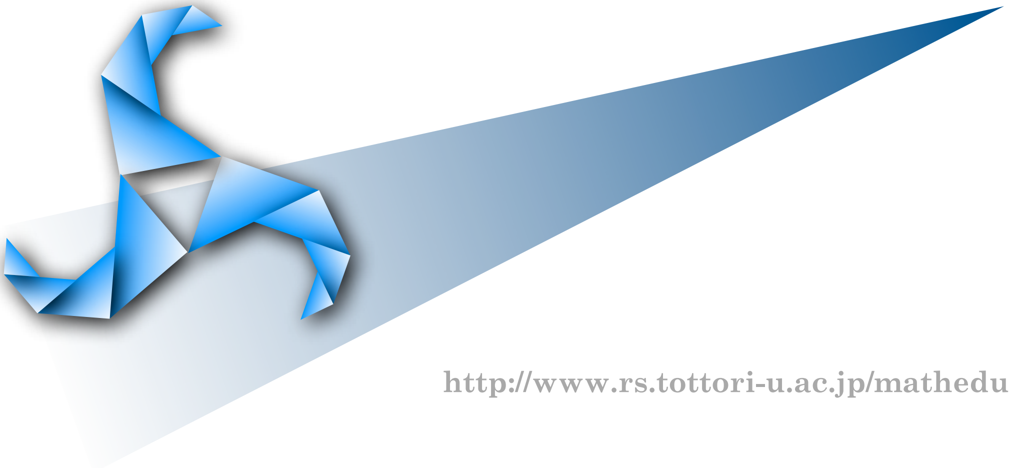
ISSN 1881-6134

鳥取大学数学教育研究
Tottori Journal for Research in Mathematics Education



http://www.rs.tottori-u.ac.jp/mathedu

算数教育における小中接続に関する研究
–パターンに着目した「見方・考え方」の重要性と「活用」について–

前田静香

vol.12, no.8
Mar. 2010

鳥取大学 数学教育学研究室

目次

第 1 章

本研究の目的と方法

本章では，研究の目的と方法について述べる．

1.1 では，本研究の動機を述べる．1.2 では本研究の目的とその目的を達成するための課題を述べ，1.3 ではその課題の解決の方法を述べる．

第１章　本研究の目的と方法

1.1　本研究の動機

算数・数学教育について，小中接続が叫ばれているが，本来算数・数学には学習指導要領にも言われているように『内容の系統性や学習の連続性が明確であるという教科としての特性がある』（文部科学省．P.3 他）はずである．しかしながら，現状では内容の系統性や学習の連続性を十分に活かした学習が行われているとは言えない．また系統性ばかりが前面に出ているために，同じ領域内のつながりは強く主張されるにも関わらず，他の領域とのつながりや，学びが拡張，統合されていくような仕組みになっているという認識も薄いように感じる．

筆者は算数教育において，「問題解決学習」の重要性を講義や研究熱心な先生方の実践を通して感じ，何とか，問題解決学習と小中接続を結びつけて考えられないかと思案していたのである．算数における技能の定着を図るために,平成 20 年度版学習指導要領では「スパイラル学習」が言われているが，はたしてこれが算数・数学教育において子どもたちの学力を向上させるための抜本的な施策となるのか，甚だ疑問である．

確かに筆者は算数・数学というものが「苦手」であった．「計算ができれば何とかなるだろう」「解き方をまるまる覚えてしまえばテストは点数がとれるだろう」という考え方で何年も生きてきた．そういった考え方の子どもを育てたいのであれば「スパイラル学習」が大いに役立つことと思うが，筆者はそのようなことは望んでいない．決して技能の定着を軽視しているのではないが，算数・数学を学習することの意義をそこに求めては算数教育とは言えないのではないかと感じたためである．

本研究は，算数・数学を一つのものとしてみなすことで，小中の接続を保証することができないかと考え着手したものである．教授の場面において，また教材分析の段階で，算数・数学の「見方・考え方」の拠り所となるものを提案したいと考えたのである．

1.2　本研究の目的

筆者は算数・数学教育での問題解決について学ぶうち，問題解決の授業場面で行われる自力解決のそれぞれの活動の価値づけは，本時の学習だけでなく，算数・数学という大きな文脈の中で価値づけられるべきものであると考えるようになったのである．筆者は算数･数学の面白さや美しさを知るたびに，子どもたちが算数・数学に興味を持ち，問題に挑戦し新たなことを知ったり，創造したりという活動が素晴らしいものであると考えるようにもなった．だからこそ，小学校での学習と中学校の学習が強くむすびつくことで数学的な活動の質を高めていくことができるのではないかと考える．

このことから本研究では算数教育における小中接続について，新たな「見方・考え方」として，パターンに着目した「見方・考え方」の重要性と，その活用について明らかにすることを目的とする．そのため，第一に算数教育において小中接続を行うための視点を明らかにする必要がある．したがって，次の研究課題が要請される．

【研究課題　A】

<u>小中接続の障害となっている課題を明らかにすること</u>

教育の諸問題について検討する場合には国際比較により，新たな課題点への示唆，また課題への裏付けを得ることができる．比較対象として NCTM（*NATIONAL COUNCIL OF THEACHERS OF MATHEMATICS*）の『*Principles and Standard for SCHOOL MATHEMATICS*』を用いる．Standard からみた日本の数学教育における課題点を明らかにする必要がある．したがって，次の研究課題が要請される．

【研究課題　B】

課題克服のためにどういった視点が要求されるか

これらの課題が明らかになることで，小中接続のためにはどのような視点が必要か明らかになるが，その視点を実際の教授の場面でどのようにして用いるのかを新たな「見方・考え方」として明らかにする必要がある．またその新たな「見方・考え方」が算数・数学的にどういった価値をもったものであるかを明らかにする必要がある．したがって次の研究課題が要請される．

【研究課題　C】

視点を基に抽出される新しい「見方・考え方」が算数教育でどのような価値をもつものであるか

さらに，本研究では，その新たな「見方・考え方」が小学校及び中学校の学習において共に価値あるものでなければならず，算数的価値が数学的価値へと高まるものでなければならない．したがって，次の研究課題が要請される．

【研究課題　D】

抽出された「見方・考え方」が小中接続に対し有効なものであるか

以上の 4 点の研究課題を解決し，本研究の目的を達成する．

1.3　本研究の方法

本研究の目的は算数教育における小中接続において,新たな「見方・考え方」として，パターンに着目した「見方・考え方」の重要性と，その活用について明らかにすることである．そして，この目標を達成するために，4 つの研究課題を設定した．以下に，研究課題ごとの方法を記述する．

【研究課題　A】

<u>小中接続の障害となっている課題を明らかにすること</u>

研究課題 A に対する方法：学習指導要領を分析し，小中接続という視点で捉え直した場合，そこにどのような課題点があるかを明らかにする．また，学習指導要領での領域について，どのような役割を果たすものであるべきなのかを明らかにすることで研究課題 A が解決される．

【研究課題　B】

<u>課題克服のためにどういった視点が要求されるか</u>

研究課題 B に対する方法：学習指導要領との対照として，アメリカの Standards（NCTM.2000）から，カリキュラムの課題点の焦点化を行う．

【研究課題　C】

<u>視点を基に抽出される新たな「見方・考え方」が算数教育でどのような価値をもつものであるか</u>

研究課題 C に対する方法:研究課題 B で明らかになった課題を解決するために，新たな「見方・考え方」を提案する．その「見方・考え方」について具体例を用いて検証し，算数教育に用いる妥当性を検証する．

【研究課題　D】

<u>抽出された「見方・考え方」が小中接続に対し有効なものであるか</u>

研究課題 D に対する方法：抽出された「見方・考え方」で教材を分析し，その活用の様相を明らかにする．またその活用の様相が算数的活動だけなく，数学的活動においても妥当なものであるかを検証する．

これらの研究課題を解決することで，本研究の目的は達成される．

第 2 章

学習指導要領の分析

2.1　学習指導要領における内容の系統性と学習の連続性

2.2　学習指導要領における「数量関係」

2.3　平成 20 年度版学習指導要領における「数量関係」領域の役割について.

2.4　昭和 33 年度版と平成 20 年度版の「数量関係」領域の比較と考察

2.5　平成 20 年度版学習指導要領解説「数量関係」領域における課題点

本章では，学習指導要領の分析を通して，算数・数学教育における課題点を明らかにし，小中接続への示唆を得ることを目的とする.

2.1 では学習指導要領が学習のつながりという視点で見たときにどのような保証となりうるのかを明らかにする. 2.2 では学習指導要領の「数量関係」領域の特性と役割について明らかにする. 2.3 では平成 20 年度版学習指導要領における「数量関係」の役割と他の領域との関係性を明らかにする. 2.4 では昭和 33 年度版と平成 20 年度版で,「数量関係」領域のあり方がどのように変化してきたのかを明らかにし，2.5 では平成 20 年度版の「数量関係」領域の課題点を明らかにすることで，現在算数・数学教育が抱える課題点を検証する.

第 2 章　学習指導要領の分析

2.1　学習指導要領における内容の系統性と学習の連続性

算数教育における小中接続の研究を行うにあたり，学習指導要領ではどのように学習のつながりを保証しているのかについて検討を行う．学習のつながりを保証するものとして，学習指導要領解説には「内容の系統性や学習の連続性が明確であるという教科としての特性がある」という言葉が多用されている．ここで言われる内容の系統性や学習の連続性というものは，いったい何を表すものであるのかについて吟味しておく必要がある．また，平成 20 年度の改訂では，学習における「スパイラル学習」の必要性についても強調されており，今後算数・数学教育にどのように影響するものであるのか考察しておく必要がある．

2.1.1　内容の系統性について

現在,平成 20 年度版の学習指導要領では以下のように内容が分類されている．

＜小学校学習指導要領解説＞

A　数と計算	B　量と測定	C　図　形	D　数量関係
・数の表し方，意味 ・加法 ・減法 ・乗法 ・除法 ・概数，見積もり	・長さ ・時間 ・体積 ・重さ ・面積 ・角 ・単位量あたりの大きさ	・平面図形 ・空間図形 ・位置	・関数 ・比，割合，倍 ・式表示 ・統計

＜中学校学習指導要領＞

A　数と式	B　図　形	C　関　数	D　資料の活用
・正・負の数	・平面図形	・比例・反比例	・資料の散らば

・文字式 ・一元一次方程式 ・文字式の四則演算 ・連立二元一次方程式 ・平方根 ・式の展開と因数分解 ・二次方程式	・空間図形 ・平面図形と平行線の性質 ・図形の合同 ・図形の相似 ・円周角と中心角 ・三平方の定理	・一次関数 ・関数 $y=ax^2$	りと代表値 ・確率 ・標本調査

学習指導要領では内容を 4 つの領域に振り分け，さらに小学校 6 年間，中学校 3 年間の学習がどの順序で行われるべきかが明記されている．つまり，小学校及び中学校の学習内容について，学習の順序が何らかの裏付けにより明らかにされていることからも，殊更に小中接続に着目しなくとも本来は学習が結びついていくはずなのである．ではなぜ，小中接続について言及しなければならないのか，その原因を探るため「A　数と計算」についてより具体的に見てみる．（資料 P.12 参照）

内容の系統性に基づいて進められている教育は，確かに子どもたちが学習を行う際，たいていの場合が以前に学習したことが素地となり,次の学習を行えるように配慮された配列になっている．小学校での例をとってみると，第 4 学年までに小数や分数の性質を学習し，第 4 学年から第 6 学年の 3 年間をかけて小数や分数の四則演算について段階的に学習できるよう設定されている．中学校では，二次関数の指導が行われる前に，必ず一次関数の指導が行われているといった具合である．これらのことから，学ぶ内容に関しては一定のつながりが明らかになっていると言える．しかしながら，いくら以前に学習したことが素地となっているとは言

っても，これだけでは子どもたちの思考を促すものとはなりえないと考える．やはり系統性だけを重視していては教育として不十分であると言わざるを得ない．

2.1.2　学習の連続性について

内容の系統性では，学習の内容についてその内容が拡張されるよう整理されていた．続いては学習の連続性について検討を行う．

そもそも,「学習の連続性」とは，問題解決の際に用いる手法のことである．つまり学習に用いる手段が単元や各学年の内容ごとに全く異なっているのではなく，単元が異なっても，学年が上がっても，それまでに用いた方法を用いることができるということである．内容の系統性が保障されていることで，問題解決の際に用いる方法はこれまでに用いた方法が後の学習を行う際にも役立てることができるというものである．例えば，整数，小数，分数の乗法で考えてみると，同数累加の考え方や割合での考え方を整数の乗法の段階で獲得したとすると，同様の考え方で小数，分数でも考えられるというものである．しかし，考え方やアプローチの方法が後の学習でも用いることができる，つまり方法が保存されるとは言っても，必ずしも用いる手法がすべて望ましいものであるとは限らない．「A　数と計算」領域でみてみると，第 4 学年までに獲得された四則演算の考え方と同様に，小数や分数の場合にもその考え方を適応していくというものである．しかし，ここで問題になるのは,「前の学習のときには出来たので，今回の学習でもできると思う」という子どもの一見よいとされるような実態である．前の考え方が使えそうだということ自体は決して悪いことではない．しかし，何をもって使ってもよさそうだと理由づけたのかが問題となる．

また，学習をより定着化させる施策として,「スパイラル学習」が明文化されている．「スパイラル学習」は反復学習であると多くの場合認識されているが，それでは，今までのドリル学習と何ら

変化はなく，また反復学習としてしまったことにより，教育の現場でただの「計算練習」の時間が増加するにとどまる可能性を大いに含んでいると言える．本来 spiral という言葉は，反復という意味はない．spiral とは「らせん」つまり，二度は同じ所を通らないのである．同じような学習をしたとしても，その学習は以前のものよりも困難さが増しているものでなければならない．問題の難易度がということではなく，思考がより高度な数学的価値を要求されるものということである.「スパイラル学習」が誤った使われ方をするのではなく，子どもたちの思考を高めていくために用いられるものであってほしいと切に感じるのである.

A　数と計算（小学校第 4 学年～中学校第 3 学年）

学年	数	計算
第 4 学年	・億，兆の単位 ・概数 ・小数 ・分数（真分数，仮分数，帯分数）	・整数の除法（除数が 1 位数や 2 位数で被除数が 2 位数や 3 位数） ・計算の結果の見積もり ・（簡単な暗算） ・整数の計算の能力の定着 ・そろばんによる計算 ・小数の加法及び減法 ・乗数や除数が整数の場合の小数の加法減法 ・同分母分数の加法及び減法
第 5 学年	・偶数，奇数 ・約数，倍数（最大公約数，最小公倍数）（素数）	・乗法や除法が小数の場合の乗法及び除法 ・異分母分数の加法及び減法 ・乗数や除数が整数の場合の分数の乗法及び除法
第 6 学年	・（逆数）	・乗法や除法が分数の場合の乗法及び除法 ・小数や分数の計算の能力の定着
第 1 学年	・正の数・負の数 ・文字を用いる式	・正の数・負の数の四則演算 ・文字式（乗法と除法の表現） ・一次式の加法と減法 ・不等式 ・方程式の解き方 ・一次方程式
第 2 学年		・文字を用いた式の四則演算 ・連立二元一次方程式
第 3 学年	・平方根	・平方根を含む計算 ・式の展開・因数分解 ・二次方程式を解く

2.1.3　小中接続に向けて明らかになった課題

2.1.1，2.1.2 より，小中接続に向けて学習の内容についてはその連続性が認められる．さらに学習を連続させていこうという算数・数学教育の流れについては，多くの人が適当であると賛同することであろう．

しかし，現在の学習指導要領には明らかに欠落しているものがあると指摘することができる．それは，子どもたちがどのように算数・数学を学ぶのか，また教師が教材に対してどのようにアプローチするのかという点である．

「算数的活動」や「算数の授業を創造的，発展的なものとする」「進んで生活や学習に活用しようとする」など，言葉の上ではそれらしいことが学習指導要領解説には多く登場する．また授業の際には教師はあたかも自分の言葉のように用いて子どもたちの学習を進める上での根拠としようとする．しかし，言葉だけでは何の根拠にもなりえないということを明言しておきたい．それは算数の学習を通して，根拠を明らかにすることの大切さを学ぶ子どもたちでも知っていることでもあるのだ．

内容の系統性が系統性として役に立つのは，そこに数学的構造に基づく価値づけがされているからである．また学習の連続性を生かすことができるのは，それぞれの活動に数学的な価値を見出すことができるからである．教師はその価値づけをどのように行うのか，子どもたちの実態と数学的価値を照らし合わせたうえで決定しなければならないのである．しかし，学習指導要領には教師が教材の分析や活動の価値づけを行うための視点が明らかにされてはおらず，解説にも書かれているわけではない．

この課題は小中接続だけにとどまらず，算数・数学教育での問題解決の重要性を主張しているところで，速やかに改善されなければならない点である．

2.2 以降ではこのことに関して重要な示唆が得られると考え，昭和 33 年度版学習指導要領改訂に着目したい．

2.2　学習指導要領における「数量関係」

周知の通り，学習指導要領は「A 数と計算」「B 量と測定」「C 図形」「D 数量関係」の 4 領域で構成されている.「数量関係」は内容として関数や割合，統計などが含まれているものである．しかし「D 数量関係」は当初から設置されていたわけではない．そこで，どのような経緯で「数量関係」領域が設置されることとなったのか検討する価値があると考えた.

