

ISSN 1881-6134

鳥取大学数学教育研究

Tottori Journal for Research in Mathematics Education



<http://www.rs.tottori-u.ac.jp/mathedu>

現象を関数とみなす活動を通して
数学を活用する力を育てる学習指導の研究

南後とも子, 田村みどり

vol.12, no.5

Dec. 2009

鳥取県 東部中学校数学教育 B グループ
鳥取市立国府中学校 南後とも子
鳥取市立北中学校 田村みどり

1. 主題設定理由と本研究の目的

中学校数学の中では、関数を苦手とする生徒が多く、「関数って何?」と質問する生徒も多い。また、たとえ、表を書き、式化やグラフ化をすることはできても、何のためにそうするのか、それぞれがどう関係しているのかなどをしっかりと把握できている生徒は多くない。私たち研究グループは、この原因を、「未来を見通せる」「現実不可能な事柄についての予測を行える」、といった関数のよさを十分に実感できるような授業をしていないからではないか、と考えた。もちろん、どの教科書でも「関数の利用」といった題で、日常事象や自然現象を取り上げた問題を扱っており、関数のよさを学習できるよう工夫されている。しかし、データの数値が作為的である、設定された日常事象が限定的である、というように既にモデル化された問題であるため、生徒たちは形式的に解いてしまうのではないか、また、「演習のための問題」と捉え、関数のよさを実感するに至らないのではないかと考えた。

すでにモデル化された問題を解くのではなく、自然現象や日常事象をモデル化すること、つまり自然現象や日常事象を数学の世界に取り込むという操作から、生徒に取り組みせていく授業を行うことで関数のよさを感じるのではないか。自然現象や日常事象を、すでに学習した数学的知識に符合するものとして「みなす」活動を行うとき、「関数」はその特性上大変有効な手段となり、表、式、グラフを使うことの必然性を実感することが予想される。その必然性の中から関数を活用することで、関数のよさを感じることができると考えられる。本研究においては、そうした授業を設計し、また実践するに当たりどのような問題点や困難点があるかを明確にし、その改善案を提案することを目的とする。

他方、モデル化されていない問題を、既習の数学的知識を「活用」して解決しようとする、必ず「妥当性」の問題に突き当たる。例えば、プロットされたデータを1本の直線や曲線とみなすことは妥当なのか。帯状のデータ群を1本の直線とみなすことは妥当なのか。また、その1本をどう取るのが妥当なのか。つまり近似の問題を提起することになる。この「妥当性」を議論し、結論としてみんなが納得する手続きを得たとき、日常の問題を数学の世界に取り込みモデル化することができたといえ、数学のよさ示すことになると考える。従って、この「妥当性」の議論は上記目的と相補的に位置づけられるものであり、これについても提言を試みたい。

2. 研究の方法

自然現象や日常事象を題材にしたモデル化されていない問題を精選または作成し、授業設計を行った。授業設計においては鳥取県東部中学校数学教育が数年間研究を重ねてきた、「問題解決的な授業」を引きつぎ、本研究の一つの軸としている。1人の教師が研究授業を実施した後、その反省点を生かし別の教師が再度研究授業を実施するという方法で各学年での実践を行い、実践終了後、全学年で成果と課題について研究会を重ねた。

題材設定については、第1学年では「比例」、第2学年では「一次関数」、第3学年では「二次関数」を取り扱い、3学年にわたって同時進行で研究をすすめることを考えたが、「二次関数」の題材設定が困難であったため、実際には、「比例」について1題材、「一次関数」について2題材の、計3題材について研究を行った。「二次関数」については、現在継続的に検討中である。

3. 各学年における教材研究・授業設計

(1) 問題解決的な授業設計について

各題材における授業は、「問題提示」「自力解決」「集団での練り上げ」の3段階で構成し、生徒の自力解決を促す支援を行うというスタイルで行った。また、「本時の期待される数学的活動」として、A、B、Cの3段階で設定し評価を行った。ここでの評価とは、生徒の活動を正しく把握し、生徒が次に行うべき活動を示唆するという意味での評価である。

活動設定については必ずしも以下の通りではないが、基本的な考え方としてはこのように考えている。

- Aとは、提示された課題に対し自分なりに解決しようとする活動
- Bとは、提示された課題について、今までに学んだ数学的な知識を活用し、工夫することで解決していく活動
- Cとは、求めた解答に対し、学んだことを生かしてさらに考えを深め、一般化したり、拡張したりすることができる活動

この基本となる授業設計に基づいて、数学的活動について考察する。（*1）（*2）

(2) 教材設定について

日常の現象を自ら数学の世界に取り込み、既習の数学的知識を利用して、関数を活用したり関数のよさを実感したりできるような資料であることを念頭に教材設定を行った。

① 第1学年 比例 「翼の面積はいくら？」（指導案：資料1）

体重50kgの人間が翼をつけて飛ぶとしたら、どれくらい大きさの翼が必要だと思いますか。ただし、翼にも重さがあり、20kgとします。次の表を参考に考えましょう。（*4）

鳥の種類	スズメ	イワツバメ	黒ツグミ	ムクドリ	ハト	カラス	カモメ
体重 (g)	25	47	78	93	143	607	840
翼の面積 (cm^2)	87	186	245	190	357	1344	2006

本時の期待される数学的活動の様相

- A. それぞれの翼の面積の体重に対する割合を求め、比例の関係に近いことに気づく。
- B. データを座標にプロットし、翼の面積を予想する。
- C. 相関図と回帰グラフを書き、式を求めて、翼の面積を導き出す。

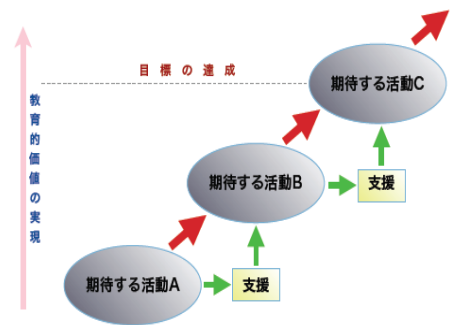
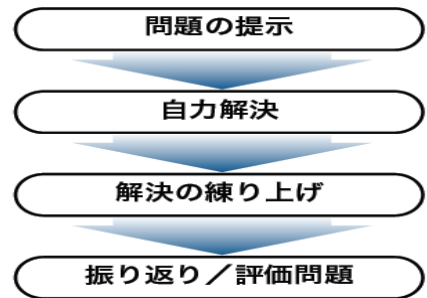
② 第2学年 一次関数 「人間が9秒切るのはいつ？」（指導案：資料2・3）

100m走で、人類が初めて9秒を切るのは西暦何年くらいになるのか予想してみよう。（*3）

アスリート名(国籍)	記録	年度
ジム・ハインズ(USA)	9秒95	1968
カルビン・スミス(USA)	9秒93	1983
カール・ルイス(USA)	9秒92	1988
カール・ルイス(USA)	9秒86	1991
リロイ・バレル(USA)	9秒85	1994
ドンバン・ベイリー(CAN)	9秒84	1996
モーリス・グリーン(USA)	9秒79	1999
ティム・モンゴメリ(USA)	9秒78	2002
アサファ・パウエル(JAM)	9秒77	2005
アサファ・パウエル(JAM)	9秒74	2007
ウサイン・ボルト(JAM)	9秒69	2008

本時の期待される数学的活動の様相

- A. 表から平均変化率を調べる。
- B. データを座標にプロットし、9秒切るのはいつか予想する。
- C. グラフを直線とみなして式に表し、答えの予想を立てる。グラフ・式・答えの精度について考える。



③ 第2学年 一次関数 「桜の開花予想」 (指導案：資料4)

下の表は、仙台市の3月の平均気温とソメイヨシノの開花日のデータを表に整理したものです。平成20年3月の平均気温が6.6℃であったとき、何月何日に開花したと予想できるでしょうか。

(*4)

年次	平均気温(℃)	開花日	
		(月)	(日)
昭和56	4.0	4	13
昭和57	5.1	4	11
昭和58	4.3	4	13
昭和59	1.5	4	28
昭和60	3.7	4	17
昭和61	3.8	4	19
昭和62	4.5	4	10
昭和63	4.1	4	17
平成元	6.1	4	3
平成2	6.2	4	3
平成3	5.1	4	11
平成4	5.0	4	6
平成5	4.6	4	9
平成6	4.0	4	11

年次	平均気温(℃)	開花日	
		(月)	(日)
平成7	4.7	4	11
平成8	4.3	4	17
平成9	5.7	4	8
平成10	6.1	4	8
平成11	5.3	4	8
平成12	4.6	4	13
平成13	4.9	4	10
平成14	7.5	3	29
平成15	4.8	4	9
平成16	5.4	4	7
平成17	4.1	4	14
平成18	5.0	4	13
平成19	5.3	4	6
平成20			

本時の期待される数学的活動の様相

- 平均気温と開花日の関係を座標として表し、開花日を予想することができる。
- 相関図から回帰グラフをかき、平均気温が6.6℃のときの開花日をグラフから予想する。
- 平均気温を x 、開花日を y として回帰グラフを式で表し、 $x=6.6$ のときの y の値を求める。
また、開花日の誤差の範囲を予想する

4. 授業分析と主題の追求

(1) 問題提示および問題把握における問題点とその改善について

「問題解決的な授業」においては、問題提示をどのように行うかが非常に大切であり、生徒が問題把握をしっかり行えているかどうか、授業の成功の鍵を握っているともいえる。問題提示とは、考える必然性をいかに生徒にもたすか、また、問題の分析、条件の分析を的確に行い、何を目的とするのかを明確にしていくことであるだろう。

しかしながら、本研究では、多くの授業において、生徒が十分に問題把握をできていないため自力解決時に見通しをもった活動を行うことが難しかった、という反省があった。この原因の分析を行い、以下に授業で実際に行った問題提示と、研究会で話し合った改善案を示す。

まず、原因分析を以下に3つあげる

ア. 生徒に「活用」を意識させることが不十分であった。

イ. 生徒が問題把握できるような具体的な働きかけを教師が行っていなかった。

データの整理の仕方を示したり、グラフ化のポイントを示したり、予想をさせるなど、全体の傾向を大まかに示してやるのが、生徒にとっての問題把握の助けになったのではないか。

