

ISSN 1881-6134

鳥取大学数学教育研究

Tottori Journal for Research in Mathematics Education



www.rs.tottori-u.ac.jp/mathedu/journal.html

「あまりのあるわり算」の導入について

山中法子

vol.12, no.2

May 2009

「あまりのあるわり算」の導入について

山中法子

鳥取大学地域学部地域教育学科

章構成

1. 「あまりのあるわり算」の導入の現状と課題
 - 1.1 「あまりのあるわり算」の概要
 - 1.2 「あまりのあるわり算」の導入の現状
 - 1.3 現状のよさと課題
 - 1.3.1 現状のよさ
 - 1.3.2 現状の課題
 2. 「あまりのあるわり算」の導入における条件
 - 2.1 包含除からの導入の意義
 - 2.2 「商」と「あまり」に着目する問題設定のよさ
 - 2.3 児童に期待する主たる算数的活動
 - 2.4 「除法」で演算決定することの意義
 3. 「あまりのあるわり算」の導入の問題開発
 - 3.1 問題の提案
 - 3.2 期待される児童の活動
 4. まとめと今後の課題
- 注
引用・参考文献

1. 「あまりのあるわり算」の導入の現状と課題

1.1 「あまりのあるわり算」の概要

「あまりのあるわり算」は小学校第3学年において学習する。学習指導要領解説(2008)A「数と計算」領域に以下のように位置づけられている。

A(4)除法

(4)除法の意味について理解し、それを用いることができるようにする。

ア 除法が用いられる場合について知ること。また、余りについて知ること。

イ 除法と乗法や減法との関係について理解すること。

ウ 除数と商が共に1位数である除法の計算が確実にできること。

エ 簡単な場合について、除数が1位数で商が2位数の除法の計算の仕方を考えること。

児童はこれまでに、わり切れるわり算、つまり、九九を一回適用してできるわり算について学習している。また、等分除・包含除について理解している。「あまりのあるわり算」において、児童にとって新しい概念となるものは「あまり」である。小学校第2学年でのひき算の学習を通して児童は「のこり」の概念については理解しているが、「あまり」についてはこの学習が初め

てである。それでは、「のこり」と「あまり」の違いは何だろうか。決定的な違いは、「あまり」には商と余りが一意に存在するための条件があるということである。その条件とは、余りは0以上で除数より小さい数でなければならないというものである。一方、「のこり」は減法の演算結果である。これまでに学習した四則演算においても、計算結果が一意に存在しており、一意に存在することに計算の価値があるといえる。また、わり算において、「あまり」がでることを特殊として捉えるのではなく、わり切れるわり算はあまりが「0」となるわり算であると捉える事が大切である^{注1)}。

1.2 「あまりのあるわり算」の導入の現状

現在「あまりのあるわり算」は包含除から導入し、それを中心としながら等分除も取り入れるという流れになっている。ここでは、導入(第1時)における問題を以下に示した上で、その問題設定の意図について考える。

(K社の場合)

問題1

16人でゲームをします。ふえの数と同じ人数のグループをつくりましょう。
2人のとき、グループは何組できるかな。
3人のとき、グループは何組できるかな。

実際に16人の子どもが描かれ、さらに、2人組の場合と3人組の場合も描かれている。また、「三五 15 三六 18 あれ?」、「 $3 \times \square = 16$ の□にあてはまる数はないよ。 $16 \div 3$ と表していいのかな。」、「3人のときは1人あまったね。」、「3人ずつグループをつくるのだから、わり算の式でいいよ。」と吹き出しに書かれている。

問題2

17人で、上のゲームをします。
3人でグループをつくる時、グループは何組できて、何人あまりますか。

に、数図ブロックなどの具体物を用いて答えを求めさせようとしている。さらに、九九を使って求めるよう指導されている。また、あまり「…」の書き方や「わり切れるわり算」「わり切れないわり算」という用語の説明がされている。