平成 20 年度版中学校学習指導要領の改訂を見てみると，これまで「数と式」「図形」「数量関係」の 3 領域であったものが，確率・統計に関する領域「資料の活用」が新設され,「数量関係」は「関数」と改められた．これは「関数」は関数そのものとして捉え,「資料の活用」などとは別個のものであるといえるのだろうか.また中学校での教育方針は小学校にも少なからず反映されるべきであり，小学校にも同様の考え方を持ち込んでよいのだろうかという疑問が生じる.

この項では「数量関係」領域の設置背景を基に，平成 20 年度版学習指導要領の改訂でどういったことが主張されているのか，また算数・数学教育の方向性について検討する.

2.2.1　「数量関係」領域の設置背景

現在のように，学習指導要領は「A 数と計算」「B 量と測定」「C 図形」「D 数量関係」の 4 領域で構成されるようになったのは，昭和 33 年度版学習指導要領改訂からである．学習指導要領が設定された当初は「数」「量」「図形」の 3 領域のみで構成されていた.

算数・数学教育では昭和 33 年の改訂よりも前から，算数指導において,「数」「量」「図形」のすべての領域において，式による表現や関数的な考察の重要性がさかんに指摘されていた．このことを受け，学年段階を追って系統的な指導を行うための方針として,「数量関係」が一つの「領域」としてまとめられたのである.

現在の学習指導要領でも内容の系統性について言及されているが，ここで言う系統的な指導とはすべての領域において，同一の視点を持ち込むことで算数・数学を捉え直すことができるからこそ，系統的な指導ができると考えられたものである．

昭和 33 年度の改訂に至る以前から数，量，図形の領域で「数学的な考え方」の必要性が言われ，すべての領域を統合する役割をもった領域を新設することは算数・数学教育において重要であるとされた．そしてそのはたらきを担うものとして「数量関係」が用いられたのである．現在「数量関係」の内容が関数や割合，統計などになっている理由は，当時「数量関係」領域でもって，「関数的な見方・考え方」を育て，算数・数学を統合的発展的なものとして子どもたちに教授すべきであると考えられたためである．

算数・数学を一つのものとして捉える「統合」という観点は“教育内容として，一つの分野における数学的な内容はもちろん，他の分野についても，ばらばらな形ではなく，よく整理され関連とまとまりであるものとして学習されるようにしたい”(中島. P.126) というものである.「統合」は算数や数学にふさわしい創造的な活動を行う「数学的な考え方」を育てることだけでなく，算数・数学の内容について系統立った学習指導を進めるためにも重要な観点であったといえる．

2.2.2 「数学的な見方・考え方」への見解

「数学的な見方・考え方」は算数・数学を学習する上で極めて重要なものであるにも関わらず,「数学的な見方・考え方」がどのようなものを指して言われるものかについて学習指導要領解説内では明確にされていない．教育に携わる者なら明確にしなくても理解しているものとして書かれていないのかもしれないが，研究を進めるにあたり，筆者は「数学的な見方・考え方」をどのように捉え，重要であると主張するのかについて，ここで明記してお

きたい．

「数学的な見方・考え方」は単に勉強をしているから身について当たり前，そのうちだれでもできるようになるというものではないと筆者は考える．もちろん「数学的な見方・考え方」を持ち合わせていないからと言って，計算ができないわけではないし，図形の作図ができないわけでもない．また「数学的な見方・考え方」はその名の通り，「見方・考え方」であるため，それ自体を観察することはできない．そのため観察者は「見方・考え方」を「算数的活動」として表出されて初めて観察することができるものである．本研究は小中接続についての研究を行っているが，その根底にあるものは問題解決学習である．小中接続はカリキュラム上の問題だけではないと考える．最終的には子どもたちにどのように算数・数学がまとまりをもったものとして教授できるのかを明らかにすることが目的である．だからこそ，小中接続に「見方・考え方」が重要となってくるのである．

これまでの長い教育の歴史の中で「数学的な見方・考え方」を育てることを算数･数学教育の目的としてきたことは明白である．しかし前述したように「見方･考え方」は観察不可能であるため，それを「算数的活動」として表出させ，観察者（教師）は「見方・考え方」を間接的に捉えてきた．教師が「算数的活動」であると見なす時，その活動は数学的価値が備わっているものでなければならない．また，「算数的活動」は「算数的な見方・考え方」が表出されたものであるため，「算数的な見方・考え方」も数学的価値が備わったものであると言える．

2.2.3　「関数の考えの指導」にみる数量関係の役割

「数量関係」が設定されることにより，「数量関係」領域は「関数的な見方・考え方」を育てる立場であったと言える．ここでは1973 年に文部省から発行された「小学校算数指導資料　関数の考えの指導」を基に検討する．当時，「数量関係」領域の効果を発揮

するために着目されたのは「集合」の考えである．しかし,「集合」を内容として教えるのではなく数学的な概念を抽象したり，概念相互の関係や概念の拡張を考えたりする時の助けとして，用いられたのである．「関数の考え」を指導する意義を考える上で重要な視点として，

① 微積分へのアプローチと科学的な探究の精神の育成

② 統合のアイディアとして関数の考え

が挙げられる．ここでは②統合のアイディアの関数の考えを中心に考察する．

2.2.1 でも述べたように「数量関係」領域は算数・数学の内容を統合的発展的に捉えるために設けられたものであり,「関数的な見方・考え方」を子どもたちが身につけることで算数・数学を学習するときに「関数的な見方・考え方」でもって，捉える力をつけさせたいと考えられたものである．

つまり，数量関係において最も重要視されるべきことは，関数そのものの学習ではなく，関数的に事柄を捉えられるようにするためにはどのような教授の方法をとるべきか,ということである．

A,B,C の領域で示されているものは数学的な内容であり，その一般的な概念や原理は個々の特殊な場合にのみ用いられるものではない．どの領域で扱うことに対しても同様のことが言えるということに着目することが重要なのである．そうすると，同様のものとして捉えられる力がなければ，概念や原理は個々の特殊な場合にのみ用いられるものでしかない．しかし，概念や原理を多くの場合に用いることができる，一般的な関係を表すものとして考えられれば，領域内でも，領域を超えてもそれらを関係づけて捉えることができるのである．

場合によって変化するものは何であるのか，また場合には関係なく変化せず常に保存されるものは何であるかという考え方は，まさしく関数の変数や定数の考え方である．そして，関数の考え方に沿って考えることで，それまで個々のものでしかなかった事

柄どうしが，関係のあるものとして改めてその存在を明らかにするのである.

「数量関係」がその役割としてめざすところは，関数の学習を早い段階から行うことではさらさらなく，子どもたちに「関数的な見方･考え方」を身につけさせることであった.「関数的な見方・考え方」から，子どもたちは目の前にある課題を解決することのみに専念するのではなく，その課題に含まれる数学的価値を見出そうとするであろう．そのためには教師が「関数的な見方・考え方」に対して正しい理解をしていなければならないが，その目標に即して，教材研究がおこなわれるべきことは言うまでもない.

「関数の考え方の指導」から,「数量関係」領域の役割は子どもたちの算数・数学的活動を支えるための重要な領域であり，その役割があるからこそ,「数量関係」という領域が存在することに価値があるのである.「数量関係」が「関数」として領域設定されなかったのは，こういった背景があってのことだということが明らかになった．つまり「数量関係」で関数の学習や単なるグラフのかき方を学習するから他の領域の理解につながるのではないということが明らかになったのである.

2.3 平成 20 年度学習指導要領における「数量関係」領域の役割について

ここまで，学習指導要領における「数量関係」の役割やその特性について明らかにしてきた．それでは現段階の学習指導要領でも，同様の目的のもと「数量関係」領域が用いられているかについての検証を行う.

平成 20 年度版の学習指導要領解説では「数量関係」のねらいについて“「A 数と計算」,「B 量と測定」及び「C 図形」の各領域の内容を理解したり，活用したりする際に用いられる数学的な考え方や方法を身につけること，また，数量や図形について調べたり，表現したりする方法を身に付けること”とある．このねらいから，

「数量関係」に求められている役割を検証する．

学習指導要領解説では「数量関係」を他の 3 領域で見られた算数的活動を「数量関係」の領域を通してより深めていく領域としている．これは A・B・C のそれぞれの領域の学習を「数量関係」の領域で関数や比，統計などの学習により深めていくという考え方に立っていると言える．そして，数量や図形を調べたり，表現したりする手段として「数量関係」を用いるという立場である．つまり，学習場面において，表やグラフを用いて表現するためには「数量関係」領域が不可欠であると主張されているのである．

ここで着目したいのは，他の 3 領域が学習の内容に終始していることに対し，「数量関係」の領域には学習の内容と学習の手段との 2 つの役割を表すものであると言えることである．ところが学習の手段として「数量関係」を捉えるならば，子どもたちの学習は形式化されうるものであり，そこに思考や活動については必ずしも求められるものではないとも考えられる．表に表すことやグラフに表すことがねらいとして適当であると言えるのか，さらにここで挙げられたねらいからは，何をもって数学的活動を深めていくのかは不透明であり，およそ数学的活動として期待されるものではない．

さらに，小中接続から平成 20 年度版の中学校の学習指導要領を参照してみると，「数量関係」は「関数」と「資料の活用」とに分けられてしまっている．小学校までの「数量関係」のねらいすらも，そこには介在していない．つまり小学校での「数量関係」の役割は，ほぼ小学校のうちの学習にしかはたらかず，中学校での学習ではその役割を十分に果たすものではないと結論付けられる．

2.4　昭和 33 年度版と平成 20 年度版の「数量関係」領域の比較と考察

第 2 章ではこれまで昭和 33 年度版学習指導要領の改訂で設定

された「数量関係」領域の基本的な考え方や役割と，平成 20 年度版学習指導要領で言われる「数量関係」領域の役割について述べてきた．2.3 で述べたことを見ても，平成 20 年度版の「数量関係」のねらいで主張されていることは，少なからず問題をはらんでいると言わざるを得ない状況にある．

本研究の動機でも述べたように，算数・数学教育において内容の系統性や学習の連続性が明確であるという教科の特性を活かした教育を行うためには，昭和 33 年度版で新設された「数量関係」の領域は画期的なものであったと言える．そこには内容の系統性や学習の連続性を保証しうる「考え方」が存在していたためである．

一方で，平成 20 年度版の「数量関係」領域ではどうであろうか．算数的活動を促すことはおろか，領域として設定されることにすら疑問を持つものである．筆者は学習指導要領解説で言われているような「数量関係」の特性では，「数量関係」に教育的必要性を見出すことができない．

つまり，昭和 33 年度版の「数量関係」と平成 20 年度版の「数量関係」を同列のものとして捉えることはできず，平成 20 年度版の「数量関係」領域への解釈は速やかに見直されなければならない．このままでは，領域を越えて学習の結びつきを認めて子どもたちが学習を行うことはおろか，内容の系統性や学習の連続性すらもその価値が薄らいでしまう．

子どもたちにとって，算数・数学的活動が必要なものだと主張する前に，領域を価値あるものとして設定し直さなければ，教授の場面でも，目的が正しく達成される可能性は極めて低い．また，学習指導要領は教師にとって，教材を分析するときに用いる大前提となるものである．算数・数学教育を専門にしている教師にとっても問題解決授業を行うための教材分析というものは困難なものである．そうであるにもかかわらず，教材分析の根幹と成り得ない学習指導要領では，かなりの危険を感じるものである．

2.5　平成20年度学習指導要領解説「数量関係」領域における課題点

本来，算数・数学教育は小中接続と殊更に言わずとも，接続することは内容の系統性や学習の連続性から保証されうるべきものである．しかしながら，その接続がうまくいっていない原因は，内容の系統性によって明らかになった領域ごとの特性や学習の連続性によって問題解決に用いる手法が保存可能であることと併せて，算数・数学教育で用いられる「数学的な見方・考え方」が明らかになっていないことにある．

「数学的な見方・考え方」には様々な側面があり，定義づけて示すことは難しいものである．また，重要視される「数学的な見方・考え方」はその時代や場面により変化しうるものであると考える．だからこそ，学習指導要領がほぼ10年おきに改定されるのであれば，その時代時代でどのような「見方・考え方」のできる子を育てていきたいのかを明文化する義務があり，また教師はそれを基に教授を行うべきなのである．「数学的」という言葉で省略してしまうのではなく，その中にどういった意味が含まれているのかを明らかにすることに意味があるのではないだろうか．

昭和33年版学習指導要領における「数量関係」には「関数的な見方・考え方」の重要性があったように，今もそのような考え方の重要性が要求されているのではないだろうか．子どもたちが創造的，発展的に活動できるようになること，算数や数学で身につけた技能や知識を生活や他の学習に活用することができるようになることは，素晴らしいという言葉で片付けてしまうにはもったいないことであるかもしれない．しかし，このままの教育方針では，創造的な活動をすることも，生活や他の学習に活かすことも夢のまた夢といったところであろう．教師として，また我が国の教育方針として，問題解決学習の重要性が分かっているのならば，今一度教材分析の重要性を認識していただきたいと切に願うのである．

第 2 章の要約

第 2 章では，学習指導要領での学習のつながりの保証をどのように行っているか，また，数量関係領域の役割が何であるかを明らかにした．

その結果，学習指導要領は内容の系統性や学習の連続性によって学習のつながりを保証しようとしていたが，教授の視点から言及されたものではないため，学び方としては不透明なままであることが明らかとなった．これは問題解決をめざした教授を行うための拠り所とするには学習指導要領は不十分であると言える．また「スパイラル学習」が平成 20 年度版から明文化されたが，そのあり方にも疑問を抱かずにはいれない．

これまでの算数・数学教育の流れの中で教授の視点から学び方を保証する方策として昭和 33 年度版学習指導要領で数量関係における「関数的な見方・考え方」の導入がされた．現在ではその役割を「数量関係」領域が補いきれておらず，そこに学習のつながりを希薄にさせている課題があると判明した．学習のつながりが強調されるのは，小学校での学習と中学校の学習の連携がうまくはたらかず，多くの児童・生徒が算数・数学に対して抵抗感を抱いているためであると考える．子どもたちにとって，学ぶことは重要なことであるが，何を学ぶのか，どうやって学ぶのかといったことはさらに重要なことである．「数学的な見方・考え方」を子どもたちに教授することは算数・数学教育において大前提となることである．

第 3 章

Standards（NCTM）の分析

3.1　Standards の検討目的

3.2　Standards の 5 つの学び方とその具体例

3.3　Standards から得られた教育的示唆

本章では，Standards が数学教育でどのように算数・数学に対する見方・考え方を育てようとしているのかを明らかにすることを目的とする．

3.1 では，Standards を検討する目的について明らかにする．3.2 では 5 つの視点ごとにその目標と具体例，考察を加え，3.3 において Standards から得られた教育的示唆が小中接続にどのように影響するのかを明らかにする．