ウ. 問題を解決するために考えるべき課題はなにかを明示していなかった。

そのデータが示す特徴をどうとらえるべきか、どの関数とみなすことができるのか。直線とみなす場合には、どう直線をとるべきなのか、妥当な範囲とは、など問題に応じて課題を明確に提示することで終着点を示すべきであった。ここでいう、終着点とは、最終的な解決の形のことをいう。

① 第1学年 比例 「翼の面積はいくら？」

<実際の授業>

- 1 空を飛ぶために必要なものは何ですか。
生徒の反応：翼
- 2 翼があるものとは。
生徒の反応：鳥、飛行機など
- 3 表を見て（図4.1）、イワツバメの翼の面積を予想する。
生徒の反応：160、170くらい
- 4 問題を読み、問題把握する。

鳥の種類	スズメ	イワツバメ	鷹フタビ	ムクドリ	ハト	カラス	カモメ
体重 (g)	25	47	78	93	143	607	840
翼の面積 (cm ²)	87		245	190	357	1344	2006

図4.1

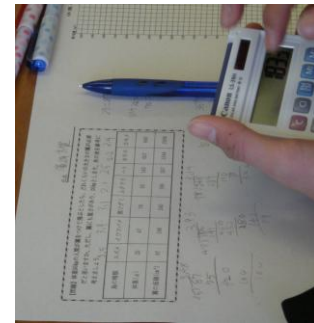


図4.2

<生徒の実態>

比例とみなせず全く手のつかない生徒や、比例定数や比例定数の平均を求めて解決することに夢中になって、グラフ用紙を使おうとしなかった。

改善案A・・・ これまでに学習してきた、使えそうな手法を提示する

5 (付け加えとして)

問題を解く手がかりとして、式・表・グラフがあることを確認し、これらを使って、予想の仕方を多様に考えてみよう。

<改善理由>

この問いかけにより、表のみを使って解く生徒が、グラフに行きやすくなるのではないかと考えた。

改善案B・・・ グラフ用紙を用いることを指示する。

5 (付け加えとして)

グラフを用いて予想してみよう。(ワークシートもグラフを中心に考えられるように作る)

<改善理由>

全ての生徒がグラフ用紙にプロットし、グラフを書いて解決しようとするのではないかと考えた。

改善案C・・・ データの示し方を工夫する

3 スズメのデータ (25g、87cm²) のみ提示する。人間 (70kg) の翼の面積を予想しよう。

生徒の反応 (予想) : 比例を使ったら解ける。

$$70000 \times (87/25) = 243600 (\text{cm}^2) = 24.38 (\text{m}^2)$$

4 スズメ以外の6つデータを提示し、上記3の解決方法でよいか考えてみよう。

生徒の反応 (予想) : よくない。スズメのデータだけではなく、他のデータも使わなければいけない。

5 すべてのデータを利用して考えよう。比例とみなすことができるだろうか？

<改善理由>

スズメ以外の6つのデータを分析する必然性を感じ、グラフ用紙にプロットして考える、という目的を明確にできるのではないかと考えた。

② 第2学年 一次関数 「人間が9秒切るのはいつ？」

<実際の授業>

- 1 これは、なんの写真かな？（北京五輪にてボルト選手がゴールインしたシーン）
生徒の反応： 100m走、ボルト選手、世界新記録・・・
- 2 100m走の世界記録の変遷データをみて気付くことは？
生徒の反応： 40年間で徐々に更新している、この10年で0.1秒更新している・・・
- 3 100m走で、人類が初めて9秒を切るのは西暦何年くらいになるのか予想してみよう。

（X軸Y軸のみ記入のグラフ用紙を配る）

生徒の反応： 40年で0.26秒更新しているから平均変化率を調べて、0.69秒更新するのにかかる年月を計算して求めると、106年後の2114年です。

- 4 計算で求めることは価値がある（再現できる、他の人と同じ解答を得られる）。もっとよい予想を行うためにデータ全部を考えたい。

生徒の反応： グラフを使えばよい。

- 5 プロットして考えよう。

生徒の反応： グラフ用紙にどうプロットすべきか分からない生徒が多かった。（支援があり、ほとんどの生徒がプロットできた。P8 (3) 2) 「具体的な支援について」に詳細を記載）

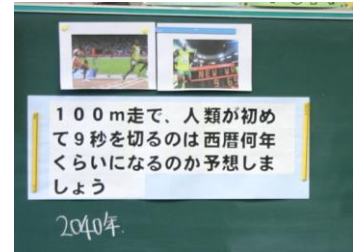


図4.3



図4.4

<生徒の実態>

生徒は戸惑うことなく、考えるべき課題を見つけ活動しようとした。また、つまずいた生徒もいたが、支援により活動が進んだ。年次ごとの変化を捉え、その先どう変化していくのかを予想することができた。「先を見通すためのツール」として関数を意識できた。

③ 第2学年 一次関数 「桜の開花予想」

<実際の授業>

- 1 「春」と聞いてイメージするものは？
生徒の反応： 桜、花見、入学式・・・
- 2 問題を読み、問題把握をする。
生徒の反応： 平均気温が6.6℃に近い開花日データから開花日を予想する。
- 3 全体の傾向を見るにはどうしたらよいだろうか。グラフ用紙にプロットをして傾向を調べてみよう。

（X軸Y軸数値入りのグラフ用紙）

生徒の反応： どうプロットするのか戸惑う生徒も多かったが支援（P8 (3) 2) 「具体的な支援について」に詳細を記載）によりほとんどの生徒がプロットできた。

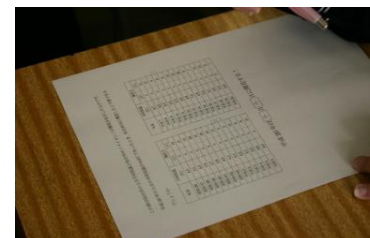


図4.5

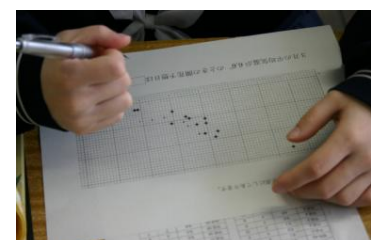


図4.6

<生徒の実態>

多くの生徒が「年次」「平均気温」「開花日」の3種類のデータをどのように扱えばよいか分からず、戸惑っていたが、教師の支援により活動が進んでいった。

改善案A・・・ 多量のデータから必要なものを取り出しグラフにプロットする、というみんなにやって欲しい作業は問題提示の中で生徒と一緒にやっていく。

- 3 全体の傾向を見るにはどうしたらよいだろうか。
別の表し方をすると全体の様子が見えてくるのではないか。
このデータは「年次」「平均気温」「開花日」の3種類があるが、必要なデータはどれか？
生徒の反応（予想）：「平均気温」と「開花日」、年次は必要ない・・・
- 4 生徒ともに、いくつかのデータを抜き出してグラフ用紙（数値入り）に、プロットを行う。
生徒の反応（予想）：自力ではプロットできない生徒も、教師の活動を参考にプロットを行う。
- 5 プロットしたデータについて、どのような傾向があるか考えよう。
「ある気温と別のある気温を取ってみるとこれくらいの間隔で日が動いていそうだ」
→ 関数とみなせそうな見通しをたてさせる。
「なんとなく一次関数に見えているがそれでよいのか？」
「絞っていくのか」
「どれくらいの幅ならよいのか」
→ データのないところに点や直線をつくらうという発想につなげていく。

<改善理由>

実際の授業では、生徒は活動を行っていたが、教師の個々の支援が大変であった。個々の支援ではなく、全体への問いかけで問題把握を行えるような、問題提示の方法を考えた。本問題の課題は相関図をどう捉えるかである。

以上見てきたように、グラフにプロットするという作業は、みんなにやって欲しい作業といえる。こういう作業は問題提示の中で生徒と一緒にやっていけばよい。ただし、細切れの課題提示は全体像を捉えにくくするため、解決のために必要な課題は何かを教師はしっかり把握しておかなければならない。

また、終着点の示し方についても、だれがやっても同じ結果を導き出せる、解答への手続きを考えることが終着点であること、つまりモデル化することを明示することが大切である。

(2) 本題に対する数学的活動

A、B、C の設定が妥当であったか

① 「翼の面積」について

a. 生徒の活動状況からの分析

自力解決に向かった生徒の大半は、比例定数を平均すること（図 4.7）で解答を求めようとしていた。生徒が平均を使おうとする理由は、

小学校で算数の解答を出すとき、常に手続き的に行ってきたということがあろう。平均という手続きにのっとって出てきた答えに安心感をもつと考えられる。一方、プロットしたものをその傾向から直線と「みなす」、というような結論の出し方を生徒は安心しない。「みなす」

ことをほとんど経験したことがないためであるが、本来、手続き的にだせないからこそみなすという要素が入ってくるのである。「みなす」ことから手続きを導き出す（モデル化する）ことが本授業のねらいである。

3.5 4 3.2 2.2 2.5 2.3 2.4
(3.5+4+3.2+2.2+2.5+2.3+2.4)÷7 = 2.8
70000 x 2.8 = 196000
20000 + 150000
20kg 50kg
A. 196000 cm²
y = 2.8x

図4.7

- b. 妥当でなかったと考える理由について
理由を三点挙げる。

まず一つ目は、活動 A から B へと変容させにくかったことである。生徒は平均を使った計算にばかり取り組み、データを座標にプロットして予想する活動へと移行しなかった。前述の手続き的な解決方法に安心するという理由があげられると同時に、生徒がプロットする必然性を感じていないからだといえる。比例定数を計算すれば解答を導き出せるわけだから、あえてプロットをしようとはしないわけである。プロットする必然性を感じるような設定をしなければならない。

二つ目は、活動 B から C へと変容させにくかったことである。プロットした相関図についてほとんどの生徒は直線とみなすことができなかつた。中学 1 年生の学習では直線の式を求めるのに、原点ともう一つの点を使って求める方法を学習している。原点ともう 1 つの点という見方はできても、2 点の間を比べる変化の割合という発想はなく、また、並んでいるものが一続きに繋がっているとみるのは難しいことなのかもしれない。直線と「みなす」活動については練り上げのときにみんなで考えていく方がよいと考えた。