これら2つの問題設定から分かることは、問題1は問題2の問題把握を容易にするためのステップとして設定されたものであるということである。これは、問題1は絵や数図ブロックが用いられており、児童が具体的に考えられるような工夫がされていることからわかる。また、教科書には「同じ数ずつ分ける時に、あまりが出ることがあります。」という記述があり、あまりが出る場合があることを問題1の段階で児童に伝えている。問題1を経て、問題2では、具体的操作で答えを求めるだけでなく、わり算の式に表したり、計算を使って答えを求めさせようとしている。これは、既習事項である九九を用いるように促している点から推測できる。また、あまりの表記方法や「わり切れるわり算」「わり切れないわり算」という用語の整理がされている。

1.3 現状のよさと課題

1.3.1 現状のよさ

「あまりのあるわり算」の単元の流れを見ていくと、包含除から等分除への流れとなっている。筆者は、このような包含除からの導入はよいと考えている。なぜなら、包含除は「あまり」が出てくる場面が自然であり、その理解も等分除に比べより容易であるからである。詳しいことについては、2.1において述べている。

1.3.2 現状の課題

現在の「あまりのあるわり算」の導入を踏まえ、筆者は以下に不十分な2点を指摘する。

(1) 「あまり」に着目する必要性の欠如

「あまりのあるわり算」において児童にとって新たな課題は「あまり」をどのように処理し、表現するかということであるにも関わらず、例えば前出の K 社の導入問題のように、「あまり」について考える必要性のない問題が設定されている。実際に K 社の問題 1 を例に具体的に説明する。問題 1 での「3 人のとき、グループは何組できるかな。」という問いはあくまでも作ることが可能なグループ数を問うているものである。そのため、グループが何組できて、その結果「いくつあまるのか」ということまで考える必要はないのである。つまり、問題 1 は「商」のみが問題解決につながるものであり、「あまり」は問題解決と関係のない問題となっている。このように、問題 1 は「商」だけではなく「あまり」にも着目させるような問題としては不十分であるということを指摘することができる。「商」と「あまり」に着目させる問題設定のよさについては、2.2 において詳しく述べる。

(2) 児童自らが課題に直面するような問題設定の欠如

現在の「あまりのあるわり算」の導入では、導入段階ですぐに問題解決のための手段が与えられており、児童が「あまり」の処理や表現方法、「除法」で演算決定することのよさを考える場が設定されていない。これは、例えば K 社の問題 2 から指摘すると、次の通りである。問題 2 は、「あまりのあるわり算」もわり算の式に表して答えを求められること、また、「あまり」の書き方「…」の説明がされている。つまり、すでに形式化された問題の解決方法、表現方法を教えることが主な目的になっていると捉えることができる。それでは、すでに形式化された問題の解決方法、表現方法の教授が具体的に何を意味し、何が課題とされているのか。児童の活動の実態と関連させながら述べていく。

① 望ましい演算決定のための吟味の欠如

児童は問題 2 を与えられた時、すでに学習したわり算の経験、すなわち、「何人に分けられるか」という問いからこの問題もわり算で解けそうだと考えるだろう。つまり、児童は

$$15 \div 3 = 5, 18 \div 3 = 6$$

のように解けるので、15 と 18 の間にある数 17 であっても、「 $17 \div 3$ 」と式に表わし、答えを求めようとする予想できる。しかし、今までのわり算と同じようには答えを求めることができず、はたして「 $17 \div 3$ 」という式は成立するのかという疑問を抱くだろう。一方、問題 2 では、問題の提示後「わり算の式にかき、数図ブロックをつかって答えをもとめましょう」とあらかじめ児童に「除法」で演算決定することを示している。その時点で児童の「 $17 \div 3$ 」は成立するのかという疑問は考える必要がなくなるのである。つまり、「わり切れないわり算」がどうして既習の「わり切れるわり算」と同じように「除法」として演算決定できるのかということを考えることなく、この問題を解決することが可能になるのである。まさにこのことが望ましい演算決定のための吟味の欠如であり、課題として挙げられる。望ましい演算決定、つまり、「除法」で演算決定することの意義については 2.4 において詳しく述べる。

② 「あまり」の処理の仕方や表現方法を考える必要性の欠如

児童はすでに①で述べたように「 $17 \div 3$ 」という式が成立するかどうか疑問に思うことが予想される。そこで、いったん「 $17 \div 3$ 」の式から離れ、答えを求めるために絵や図を用いたり、既習の「わり切れるわり算」の際に用いた乗法を用いることで答えを求めようと考えられる。その活動を通して、児童は「あまり」をどのように処理し、表現すればいいのか、また、算数のよさである簡潔・明瞭・的確に表すため