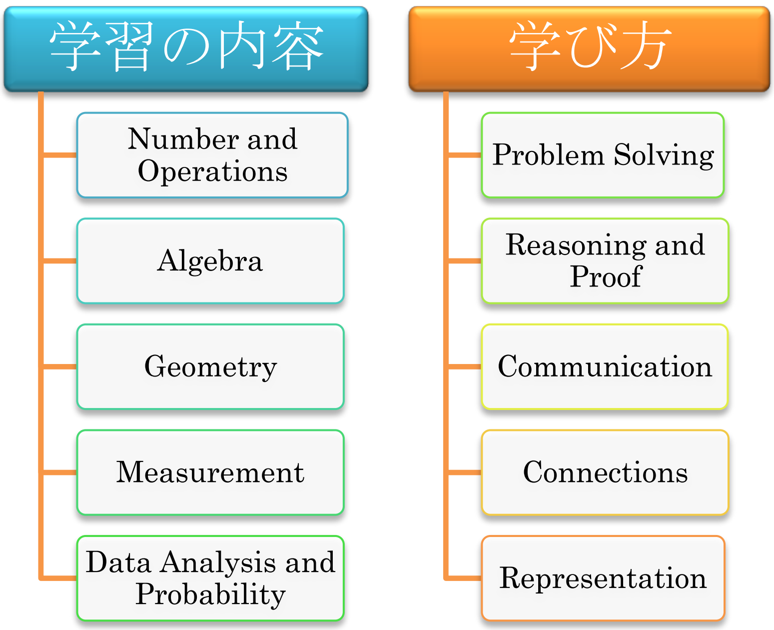
第 3 章　Standards（NCTM）の分析

3.1　Standards と小中接続

1920年に発足した*NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS*（全米数学教師協議会）によって，主に米国とカナダで学校数学に対するビジョンについて概説するStandardsが出版された．1986年にNCTMの役員会は数学教育のStandardsの開発に取り掛かり，約3年間で『Curriculum and Evaluation Standard for School Mathematics』が出版された．1991年には『Professional Standard for School Mathematics』,1995年には『Assessment Standard for School Mathematics』が出版された．本研究では2000年に出版された『Principles and Standards for School Mathematics』を基に，検討を行うものとする．

小中接続を研究するにあたり，複数の学年を見越した教授のあり方について検討する必要があると考える．そこで，NCTM の Standards を基に，複数の学年を見越した学び方についての考察を行うこととする．

Standards は日本の学習指導要領と異なり，学習の内容についての部分と，学び方についての部分とに分けられている．その分類は以下のようになっている．



次頁からは具体的に学び方の項目で，どういったものが提案されているのかについて，A 目標設定・B 具体例・C 考察で明らかにする．

3.2　Standards の 5 つの学び方とその具体例

3.2.1　Problem Solving（問題解決）

3.2.1-A　目標設定

Instructional programs from prekindergarten through grade 12 should enable all students to—

・build new mathematical knowledge through problem solving;
・solve problems that arise in mathematics and in other contexts;
・apply and adapt a variety of appropriate strategies to solve problems;
・monitor and reflect on the process of mathematical problem solving.

就学前から 12 学年までの教育上のプログラムはすべての生徒に以下のことを可能にさせるべきである．

・問題解決を通して，新しい数学的知識を確立する
・数学や他の文脈で生じる問題を解決する
・問題を解くために様々な適当なストラテジーを応用したり（知っていることを使用する），適合させたり（知っている事柄ではないが，使用した方法を認める）する
・数学的問題解決の過程をモニターしたり，反省したりする

Standards においても，日本と同様に問題解決の重要性が挙げられている．学び方に関する 5 つの項目のうちで Problem Solving が最初に挙げられていることからも大きな注目がなされていることがうかがえる．

2 点目の「数学や他の文脈で生じる問題を解決する」ことにつ

いて，Standards では，日常の生活で出会う問題を数学と結びつけて問題を解決することができる生徒を育てることが言われている．日常の生活とはどのようなものを指すのか，という問題が生じるが，筆者は至極具体的な生活場面であっても仮想の場面であっても，問題が一人一人の子どもたちの問題として捉えられることが重要であると考える．そのため，いたずらに具体的な場面を用いるのではなく,「数学的価値」を考えた時に,子どもたちが「問題である」と感じることができるように場面設定をすることが求められていると考える．

3 点目の「問題を解くために様々な適当なストラテジーを応用したり（知っていることを使用する)，適合させたり（知っている事柄ではないが，使用した方法を認める）する」では，問題解決の中でも自力解決の場面で用いられる類推などの考え方が適当ではないかと考える．さまざまなストラテジーを応用したり，適合させたりできるという子どもの実態は，子どもたちが問題に含まれる類似性を利用しているためであると言い換えることができる．問題の核となる部分で同一のものとみなせるものを発見したり，そうではないだろうかと予想したりすることによって問題解決を行っていくのである．その場合には，やはり 4 点目にもあるように「数学的問題解決の過程をチェックしたり，反省したりする」ことも必要となってくるであろう．一つには自分たちが行った活動が数学的に適切なものであったのかということである．実際の学習場面では子どもたちというよりも，教師に求められることである．教師の声かけや支援によって，子どもたち自身がどのように自分たちの用いたストラテジーが数学的に価値あるものであるのかについて，吟味を行うことが求められる．また全体での練り上げが行われる場合には，価値の高まりを子どもたちがどのように認識して，次の学習に活かそうとするのかも重要である．そして 4 点目のところで忘れてはならないのが，子どもたち自身が問題解決をどのようにとらえるかである．特に過程をチェックした

り反省したりするということは，子どもたち自身が自分の活動を俯瞰して事柄を表や図に表したり，式に表したりすることができるということである．こういった活動ができることは，問題に含まれる規則性を発見する契機となったり，自分の活動に新たな課題が発見されたりすることにつなげることができる．

以上の目標の考察から Standards では，どのように問題解決が行われているのか具体例をもとに検討する．

3.2.1-B　具体例

【野球チームの勝率：小学校 6 年程度】

ある野球チームは前半 80 試合中 48 試合勝っています．その勝敗率を維持するためにこのチームは残りの 50 試合を何勝しなければなりませんか？

生徒（A）<u>前半 80 試合の勝率に着目する...48/80</u>

このチームの勝率は約 5 割である．つまり，このチームはおよそ 2 回に 1 回勝つということ．

チームの勝率が 5 割強であったことから見積もると，チームはだいたい後半の 50 試合について，28 勝すべきであろう．

28/50 と 48/80 の二つの勝率を比べ，2 つの勝率が等しくなるまで見積もりを続ける．

生徒（B）<u>勝敗の率に着目する...勝：負け＝48：32＝3：2</u>

比の値を簡素化することで，この結果を「5 ゲームごとに 3 勝する」と言い換えることができる．

50 試合することは（5 ゲーム）×（10 セット）

「5 ゲームごとに 3 勝する」のだから，3×10＝30

問題の答えとして 30 試合という結論を導く．

生徒（C）<u>割合に着目する…48/80＝ x /50</u>

80 勝のうち 48 勝しているので，それと同じ勝率を保持するた

めには，50 勝のうち何勝すればよいかを明らかにする．
生徒（D）勝率を百分率で表すことに着目する…勝率 60％
　前半戦の勝率は 60％なので，50 試合の 60％を見つける．
50×0.6＝30

3.2.1-C　考察

　問題解決について書かれた章であるが，Standard を参考にする上で，考慮しておかなければならないのは，アメリカで言われる問題解決と，日本で広く言われている問題解決には，大きな違いがあるということである．日本で問題解決が言われる場合，練り上げを前提とした子どもたちの自力解決の場が要求される．しかしながら，アメリカの場合，問題を解決すること自体が目的であり，自力解決や練り上げを必ずしも要求しないということである．具体例からも分かるように，どの解決方法に価値を置くというような活動は設定されていない．ここでは，問題を解決するための手立てが導けるかどうかというところに重点が置かれている．つまりアメリカでは数学的なアイディアを活発に議論することにより問題を解決しようとする傾向が強いということである．一方で日本では数学的な概念を子どもたちに育てさせようという狙いがあると考える．

　そのような背景を考慮した上で，ストラテジーの応用・適応に着目したい．学習の場面では当たり前のように扱われることであり，指導案にも「これまでの学習をもとにして考える」といった類の文章が用いられる．しかしながら，ストラテジーを応用することも適応することも，決して簡単なことではなく，それ相応の練習が必須となるものである．問題解決の際にこれまでに獲得したストラテジーが応用できることや，適応するに値するかといった判断を教師がどれだけ子どもたちに意識させることができるか，また授業に反映できているのかという点に疑問が残る．

　問題解決という言葉の裏で，教師の教材分析の力が大きく影響していることを認識しておく必要がある．

3.2.2 Reasoning and Proof（推理と証明）

3.2.2-A 目標設定

Instructional programs from prekindergarten through grade 12 should enable all students to—

・recognize reasoning and proof as fundamental aspects of mathematics;

・make and investigate mathematical conjectures;

・develop and evaluate mathematical arguments and proofs;

・select and use various types of reasoning and methods of proof.

就学前から 12 学年までの教育のプログラムはすべての児童・生徒に以下のことを可能にさせるべきである.

・推理と証明を数学の基礎となる側面として認識する

・数学的推測を構成したり，理解したりする

・数学的な筋道や証明を高めたり，価値を見極めたりする

・様々なタイプの推理や証明の方法を選び活用する

推理と証明を数学の基礎となる側面として認識することは子どもたちにとって，どのような意味を持つのかについて考える．小学校の段階と中学校の段階は，説明を行うか証明を行うかという分け方ができると考える．ここで言われる推理は説明に近く，数学的証明を必要としているわけではない．つまり，推理では目の前の事柄がどのような構造を持っているのかを明らかにすることを目的としているのである．子どもたちにとっては，与えられるそれぞれの問題は問題でしかないかもしれないが，推理を行うことで問題の構造に触れたとき，初めて他の問題との関係性に言及することができるのではないかと考える．またそういった推理での経験を重ねることで，証明において抽象的な対象を扱うことの意味の素地となり得ると考える．

2 点目に数学的推測が挙げられている理由として，やはり帰納

的推理からの事柄の検証が算数・数学の中で重要であるためだと考えられる．推測はそもそも帰納的に成り立ちそうだということを言うために行うものである．算数・数学では一般化や抽象化について議論されることが多いが，算数・数学の学習は一般化されたものや抽象化されたものからスタートするわけではない．また初めから演繹的に考えるということはほとんどの場合しない．帰納的推理を行うことで，一般化や抽象化を行うことがほとんどの場合である．また，帰納的推理を行うことから始めるからこそ，一般化や抽象化について，その意味を吟味できるのだと考える．

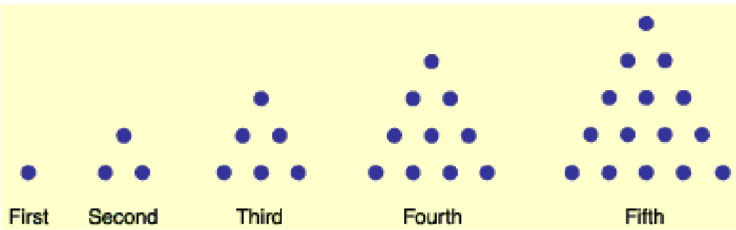
とはいっても，一般化できること，抽象化できることは世の中で起こる様々な事象から言えば，ごく一部であり，特殊な場合である．そのことを踏まえたうえで，推理によって，事柄の構造を明らかにする活動を行うことは証明の素地経験としても有効であると考える．

Standard では，どのような題材で推理を展開させるのかについて，具体例を基に考察を行う．

3.2.2-B　具体例

【三角形の点の個数（一般化できる例題）：小学校 5 年生程度】

問．右図のように三角の点が増えていく時，7 番目の三角にはいくつの点があるか．



また 100 番目の三角にはいくつの点があるか．

生徒は図の観察から，三角の点の個数は一つ前の三角に 2 番目なら 2 つ, 3 番目なら 3 つずつ点の数が増えていることに気づき，同様に 6 番目，7 番目も類推することができる．このことを図にすると以下のようになる．

Term	First	Second	Third	Fourth	Fifth	Sixth
Number	1	3	6	10	15	21
Difference		2	3	4	5	6

同様に考えれば, 100 番目の三角は 99 番目の三角の個数に 100 をたしたものになることが分かる.

■　課題点

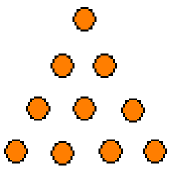
一つ目の課題は 99 番目の三角の点の数をどのようにして求めるかが問題である. 二つ目の課題はこの考え方ではどのような数の時でも正確に点の数を求めることが難しそうである.

■　タミカの考え方

4 番目の三角の点の数は, 4×5 の$\frac{1}{2}$である.

実際に他の数字でも確かめると, タミカの主張が正しいことが分かった. しかし, 直観でとらえにくいため, 数学的な論拠があるようには見えず, この観察ですべての生徒が納得したわけではなかった. 直観で捉えられるかどうかは子どもたちにとって重要な価値になり得るということの示唆でもある.

ここで, もう一度三角の点について観察し, ガウスの法則を使って, タミカの考え方を証明することになった. 7 番目の三角について考える. 7 番目の三角の点の数は, 1+2+3+4+5+6+7 である. その和を求めるために, 以下のように考えることができる.



$$\begin{array}{c} 1+2+3+4+5+6+7 \\ 7+6+5+4+3+2+1 \\ \hline 8+8+8+8+8+8+8 \end{array}$$

Students can see that the sums of the pairs of addends can be represented as 7 × 8, or 56.

Because each number is listed twice, they divide 56 by 2, resulting in (7)(8)/2 = 56/2 = 28.

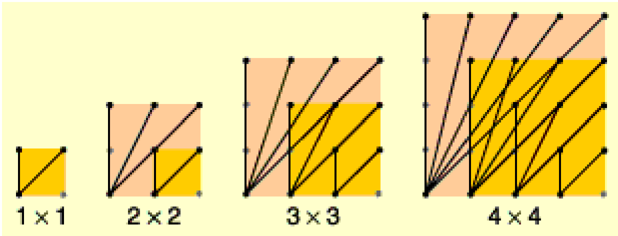
この考え方はそのほかの数字でも行うことができ, 確からしいことが確認された. 最後にこのことを文字で表すと

(number)(number+1)/2 となると結論付けた.

【ジオボード（一般化できない例）：中学校３年生程度　】

問．5×5 のジオボードがあります．ペグをつないで出来る線分は何本でしょう.ただし,すべての線分の長さは異なることとする.

生徒はまず 1×1 のジオボードから取組み，2×2，3×3 という風に作業を進める．そうすることで，三角形の点の数のとき同様に，ある決まりが見えてくる.



Size of Square	Number of Segments of Different Lengths: Old + New	Total Number of Different Lengths
1×1	2	2
2×2	2 + 3	5
3×3	(2 + 3) + 4	9
4×4	(2 + 3 + 4) + 5	14
5×5	?	?

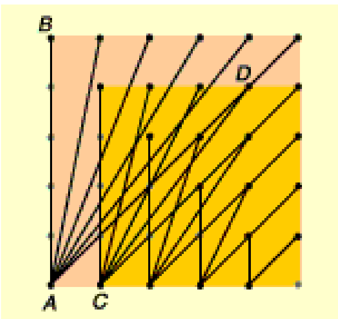
このことから，4×4 までのジオボードでは前に数えたものに新しく加わったものを足していくことで全体の和が求められることが分かり，5×5 も同様に考えることができると推論される.

よってＮ×Ｎのジオボードにつくることができる線分の総数はおそらく

2+3+4+・・・・+（Ｎ+1）

と表せるだろうと表現された.

実際に 5×5 のジオボードは図のようになる.



しかし, よく観察すると辺 AB＝辺 CD＝5 であることが分かり, 本数は予想していた 20 本ではなく 19 本であることが分かる.

つまり, この問題では, 総数の求め方を 2+3+4+・・・・+（N+1）としたにも関わらず, これでは, 5×5 のジオボードの場合には十分に機能しないことが判明した. そのため, 5×5, またはそれ以上の数のジオボードでも成り立つような一般化を行うか, 場合分けを行わなければならない問題であると結論付けることができる.

3.2.2-C　考察

Reasoning and proof の第 6 学年から 8 学年の段階では, 主に推理について取り扱うべきであるとされている. 推理は証明を行う前段階として, 数学的に価値づけられるものかどうかを吟味する態度を育てるものとして重要であると言える.