三つ目は、既習の知識を「活用」して、みんなが妥当だと考える手続き的な結論を導くことを目的とするならば、平均を使って導く方法も、相関図から直線の式を導く方法もほぼ同等の解法と考えてもよいのではないか。

- c. ABC の設定の変更

上述のような検討の結果、以下の設定に変更する考えに至った。

- A 「スズメ」のデータから翼の面積の体重に対する割合（比例定数）を計算し、比例の関係に近いと気付く
- B 7つのデータのプロットから直線（比例）とみなすことができる。
- C 7データを利用し妥当な方法で翼の面積を求める

- (C1) 比例定数を平均して翼の面積を求める。
- (C2) 相関図からおよその直線を書き、式を求めて翼の面積をだす。

- d. 上記の (C1) と (C2) について

(C1) の方法と (C2) の方法について単純に並列と考えるのはどうか。比例定数を平均して求める場合、特異データが 1 つ混じっていると平均は全体の傾向からは離れてしまう。よってデータ依存の解決方法といえる。しかし、相関図から直線を割り出す場合は、特異点があっても新たなデータが出てきても変わらない。また、プロットされていないものも捉えることができる、より一般化された解決法といえる。本研究では最終的に一般化つまり数学的モデル化を終着点とするのであるから、相関図から直線を導くほうがより数学的価値が高い解決法であるといえる。より数学的価値が高いという意味で (C2) と設定した。

平均結果を直線にかくと、相関図から求めた直線との間に明らかにずれが生じる。これは、前者が 7 つのデータだけを考えているからだ、と生徒が気付いたら中学 1 年生としては大変高度な認識となる。

- ②「9秒きるのはいつ？」について

生徒の活動の様子から考えるとほぼ妥当であったといえる。活動 C では「直線を式化した後に精度を考える」、としていたが、教師が 2 点を決定してから生徒に式を考えさせた。先に精度を考えなければ数値的に難しい式となり活動 C を達成できなかつただろう。改善点としては、式化して数値を出すという点について、評価問題として扱うという方法があったのではないか。

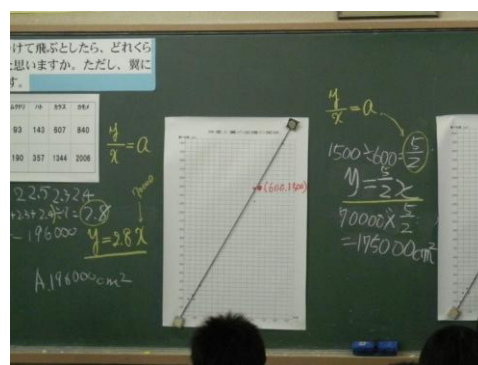


図4.8

③「桜の開花予想」について

学力的には低位の生徒群の中から活動Cに到達した生徒がいたことを考えると妥当であったといえる。改善点としては、活動Aを「相関図に表し予想する」、と設定したが、相関図を書くことは問題把握の場面で行った方がよかった。開花日の誤差の検討については活動Cの設定にしていたが、実際には幅を持って予想している生徒(図4.9)が多く、精度を上げていくために狭めていく作業を設定してもよかった。

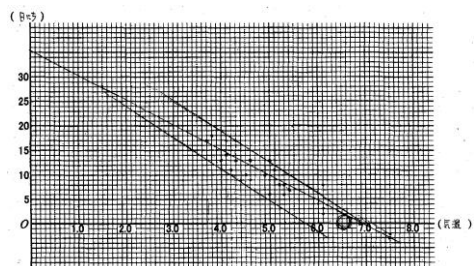


図4.9

(3) 生徒への支援と変容

1) グラフ用紙、電卓の使い方

当初、私たちは生徒の自由な発想を生かしたいと考え、グラフ用紙、電卓は教卓の前に置いておき、生徒が必要ならば取りに出るということにしていた。しかし、何度か行った事前授業では生徒は教師の意図に沿わないことが多かった。各教材における状況は以下のようである。

- ①「翼の面積」においては電卓のみ使用し、グラフ用紙に手を出そうとしなかった。
- ②「9秒切るのはいつ」では、プロットをするための支援(下記の2)②)を工夫することで当初予定していたとおりの授業を行えた。
- ③「桜の開花予想」では、グラフ用紙を取りはするものの、目盛にどう数値をいれるのか、X軸、Y軸に何を設定するのか分からず、活動が止まってしまった。そこで、あらかじめ目盛に数値を入れたグラフ用紙をワークシートに添付して最初から配ることにした。(時間短縮も考慮して)また、グラフ用紙に3月と4月の境目を表すことができない生徒があった。これについての支援を下記の2)③)のようにおこなった。

2) 具体的な支援について

①「翼の面積」について

	支援	変容
活動A	比例の関係に気付かせる →「体重と翼の面積の関係をみていこう」	・あまり変化がみられなかった。比例ではないという思い込みが強かった。
活動A ↓ 活動B	プロットを直線とみなす →「1本の直線で表すと式ができ計算がしやすい」 「バランスをみてどの辺に直線がひけるかな」 折れ線を直線に →「折れ線グラフは計算できない。今まで学習してきたことを持ち込もう」	・直線になる生徒が増えた。バランスをみてというのは難しかった。 ・「直線」には結びつきにくかった。
活動B ↓ 活動C	直線の式を求める →「何でこの線にしたの」 →「代表点を決めて式を出してみよう」	・代表点をはっきりすれば、代入して計算し始める。

②「9秒きるのはいつ？」について

	支援	変容
活動A	相関図の書き方を理解する。 →手のつかない生徒に、廊下に行くように指示し、そこでT.Tの教師が拡大した相関図を用意して説明をする。	・生徒はスムーズに活動できた。

	→「点はどう並んでいる？」 「この先はどうなる？」	
活動 A ↓ B	グラフにプロットする →「全部のデータで考えようと思ったらどうしたらよい」 「データをグラフにしたらどうなる？」 「記録と年でグラフをつくるとどうなる？」	・スケールの取り方がわからない生徒について、すでにあるグラフを使用することでデータをグラフ化することが出来た。
B ↓ C	グラフを直線とみなして式に表し、答えの予想を立てる →「何かに見えてこない？」 「どの直線がふさわしいの？」	・バラバラの点を「直線」と見なせるようになった。 ・代表点をはっきりすれば、代入して計算できる。

③「桜の開花予想」について

	支援	変容
活動 A	相関図を書かせる → 全員に目盛に数値の入った座標のグラフ用紙を渡す。 → 「平均気温と開花日の関係を座標で表してみよう」 → 手のつかない生徒にいくつかプロットしたグラフ用紙を渡す。	・理解に時間がかかる生徒がかなりいた。 ・手のつかない生徒に相関図の書き方を支援することが多く、先に進まなかった。 ・生徒はスムーズに活動できた。
活動 A ↓ B	プロットを線とみなす →「4月〇日と予想することはできないだろうか」 折れ線から直線へ →「すべての点を結ばなくても予想できるのでは？」 「どの点を結ぶと予想しやすいだろうか」 直線をひく → 手のつかない生徒に相関図をY軸方向に圧縮したグラフ用紙を渡す。	・2～3日の幅で予想する生徒が多く、うまく機能しなかった。 ・意図を理解させるのに何度も言葉をかえることとなり、時間がかかった。 ・すぐに直線となることを理解した。
B ↓ C	直線の式を求める →「もっと正確に出す方法はないか」 「式を出してみたら良い」	・生徒は「わかった」といって、式を用いて開花日を予想し始めた。

3) 一次支援と二次支援について

「9 秒きるのはいつ」、「桜の開花予想」の授業では、各場面における支援について、それぞれ二通りずつ準備を行った。「一次的支援」と「二次的支援」である。「一次的支援」とは問題が変わっても変わらない支援であり、「二次的支援」とは、この問題にのみ有効な支援である。例えば、一次的支援が「座標にとりてごらん」だとすると、何をX軸にとり、何をY軸にとるのか分からない生徒もいる。そこで、二次的支援として「これとこれを使って座標にとりてごらん」というようにより具体的な支援を行う。この二段階の支援を行うことで生徒はどんどん変わっていった。（※支援の名称については現在検討中である。一次的支援を「より一般的な支援」「思考を促す支援」、二次的支援を「より特殊な支援」「行動を促す支援」とよぶことも考えられる）



図4.10

②「9秒きるのはいつ？」について

期待される数学的活動	一次支援	二次支援
世界記録のデータをグラフ化しようとする	「全部のデータを考えようと思ったらいかが？」	「データをグラフ化したらどうなる？」
グラフ用紙にプロットする。	「データをグラフ化しよう」	<ul style="list-style-type: none"> ・「記録と年でグラフをつくるとどうなる」 ・手のつかない生徒を廊下に出し、T2の教師が実際にプロットしてみせる。また、目盛に数値の入った用紙を渡す。
1本の直線をひく	「どうしたら予測ができる？」 「この先はどうなる？」 「何かに見えてこない？」	「前のデータまで直線を引っ張ってごらん」

③「桜の開花予想」について（資料4）

期待される数学的活動	一次支援	二次支援
データをグラフ化しようとする	「全体の傾向をみるにはどうしたらいい？」	「グラフ用紙に点をとって調べてみよう」
グラフ用紙にプロットする。	「データをグラフ化しよう」 目盛に数値なしのグラフ用紙を配る	<ul style="list-style-type: none"> ・「平均気温と開花日でグラフをつくるとどうなる？」 ・目盛に数値ありのグラフ用紙を配る。 ・いくつかプロットしたグラフ用紙を配る
1本の直線とみなす	「開花日をただ1つに決めるにはどうしたらよいだろうか」 「計算で開花日をもとめる方法はない？」	<ul style="list-style-type: none"> ・相関図をY軸方向に圧縮したグラフ用紙を渡す。（資料5） 「どんな傾向がある？」