に望ましい演算決定は何かということを経験的支援(アシスト)を受けながら考えるようになるのである。そして、最初に抱いた疑問である「 $17 \div 3$ 」の立式は成立するということを身をもって実感するのである。しかし、問題2では児童がこのような活動をする必要性が問題設定の中に含まれていない。なぜなら、数図ブロックを用いて「あまり」を視覚的に示し、その「あまり」は「商」の後に「…」と表現することで示すことができるということを教えているからである。このような問題の設定では、児童自らが「あまり」の処理や表現について考える必要性がそもそも含まれていないという課題が挙げられる。

以上の①②で示したように、K社の問題2のような設定では、「 $17 \div 3 = 5 \cdots 2$ 」というすでに形式化された問題の解決方法や表現方法が与えられており、形式化されるまでの過程、つまり、「除法」で演算決定することのよさ、「あまり」の処理の仕方や表現方法を児童自らが考える必然性が出てくる問題設定になっていないと考えられる。

(1)(2)で示した課題を踏まえて、新たに提案する問題は、その課題を克服するための条件を含んだ問題を設定しなければならない。その条件については2.において詳しく述べる。

2. 「あまりのあるわり算」の導入における条件

2.1 包含除からの導入の意義

1.3.1で述べたように、「あまりのあるわり算」の導入は、包含除から学習し、その後等分除の考え方を学習すべきであると考えている。包含除から導入することの意義は以下の通りである。

包含除は「全体の中から決められた数ずつとっていく」という考え方であるため、「あまり」が出てくる場面が自然であり、その意味を理解することも等分除に比べ容易であるということ

が挙げられる。例えば、「37個の種を1人に4個ずつ配ります。何人に配れますか」という問題を包含除で考えると、37個の中から4個とり、さらに残りの33個の中から4個とり…というように、全体から一人分ずつを引いて求めることができる。この場合、37個から9人分引いた所で、1個残り、それ以上分けられないということになる。もちろん、既習の乗法を用いて $4 \times 9 = 36$ より、9人に分けるとも考えられる。このように、包含除の考え方は、全体の中から決められた数ずつとる活動が商を求めることにつながり、そしてその活動の先に「あまり」が出てくるという自然な流れになっている。

一方、等分除で「あまりのあるわり算」を考えると、その性質上「あまり」さえも等分に分けられるようにしなければならない。そのため、「あまり」を出すという考え方はされず、「あまり」を考えることが不自然な問題場面となってしまう。このことを以下の具体例を用いて説明していく。

問題

37個の種を4人に同じ数ずつ分けます。一人分は何個になりますか。

この問題を等分除で考えてみると、37を四等分すると $37 \div 4 = 9 \frac{1}{4}$ となり、整数だけでは表し

きれない。これは、「あまり1」さえも等分に分けようと考えているからである。この場合、「商」や「あまり」を解釈することは小学校3年生の児童にとって難しいことであるといえる。それでは、実際に児童はこの問題をどのように考えるだろうか。まず、「あまり」に当たる部分をあらかじめ被除数から引いた上で $(37 - 1 = 36)$ 、その後、 $36 \div 4 = 9$ と考えていると推測できる。このような活動が予測できるのも、等分除の性質上、「あまり」を出さないようにわり進めるためのものなのである。

このように、「あまりのあるわり算」を等分除で考えることは不可能ではない。しかし、導入としては、上に挙げたよさより包含除を用いる方が児童にとってより理解しやすいものであると考えられる^{注2)}。

2.2 「商」と「あまり」に着目する問題設定のよさ

「あまりのあるわり算」では、「あまり」をどう処理し、表現するかが児童にとって新たな課題である。その課題に取り組むためには、導入段階で、「商」そして「あまり」にも着目するような問題を設定することが大切となってくる。