推理を行う場合, 具体例にも多くあったように, 絵を根拠にしても差し支えはない. また筆者も推理の際には具体的にどのような変化が起きているのかを捉えるためにも絵や図を積極的に活用すべきであると考える. なぜなら, 図や表に表してみると, 見かけは違うけれども, そこに表れる構造は同じである, また同じ式で表すことができるといったことが明らかになるからである.

また, 本文中には, 次のような記述もある.

中学年（6 年―8 年）では生徒は, 数学的推論で頻繁に起こる多様な経験をすべきです. ・規則正しさを見抜くためにパターンや構造を考察する ・規則正しさを観察して一般化や推測を公式化する ・推測の価値を見極める ・数学的主張を構成したり価値を見極めたりする

数量の変化についての具体例からも読み取れるように, Standards では推理を通して, 関数的な見方や考え方を育てようとしているとも考えられることから, 我が国の学習指導要領の「数量関係」領域の意図とも通ずるところがある.

3.2.3　Communication（コミュニケーション）

3.2.3-A　目標設定

Instructional programs from prekindergarten through grade 12 should enable all students to—

・organize and consolidate their mathematical thinking through communication;

・communicate their mathematical thinking coherently and clearly to peers, teachers, and others;

・analyze and evaluate the mathematical thinking and strategies of others;

・use the language of mathematics to express mathematical ideas precisely.

就学前から 12 学年までの教育のプログラムはすべての児童・生徒に以下のことを可能にさせるべきである.

・コミュニケーションを通して数学的思考をまとめたり統合したりする

・自分たちの数学的思考を首尾一貫して明瞭に仲間や教師，他の人に伝える

・数学的アイディアと，他のストラテジーを分析し価値を決定する

・数学の言葉を使って，数学的アイディアを正確に表現する

ここでは,コミュニケーション能力そのものについてではなく,コミュニケーションを通して数学的価値を子どもたちがどれだけ味わうことができるかが問題となってくる．人前で大きな声で発表ができることややる気を出して算数・数学に向かうことができるということは確かに意欲として考えられるが，数学的かと言われればそうではない．そのため，ここでは表面的な活動については言及を避けることとする．

2 点目の「自分たちの数学的思考を首尾一貫して明瞭に仲間や

教師，他の人に伝える」は，簡潔・明瞭に事柄を表現することを要求するものである．自分だけが納得していることではなくて，誰が見ても納得できる形にする必要があるということである．それは 4 点目の「数学の言葉を使って，数学的アイディアを正確に表現する」からも読み取れる．コミュニケーションをとる前段階として，他の人に伝えても理解してもらえる状態に自分の考え方を表さなければならないためである．一方的な情報の発信では，受け手により解釈が異なったり，誤って認識されてしまうためである．

1 点目に「コミュニケーションを通して数学的思考をまとめたり，統合したりする」とあるが，これは Standard がコミュニケーションに我が国の問題解決学習で言われる，練り上げのようなものを付与しようとしているためである．しかしながら，実際には文化的な側面から十分にその機能が果たされていないのが実情であろう．(cf.3.2.3-C)

3.2.3-B　具体例

問.　ある長方形があります．縦と横の辺の比は 4：3 で，面積は 300 平方インチです．縦，横の長さはそれぞれ何インチでしょう．

活動は 2 人 1 組で行なわれた．

■　Lee と Randy の発表

L：3×4 が 12.

T：どうして 3×4 をしたの？

R：辺の比が 4：3 だからです.

L：次に 15 は 3 の 5 倍，20 も 4 の 5 倍．かけると 300 になるので，答えは縦 20 インチ．横 15 インチ．

発表を終えた後にクラスからは様々な質問が出された.

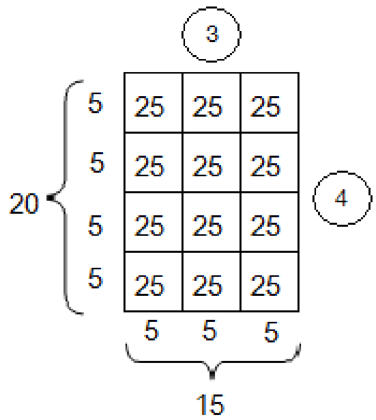
・どうして 12 という数字を求めることができたのか.

・12 が解法にどう影響したのか.

・なぜ 15 と 20 を得られたのか.
・きちんと確かめたのか.

4つ目の問いに関しては，自信満々に返答していたが，それ以外のものに関してはうまく説明できなかった．２人の最終的な結果は正しく，数学的洞察の要素を含んではいたが，目標の 2 点目や 4 点目の観点からみると，不十分な発表であったと言わざるを得ない．そしてこの発表は不十分なものとして片付けられてしまった．しかし，教師の支援でもってこの発表を子どもたちの考え方を広げてみようという考えも欲しいところである.

■ Rachel と Keisha の発表



K：まず，長方形に縦④，横③とラベリングします．しかしこれは辺の比であって，本当の長さではありません.

R：辺の比より，大きな長方形を図のように１２個に分割します．そして，大きな長方形の面積は 300 平方インチなので，小さい正方形の面積はそれぞれ 25 平方インチになります.

（教師の提案で図に 25 を書き加える）

K：小さな正方形の面積が 25 平方インチなので，正方形の一辺は 5 インチ．よって，縦の長さは 5×4 で 20 インチ，横の長さは 5×3 で 15 インチになります.

ここまでの発表で，Lee と Randy の時に生じた混乱が解消された．さらにその後の展開で，
・辺の比が 3：4 ではないときにもこの考え方は有効であるか.
・面積が他の数値であるときにも有効か.

・縦×横が面積を等しく分けることができない場合はどうするのか．

という質問が出され，2 組の考え方だけでなく様々なストラテジーや問題場面を分析し，どの場合にも一般化可能な考え方を調べることになった．

3.2.3-C　考察

Standards では主にコミュニケーションを行う場としてペア学習,グループ学習,クラス全体学習の 3 つの段階を設定している．より少ない人数でコミュニケーション練習を行うことで全体での意見発表を容易にすることができると主張されていた．これは単に自分の考えを口に出して説明する練習であることを指している．そして，この学習スタイルには欠点もある．ペア学習，グループ学習はもとより，クラス内での議論を行う際にすべての子どもが自力解決を行えるわけではないということである．どのような学習でも思考を先導する子どもの存在が大きくなってしまうこともしばしばである．2.2.3-A で述べた文化的な側面とは，アメリカの場合,「リーダー」となる子をつくろうとする傾向が強いからである．Standards の本文でもそのことは取り上げられており，一様にここでの示唆を日本に持ち込むことはできない．そのような背景から，子どもたちの学習環境を保障するためには，それぞれが自力解決を行った上で Communication に挙げられている目標を達成することが望ましいのではないかと考える．

Communication を通して新たに感じたことは，誰が誰とコミュニケーションを行うのか，ということである．基本的には子どもと子ども同士のコミュニケーション，教師と子どものコミュニケーションについて書かれていたが，問題と子ども自身とのコミュニケーションについても，考えていかねばならないと考える．問題と子ども自身のコミュニケーションとは，子どもが問題を自分の問題として捉えられるかどうかということである．

3.2.4　Connections（結びつき）

3.2.4-A　目標設定

<table><tr><td>Instructional programs from prekindergarten through grade 12 should enable all students to—
・recognize and use connections among mathematical ideas;
・understand how mathematical ideas interconnect and build on one another to produce a coherent whole;
・recognize and apply mathematics in contexts outside of mathematics.

就学前から 12 学年までの教育のプログラムはすべての児童・生徒に以下のことを可能にさせるべきである．
・数学的アイディアの中で結びつきを認め，使用すること
・数学的アイディアが他のものから首尾一貫したもの全体を作り上げるためにどのように相互に結びつき，何が何を基にしているかを理解すること
・数学以外の文脈に数学を認め，応用すること</td></tr></table>

数学において，学習の内容に結びつきを認めることにより，どのような影響があるのかを考える．前提として，子どもたちが「結びつき」を期待できるという態度を育てておくことが必要である．子どもたちにとって，日々の学習を積み重ねていくということは膨大な量の知識や技能を取り入れていくということである．そのため，結びつけて考えるという捉え方がなければ，獲得された知識や技能は孤立した状態のものとなってしまうのである．知識や技能が孤立したままの状態であれば，獲得した知識や技術を基にして，何か新しいものを生み出そうという風にはなりにくいと考える．

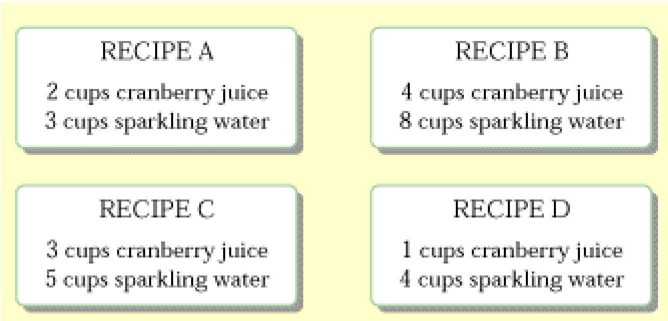
アメリカの場合，小学校の段階から教科担任制をとっている．そのため，数学を担当している教師が他の教科の事例を用いるこ

とや，他の教科担当の教師との連携を重要視している．数学として与えられたものだけを数学的に考えるのではなく，それ以外の文脈にも数学的な考え方を用いることが求められているのはそのためであるとも考えられる．

3.2.4-B　具体例

【　Making Punch：小学校 6 年生程度　】

問．Southwestern Middle School Band がコンサートを主催します．第 7 学年のクラスは軽い飲食物の係です．出される品目の一つはパンチです．学校のコックは生徒にスパークリングウォーターとクランベリージュースの 4 つのレシピを渡しました．



1　クランベリーのフレーバーが強いパンチを作るにはどのレシピですか？あなたの答えを説明してください．
2　クランベリーのフレーバーが弱いパンチを作るにはどのレシピですか？あなたの答えを説明してください．
3　バンドのディレクターは 120 杯のパンチが必要だと言いました．それぞれのレシピでは，それぞれ何杯のクランベリージュースとスパークリングウォーターが必要ですか？あなたの答えを説明してください．

生徒の活動

問題 1・2 の活動では下記のような手段がとられた．

①　全体分のクランベリージュースの量の比較を行う

②　スパークリングウォーター分のクランベリージュースの量の比較を行う.

これらの活動を行った上で，その手法が妥当であったかを確認し，問題 3 の解決に臨むこととする.

問題 3 について，グループごとに行われた活動を見る.

レシピ A

1 つのレシピで 5 杯のパンチが作れる（ジュース 2 杯+ウォーター3 杯）ことから，120 杯作るには，5 杯で 1 組と考えると，24 組分のレシピが必要となる．よって，

ジュース　　2×24＝48

ウォーター　3×24＝72

レシピ B

レシピから，ジュースとウォーターは 4 : 8 の比であるので，1 : 2 とすることができる.

120＝40+40+40（ジュース 40 杯，ウォーター80 杯が必要）と分解できる．これははじめの比 1 : 2 を保存していると言える.

レシピ C

はじめに，レシピを 2 倍にしてみたが，当然足りなかった.

さらにもう一度足してみたのだが，全然足りていないので，合計が 120 になるまで表を書き続けた.

Cups of juice	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36	39	42	45
Cups of water	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75
Cups of punch	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	88	96	104	112	120

結果，ジュース 45 杯，ウォーター75 杯が求められた.

レシピ D

ジュースが何杯いるかについて，さまざまな数値で試した．このとき，ウォーターがジュースの 4 倍必要であることも利用する.

ジュース 20 杯のとき…20×4＝80　合計 20+80＝100

ジュース 30 杯のとき…30×4＝120　合計 30+120＝150
求める値はジュース 20 杯から 30 杯の間にあると言える.
ジュース 25 杯のとき…25×4＝100　合計 25+100＝125
ジュース 24 杯のとき…24×4＝96　合計 24+96＝120

3.2.4-C　考察

具体例として取り上げた「making punch」の問題では，部分，比，割合，操作，大小比較，基準の設定，数感覚，パターンなどの数学的アイディアを用いている．この学習を行う以前からの数学的アイディアを用いることで，比の変化や一次関数の土台となり，今後の学習の基礎となる，とされていた.

確かに，すべてのレシピで求め方は異なっていたが，考え方に共通性を見出したり，レシピが異なっても同様の考え方で解決できるのかといった部分まで言及が欲しいところである．また，結びつきといっても，アイディアの内容そのものが一つの学習の中に様々に盛り込まれているという程度であった．目標では数学的アイディアの一貫性などにも触れられていたが，今回の具体例では読み取ることができなかった.

Connection に近い言葉として Relation が挙げられる. Relation はある事柄とある事柄の間の関係を表す言葉である．Connection にも同様の意味があるが，加えて他のものによって影響を受けたり，引き起こされたりするという意味がある．Standards では，Connection の対象を数学的アイディアとわざわざ指定していることからも，筆者の「結びつき」と Standards で言われる Connection を同列に扱うことは難しいと考える.

3.2.5　Representation（表象）

3.2.5-A　目標設定

Instructional programs from prekindergarten through grade 12 should enable all students to—

・create and use representations to organize, record, and communicate mathematical ideas;

・select, apply, and translate among mathematical representations to solve problems;

・use representations to model and interpret physical, social, and mathematical phenomena.

就学前から 12 学年までの教育のプログラムはすべての児童・生徒に以下のことを可能にさせるべきである．

・組織化したり，記録したり，数学的アイディアをコミュニケーションするために，表現を創造したり，使用すること

・問題解決のために数学的表現を選択し，応用し，わかりやすく説明すること

・モデル化するための表現を使ったり，自然法則や社会，数学的事象を解釈したりする

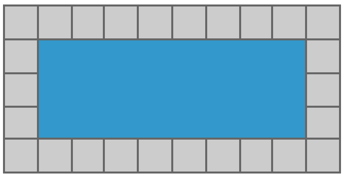
表象は算数・数学の学習の中心を担うものである．表象は問題解決とも密接に関わっている．表象を行う目的は「組織化したり，記録したり，数学的アイディアをコミュニケーションするため」である．またその前段階として，自分たちの考えを明らかにする活動であることに他ならないと言える．考えというものは，観察可能な状態になってはじめて他の人に伝えるという手段がとれるものである．また障害なく伝えるためには，自分だけが納得できるものと，他の人にも自分の考えが正しく伝わるものとでは，表現方法も変化するであろう．つまり，表象するものや仕方を選択する必要があるということである．

表象には，絵や図をはじめ，言葉での表記や形式化したもの，表やグラフを用いることなど，さまざまな様式を挙げることができる．Standards では，数学内だけの学習に数学を用いるのではなく，自分の周りにあるもの，環境を構成している様々な事象に対し，数学的な考え方を用いて解釈しようとしている．これは representation だけの項目に限ったことではなく，ほぼすべての項目で言われていることだが，他の学び方を促進する上でも，この表象という活動は極めて重要であると言える．表象を行うことによって，推理の道筋を明確にしたり，問題の把握に役立つと言える．またコミュニケーションを円滑に進める上でも，重要なツールである．

3.2.5-B　具体例

【　プールのタイル：中学校 1 年生程度　】

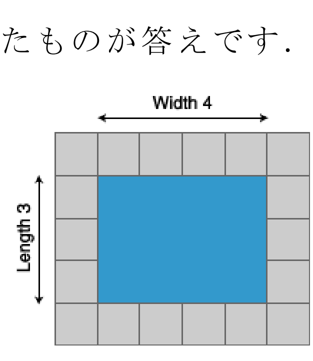
問）　長方形のプールをセラミックのタイルで回りを囲みます．



プールの面積が変化することで，タイルの数はどのように変化しますか．

I　タイルの数の公式は $T=2(L+W)+4$ です．私は表に L と W と T の列を設けました．いくつかの絵を描きました．そして絵のタイルを数え，表に数を書き込み，パターンを探しました．いつも縦と横の和を 2 倍して 4 をたしたものが答えです．

Pool Length	Pool Width	Number of Tiles
1	1	8
2	1	10
3	1	12
3	2	14
3	3	16
3	4	18



Ⅱ　私はいくつかの絵を描いて，このパターンを見ました．上の辺とは $L+2$ 個のタイルが必要で，下の辺も同じ数です．そして，左と右の辺にそれぞれ W 個のタイルが必要です．すべてを足して，必要なタイルの個数は $T=2(L+2)+2W$ です．

