究. 日本数学教育学会誌, 78(12), 334-339.
- 布川和彦 (2000). 数学的問題解決における図と情報の生成. 上越数学教育研究, 15, 9-18.
- Van Essen, G.& Hamaker, C(1990). Using selfgenerated drawings to solve arithmetic word problems. *The journal of educational research*, 83(6), 301-312.

鳥取大学数学教育研究 ISSN 1881-6134

Site URL : <http://www.rs.tottori-u.ac.jp/mathedu>

#### 編集委員

矢部敏昭 鳥取大学数学教育学研究室 [tsyabe@rstu.jp](mailto:tsyabe@rstu.jp)

溝口達也 鳥取大学数学教育学研究室 [mizoguci@rstu.jp](mailto:mizoguci@rstu.jp)

(投稿原稿の内容に応じて、外部編集委員を招聘することがあります)

#### 投稿規定

- ❖ 本誌は、次の稿を対象とします。
  - ・ 鳥取大学数学教育学研究室において作成された卒業論文・修士論文、またはその抜粋・要約・抄録
  - ・ 算数・数学教育に係わる、理論的、実践的研究論文／報告
  - ・ 鳥取大学、および鳥取県内で行われた算数・数学教育に係わる各種講演の記録
  - ・ その他、算数・数学教育に係わる各種の情報提供
- ❖ 投稿は、どなたでもできます。投稿された原稿は、編集委員による審査を経て、採択が決定された後、随時オンライン上に公開されます。
- ❖ 投稿は、編集委員まで、e-mailの添付書類として下さい。その際、ファイル形式は、PDFとします。
- ❖ 投稿書式は、バックナンバー（vol.9以降）を参照して下さい。

#### 鳥取大学数学教育学研究室

〒 680-8551 鳥取市湖山町南 4-101

TEI & FAX 0857-31-5101 (溝口)

<http://www.rs.tottori-u.ac.jp/mathedu/>