「商」だけではなく「あまり」にも着目させるような問題を設定することで、児童は今までに学習したわり算を用いながら工夫して問題を解決しようとしたり、新たな表現方法の必要性を感じることができると考えられる。具体的に述べると、「あまりのあるわり算」は九九のみを用いて答えを求めることができないため、九九で求められる最も近い答えをもとに、「いくつあまるのか」と考えることができるだろう。さらに、教師の支援を受けながら、「商」だけではなく「あまり」も1つの式に表せないかという活動へと高めていくようにしたい。このような活動を通して、児童は「あまり」の処理や表現方法、つまり、形式化されるまでの過程について考えていくのである。さらに、このような活動を通して、自ずと「あまり」の条件についても考える児童が育つのではないかと考えている。これらの児童の活動を生み出すためには、「商」と「あまり」に着目させるような問題の設定が必要なのである。

筆者はこのことを踏まえて次に紹介する問題について考察した。

問題

35 人の子どもが長いす 1 きゃくに 4 人ずつ座っています。みんな座るには、長いすが何きゃくいりますか。
(K 社 3 年上)

この問題は、「あまりのあるわり算」において、「あまり」の処理について考えさせる問題として取り入れられている。この問題のポイントは、 $4 \times 8 = 32$ で 8 脚必要であると考えた後、あまっている 3 人も座らせるためにはもう 1 脚必要であるという考え方である。一見、この問題であれば「あまり」について考えられていると捉えられる。しかし、実際はあまっている人数自体を吟味しなくとも、8 脚プラス 1 脚でみんなが座ることができるということになり、「あまり」の数そのものが問題の解決につながらないといえる。このことより、「あまり」に着目させる問題としては不十分であるといえる。「あまり」に着目させる問題の提案は 3.1 においてする。

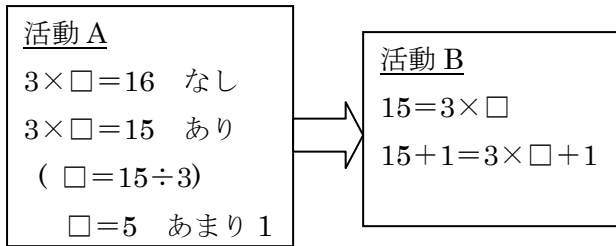
2.3 児童に期待する主たる算数的活動

「あまりのあるわり算」の導入では、既習の同数累減、さらには九九を用いて「あまりのあるわり算」も考えようとし、その活動の中で「あまり」の処理や表現方法、望ましい演算決定について吟味する児童の活動に価値があると考えられる。特に、「商」だけではなく「あまり」も1つの式に表わすことができるようになることに活動の高まりがあり、導入段階で考えるべき価値ある活動であると考えている。これらのことを、次の問題^{注3)}を用いて説明していく。

問題

ハウセンカの種が 16 個あります。1 人に 3 個ずつ分けると、何人に分けられますか。

筆者は下に示している活動の高まりこそが、「あまりのあるわり算」の導入における価値であると考えている。



まず活動 A では、児童は既習事項を踏まえて、 $3 \times \square = 16$ の \square に当たる部分を考えるだろうと予測できる。しかし、九九の 3 の段には 16 はないことに気づき、今までの九九のみを用いたわり算では答えが求められないことに気がつくだろう。しかしその後、児童は $3 \times \square = 15$ であれば答えを求めることができ、九九を用いて、あるいは除法を用いて $\square = 5$ と求め、答えに達するだろう。この活動では、「あまり」を式に表わすことができているという不十分な点が挙げられる。一方、活動 B は既習事項である九九を用い、そして両辺に同じ数を加えて相等関係は成立するという決まりを利用して「あまり」を「+1」という形で式に表わすことができている。このように、「商」と「あまり」を 1 つの式に表わすことそのものに活動の価値があるといえる。なぜなら、活動 A に比べ活動 B は、より簡潔、明瞭、的確に「商」と「あまり」の関係を式に表わすことができているからである。これらのことから、活動 A の児童を活動 B へと高めることに学習の価値があるといえる。その上で、活動 B をさらに簡潔、明瞭、的確に表現したものとして、活動 C には除法での演算決定が位置づけられるべきだろう。

2.4 「除法」で演算決定することの意義

「あまりのあるわり算」は、「除法」で立式し計算するものである。しかし、「除法」で演算決定をしたとしても、児童は「除法」の逆演算である「乗法」を用いて問題の解決に努めようとする。なぜなら、今まで学習してきた「わり切れるわり算」において、児童は九九を 1 回適用