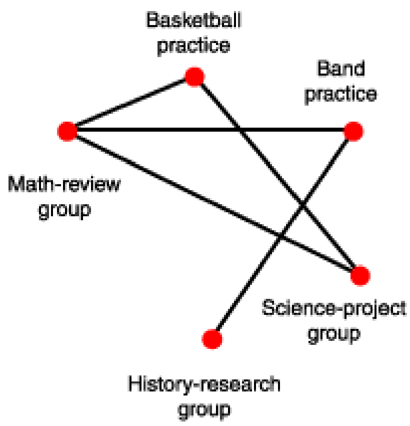
Ⅲ　私は心の中で想像しました．はじめにプールのそれぞれの角に１つずつタイルを置きました．そして上と下に L 個のタイルが，両側に W 個のタイルが必要です．すべてを足すと，必要なタイルの数は $4+2L+2W$ です．

Ⅳ　長方形（プール＋タイルの縁）の全体の面積からプールの面積を引いたものを見つけることで，必要なタイルの個数を見つけることができます．プールとデッキの面積は $(L+2)(W+2)$ です．プールだけの面積は LW です．すべてを一緒にすると必要なタイルの個数は $(L+2)(W+2)-LW$ です．

ⅡとⅢは周囲のタイルの数の変化に着目しているが，分解の仕方に違いがある．またⅣは面積に着目しているが，求めた式を整理するとどれもⅠになることが分かる．アプローチの方法は様々であるが，どれも課題を捉え，式に意味を付与したものとなっている．

－　vertex-edge グラフを使って　－

問）　ここに
①Math-review
②History-research
③Science-project
④Basketball practice
⑤Band　practice
の５つのグループがあります．



生徒はこの中の 1 つだけに参加しているわけではなく，複数に参加している生徒もいます．活動の予定表を組むために，どれにも必ず参加できるようにするためには，どのような予定を立てればよいでしょう．

この問題で課題となるものは，モデル化するときに事象を抽象化することである．そのために，右図が用いられる．グループを●で表し，線はどちらにも所属している生徒がいることを表している．これには所属している生徒の人数は必要ではないので，こういった図に表すことができる．この図の代表例としては電車やバスの路線図が挙げられる．路線図は駅と駅がどのようにつながっているかが問題であって，距離や地形との関係は捨象してもよいものとなる．

3.2.5-C　考察

書き表すということは，自分の考えを整理して，観察可能な状態にしなければならない．自分がどのように課題を捉えているかを明らかにするものでもある．プールの問題では 4 つの解決がなされたが，最終的にはすべて形式化された形で表され，式変形することですべてが同値ことを表現することができているということが読み取れる．表象することで，それまで見えていなかったものが見えるようになったり，考察のきっかけとなったりするのである．

学習の中で，表象すること自体を形式化してしまっているのではないかと，筆者は懸念している．子どもたちは何のために「書き表してみよう」という声かけに反応して，ノートに図や表を書いているのだろうか．この問題ではこの図を使う，といったようにやらなければならないこととして表象が捉えられてしまうのは，果たして数学的な活動であると言えるのだろうか，とも感じる．
さまざまな表象は，例えば立式の根拠となったり，変化の裏付け

となったりするものであるべきではないのだろうか．子どもたちの思考において絵を描くことや図や表を用いることを義務化するのではなく，思考を助け促進するものとして，子どもたちに表象をとらえさせる必要を強く感じた．

3.3　Standards から得られた教育的示唆

3.1 でも述べたように，Standards には，学習の内容と学び方についての記述がある．現在，学習指導要領では，内容の系統性や学習の連続性という言葉だけで，具体的にどのようなことを指しているのかを明らかにすることはされていない．学び方といっても，そこには一人一人の子どもたちがいるため，個々の実態を無視することはできない．しかし，教師の勝手な思い込みで学習を進めることにも危険がある．

Standards を研究の対象としたのには，学び方についての目標がしっかりと設定されているという点が大きい．小中接続という漠然とした課題に，筆者は「学び方」，ひいてはそれを支える教師の教材分析への視点の重要性を提案したいのだ．子どもたちに「算数的な考え方」や「算数的なアイディア」を活用した教育を行おうと考える場合，現在の学習指導要領は Standards から学ばなければならない点が多く見受けられる．

それは以下の点である．

1：学習の内容，子どもたちの学び方つまり教授の方法ともに視点が必要であること．

2：教材の価値づけを行う際に，何を目的とするのかを教師が捉えておくこと．

3：子どもたちに数学的価値をどう伝えていくかということ．

4：領域を独立させるのではなく，結びつけて考えるとはどういうことなのかを，教師自身も考えること．

これらの 4 点は本研究の小中接続を考える上で，重要なものとなると考えられる．

第 3 章の要約

第 3 章では，Standards の分析から，算数・数学教育に対してどのような視点が必要となってくるかについて明らかにした．Standards は学習の内容と指導原理をあわせてカリキュラムとしているところに検討の価値があると判断し，第 3 章で分析を行った．

その結果，

1：学習の内容，子どもたちの学び方つまり教授の方法ともに視点が必要であること．

2：教材の価値づけを行う際に，何を目的とするのかを教師が捉えておくこと．

3：子どもたちに数学的価値をどう伝えていくかということ．

4：領域を独立させるのではなく，結びつけて考えるとはどういうことなのかを，教師自身も考えること．

という 4 点の課題を明らかにすることができる．

これは 5 項目に及ぶ指導原理の目標および具体例の考察から得られた結果である．

第 4 章

パターンに着目した「見方・考え方」の創造

本章ではパターンに着目した新たな「見方・考え方」を明らかにする．

4.1 では本研究や算数・数学教育で用いられる構造と，数学的構造の違いを明らかにする．4.2 ではパターンによる「見方・考え方」が教材に対し有効なものであるかを明らかにする．さらに 4.3 では 3 つのパターンを導出し，4.4，4.5,4.6,においてその事例を示す．4.7 ではパターンにどのような価値があるかについて検証する．

第 4 章　パターンに着目した「見方・考え方」の創造

4.1　数学的構造と算数・数学に見られる構造

数学的構造とは，集合にあるいは圏の対象に構造を決めることで，その構造に対する順同型が構造を保つ写像として定義されるものである．数学の扱う対象は，基本的にはすべて構造として表すことができる．数学的構造の例としては，順序的構造，代数的構造，位置的構造があり，実数はこの 3 つの構造すべてを有している．そのため実数は全順序構造であり，対であり，距離空間であるといえる（杉山他）．

一方で本研究や多くの算数・数学教育で用いられる「構造」は厳密性が要求される数学的構造を指している言葉ではない．本研究では教材内容を取り上げて，その内容の要素を構成するものを構造と呼ぶ．またその構造はいくつかの場面において共通にみられるものであり，構造というからには，単体で存在するものではない．また構造の捉え方は柔軟なものであり，本研究で対象とする構造はそこにどのようなきまりがありそうかを明らかにする程度のものである．しかし，子どもたちにとって構造を明らかにすることは容易なことではないため，構造を捉えるとはどういうことを指すのかについて，4.3 以降で詳述する．

4.2　教材の分析とパターンによる「見方・考え方」の重要性

小中接続を行うにあたり，算数・数学教育における内容の系統性だけでなく,「見方・考え方」の指針が必要であることが明らかとなった．第 2 章でも述べたが,「見方・考え方」を保証しようとする動きは昭和 33 年の学習指導要領改訂で数量関係領域が設定された背景にも見られるように，従来から重要とされてきたものであった．しかし，現在では「見方・考え方」という表面上の言葉ばかりが独り歩きをしている状態であるとも言える．昭和 33 年の改訂では，数量関係領域を設けることで他の 3 領域を「関数的な見方・考え方」で統合しようと考えらえていた．ところが，

現在の状況はその趣を大きく変え，他の 3 領域を統合するという考えが薄れ，平成 20 年度版の中学校指導要領では，これまで数量関係領域とされていた領域が，関数と資料の活用とに分けられてしまってさえいるのである．

本研究で提案するパターンは算数・数学的つながりを内容の系統性だけではなく，事柄を抽象化することで保証しようというものである．パターンとしてみなす過程を通して，他の単元や他の領域との共通点を見出したり，内容が拡張されていくこと，内包されていくことを子どもたち自身が経験し活用できるようになってもらいたいと考える．

「見方・考え方」自体は内容の系統性のように「こうである」と示してしまうことはできない．それは,「見方・考え方」自体は個人の中に存在するもので,観察することができないためである．それでも,「パターン」を用いて,「見方・考え方」を考えていくことは,「数学的な見方・考え方」の一つの側面として，示唆を与えられるものになるのではないかと考える．

また，教材を分析するという立場からも，パターンの重要性が指摘できる．教材を分析する際何をもって分析するか，その視点の一つとしてパターンを用いることができると考える．教材を分析することで教材の持つ本質を明らかにしようとするとき，やみくもに教材にあたっても何も見えてはこない．教材をある視点でもって俯瞰したとき初めてその特性が明らかになるのである．またその視点は複数あることも忘れてはいけないものである．

4.3　パターンの導出

パターンを導出するにあたり，まずは教科書を参考にした．算数・数学の学習において，どのような活動が求められているかを明らかにするためである．

まず一つ目に，数の構造に着目した．小学校では十進位取り記数法によって数の表記や筆算の活用についての学習が行われる．

1の次には必ず2がくること，数が順に大きくなることから学びはじめ，どんなに数が大きくなってもその数に1を足したものも数としてみることができる．複数の事柄を一つの集合として見たときに,その集合の中に大小関係があると認められることである．また，数だけでなく，量においても大小関係を明らかにすることができる．このようにある集合について大小関係つまり順序が認められることを目的とした活動が求められると言える．

二つ目に，形式化を行うことに着目した．顕著にみられるのは四則演算について,1年生から6年生までに学習した整数,小数,分数について，どの四則演算も同様に考えることができること．また加法・乗法では交換法則や結合法則が成り立つことなどを，■や▲を使って表現すること．また求積公式などを求めることも形式化の一つと考えてよいだろう．形式化を行うことで，具体的な場合以外にもその考え方が適応できることを明らかにする活動が求められている．

三つ目に，図形の性質に着目したとき，どのような図形も図形の決定条件によって分類されるということである．例えば，三角形は3つの頂点があり，3辺を有する平面図形である．点が4つになれば三角形ではなく，四角形と呼ばれるようになる．またこのような決定条件が分類以上に必要となってくるのは作図を行う場合である．同じ図形を作図する場合，その作図に対し要求される最低限の操作は辺の長さや角の大きさに依存するものではない．これらのことから普遍であることは何かを明らかにすることを目的とした活動が求められていると考える．

以上の3点から，順序性を求めること，形式化を求めること，普遍性を求めることが活動として要求されていると考える．そしてこれらの活動を支える「見方・考え方」として，

・順序性のパターン

・形式化のパターン

・普遍性のパターン

が挙げられる．これらの 3 点は教材の構造の捉え方となるものであり，教材には様々な構造が結びつき合って成立しているものであることから，これらのパターンが独立してはたらくとは限らない．

4.3.1　順序性のパターン

順序性のパターンの特徴として次の 3 点がある．

Ⅰ）まとまりが認められること
Ⅱ）まとまりの中に大小関係が成立すること
Ⅲ）大小関係を表す対応関係がみとめられること

対象となる事柄を集合として見た時に，初めて事柄を数学的価値から吟味することが可能になる．順序性のパターンは難しいものではなく，小学校の 1 年生，それも早い段階から用いられている「見方・考え方」である．ここに 1-2-3-□-5-6-がある．□には何が入るかと問われれば，誰もが「4」と答えるであろう．これは 1-2-3-□-5-6-を単に記されたものとしてではなく，無意識のうちに整数を 1 から並べて書いているものであると認めているためである．さらに当然のこととして□に「4」が入ることを認められるのは，隣り合う数字の差が 1 であると考えるまでもなく，この順序性のパターンとして認められるためである．

しかしながら，算数・数学の学習内容の難度が増したり，それまでに認めたことのないものがあらわれたとき，必ずしもそこに順序性を認められないかもしれない．しかし，順序性のパターンを用いて事柄を分析することによって，新たなまとまりとして認めることができるのである．

順序性のパターンの特徴に「Ⅲ）大小関係を表す対応関係が認められること」とあるが，これはまとまりとして見た時に演算可能であることを表している．このことから，順序性のパターンは独立して存在するのではなく，形式化のパターンや普遍性のパタ

ーンとともにはたらくものであると言える.

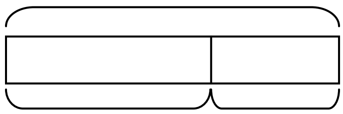
順序性のパターンで教材を見るとはどういうことであるかについては，4.4 順序性のパターンの事例で詳述する.

4.3.2　形式化のパターン

形式化のパターンの特徴として次の 2 点がある.

Ⅰ）課題ごとの条件に依存しないこと
Ⅱ）2 つ以上のもので同一の性質が明らかにできること

形式化をすることは算数・数学の活動のなかでも頻繁に行われることである．パターンの導出の際には四則演算に着目したが，形式化は演算に限られたことではない．例えばテープ図や数直線なども形式化を行うものであると言える．



テープ図に表すことは，問題がテープの長さであろうが，花の本数であろうが，人数であろうが道のりであろうが場面そのものとは関係ないのである．どの場合にもテープ図に表すことで全体と部分の関係として捉えることができる.

しかし，形式化を行うということは，どのような場合にも成り立つことが要求される．その場だけのものでは形式化されたということはできないのである．そのため，扱う問題によっては場合分けが要求されることもあるであろうし，使用できる範囲を限定しなければならないものも出てくるであろう．3.2.2-B で見たジオボードの線分の問題などはその例である.

形式化のパターンでは条件が変化しても変わらないものを表すことができる．すなわち普遍性が認められることも同時に要求されるのである．また形式化はどの場合でも成り立つことが要求されると言ったが，小学校や中学校の間では，なかなかその範囲を明確に表わすことは困難であると考える．そのため数学的な妥協も必要ではあるが，学習を進めることでその範囲が広がりを見せ

るものかを形式化のパターンを用いて捉えることの方が重要であると考える．

4.3.3　普遍性のパターン

普遍性のパターンの特徴として次の点がある．

Ⅰ）場面に依拠する事柄が捨象されていること
Ⅱ）構造の条件となり得るもの

普遍性を求めることは,構造の条件を明らかにすることである．そのため，構造を明らかにすると言っても，中には捨象されても何の影響のないものと，捨象してはならないものが存在する．普遍性を求める場合には，絶対に捨象してはならないものを明らかにする必要がある．またその命題がどうして成り立つのかを証明する根拠となり得るものである．

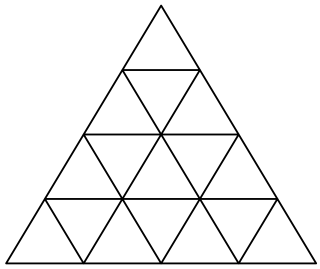
例えば，図形の領域で平成 20 年度の学習指導要領には改めて拡大図・縮図が位置づけられた．この単元では，拡大図・縮図を単に作図できることをねらっているわけではないことは明らかである．普遍性のパターンから見ると，この教材は相似の関係にある図形の性質を明らかにすることを必要としているものであると言える．

算数や数学で扱う問題は答えが一つしか出ないから好きだという人も多いであろう．しかし，その答えはどんな価値をもっているのだろうか．普遍性のパターンを考えるとき，パターンに着目することで答えが求められることを目的とするのではなく，どうしてその答えが妥当であるのかを明らかにする場合に用いるものである．その答えが一体何を表しているのかを明らかにすることに重点を置いて考えたい．

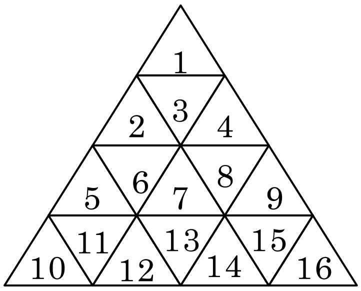
4.4　順序性のパターンの事例

4.4.1　三角形の並べ方

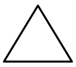
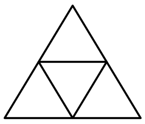
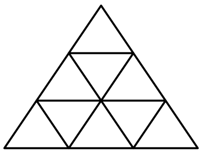
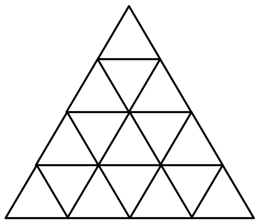
小さな三角形を図のように上から並べていきます.
6 段並べるとき，小さな三角形は何個必要ですか．また 15 段並べるときには，小さな三角形は何個必要ですか.