(4) 練り上げの構造

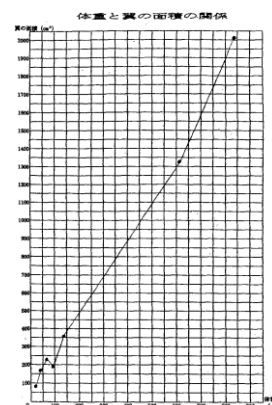
1) 練り上げのタイミング

多くの授業で、自力解決の時間が長すぎ練り上げの時間が十分にとれなかった、という反省があった。練り上げに入るタイミングをいつにするのか、つまり練り上げに参加できるだけの土台となるような思考に到達しているかどうかの判断が難しかった。生徒全員が同じ到達点にいかなくてもよく、一人ひとりが自分なりの予想ができていれば十分であったのではないか。

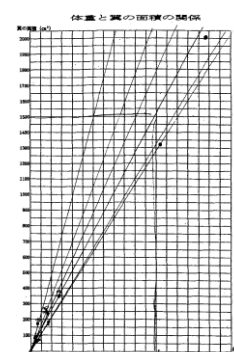
2) 直線と折れ線グラフと棒グラフについて

「翼の面積」では、生徒の多くは7つのデータをプロットした後、折れ線で結んだ(図4.11)。また、原点から7本の直線を結んだ生徒が少数いた(図4.12)。折れ線グラフはX軸とY軸双方向の変化の関係を見ようとするものであるから、「翼の面積」においては、X軸方向(体重)の変化は意味がなく、本来棒グラフとして捉えるものである。練り上げの中で、自分のかいたグラフが何を意味しているか、折れ線グラフが何を意味するのか生徒に理解させた方がよかった。

生徒にとっては、7つのデータを7本の直線にすることはできても、それを1本の直線としてみるのは難しい。7つのデータが鳥の種類を表すのではなく、「体重と翼の面積との関係を表す比例のデータ」と見ることができ



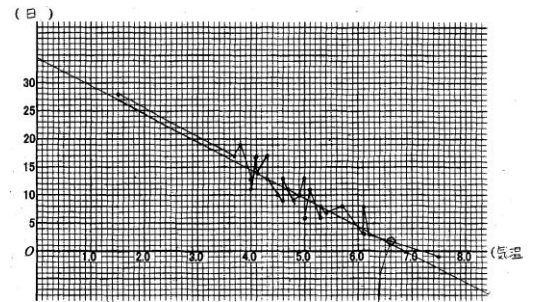
(図4.11)



(図4.12)

ば1本の直線にすることができるだろう。ここは教師が練り上げの中で導いていけばよい。

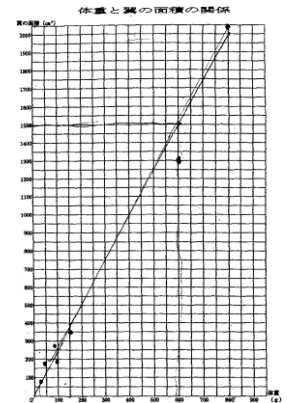
「9秒切るのはいつ」「桜の開花予想」でも、多くの生徒が折れ線をとって解決しようとしていた(図4.13)。折れ線を繰り返して未来を予想しようとした生徒もいた。折れ線グラフから考える場合でも、データを带状に捉えた場合でも、さらに精度の高い予想をしようとする、1本の直線や曲線とみなして求める、という近似の考え方に結びついていく。そして、近似した直線や曲線から視覚的にグラフの交点を割り出すのではなく、式を求めて解答を求めることでみんなが納得できる結論を導くことになる、という練り上げを行っていくのがよい。



(図4.13)

2) 妥当性の検討について

「翼の面積」で、生徒が相関図から直線を書くとき、生徒は原点から端点へ結ぶことが多かった(図4.14)。真ん中の点は無視というわけではないが、端と端を結ぶという手続きを示せることで安心するようである。(2)①aでも述べたが活用するという経験が少ないため、手続き的でない数学ではないと考えている生徒が多いことを、ここでも感じた。



(図4.14)

「桜の開花予想」でも、点がたくさんある中で、端と端を結んで線を引いた生徒が多かった。実際には時間が無くて行えなかったが、「データがかわったらどうか」、「点がないところに結ぶことができるのか」、「もし点のないところに線を引こうとすると自分で点をつくらなければならない」、といったことを考えていくことで、妥当性の検討を要するわけである。

生徒たちにとっては前述のように手続き的でない問題を数学として受け入れることには、大きな不安があるものの、本研究での実践授業等を通してそのような問題場面における、既知の手続きによらない解決法を学習していく。その際に、上記の生徒の不安は個々が「勝手に」にみならず活動を行っていることへの不安であることから、どの範囲でそうした勝手を認めていくかについてのコンセンサスを得ることが中学校での数学で求められる「妥当性」として、本研究では提案したい。

(5) 数学的知識の活用について

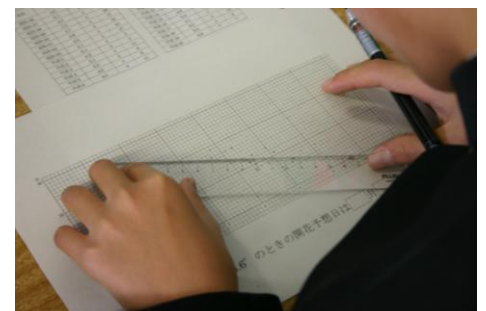
1) ABC設定の共通項の検討

本研究における実践と検討の結果、各学年において教材に違いはあるものの、おおよそ以下のように共通したABCを設定することができると思う。

- A 座標平面にデータをプロットして視覚的に捉えようとする活動
- B 視覚的にプロットしたものを直線や曲線に近似しようとする活動
- C 近似した直線・曲線を関数とみなして計算によって解決する

2) 各学年による期待する到達点

上記1)のABCの共通項について、各学年における期待する到達点がおおよそ見えてきた。また、座標へのプロットについても学年を追っての到達点を述べる。



(図4.15)

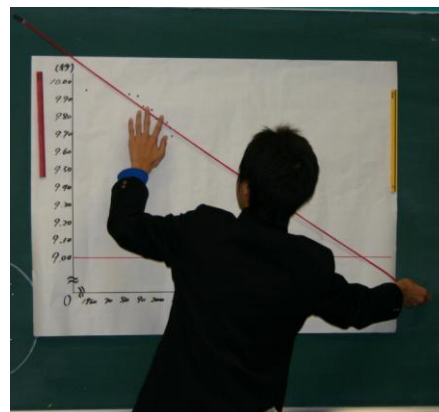
<ABC設定の中で>

1年生 データを座標にプロットするところまでは自力解決を期待したい。相関図を直線(比例)とみなすことは練り上げの中で教師が行い、生徒は理解できればおおむねよい。

2年生 データをプロットし、その相関図を一次関数とみなすところまでの自力解決を望みたい。近似して計算するというところは練り上げで行っていく。

3年生 自力で相関図を書き、関数とみなして近似し、計算できる。つまり、特異点をはずしたり、点のないところに点を打ったりといった、近似を自ら行うことができることを期待

する。数学的知識を「活用」し、妥当性を検討したうえで、最終結論を導き出すことができる、という本研究の最終目的を果たすことである。



(図4.16)

<座標へのプロット>

1年生 X軸、Y軸、数値入りグラフ用紙

2年生 X軸Y軸のみ記入の用紙

3年生 何も書かれていないグラフ用紙

本研究における授業実践を通して、どの学年で取り組む場合にも、上記の「共通項」と「到達点」の2点を意識しながら授業設計を行うことで、3年間の関数学習における一連の流れの中で、見通しをもって「活用」する力を育てていくことができると考える。また、生徒にとっては、年次を追うごとに活動の内容をより深め、数学的価値の高い活動を行うことができるようになるだろう。

5. 本研究における副次的成果

(1) 日々の授業改善について

授業分析を行う中で、日々の授業改善のポイントが浮き彫りになってきた。研究を目的とした授業の中で、普段行っている授業の改善点がより明確にあらわれてきたことは、本研究の成果であるといえる。

① 与えられたものしか使わない生徒

与えられた表だけでなんとかしようとする生徒が多かった。普段私たち教師が与えられたものしか使わない授業を行っていることの表れであろう。1つの方法でうまくいかなければ、別の方法を考える、以前学習したことを使ってみる、という授業を普段から行うことが大切である。

② 考えたことをすぐに消してしまう生徒

自信がない場合や間違ったと感じた場合に、ノートに書いた考えをすぐに消してしまう生徒が多かった。普段のノート指導において、考えたことは消さないで次へのヒントにする、間違えた点を確認するために使う、などノート指導を徹底する必要がある。

③ グラフ化できない生徒

「桜の開花予想」では3月と4月の境目をグラフにうまく表せない生徒が多く、3月31日を0とみなすという、みなす力を普段からつけておく必要がある。また、「翼の面積」でも3桁、4桁の数をグラフにすることが難しかった。グラフを扱う学習では、大きい桁のものを扱う、自分で目盛に数値を打つ学習をさせるなど、幅広く扱っていく必要がある。

④ 「活用」する授業を普段の授業に

生徒は、問題を手続的に解決しようとするあまり、なかなか「みなす」ということができなかった。「みなす」、つまり「活用する」という認識行為を授業のいろいろな場面で織り交ぜていく必要がある。

⑤ 適切な支援を適切な生徒に

本研究授業の中で、支援による変容がなかなか進まなかったという反省点がある。教師が生徒の解決学習の状況を十分に把握できていないこと、対応する支援が的確に行われていないことが原因ではないかと考えた。普段の授業から、常に適切な支援ということを念頭に授業構成を行っていかなければならない。

(2) 指導案の記述方法について (資料 3)

授業をする中で大切なことの1つに、授業の板書を残しておくということがある。つまり1回の授業で板書は黒板1面にとどめるということであるのだが、指導案を作成するにあたって、同じように学習過程の部分が1枚にまとめれば、授業の展開の様子がよくわかるのではないかと感じていた。そんなときに1枚にまとめてある指導案に出会い、自分なりにアレンジしてみた。

この指導案の良さは、前述したように1枚にまとめてあることである。生徒の活動から支援の様子、練り上げへという一連の流れが一目でわかるようにできている。また、生徒の活動に対してどのような支援が必要で、そしてその支援によってどの活動に向かわせようとしているのかがはっきりしている。それは、『期待される数学的活動』『予想される生徒の活動』『支援』に分けることでより具体的に実現されている。