して答えを求めており、また、除法で演算するより乗法で演算する方が思考が容易だからである。以上のことから、立式する活動と実際に計算する活動は必ずしも一致しないと言えるだろう。それでは、「あまりのあるわり算」において「除法」で演算決定することの意義は何だろうか。「除法」で演算決定することは算数のよさである「簡潔・明瞭・的確」に適っており、他者に自らの考え方を伝える際に極めて妥当なものである。このことは、児童の活動を設定する際の活動の価値づけとなり、2.3 において述べた通りである。一方、ただ問題の答えを求めるためだけの演算決定ならば、2.3 の活動 A のように「除法」でなくとも「乗法」で十分である。「乗法」でなくとも、「減法」を用いても答えは求められるのである。これらのことから、「除法」で演算決定することの意義は、最も簡潔、明瞭、的確に表すことができているといえる。そのため、「除法」で演算決定するよさを含んだ問題提示場面の設定、また、前提として「商」と「あまり」に着目させるような問題の設定が必要になるということが主張される。

3. 「あまりのあるわり算」の導入の問題開発

3.1 問題の提案

現状の課題を踏まえて、2. では「あまりのあるわり算」の導入の際に大切にすべき条件 4 点を明らかにした。それが以下の 4 点である。

- (a) 包含除での導入
- (b) 「あまり」そのものが問題の解決につながるような問題の設定
- (c) 児童自らが新たな課題に直面し、問題解決を形式化するための過程が考えられるような問題及び問題提示場面の設定
- (d) 「除法」で演算決定することによさがあるという要素を含んだ問題提示場面の設定

これらを踏まえて、「あまりのあるわり算」の導入（第1時）問題を提案する。

第1時のねらいは、「わり切れないわり算もわり切れるわり算と同様に乗法を用いて問題を解決しようとする中で、あまりの処理の仕方や表現方法を考える。さらに、除法で演算決定することのよさを理解することができる。」である。

問題提示場面

ホウセンカの種が16個あります。1人に3個ずつ配ります。みんなに同じ数ずつ分けられますか。

児童：みんなに同じ数ずつ分けられない。

児童：5人には分けられる。

16個にあと何個加えれば、何人に同じ数ずつ分けられますか。

教師：加える数の求め方をより分かりやすく式に表わしましょう。

数値設定の理由は以下の通りである。「あまりのあるわり算」の導入であるため、多くの児童が絵や図を用いて問題把握をすると考えられる。その際に操作がしやすいよう、また、絵を描くことだけに時間を費やすことがないようにするため、「16」という数を選んだ。

上記の問題提示場面、または問題が上に挙げた4つの条件を満たしているかどうか、それぞれ検討していく。

(a) 包含除での導入

包含除での導入は問題の通り、達成されている。

(b) 「あまり」そのものが問題の解決につながるような問題の設定

「あまり」に着目させる問題であることは達

成できているといえる。なぜなら、加える数を求めるためには、「あまり」の数が分からなければならないからである。つまり、問題解決のためには「あまり」に着目する必然性がある。

(c) 児童自らが新たな課題に直面し、問題解決を形式化するための過程が考えられるような問題及び問題提示場面の設定

以下の理由で達成できているといえる。問題提示場面において、除法で演算決定することや、「あまり」の表記方法については、本問題では触れていない。問題提示では「加える数の求め方をより分かりやすく式に表わしましょう」と提示している。「加える数の求め方」を問うことで「商」に加えて「あまり」に着目させることができ、「わり切れるわり算」と同じように解決しようとする活動を通して、「あまり」の処理や表現方法について児童が自ずと考える活動が生まれることが期待される。

(d) 「除法」で演算決定することによさがあるという要素を含んだ問題提示場面の設定

問題提示において「より分かりやすく式に表わしましょう」と提示しているため、より分かりやすく式に表わすためには、「除法」での演算決定が最も適切な表し方である(2.4参照)といえるからである。

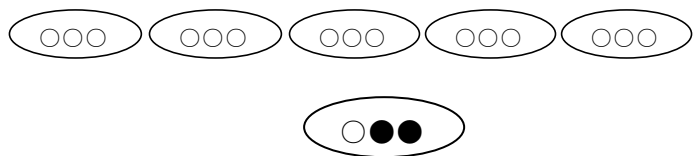
これらの4点より、この問題及び問題提示場面は「あまりのあるわり算」導入の際の4つの条件をすべて満たしているといえる。