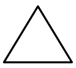
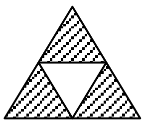
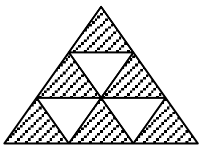
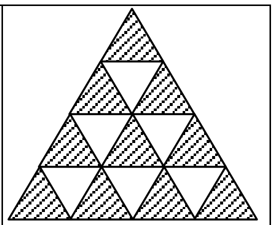


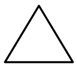
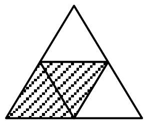
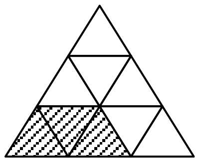
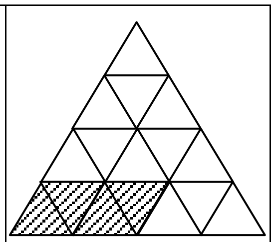
＊実際に数えてみる



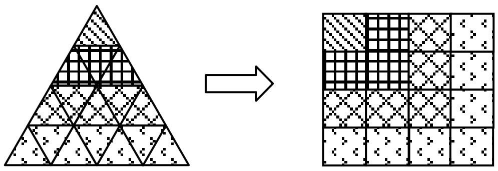
＊並べ方を数え上げてみる

			
1 段目	2 段目	3 段目	4 段目
1	1＋3	1＋3＋5	1＋3＋5＋7

			
1 段目	2 段目	3 段目	4 段目
△＋▽＝1+0	（1+2）+1	(1+2+3)+(1+2)	(1+2+3+4)+(1+2+3)

			
1 段目	2 段目	3 段目	4 段目
1	1+(2+1)	1+(2+1)+(3+2)	1+(2+1)+(3+2) +(4+3)

＊並べ方を工夫してみる



1 段目	2 段目	3 段目	4 段目
1×1	2×2	3×3	4×4

数え方は様々であるが，どの数え方でも，三角形の個数は表のように増えていくことが分かる．

段数	1	2	3	4	5	6
三角形の個数	1	4	9	16	25	36

4.4.2　宝物の重さ

みほさん，さえみさん，りょうくんの 3 人は，宝物さがしをしました．きれいな青色の石を 3 つずつ見つけることができました． 係りの人に重さを測ってもらうと， 14g　39g　36g　12g　24g　21g　42g　30g　18g でした．でも，うっかり係りの人が 3 人の見つけた宝物を一つの容器に入れでしまったので，どれが誰のものか分からなくなってしまいました． 係りの人は「みほさんの宝物の重さは全部さえみさんの宝物の重さの 2 倍だった」と教えてくれました． りょうくんの見つけた宝物の重さが何 g のものだったのでしょう．

分かっていることは，

- 宝物の重さがそれぞれ 14g　39g　36g　12g　24g　21g　42g　30g　18g ということ
- みほさんの宝物の重さは全部さえみさんの宝物の重さの 2 倍だったということ

です．まず宝物の重さを軽い順に並べてみると

12g　14g　18g　21g　24g　30g　36g　39g　42g

となります．2 つ目の条件から

（みほさんの宝物）＝（さえみさんの宝物）×2

ということが言えるので，2 倍になっている数を結んでみると

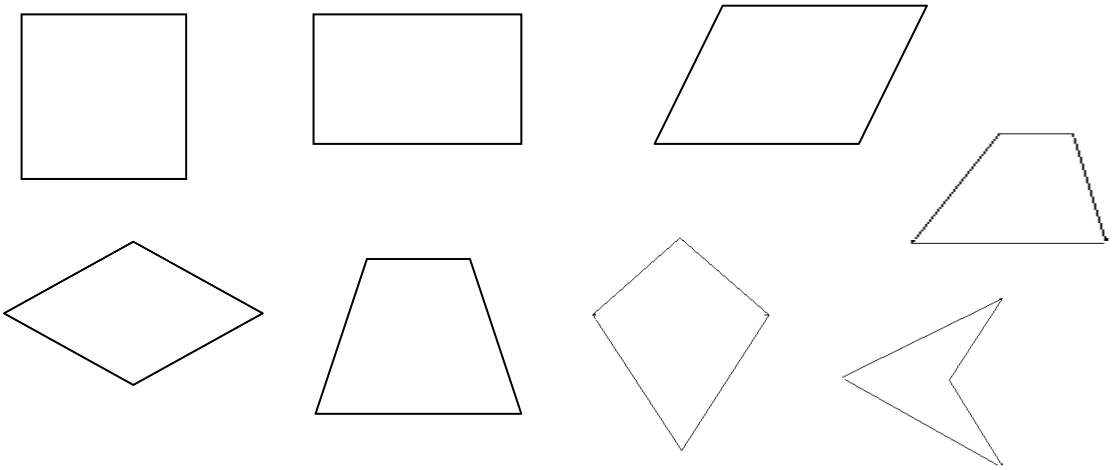
12g　14g　18g　21g　24g　30g　36g　39g　42g

となる．よって，りょうくんの見つけた宝物の重さは 14g 30g 39g のものであったことが分かる．

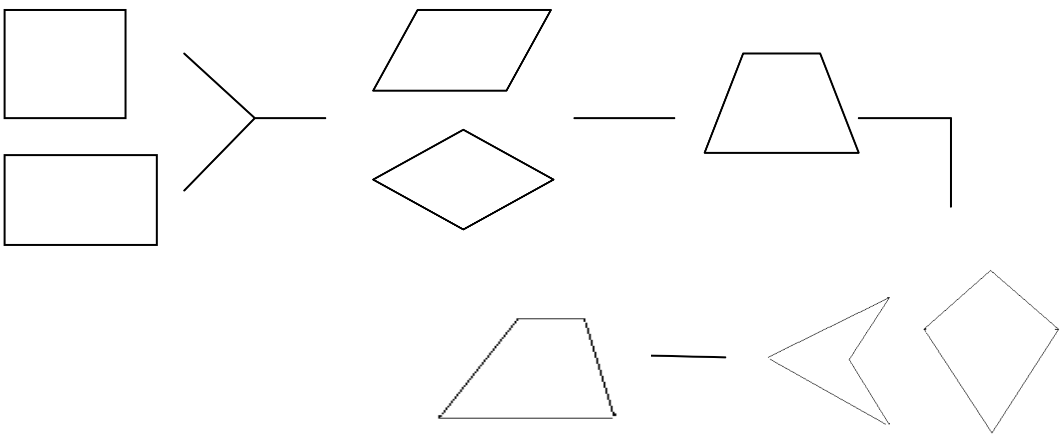
順序性のパターンでは，並べ変えることでその後の思考を補助するものとなる場合があると考えられる．

4.4.3　なかまづくり

6 年生までに，四角形について
・正方形　・長方形　・平行四辺形　・ひし形　・等脚台形
・台形　・たこ形　・くさび形
を勉強しました．6 つはすべて四角形ですが，それぞれに特別なきまりをもっていました．どんなきまりでなかまとしてむすぶことができますか．



例：角度の制限を緩めていく



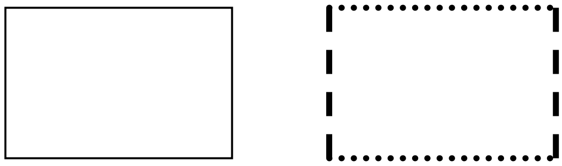
　順序性のパターンでは，4.4.2 でもあったように，自分で並べ替えるということが要求される．この問題では他にも平行な辺の組みや辺の長さなどでも検討できる．並べることによって，新たな発見ができたり，他の並べ方の検討が要請されたりすることもある．

4.5　形式化のパターンの事例

4.5.1　長方形の面積

長方形の面積の求め方はたて×横で求められました． 長方形の周の長さが 200 ㎝のとき，一番面積の大きくなる長方形のたての長さと横の長さはそれぞれ何㎝になりますか．

長方形の周の長さが 200 ㎝である



長方形は向かい合う辺の長さが等しいので

２×たて＋２×横＝200

と言える．

このことから，たての長さと横の長さの合計は必ず 100 になる．

では辺の長さを変えると面積がどのように変わるかを見てみる．

たての長さ（㎝）	横の長さ（㎝）	長方形の面積
20	80	20×80＝160
30	70	30×70＝210
40	60	40×60＝240
50	50	50×50＝250

かけ算はかけられる数とかける数を入れ替えても答えは同じであるので，50×50 の近辺での検証を行っておく．

51×49＝249

52×48＝246

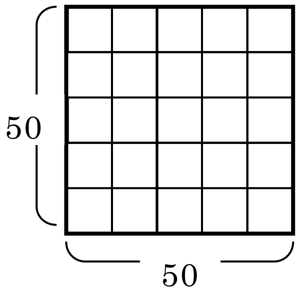
これらのことから，おそらく一番面積が大きくなるのは辺のたての長さが 50 ㎝，横の長さが 50 ㎝の長方形，つまり正方形の場合であると考えられる．

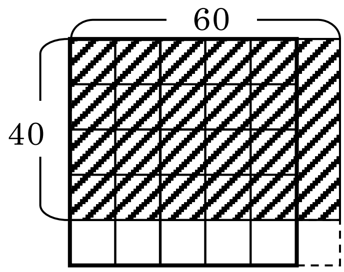
　つまり，面積を求める場合辺の長さの合計が一定ならば正方形の場合が一番面積が大きくなるであろうと予測される．

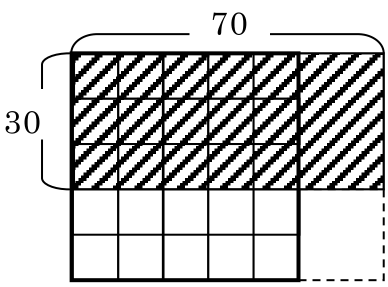
　では次に，そのことが常に正しいかどうかを明らかにする．

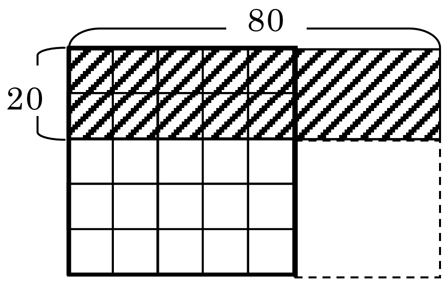
どうして正方形の場合が一番面積が大きくなるのかについて，図をもとに検証する.

たての長さ（㎝）	横の長さ（㎝）	長方形の面積
50	50	50×50＝250
40	60	40×60＝240
30	70	30×70＝210
20	80	20×80＝160









50×50 を基に考えると，それぞれの面積は 50 から■㎝ずつ増減したとき，50×50 の値よりも，■×■ずつ値が小さくなる.
つまり今回の問題は
（50－■）×（50＋■）＝50×50－■×■
とすることができ，50×50 の値が一番大きくなるのは，■＝0 の場合である.
このことから，一番面積が大きくなるのは辺のたての長さが等しいとき，つまり正方形の場合であると結論付けられる.

4.5.2　奇数＋偶数のきまり

奇数＋偶数をすると，どのような数になりますか．

奇数	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21	…
偶数	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	…

　これまでの学習から，

奇数…2 で割ると 1 あまる数

偶数…2 で割り切れる数

であることを学習した．

　具体的に奇数＋偶数について，考えてみる．

2+3＝5　　3+4＝7　　4+5＝9　　5+6＝11

3+6＝9　　15+8＝23　　7+2＝9

いつでも，答えは奇数になりそうである．しかし，すべての数で調べたわけではないので，答えが奇数になりそうだということしか言うことができない．

では，奇数＋偶数＝奇数となることを図で明らかにすることができれば，予想したことが正しいと言える．

ではまず，3+4 について考える．

3 を●●●，4 を●●●●とすると，

3+4＝●●●＋●●●●

　＝●　●●　●●　●●

さらに，7+2 で考えると，

7+2＝●●●●●●●+●●

　＝●　●●　●●　●●　●●

奇数は○●●　●●　●●　●●　…として表すことができ，偶数は●●　●●　●●　●●　…としてらわすことができる．

　奇数と偶数をたすと，その答えは 2 つずつの組でまとめられるものとあまりが 1 つできるので，いつでも，奇数＋偶数＝奇数となると言ってよい．

4.6　普遍性のパターンの事例

4.6.1　247125 が 3 の倍数であるか

問．247125 は 3 でわり切れますか？
（各位の数の和が 3 の倍数ならば，その数も 3 の倍数となる）

247125÷3＝82375 で割り切れる．

3 で割り切れるかどうかはどのように判別することができるだろうか．

3 で割り切れる数をいくつか集めてみる．

12÷3＝4	15÷3＝5	18÷3＝6
21÷3＝7	24÷3＝8	27÷3＝9
30÷3＝10	33÷3＝11	36÷3＝12
	42÷3＝14	45÷3＝15

3 桁ではどうだろう

111÷3＝37	123÷3＝41	234÷3＝78
	213÷3＝71	243÷3＝81
	321÷3＝107	324÷3＝108
		423÷3＝141

　よく見てみると，2 桁の数字も 3 桁の数字もそれぞれの位を足すと 3 や 6 や 9，つまり 3 の倍数になっている．

3 で割り切れる数にはどんな仕組みがあるのか，423 で考えてみよう．まず，数を分解する．すると，423 は

$$\begin{aligned} 400 &= 100 \times 4 \\ 20 &= 10 \times 2 \\ 3 &= 1 \times 3 \end{aligned}$$

とすることができる．

の中をみてみると

$$
\begin{array}{rcccccl}
400 & = & (99+1) & \times & 4 & = & (99\times 4)+4 \\
20 & = & (9+1) & \times & 2 & = & (9\times 2)+2 \\
3 & = & 1 & \times & 3 & = & 3
\end{array}
$$

99 も 9 も 3 の倍数であるので，4，2，3 を足したものが 3 で割れれば 423 が 3 で割り切れると言える．（4+2+3＝9＝3×3）

247125 についても，同様に考えてみる．

$$
\begin{array}{rcrcrcrcr}
200000 & = & 100000 & \times & 2=(& 99999+1)\times 2 & = & 99999\times 2+2 \\
40000 & = & 10000 & \times & 4=(& 9999+1)\times 4 & = & 9999\times 4+4 \\
7000 & = & 1000 & \times & 7=(& 999+1)\times 7 & = & 999\times 7+7 \\
100 & = & 100 & \times & 1=(& 99+1)\times 1 & = & 99\times 1+1 \\
20 & = & 10 & \times & 2=(& 9+1)\times 2 & = & 9\times 2+2 \\
5 & = & 1 & \times & 5=(& 1)\times 5 & = & 5
\end{array}
$$