(3) チームとしての研究

本研究を進めるにあたり、授業設計や研究授業を行ったのは鳥取県東部 B グループであった。その活動の概略を挙げておく。

20,6,23	【B グループ】 研究テーマの設定
20,8,1	【B グループ】 研究テーマの設定、教材精選、開発
20,8,19	【B グループ】 研究テーマの設定、教材精選、開発
20,8,25	【B グループ】 研究テーマの設定、教材精選、開発
20,11,13	【B グループ】 研究内容の検討、決定
20,11,16	研究授業 (一次関数「9秒切るのはいつ？」)
	【B グループ】 「翼の面積」指導案検討
20,11,27	【B グループ】 「翼の面積」「桜の開花予想」指導案検討
20,12,9	研究授業 (比例「翼の面積」)
20,12,19	研究授業 (比例「翼の面積」)
20,12,14	【B グループ】 「翼の面積」「桜の開花予想」指導案検討
21,1,5	研究授業 (一次関数「桜の開花予想」)
21,1,30	【B グループ】 「桜の開花予想」指導案検討
21,2,6	研究授業 (一次関数「桜の開花予想」)
21,2,18	【B グループ】 実践結果のまとめ方検討
21,3,31	【B グループ】 実践についての検討
21,4,24	【B グループ】 実践についての検討
21,5,7	【B グループ】 実践報告のまとめ方の検討
21,6,23	【B グループ】 実践報告書第一稿の検討会
21,7,27	【B グループ】 プレゼン&第二稿の検討会
21,7,31	鳥取県中学校数学教育研究発表大会

7名のチームで行ったが、1年半に及ぶ研究の中で、以下のような感想を得た。

- ・ 教材研究をチームでできたのがよかった。一人では限界があるが、多人数で授業分析を行うことで、様々な考え方、発想、やり方を聞くことができ、多面的に考えられた。
- ・ 一人だと惰性或テンポで授業を行いがちだが、授業設計や分析を細いところまで行えた。
- ・ 同じ教材の授業を改善しながら複数回行ったこと、学年や教材が違っても同じテーマで同じような授業の組み立てで行ったことは、繰り返しとなり自分自身の勉強となった。
- ・ 関数という同領域を異学年で同時に研究したことで、関数分野における自分の知識や認識が深まった。
- ・ 同じ関数の違う学年のところでこういう結果が出た、ということが次の学年にも生きてくる。
- ・ 他の教師の授業を多くみることができ、教具の使い方、板書の仕方、授業のテンポ、発問の仕方など、勉強になった。今後に生かしたい。
- ・ 自分の授業について意見を聞いたり、他の授業を見させてもらったりして自分の授業を振り返ることができた。
- ・ グループのみなさんとの協力が楽しかった。同時に達成感・充実感があった。
- ・ 本テーマの関数ではない事象を関数とみなすことのよさの追及、妥当性は何かの追求、これらはとても難しく結論が見えにくいだが、とても提案性のある中身になった。たくさんの授業実践と研究会があったからだ。

6. 研究の結論と今後の課題

(1) 結論

本研究では、提案した授業設計が「活用する力」を育てるものになっていたのか、については結論を出すまでには至らなかった。しかし、生徒の感想として「計算でだせるのだ、すごい」「実際に自分たちで式はできなくても、一次関数の考えが使えるのだ」などの肯定的なものが多かったこ

いろんないろんな考え方があっておもしろかった。
身近な例に数学的な考え方がつか
えるんだなあと思った。

いっけな難しさを味わったけれど、今更な学習したことを
使えば、とけれることが分かって楽しかった。グラフがこういう
問題では重要になることが分かりました。

とから、本研究は有効な提案であると考えている。

また、中には「数学であいまいなのは自分には合わない」という感想もあったが、生徒の「みなす」ことへの経験のなさや不安を表しているともいえ、今後もこのような授業を取り入れていく必要性を感じている。

(2) 成果

本研究では、浮き彫りになった問題点・困難点、その改善点こそ本研究の成果であると考えている。これらを以下に箇条書きにする。

① 「活用する力」を育てる授業を行うには教師のスキル向上が必要である。

(改善点) 問題提示の工夫

- ・ 単に問題を提示するだけでなく、活用のための多様な視点を与える。
- ・ グラフ化する必然性を与える問いかけを行う。
- ・ データ整理の仕方を示す。

生徒が変容する支援を

- ・ 「一次的支援」と「二次的支援」をしっかりと設計する。

練り上げのタイミング

- ・ 生徒が練り上げに参加できるだけの思考に到達しているかの的確な判断。
- ・ 無意味に時間をとらない

② 「活用する力」を育てるには、「みなす」範囲のコンセンサスを得る作業、つまり「妥当性の

検討」が必要である。

(改善点) グラフのとらえ方

- ・棒グラフ、折れ線グラフの意味をとらえさせる。
- ・直線、曲線の取り方の検討を全員の合意で行う。

③ 3年間を見通した視点を持つことが重要である。

(改善点) 3学年共通のABC設定

- ・教師は期待する活動への共通の視点を持って授業を行う。

各学年での到達点を見据えた指導

- ・3年間の取り組みの中で徐々に「活用する力」を養い、最終的に数学的知識を「活用」して「妥当性を検討」したうえで解答を導く力をつける。

(3) 今後の課題

本研究では、上記のように多くの問題点、改善点が明確になった。また、副次的成果としての改善点も現実問題として明らかにできた。これらをふまえ、日々の授業実践の中で取り組んでいきたい。

引用・参考文献

- * 1) 第39回中国・四国算数・数学教育研究(鳥取)大会 学習指導案集
「創造性の基礎を培う授業構成とその展開」溝口達也
- * 2) 「学習指導の改善支援ハンドブック」平成19年度鳥取県県境改善委員会
- * 3) http://www.bunet.jp/world/html/20_8/515_ouryou/index.html
- * 4) 「キュートな数学名作問題集」筑摩書房 小島寛之著

研究同人として

衣笠俊樹(鳥取東)、米田琢(岩美)、岡本芳勝(中ノ郷)、中澤佳孝(鳥取西)、浜口晋輔(福部)

第1学年 数学科学習指導案

平成20年12月19日（金）第6校時

授業者

場所

1. 単元名 比例・反比例

2. 単元について

本単元で指導する内容は次の通りである。

具体的な事象の中から二つの数量を取り出し、それらの変化や対応を調べることを通して、比例、反比例の関係についての理解を深めるとともに、関数関係を見だし表現し考察する能力を培う。

ア 関数関係の意味を理解すること。

イ 比例、反比例の意味を理解すること。

ウ 座標の意味を理解すること。

エ 比例、反比例を表、式、グラフなどで表し、それらの特徴を理解すること。

オ 比例、反比例を用いて具体的な事象をとらえ説明すること。

小学校では、4年生から6年生にかけて、ともなう変わる二つの数量について、関係を表したり、調べたりすることを学習をしてきている。6学年では、比例の意味を理解し、簡単な場合について表やグラフを用いて、その特徴を調べる学習がなされている。そこで、中学校の関数の学習では、変数の理解と負の数への拡張、文字による表現、座標平面の見方、表し方など、関数についての理解を深めるとともに、関数的な表現や処理の仕方についての考え方を養い、関数的な見方や考え方をさらに伸ばすことになる。また、日常の様々な現象などの考察においては、対象となる事象の中にある対応関係について、既習の知識を利用し、その変化や対応に着目して考える能力が求められている。

4月に行われた数学診断学力テストの結果を見ると、数量領域では、他の領域に比べ苦手とする生徒が比較的少なかったように思われる。しかし、「全国学力・学習状況調査」の結果を見ると、算数の授業で学習したことを普段の生活の中で活用できないとする生徒が3割以上いたり、グラフの学習が算数以外の学習に役に立つとは思わない生徒が1割いたりという結果が出ている。

数学の学習については、個人差が大きく、それに対応する配慮が必要である。基礎的な内容の理解力が低い生徒、形式的な計算はできても、「なぜそうなるのか」ということが説明できない生徒など、数学的な見方、考え方が弱い傾向の生徒も見られる。そのため、授業でも確かな定着につながっておらず、主体的な学習に至っていないと思われる生徒もいる。関数の学習においても、事象の中から2つの数量の関係を捉え、 x や y の変数に置き換えて考えることはできても、表現方法である表、式、グラフなどがうまく結びつかないために、難しさを感じている生徒もいるのではないかと思われる。

数学的にモデル化された問題は、次に何をしたらよいかという見通しが容易にできるため、深く考えることなく、形式的に問題を解いてしまいがちであり、それだけでは必要な情報を取捨選択し、先を予測したり、適切な判断をしたりする力をつけることは難しい。そこで、本時では、問題解決学習を中心に据え、表、式、グラフなどを使う必要性があり、様々なアプローチにより解決できる教材を準備することで、それぞれを関連づけながら推測できるようにしていきたい。日常の様々な現象を数学の世界に取り込み、数学のフィルターで見ることができるよう資料を用いることにより、数学そのものに有用性が生まれ、数学における関数の学習により意味を持たせることができると考える。既習内容と関連づけながら、思考の過程を振り返り、学んだ手順を活用できないか考えて、関数的に考え処理することのよさを理解させていきたいと考えている。

3 本時の学習について

(1) 本時の目標

体重と翼の面積に比例関係を見だし、近似直線を見つけ出すことができる。さらに、近似直線を式化することで、人間が飛ぶのに必要な翼の面積を予測することができる。

(数学的な見方・考え方、表現・処理)

(2) 本時の期待される数学的活動の様相

- C. それぞれの翼の面積の体重に対する割合を求め、比例の関係に近いことに気づく。
- B. データを座標にプロットし、翼の面積を予想する。
- A. 相関図と回帰グラフを書き、式を求めて、翼の面積を導き出す。

4 学習の準備物

ワークシート、グラフ用紙、定規、計算機

5 本時の学習過程

活期待される数学的活動

支教師の支援

意支援の意図

評評価

【問題の提示場面】

○表を見て、イワツバメの翼の面積を予想する。

意 解決の見通しが持てるようにする。

体重50kgの人間が翼をつけて飛ぶとしたら、どれくらいの大きさの翼が必要だと思えますか。ただし、翼にも重さがあり、20kgとします。次の表を参考に考えましょう。

鳥の種類	スズメ	イワツバメ	黒ツグミ	ムクドリ	ハト	カラス	カモメ
体重(g)	25	47	78	93	143	607	840
翼の面積(cm ²)	87	186	245	190	357	1344	2006