3.2 期待される児童の活動

本時の期待される活動は以下の通りである。

A-1：図や絵を用いて具体的に考えていく。

<活動例>



図より、あと 2 個加えれば 6 人に分けられる

A-2：同数累減，乗法を用いて考え式に表わし，
除法で計算する。

<活動例>

$$3 \times \square = 16 \quad \text{なし} \quad 16 - 15 = 1$$

$$3 \times \square = 15 \quad \text{あり} \quad 3 - 1 = 2$$

$$(\square = 15 \div 3)$$

$$\square = 5$$

あと 2 個加えれば 6 人に分けられる

B：乗法と加法を用いてあまりを式に表わす。

<活動例>

$$3 \times \square = 15 \quad 18 - 16 = 2$$

$$15 + 1 = 3 \times \square + 1$$

$$3 \times 6 = 18$$

あと 2 個加えれば 6 人に分けられる

C：乗法と加法の形式から除法の形式で表しな
おす。

<活動例>

$$16 \div 3 = 5 \quad \text{あまり } 1 \quad 3 - 1 = 2$$

あと 2 個加えれば 6 人に分けられる

活動は A-1 から C に向かい，高まっている。
教師は児童が A-1 から A-2 へ，A-2 から B へと
いうように活動を高めていけるよう支援（アシ
スト）していくことが大切となる。特に，本時

では，A-2 から B への高まり，つまり，「あまり」
の処理と表現方法を考える中で「商」と「あま
り」を 1 つの式に表わすという活動に重きを置
きたい。

4. まとめと今後の課題

本研究では「あまりのあるわり算」の導入に
おいて大切にすべき条件を現状の課題から明ら
かにした。また，それを踏まえた上で，問題を
提案し，それに対する児童の期待される活動を
設定した。

今後の課題として，これらの児童の期待され
る活動を高めていくためにはどのような支援
（アシスト）が必要か，各活動の価値を考慮した上
で検討していくことが挙げられる。

注

注 1) 溝口(2007)においても計算結果が一意に
存在することに計算の価値があると主張されて
おり，そのために，「あまり」には条件が必要で
あるということが述べられている。

注 2) 伊藤(2008)において，等分除・包含除そ
れぞれの「商」と「あまり」の求め方について
具体例をもとに比較し，考察されている。2.3
はそれを参考に述べた。

注 3) 具体例として挙げた問題は「あまり」に
着目させる問題としてはふさわしくない。問題
提示方法に改善の余地があるものである。

引用・参考文献

- 伊藤説朗(2008). 算数科の未来型学力＝思考
力・表現力を育てる授業. 明治図書
溝口達也(2007). 算数・数学学習指導論. 鳥取
大学数学教育学研究室
文部科学省(2008). 小学校学習指導要領解説
算数編. 東洋館. p. 95

編集委員

矢部敏昭 鳥取大学数学教育学研究室 tsyabe@rstu.jp

溝口達也 鳥取大学数学教育学研究室 mizoguci@rstu.jp

(投稿原稿の内容に応じて、外部編集委員を招聘することがあります)

投稿規定

- ❖ 本誌は、次の稿を対象とします。
 - ・ 鳥取大学数学教育学研究室において作成された卒業論文・修士論文，またはその抜粋・要約・抄録
 - ・ 算数・数学教育に係わる，理論的，実践的研究論文／報告
 - ・ 鳥取大学，および鳥取県内で行われた算数・数学教育に係わる各種講演の記録
 - ・ その他，算数・数学教育に係わる各種の情報提供
- ❖ 投稿は，どなたでもできます。投稿された原稿は，編集委員による審査を経て，採択が決定された後，随時オンライン上に公開されます。
- ❖ 投稿は，編集委員まで，e-mailの添付書類として下さい。その際，ファイル形式は，PDFとします。
- ❖ 投稿書式は，バックナンバー（vol.9以降）を参照して下さい。

鳥取大学数学教育学研究室

〒 680-8551 鳥取市湖山町南 4-101

TEI & FAX 0857-31-5101 (溝口)

<http://www.rs.tottori-u.ac.jp/mathedu/>