2＋4＋7＋1＋2＋5＝21＝3×7　となるので，247125 も 3 で割り切れる．

このことから

それぞれの位を足したものが 3 の倍数ならば，

その数も 3 の倍数である

ことが分かる．

また変形した形に注目すると，

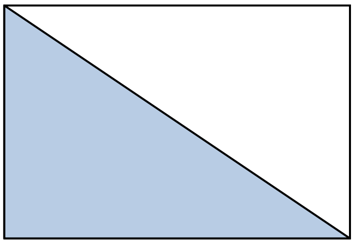
それぞれの位の数を足したものが 9 の倍数ならば，

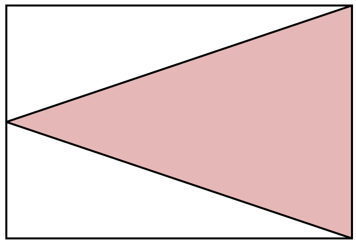
その数も 9 の倍数である

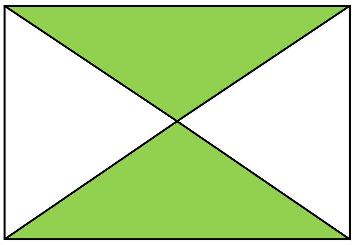
と言える．

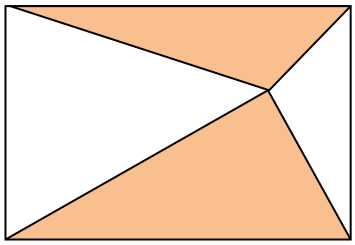
4.6.2　三角形の面積

長方形のたてと横が何cmかは分かりませんが，たてと横の長さが同じ長方形があります．
色の付いている三角形の大きさが一番大きい図形はどれでしょう．

①


②


③


④


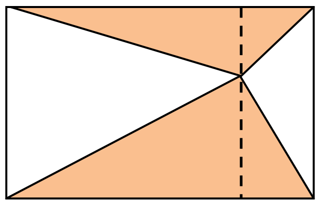
＜活動例１＞

具体的な数値を入れて考える．たてを４cm，横を５cmとすると，

① ５×４÷２＝10

② ４×５÷２＝10

③ ちょうど真ん中で交わっているので
(５×２÷２)+(５×２÷２)＝10

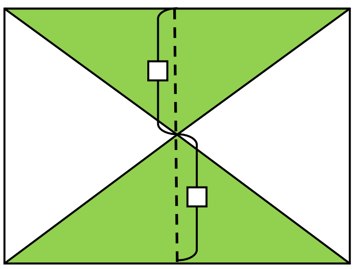


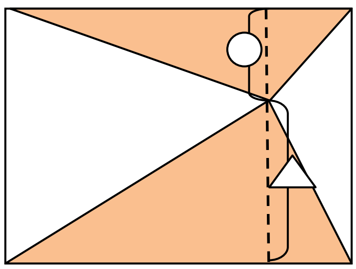
④ 上の三角形の高さを１cm, 下の三角形の高さを３cmとすると，

(５×１÷２)+(５×３÷２)＝10

①～④より，すべて同じ大きさ．

＜活動例２＞





たての長さを■，横の長さを●とすると，

① ■×●÷2

② ●×■÷2＝■×●÷2

③ ●×□÷2×2＝●×(□×2)÷2

□×2 は■と等しいので，

●×□÷2×2＝●×■÷2

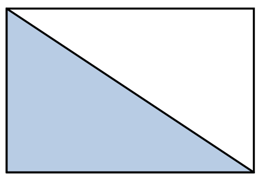
④ ●×○÷２+●×△÷2＝（○+△）×●÷2

○+△は■と等しいので，

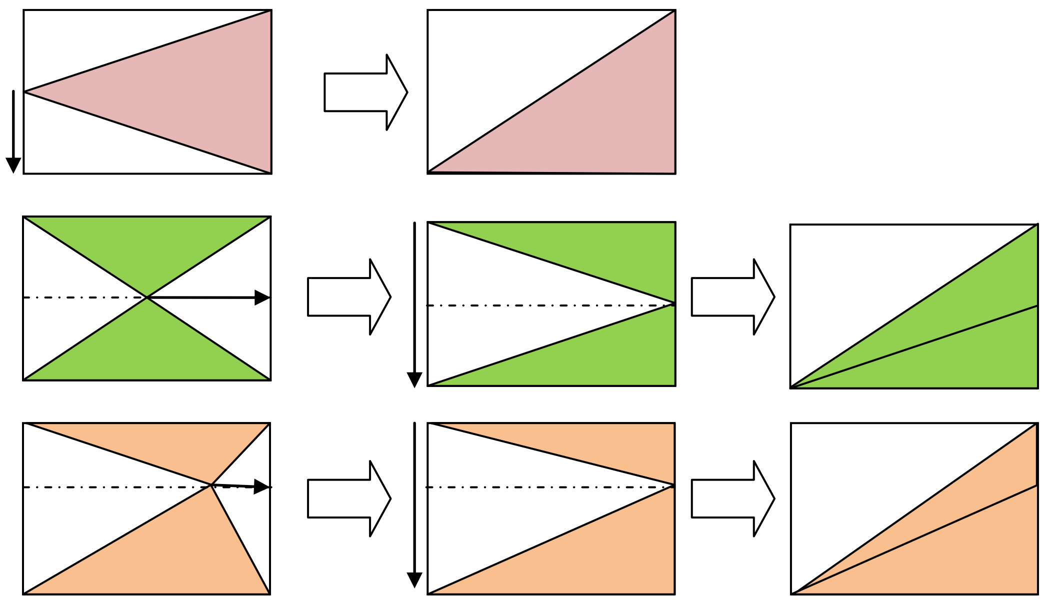
● ×○÷２+●×△÷2＝■×●÷2

すべて■×●÷2 となるので，大きさは等しい．

＜活動例 3＞



三角形は底辺の長さと高さが同じならば，面積の大きさは変化しないことを利用する．



4.7　「見方・考え方」としてのパターンの価値

4.7.1　表象におけるパターンの価値

パターンに着目して「見方・考え方」を表象することは重要な示唆を与えるものである．1 つ目はパターンとして表されたものは，個人内でのみ機能するものではないということである．パターンとしての「見方・考え方」は客観性を含んでいるものであり，逆に言えば個人内でしか機能しえないものはパターンとは呼べないのである．パターンとして表されたものを見れば，誰もがそれをパターンとして認識できるのである．これはパターンとして表したものに，数学的価値が備わっていることにもつながるものである．2 つ目はパターンとして表すことで，それまで別々のものとして捉えていたものに共通性を認めるきっかけになり得るということである．領域を越えて学習内容を結びつけるということに対し，パターンによる表象は有効な手立てであると言える．パターンとして表すことは，事柄の構造そのものを明らかにすることであるため，それまで全く異なる分野のものであると考えていたものを同一の構造をもつものとして捉えることができるのである．

4.7.2　拡張・統合におけるパターンの価値

小学校・中学校の学習段階においては，子どもたちのもつ算数・数学の世界は数学的構造からみれば限られた範囲にすぎないと言える．しかし，子どもたちは数学的構造を学んでいるのではないので，その範囲がどのように拡張・統合されていくのかについて議論しなければならない．

パターンによって構造を明らかにすると言ったが，A という事柄で得られた構造が B という事柄で得られる新たな構造の要素となり得ることがある．このことは A で行ったパターンによる抽象化よりも B で行ったパターンによる抽象化の方が数学的価値が高いことを意味している．

第 4 章の要約

第４章では新たな「見方・考え方」としてパターンの存在を明らかにした．それは以下のとおりである．

１：順序性のパターン

２：形式化のパターン

３：普遍性のパターン

これらのパターンは教材を見る視点として十分に機能するものであり，「見方・考え方」として有効である．

またその価値としては，表象されることにより，パターンが客観性のあるものなること,パターンは構造の要素となることから,拡張・統合できうるものとなることが挙げられる．

小学校での算数的活動において，このような価値が認められるので，この価値が数学的活動においてどのように影響するかについてその活用を明らかにする必要がある．

第 5 章

パターンの活用について

本章では，パターンを活用することについて明らかにすることを目的とする．

5.1 では，パターンを用いて活動することで，どのような様相が見られるかについて明らかにし，5.2 では実際に 5.1 の活動の様相が問題解決の授業内で認められるかを分析する．5.3 ではパターンの活用が中学校の数学的活動となりうるかを検証する．

第 5 章　パターンの活用について

5.1　パターンを用いた活動の様相

　第 4 章では，順序性，形式化，普遍性のパターンについての事例を示した．そこでは様々な活動が想定された．教授を設計する場合，子どもたちの実態に応じて柔軟に活動を想定できることが教師に要求される．さらに，問題解決や小中接続を考える場合には，想定される活動を数学的価値によって期待される活動として設定し直されなければならない．教材がどのような価値をもったものであるかを教師が分析することは，子どもたちにどのような「数学的な見方・考え方」をさせたいのかを明らかにすることでもあると言える．

ここで「数学的な見方・考え方」として，活動の様相について考察するのは，抽象的な考え方の分類が問題解決において要求されているのではなく，具体的にどのような場面で「数学的な見方・考え方」が「算数的活動」や「数学的活動」として表出され，展開されていくかが要求されていると考えるからである．

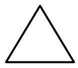
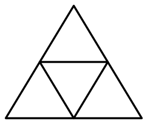
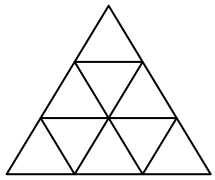
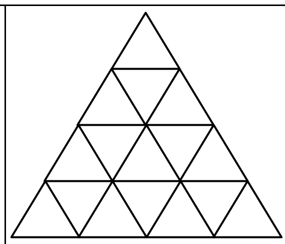
本章では，数学的な見方・考え方としてパターンに着目し，3 つのパターンを提案した．この 3 つのパターンを活動として取り入れることで，どのような活動が期待されるのかについて，明らかにする．また活動を通して，どのようなものが顕在化するかについても検討する．

5.1.1　パターンを発見する活動

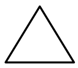
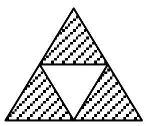
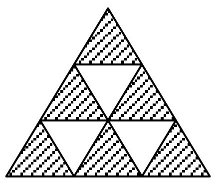
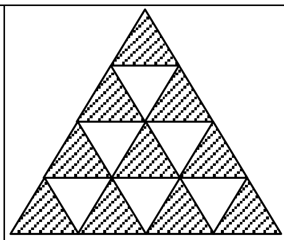
4.4.1 三角形の並べ方を例に考える．

まず活動を想定する際に，三角形の個数の数え上げ方について考えた．数を書き込むこと，並べ方を工夫することなどである．ここで着目したいのは，並べ方を工夫し，式で記録している場面である．

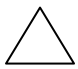
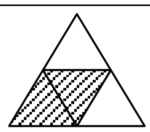
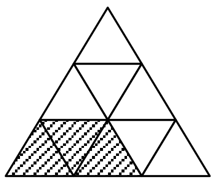
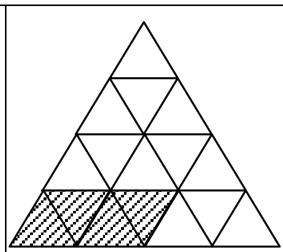
＜想定される活動１＞

			
1 段目	2 段目	3 段目	4 段目
1	1+3	1+3+5	1+3+5+7

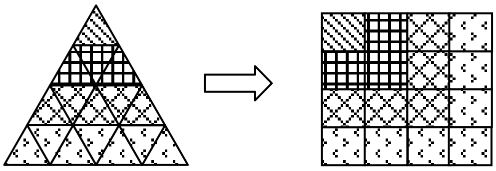
＜想定される活動２＞

			
1 段目	2 段目	3 段目	4 段目
△ ＋ ▽ ＝ 1+0	（1+2）+1	(1+2+3)+(1+2)	(1+2+3+4)+(1+2+3)

＜想定される活動３＞

			
1 段目	2 段目	3 段目	4 段目
1	1+(2+1)	1+(2+1)+(3+2)	1+(2+1)+(3+2)+(4+3)

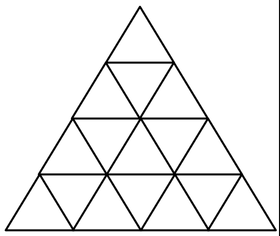
＜想定される活動４＞



1 段目	2 段目	3 段目	4 段目
1×1	2×2	3×3	4×4

教科書などで，4.1.1 のような問題は「変わり方」等の単元で行われることが多く，その場合には，以下のように問題が提示される．

問題：小さな三角形を図のように上から並べていきます．6 段並べるとき，小さな三角形は何個必要ですか．また，15 段並べるときには，小さな三角形は何個必要ですか．



段の数	1	2	3	4	5	6
三角形の数	1	4				

このように,すでに表が提示されている場合がほとんどであり，この場合，図の三角形を数え上げていけばおのずと答えが導かれるようになっている．そして，得られた表からきまりを式で表すといった活動が求められる．しかし，子どもたちにとっては，数が書き込まれた表は，図を数え上げたときの結果でしかなく，きまりを式に表す手助けとなる表であるあとは言い切れない．

この教材で着目したいのは，並べ方を工夫することで，規則性が明らかになる点である．

表を眺めているだけでは分からなかったきまりが，並べ方を工夫してみることで，数がきまりをもって変化していることが読み取ることができるようになるのである．

＜想定される活動１＞では，並べ方を記録することで次の表が得られた．

１段目	２段目	３段目	４段目
1	1+3	1+3+5	1+3+5+7

1,3,5,7…と１から奇数を段数の数ずつたしていくことで，並べ方が求められそうである．

つまり，どんなに段の数が多くなっても，奇数を足し続けていけば解決できそうである．よって■段目の個数は

1+3+5+…+2×■-1

となることを見つけられる．

＜想定される活動２＞では，上向きの三角形と下向きの三角形の個数に着目して考えた．

１段目	２段目	３段目	４段目
△＋▽＝1+0	（1+2）+1	(1+2+3)+(1+2)	(1+2+3+4)+(1+2+3)

すると，このような表が得られた．

このことから■段目の個数は

(1＋2＋…+■)+(1+2+…+■-1)

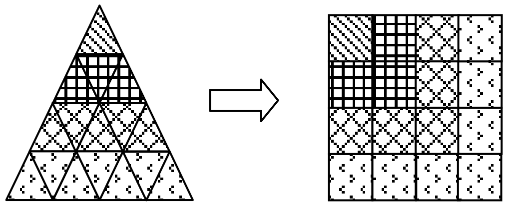
で求められることが見つけられる．

さらに＜想定される活動３＞では，表のように変化をみることができ，さらに，計算をして結果を表してみると，＜想定される活動１＞と同じ式になることが明らかになった．

１段目	２段目	３段目	４段目
1	1+(2+1)	1+(2+1)+(3+2)	1+(2+1)+(3+2)+(4+3)
1	1+3	1+3+5	1+3+5+7

＜想定される活動４＞では，これまで三角形の並べ方で考えていたものを四角形に並べ替えて考えることで，個数の変化の仕方

で新たな発見ができることになる.



1 段目	2 段目	3 段目	4 段目
1×1	2×2	3×3	4×4

並べ方を図のように変化させると，■段目の三角形の個数は

■×■

で求められることが分かる.

このように，三角形の個数を結果として見ると，問題提示で用いられたような表の結果と同じものとなるが，どのようにして増えているのかについてもこのような活動を通して発見することができるのである．この教材の持つ構造を捉えるための活動が行われることになる.

パターンを発見する活動は，算数的活動や数学的活動のなかでも，問題に取り組むうえできっかけとなり得る重要な活動であると言える.

5.1.2　パターンを観察する活動

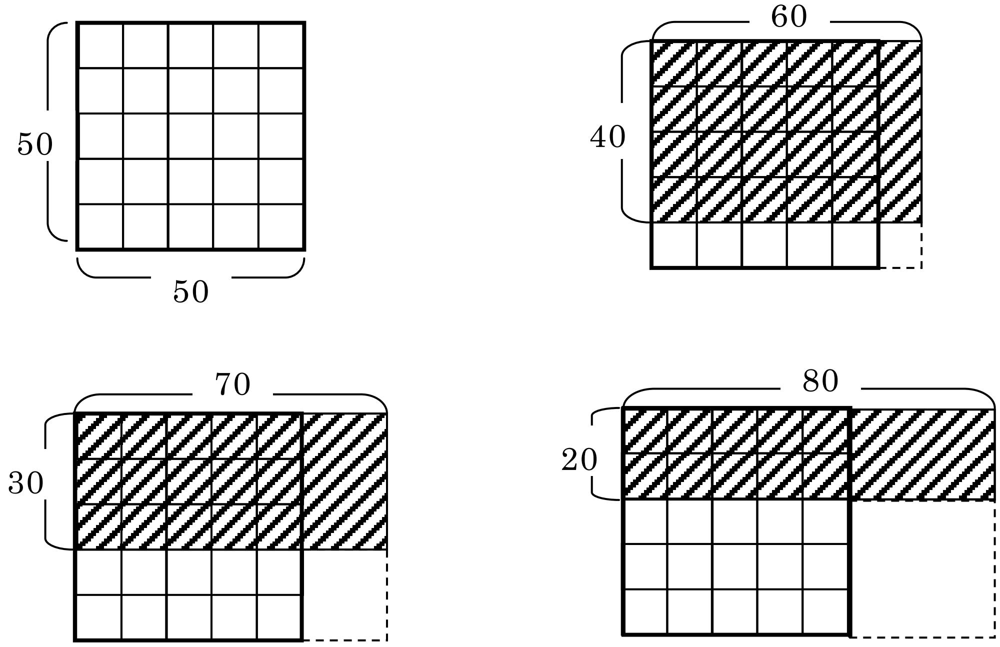
4.5.1　長方形の面積を例に考える．ここでは，長方形の面積が一番大きくなるときはどのような場合であるかを図を用いて検討した.