【期待する活動C】 変わり方の様子を調べる

活 それぞれの鳥の翼の面積が体重の何倍になっているかを求め、近似していることに気づく。

支1 体重と翼の面積にはどんな関係があるか考えてみよう。

支2 鳥全体の傾向を見つけてみよう。

意 比例関係に近いことに気づかせたい。

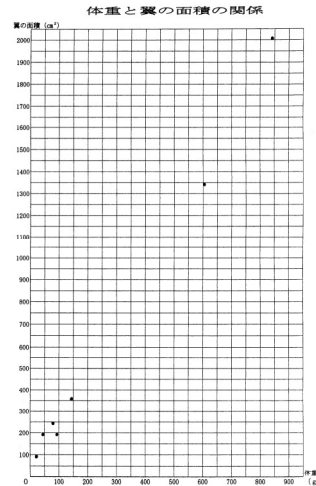
評 それぞれの翼の面積の体重に対する割合を求めることができたか。また、比例定数を予想できたか。

↓ ↓

【期待する活動B】

活 表のデータを座標にプロットし

- ・折れ線で予想する。
- ・群から離れている点を結んで予想する。
- ・端点を結んで予想する。



支 体重と翼の面積にはどんな関係があるか考えてみよう。

意 点のばらつきが大きくなり直線上に近いことに気づかせたい。

評 正確に座標にプロットし、体重と翼の面積の関係についていろいろな見方で調べようとしたか。

↓

【期待する活動A】

活1 データ群から比例関係をなすとみなし、適当な直線で近似する。

活2 近似直線の中の代表値から比例定数を求めることで、式をつくり、70000を代入して、人間が飛ぶのに必要な翼の面積を求める。

支1 比例関係とみなすことができるのではないだろうか。その場合、どのようなグラフになるだろうか。

支2 直線から式をつくるには何が必要だろうか。

意 代表値から比例定数が求められることに気づかせたい。

- 評**
- ・近似直線を引くことができたか。
 - ・近似直線の中から代表値を取り出し、比例定数を求めて式をつくることができたか。
 - ・人間が飛ぶのに必要な翼の面積を求めることができたか。

↓

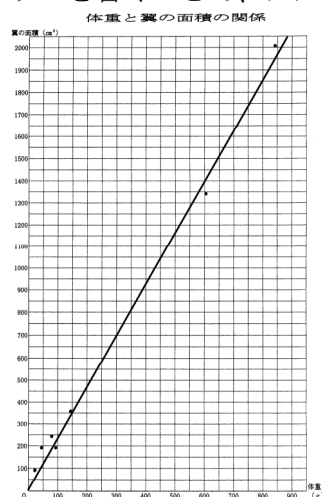
【集団による課題の検討】

課題 人間が飛ぶための翼の大きさについて考えてみよう。

- ・表から、体重と翼の面積には比例に似た関係があることを確認する。（活動Cを引き出す）

$$\frac{87}{25} = 3.48, \quad \frac{186}{47} = 3.96, \quad \frac{245}{78} = 3.14, \quad \frac{190}{93} = 2.04, \quad \frac{357}{143} = 2.50, \quad \frac{1344}{607} = 2.21$$

- 相関図を描き、回帰グラフを書くことで、ほぼ比例といってもよいことに気づく。



- 回帰グラフの中から読み取りによって代表となる点の座標を求め、そこから比例定数を求める。
- 予想した式に $x = 70000$ 代入することで人間の翼の面積を求める。

活2 ハングライダーの翼の面積の安全基準の $15 \sim 18 \text{ m}^2$ と比べ、答えが適切であることを確認する。

支 体重と翼の面積はどのような関係と見なすことで問題解決につなげることができるだろうか。

意 完全な比例ではないが、比例に近い関係を見いだすことが問題解決につながることに気づかせたい。

評 データを収集し、その中から関係を見取ることが、データにない数量に対する値を予想することにつながることに気づけたか。

第2学年数学科学習指導案

指導者

1. 単元名 一次関数の利用

2. 単元について

中学校で学習する関数は、比例、反比例、一次関数、関数 $y = ax^2$ が代表的なものであるが、変化の特徴を次の2つに大別することができる。

- ・変化する2つの数量の一方を一定量増加させると、他方も一定量増加する。

(加法的変化)

- ・一方の値、あるいはその累乗と、他方の値の比が一定である。

(乗法的変化)

これによると、比例、一次関数の変化は前者に該当し、比例、関数 $y = ax^2$ の変化は後者に該当する。比例はどちらの変化の特徴も持っている関数関係のなかで基本的なそしてそれが故に重要なものと考えてきた。このように、関数の学習においては、増加量という概念が重要になってくる。第1学年ではさまざまな場面で、増加量という見方を意識させ、学習意欲を高められるような課題や活動からのアプローチをこころみた。第2学年においては1年時の学習を振り返るとともに、具体的な事象の中から2つの数量を取り出して、関数関係を見いだす。そしてそれを式、表、グラフで表現する。また、それらを1次関数と見る事で考察し、問題解決を図り、説明する能力を培いたい。さらに、一次関数の関係も定数を加減する事により乗法的変化と見ることができ、そのことがグラフでは座用軸を移動させる事により比例関係と見る事ができることにも気づかせたい。本単元「一次関数の利用」は数学的な考え方を育てる、学んだ内容を活用するという意味のある学習内容である。

本学級の生徒は、数学に対する自信のなさから、自分一人で問題の解決方法を考えてそれを積極的に発表したりする生徒は少ないが、数学の苦手な生徒比較的少なく、まじめに学習に取り組む生徒は多い。また、10月中旬に一次関数の学習はいったん終えて現在は、図形領域の学習を進めており、久しぶりの一次関数の学習に戸惑う生徒も多いと予想される。

本時の学習は日常的な事象を一次関数と見なし、それを問題解決に利用する。具体的には、100m走の世界記録が年々短縮されてきているのであるが、近年のデータをもとに人類が100m走で9秒を超えるのはいつと予想できるかを考える。その自力解決において生徒は次のような活動を行うであろう。1) どのように解決してよいのか手がかからない。2) 増加量に着目し、平均変化率から予想しようとする(この変化率の取り方も多様であると考えられる)。3) データーを座標軸上にプロットしその並びから予想しようとする。4) プロットした点を1次関数と見て式に表し問題解決を図ろうとする。それらの生徒に必ず支援を考え、期待する数学的活動へと高めていきたい。期待する数学的活動としては次のA)～D)を考えた。A) 平均変化率を調べる B) プロットをうまく取る事ができる C) グラフを直線と見なし、式に表し、答えの予想を立てる D) グラフ、式、答えの精度について考える。それぞれの活動をDの活動を志向してよりよい解決に向かわせたい。支援は「直線を引いてみなさい」というような生徒が思考する必要のない指示にならないよう配慮した。練り上げにおいては、予想した事の精度を問題にする。例えば、データーの最初と最後の資料から40年間で0.26秒縮まっている事から解決を試みた生徒にはデーターをプロットした座標で検証しその精度を問題にしていく。その過程で平均変化率の取り方でもっともらしい解決予想となるのはどのような取り方なのか。式化するとどうなるか、点の並びを直線に見なす訳であるがどのような直線の決め方がよいのか。平均変化率、直線の傾き、一次関数の式の比例定数との関連を意識させたい。自分の考えを説明したり友達の発表を聞いたりする場面では、視聴覚機器(ビデオカメラ、プロジェクターなど)を使い、お互いの理解を深めたい。問題解決の学習の中で自ら解決する事ができること、予想を数学的に皆で創りあげていくことの楽しさを味あわせたい。

3. 指導計画 全18時間)

第1次 一次関数とグラフ (9時間)

第2次 一次関数と方程式 (3時間)

第3次 一次関数の利用 (4時間)

- 1) 一次関数のグラフを利用して問題の解決にあたる。・・・1時間
- 2) まず、一次関数の式を求めそれをグラフに表す事によって、状況を解釈して問題解決にあたる。・・・1時間
- 3) 実験で得られた数値の関係を、座標として点で表した時、それらがほぼ直線上に並んでいると見られる場合。・・・1時間
- 4) 上記の1)～3)の方法を問題解決に利用する。・・・本時

問題演習 (2時間)

4. 本時の学習

(1) 本時の目標

- ・具体的な事象の中から2つの数量を取り出しそれらの変化や対応を調べる事を通して、一次関数とみなし、問題解決に利用する。

(2) 本時の期待される数学的活動

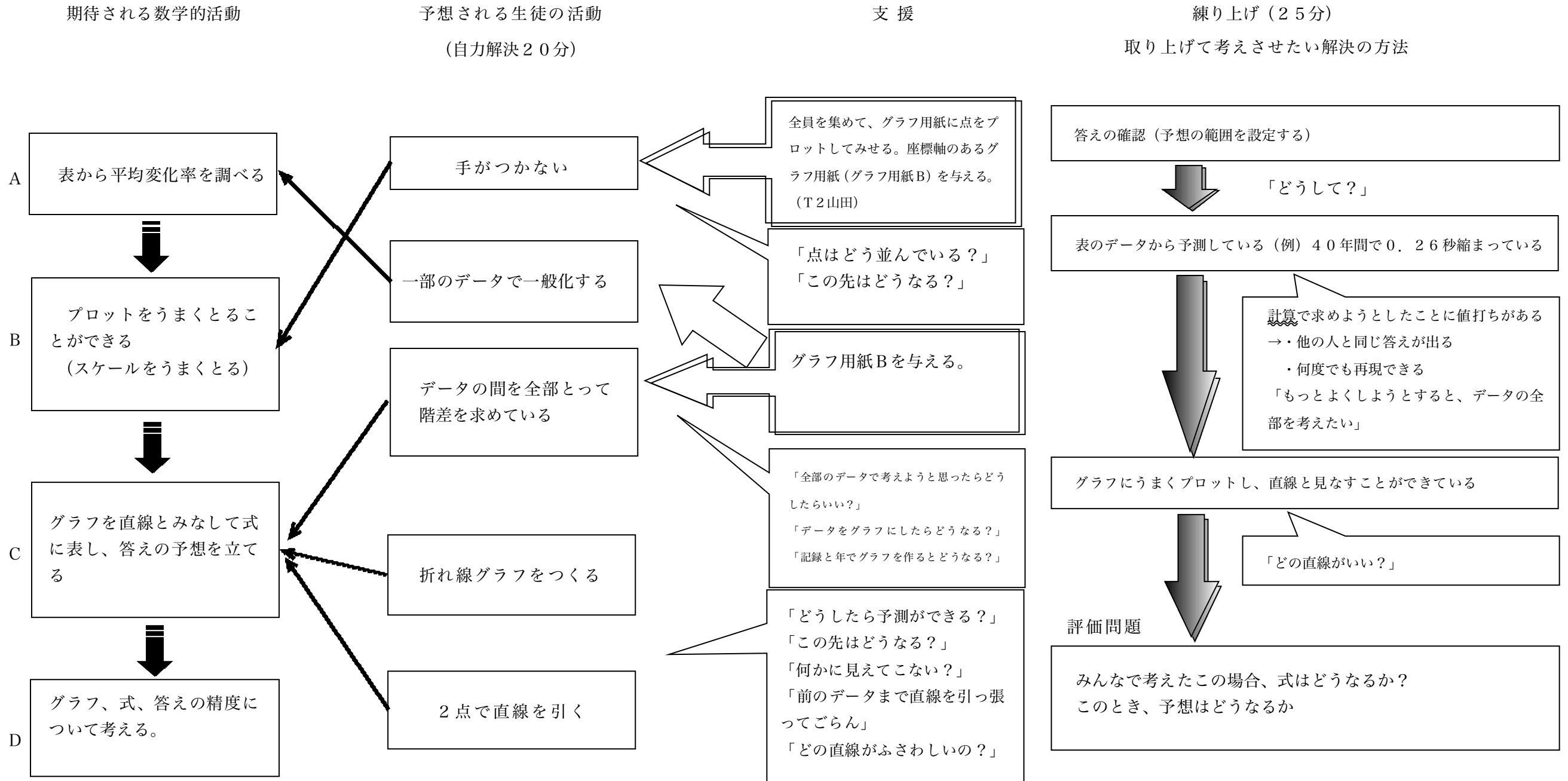
- A 平均変化率を調べる
- B プロットをうまく取る事ができる
- C グラフを直線と見なして、式に表し、答えの予想を立てる
- D グラフ、式、答えの精度について考える

(3) 準備

- ・資料 グラフ用紙 ビデオカメラ プロジェクター スクリーン 電卓

本時の目標 具体的な事象の中から2つの数量を取り出しそれらの変化や対応を調べることを通して、一次関数と見なし、問題解決に利用する。
 中心となる考え 日常の事象のデータは、数学の教科書に出てくるような理想的な数値でない場合が多い。そのような場合、関数の考え方をを用いることが非常に有効である。
 主問題 100m走男子の世界記録のデータを近似する直線のグラフや式を求め、そこから事象を考察しよう。

主発問 100m走で、人類が初めて9秒を切るのは西暦何年くらいになるのか予想してみよう (導入5分)



(資料4)

第2学年 数学科学習指導案

日時 平成21年1月30日(金) 6校時
場所
授業者

1. 単元名 一次関数

2. 本時のねらい

具体的な事象の中から2つの数量を取り出し、それらの変化や対応を調べるなかで、その関係を一次関数と見なし、問題解決に利用することができる。(数学的な見方・考え方)

3. 本時の期待される数学的活動の様相

C. 表から平均気温と開花日の値の組を座標としてとらえ、相関図に表し、開花日を予想する。

B. 相関図から回帰グラフをかき、開花日を予想する。

A. 回帰グラフから式を求め、平均気温の値を代入することにより開花日を予想する。

また、開花日の誤差についても考える。

4. 本時の学習過程

活 期待される数学的活動

支 教師の支援

意 支援の意図

評 評価

【問題の提示場面】

下の表は、仙台市の3月の平均気温とソメイヨシノの開花日のデータを表に整理したものです。

「平均気温と開花日の関係をもっと見やすくするためにはどうしたらよいだろうか。」

- ・平均気温の順に表を並べ替える。
- ・グラフをかく。

平成20年3月の平均気温が 6.6°C であったとき、何月何日に開花したと予想できるでしょうか。

年次	平均気温($^{\circ}\text{C}$)	開花日	
		(月)	(日)
昭和56	4.0	4	13
昭和57	5.1	4	11
昭和58	4.3	4	13
昭和59	1.5	4	28
昭和60	3.7	4	17
昭和61	3.8	4	19
昭和62	4.5	4	10
昭和63	4.1	4	17
平成元	6.1	4	3
平成2	6.2	4	3
平成3	5.1	4	11
平成4	5.0	4	6
平成5	4.6	4	9
平成6	4.0	4	11

年次	平均気温($^{\circ}\text{C}$)	開花日	
		(月)	(日)
平成7	4.7	4	11
平成8	4.3	4	17
平成9	5.7	4	8
平成10	6.1	4	8
平成11	5.3	4	8
平成12	4.6	4	13
平成13	4.9	4	10
平成14	7.5	3	29
平成15	4.8	4	9
平成16	5.4	4	7
平成17	4.1	4	14
平成18	5.0	4	13
平成19	5.3	4	6
平成20			

【期待する活動C】

活 平均気温と開花日の関係を座標として表し、開花日を予想することができる。

支1 平均気温と開花日をどのような関係と見ることができるだろうか。

支2 平均気温と開花日を自分たちの知っている関係と見ることはできないだろうか。(比例, 反比例, 一次関数など)

意 点のばらつきはあるが、ほぼ一直線に並んでいることに気づかせたい。

(資料4)

評 平均気温と開花日の関係を相関図に表し、開花日を予想することができたか。

【期待する活動B】

活 相関図から回帰グラフをかき、平均気温が 6.6°C のときの開花日をグラフから予想する。

支1 グラフからよみとる以外に開花日を予想する方法がないか考えてみよう。

支2 計算で値を求める方法はないだろうか。

意 グラフを式であらわすことにより、計算で値を求められることに気づかせたい。

評 平均気温と開花日の相関図から回帰グラフをかき、開花日を予想することができたか。

【期待する活動A】

活 平均気温を x 、開花日を y として回帰グラフを式で表し、 $x=6.6$ のときの y の値を求める。また、開花日の誤差の範囲を予想する。

支1 グラフの傾きや切片はこれでよいのだろうか。

支2 実際に開花する日は予想よりも何日くらいずれることがあるのだろうか。

意 相関図のばらつき具合から傾きや切片のとりうる範囲があることに気づかせたい。

評 回帰グラフから式を求め、開花日を予想することができたか。

【集団による課題の検討】

課題1 平均気温と開花日の関係を一次関数と見なして考える。

「平均気温と開花日の関係をもう少し見やすく表してみよう」

・【活動C】を引き出す

「平均気温と開花日の関係を自分たちの知っている関数と見ることはできないだろうか。」

・【活動C】→【活動B】へ引き上げる

「開花日が予想しやすいように、グラフを計算できる形にすることはできないだろうか」

・【活動B】→【活動A】へ引き上げる

評 一次関数と見なして考えることのよさを感じることができたか。

課題2 相関図のばらつき具合から、式で表した場合の傾きや切片のとりうる範囲について考える。

「式で表したときの傾きや切片はこれ以外の値はないのだろうか。」

(「ほかの直線の引き方はないだろうか。」)

・傾きや切片の許容範囲について考える。

・開花予想日には数日の誤差があることを確認する。

・実際の開花日を紹介し、予想の正しさと誤差を確認する。→4月5日

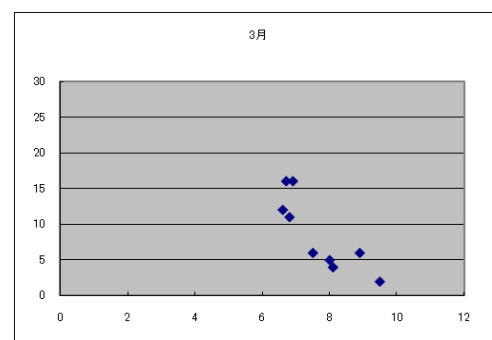
評 グラフ、式、答えの精度を考えることができたか。

評価問題 鳥取市の開花日を予想する。

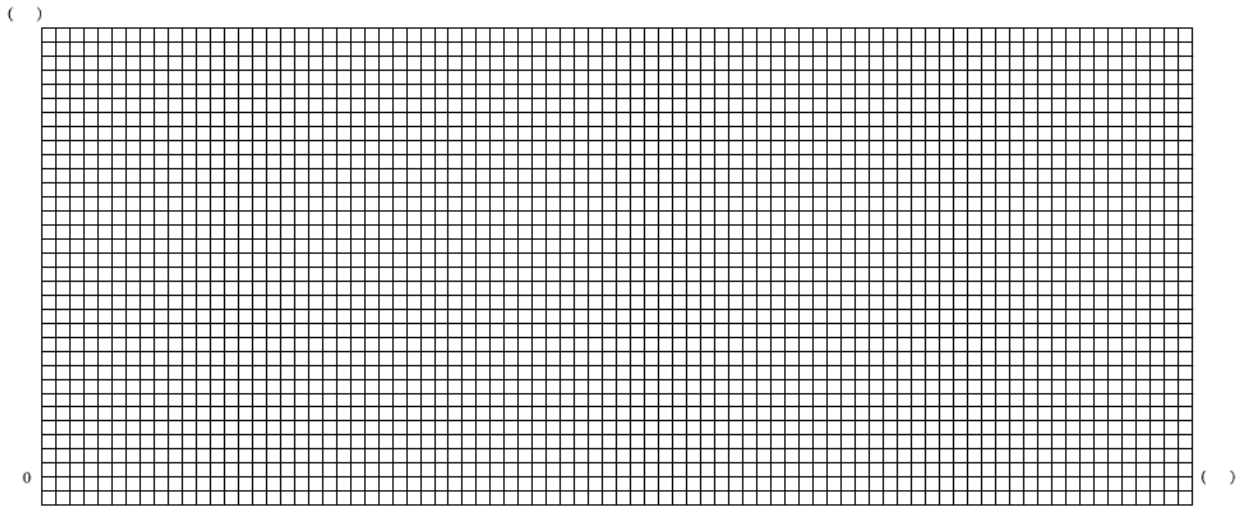
「3月の平均気温と開花日の関係が次のようなとき、平成20年の鳥取市の桜の開花日は何月何日だろうか。」

→3月29日

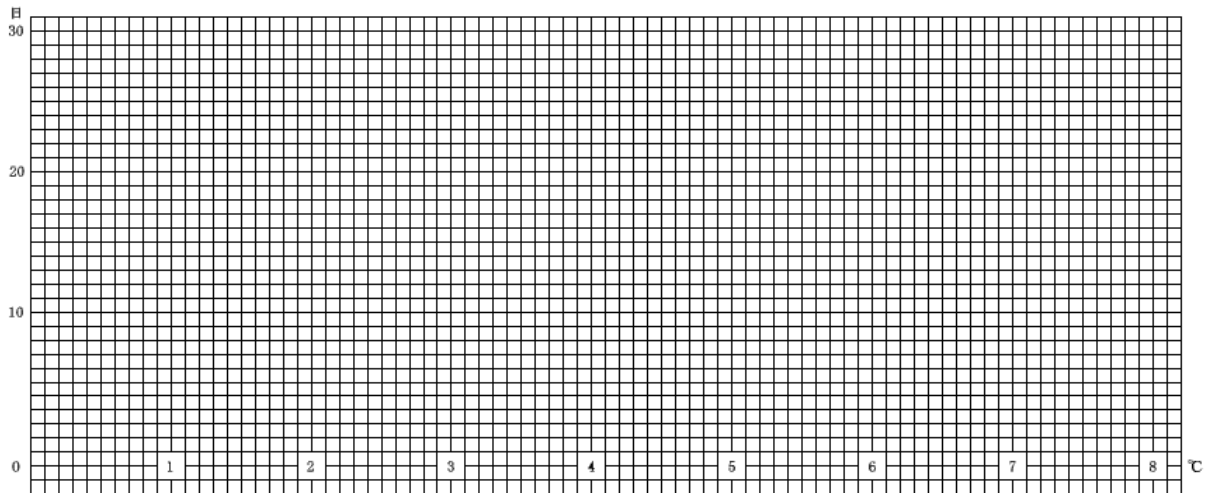
評 平均気温と開花日の関係を、一次関数と見なして予想することができたか。



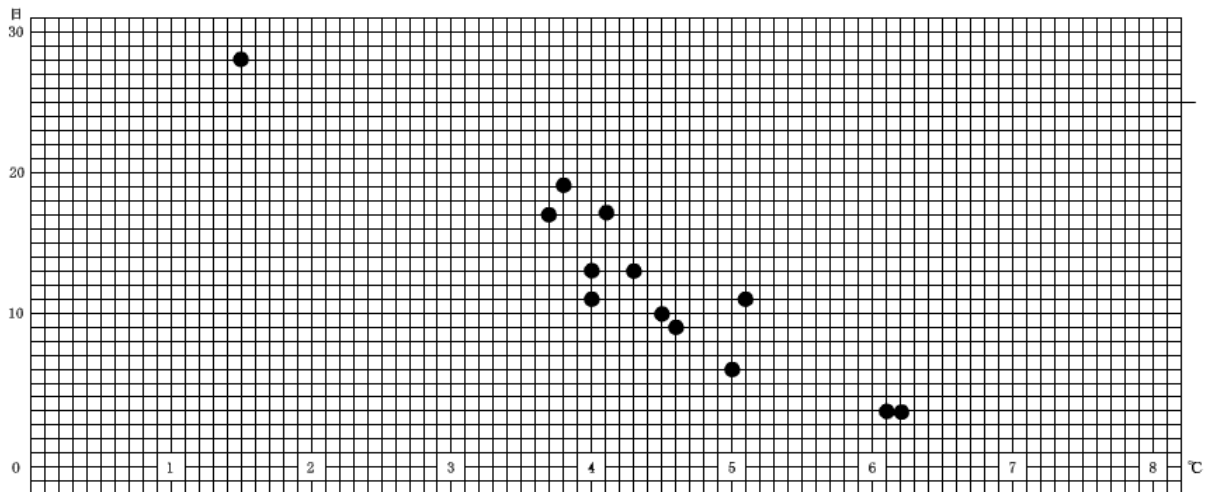
プリント① (目盛りなし)



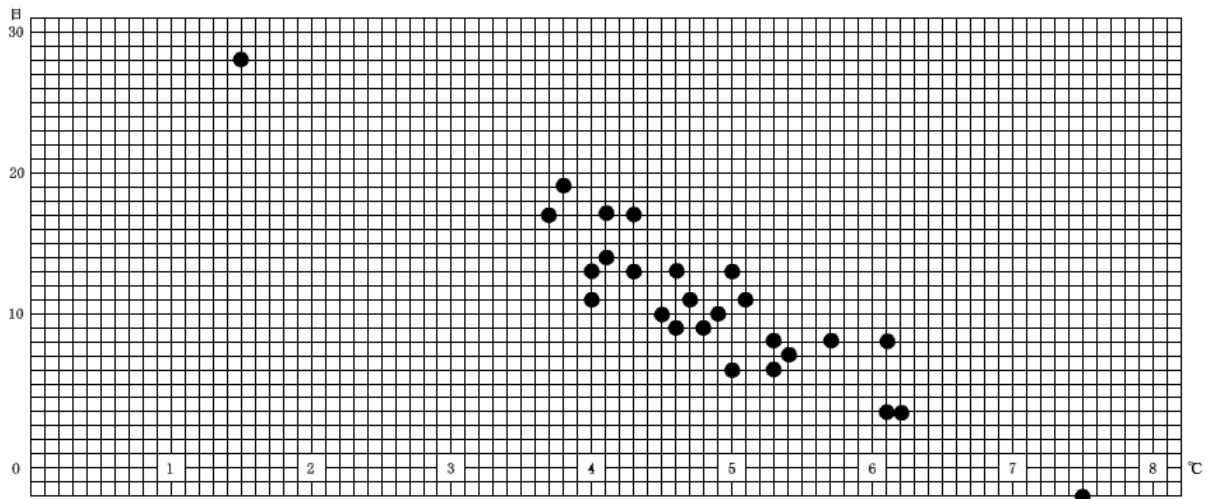
プリント② (目盛りあり)



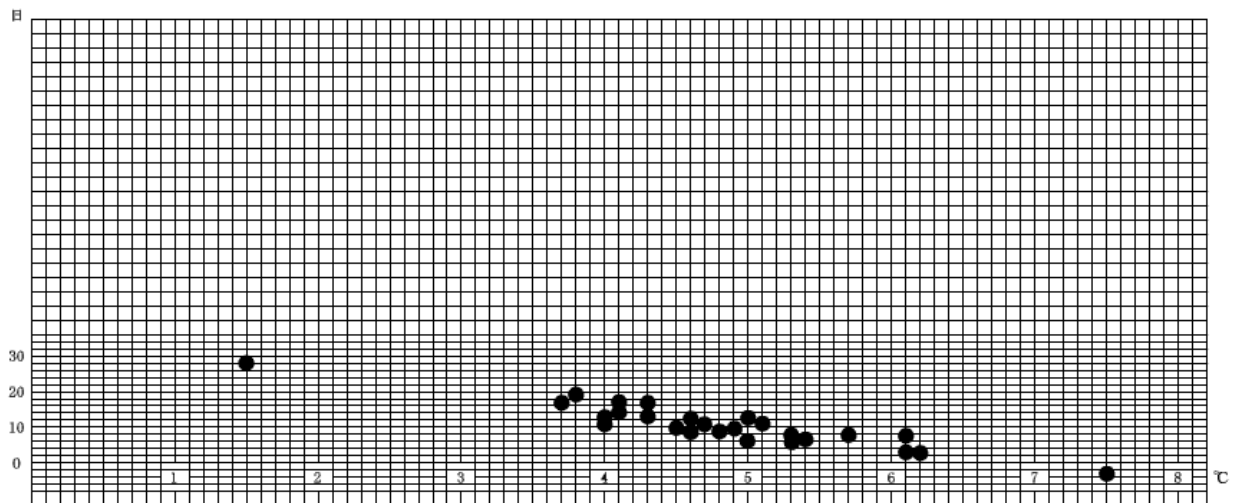
プリント③ (左半分プロット済み) ※プロットに時間のかかりそうな生徒に使用



プリント④ (全プロット済み)



プリント⑤ (縦軸を 1/4 に縮小) ※折れ線の生徒や直線と見なしにくい生徒に使用



鳥取大学数学教育研究 ISSN 1881-6134

Site URL : <http://www.rs.tottori-u.ac.jp/mathedu>

編集委員

矢部敏昭 鳥取大学数学教育学研究室 tsyabe@rstu.jp

溝口達也 鳥取大学数学教育学研究室 mizoguci@rstu.jp

(投稿原稿の内容に応じて、外部編集委員を招聘することがあります)

投稿規定

- ❖ 本誌は、次の稿を対象とします。
 - ・ 鳥取大学数学教育学研究室において作成された卒業論文・修士論文、またはその抜粋・要約・抄録
 - ・ 算数・数学教育に係わる、理論的、実践的研究論文／報告
 - ・ 鳥取大学、および鳥取県内で行われた算数・数学教育に係わる各種講演の記録
 - ・ その他、算数・数学教育に係わる各種の情報提供
- ❖ 投稿は、どなたでもできます。投稿された原稿は、編集委員による審査を経て、採択が決定された後、随時オンライン上に公開されます。
- ❖ 投稿は、編集委員まで、e-mailの添付書類として下さい。その際、ファイル形式は、PDFとします。
- ❖ 投稿書式は、バックナンバー（vol.9以降）を参照して下さい。

鳥取大学数学教育学研究室

〒 680-8551 鳥取市湖山町南 4-101

TEI & FAX 0857-31-5101 (溝口)

<http://www.rs.tottori-u.ac.jp/mathedu/>