まず，第一に長方形の周の長さが定められている時，面積はたての辺と横の辺が変化することによってその値も変化することが読み取れた.

たての長さ（cm）	横の長さ（cm）	長方形の面積
20	80	20×80＝160
30	70	30×70＝210
40	60	40×60＝240
50	50	50×50＝250

以上のことから，正方形になる場合が一番面積が大きくなりそうだということが推測されたのである．しかし，この問題で着目したいのは,正方形の場合に一番面積が大きくなることではなく，どうして正方形の場合が一番面積が大きくなると言えるのかということである．その理由を図を観察することで説明する．

1 辺が 10 cmとすると，それぞれの面積は次のようになる．



このことから，この問題では 50×50 を基に考えると，それぞれの面積は 50 から■cmずつ増減したとき，50×50 の値よりも，■×■ずつ値が小さくなる．つまり

（50－■）×（50＋■）＝50×50－■×■

と形式化することができ，50×50 の値が一番大きくなるのは，■＝0 の場合であると結論付けることができた．

パターンを観察する活動は一見するとパターンを発見する活動

と同様であるように感じるが，あえて発見する活動と観察する活動を区別したことには次のような理由があるためである．一つ目は，パターンを発見する活動がどのような変化や構造を持っているものかを明らかにするための活動であることに対し，観察する活動は，ある程度パターンとして認められたものが妥当であるか吟味・検証する活動であるためである．今回例題として用いた問題では，実際に数値を書き出して面積の値がどのように変化するかを表にまとめる段階は，パターンを発見する活動であったと言ってよい．図を用いて，発見されたパターンを検証している段階について，パターンを観察する活動として位置づけたのである．

5.1.3　パターンを活用する活動

4.6.1 を例に考える．「247125 が 3 の倍数であるか」という問題では，2 通りのパターンの活用が考えられる．

1 つ目は，問題の副題としても付けたように

「各位の数の和が 3 の倍数ならば，その数も 3 の倍数となる」を利用したものである．ここでは，247125 について，次のように分解して考えた．

$$
\begin{array}{rcrcl rcr}
200000 & = & 100000 & \times & 2=(& 99999+1)\times 2 & = & 99999\times 2+2 \\
40000 & = & 10000 & \times & 4=(& 9999+1)\times 4 & = & 9999\times 4+4 \\
7000 & = & 1000 & \times & 7=(& 999+1)\times 7 & = & 999\times 7+7 \\
100 & = & 100 & \times & 1=(& 99+1)\times 1 & = & 99\times 1+1 \\
20 & = & 10 & \times & 2=(& 9+1)\times 2 & = & 9\times 2+2 \\
5 & = & 1 & \times & 5=(& 1)\times 5 & = & 5
\end{array}
$$

この活動から，例えば 5 桁の 3 の倍数を作ることも可能となるし，与えられた数が 3 の倍数であるかどうかを判断することもできる．つまり，同じ形式をあてはめて考えることができるということが明らかとなったのである．

2つ目は変形した形に着目して明らかになるものである.

$$
\begin{array}{rcl}
100000 \times \blacksquare &=& (99999+1)\times\blacksquare \\
10000 \times \blacktriangle &=& (9999+1)\times\blacktriangle \\
1000 \times \bullet &=& (999+1)\times\bullet \\
100 \times \bigcirc &=& (99+1)\times\bigcirc \\
10 \times \triangle &=& (9+1)\times\triangle \\
1 \times \square &=& (1)\times\square
\end{array}
$$

$\boxed{\quad\quad}$ を見てみると,明らかに9の倍数であることが分かる.つまり,ここで得られた「各位の数の和が3の倍数ならば,その数も3の倍数となる」ことを明らかにしたパターンは9の倍数の場合にも用いることができるということである.

パターンを活用する場合には,一見異なる場面であっても,その構造を同じとするときに用いることができるのである.そこで注意しなければならないことは,形式にあてはめて考えることを重視しないということである.問題の構造に着目したときに,同様のパターンが読み取れるということを大切にしたいのである.またパターンを活用する活動では,その段階までに行ったパターンを発見する活動やパターンを観察する活動で表象されたものを検討することで行われることも明らかとなった.

5.2　問題解決の授業とパターンの活用

問題解決の授業は一般的に問題提示,自力解決,練り上げ,評価問題・振り返りという流れで行われる.5.1では,活動の様相について詳述するため,別々の例題を用いて説明を行った.ここでは1時間の問題解決の授業を事例として,どのような場面で「パターン発見する活動」「パターンを観察する活動」「パターンを活用する活動」が行われているかを明らかにする.

尚,これは「パターン発見する活動」「パターンを観察する活動」「パターンを活用する活動」が問題提示,自力解決,練り上げ,評価問題・振り返りのうちどれに該当するかを示すものではない.

あくまで，この事例の教授学習の場面ではどの場面で「パターン発見する活動」「パターンを観察する活動」「パターンを活用する活動」の様相が強く見られるかを検討するものである．

5.2.1　小学校第 6 学年面積の比(授業記録)

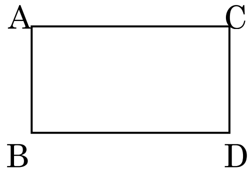
授業を分析するために，教師の発言を T，児童の発言を S としている．尚，発言に番号を付けているが，分析のために作業的に付けているものであり，同一の児童の発言であっても，番号を連番にしている場合がある．

本来ならば，自力解決での児童の活動の様相及び，教師の支援によって児童の活動の変容なども考慮すべきであると考えるが，ビデオによる記録を基に分析を行っているため，自力解決について細かく記載することを避ける．教授学習の場面ではどの場面で「パターン発見する活動」「パターンを観察する活動」「パターンを活用する活動」の様相が強く見られるかを検討することを目的としているため，練り上げの場面での活動の様子を中心に検討を行うこととする．

【　導入（問題提示場面）　】

T1：長方形 ABCD…

（作図）

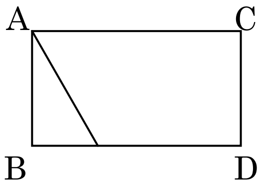


T2：この長方形を，三角形と平行四辺形と台形に分けます

S1：え～？

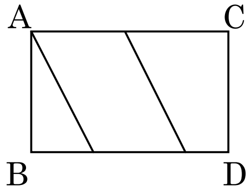
T3：いいですか？三角形と…

（作図）



平行四辺形と…

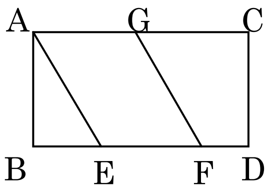
（作図）



台形

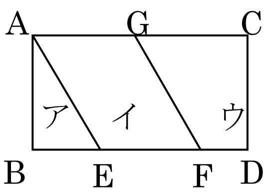
S2：お～！（拍手）

T4：分けるときの点を E，F，G…



分けるときの辺の比を BE：EF：FD＝3：4：2

面積をア，イ，ウとしよう



T5：面積の比ア：イ：ウは？

S3：3：4：2

S4：絶対 3：4：2

S5：だって高さが同じだもん

T6：じゃぁ，面積の比はア：イ：ウ＝3：4：2 になる？

S6：え～？でも，なんかアよりウの方が大きい

S7：何で 2 倍になるかって聞かれたら分からないけど，だいたい図で見てウの中にアが 2 個ぐらい入りそう

S8：アをウの横にくっつけたら，長方形の半分の半分になって…（分析不可）

T7：形を変えてみて，わかりそう！

S9：アは三角形で(底辺)×(高さ)÷2 で，イは平行四辺形だから，(底辺)×(高さ)で…（分析不可）

T8：同じ高さだから，こっちの方が大きそうってことね．（イウを指しながら）

T9：じゃぁ，面積の比は 3：4：2 じゃぁなさそうってことが分かったね．

それじゃぁ，アはイの 2 倍よりも小さい，

÷2 ね．じゃぁ，イとウは？

S10：イとウは…同じ？いや，イの方がちょっと大きい？

S11：いや…

T10：この辺で GD がどうしたこうしたって言ってるけど？

T11：AG と GD は？だいたい同じぐらい？

S12：だいたい

T12：だいたいではちょっと面積は出ないよね

S13：アとくっつける

T13：台形出そうと思ったら，ここ（GD）が欲しいね．新たな数量見出したら？まず AG は？

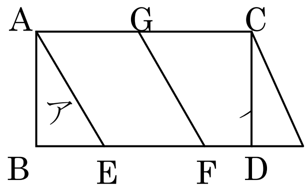
S14：AG は 4

T14：何で？

S15：何で AG は 4 かというと，AG が EF と平行だから

T15：平行だから，平行四辺形だからね．だから，AG が 4．じゃぁここ（GD）は？

S16：なんとなく…
（指名，前に出る）
S17：アをここにもってくると，ここが 3 で，ここが 2 だから，ここが 5 になる．



T16：確かにそうなんだけど
（指名，前に出る）
S18：ここ（BD）が 3：4：2 なので，上も 9-4 で 5
S19：言われた～
T17：じゃぁ，みんなでここの辺（BE：EF：FD）の比が 3：4：2 っていうのから，ここの辺（AG:GD）も 4：5 っていうのを考えてきたから，できそう？
T18：じゃぁ，面積の比のア：イ：ウは 3：4：2 ではなくて，ア：イ：ウの比がどうなるかできそう？
S20：はい！
T19：アの面積：イの面積：ウの面積は？って．大丈夫そう？できそう？
S21：できそう
S22：がんばってみよう
T20：じゃぁ，やってみよう．困ったら，またやろう
（自力解決へ）

【　練り上げ　】
全体での会話を□内で，また黒板に児童が考え方を書いている時の教師と発表している児童，もしくはフロアとのやりとりがある場合には，T「…」S「…」のように別途書いている．

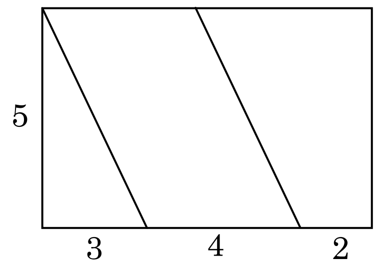
T21：なんとなく出てきてる．いろんなやり方でやっているんだけど，面積比が出てるね．

S23：3：8：7！

T22：（3：8：7と黒板に書きながら）こういう感じで出てきてる．じゃぁ，どうしてこうなったのかっていうのを，途中でもいいから，どうしてこうなったのかっていうのを見てみよう．

T23：具体的な数値でやった人．辺の長さを入れてやったよ，っていう人．（指名）

＜解決１＞



高さを5として，

ア＝3×5÷2＝7.5

イ＝4×5＝20

ウ＝(2+5)×5÷2＝17.5

として，ア：イ：ウ＝7.5：20：17.5

計算していくと，

(7.5÷5)：(20÷5)：(17.5÷5)

＝1.5：4：3.5　（10倍して）

＝15：40：35　（5でわると）

＝3：8：7

T24：（出てきた8や7に印をつけながら）これは何だろう？

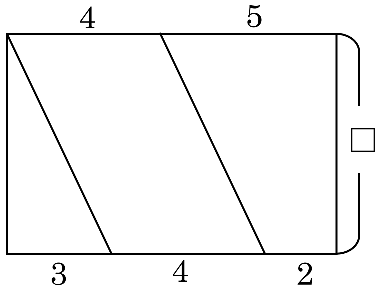
S24：8は平行四辺形の上と下を足したもので，7は台形の上と下を足したものと同じ数字です．

T25：なるほど，なってるね．じゃあこれは，3はそのままね．8は4+4，7は5+2？何でか知らんけど，こうなる．

他の数値でやった人もそうなった？

S25：はい．

T26：じゃぁ，公式を使ってやった人



＜解決２＞

高さを□とおいて，

ア：イ：ウ

$=(3\times\square\div 2):(4\times\square):\{(2+5)\times\square\div 2\}$

T27「ここまではいいね．見えるね．

公式を使って，三角形，平行四辺形…」

S26「台形！」

$=(3\times\square\div 2):(4\times\square\div 2\times 2):\{(2+5)\times\square\div 2\}$

T28「簡単にしようとするのが見えるね．4×□÷2×2」

S27「あ！」

T29「ここまでか？」

S28「はい」

T30「ここまでで，何が相殺される？」

S29「２…」

T31「2 だけ？」

S30「□も」

$=(3\times\underline{\square\div 2}):(4\times\underline{\square\div 2}\times 2):\{(2+5)\times\underline{\square\div 2}\}$

T32「これとこれとこれ(下線)が揃えたくってこうしたんだよね」

T33「2 と□が相殺されるよね.」

$=(3\times\cancel{\underline{\square\div 2}}):(4\times\cancel{\underline{\square\div 2}}\times 2):\{(2+5)\times\cancel{\underline{\square\div 2}}\}$

$=3:(4\times 2):(2+5)$

T34：出てきたね．この 3 は？

S31：三角形

T35：この 4×2 は？

S32：平行四辺形

T36：なってるね．2+5 は？

S33：台形

T37：これでやっても 3：8：7，同じになるね.

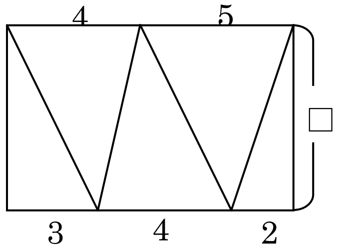
S34：ほんとだ

T38：これも辺の和の比を使ってる．これでさっきの？がちょっと

見えてきたね．でも，まだ 3 つの公式を使ってる．一つの公式で出せるんだよね．A くん！

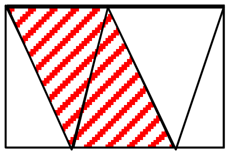
＜解決 3 ＞

アとイとウをすべて三角形にしたら



ア：イ：ウ＝$3\times\square\div2$：$\underline{4\times\square\div2\times2}_{(1)}$：$\underline{5\times\square\div2+2\times\square\div2}_{(2)}$

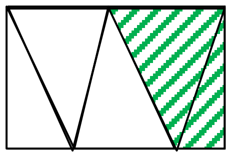
T39「これ(1)は？入れたげて」



S35「ここどここが同じだから」

（発表者が図に赤色をつける）

T40「そしたら，台形も見える？」



（発表者が図に緑色をつける）

S36「$5\times\square\div2$ がこっち（左側）で $2\times\square\div2$ がこっち（右側）」

T41「これ(2)だけど，式変形が入ってくるの見える？同じ様に相殺していくのね．ここ(2)はどうなる？」

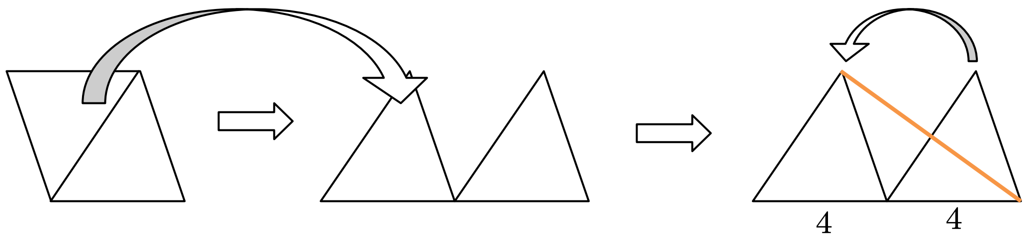
S37「$(5+2)\times\square\div2$」

ア：イ：ウ＝$3\times\square\div2$：$\underline{4\times\square\div2\times2}_{(1)}$：$\underline{5\times\square\div2+2\times\square\div2}_{(2)}$

＝3：4×2：(5+2)

＝3：8：7

T42：この平行四辺形の部分，こうだよね．移動しても面積は変わらないね．ここの頂点をぎゅーっと引っ張ってやると，ここが 4 でここが 4．だから 8．



T43：こうすると，一つの三角形として見えるよね．だから(8 を指しながら)底辺の和，(7 を指しながら)底辺の和．三角形とみてってことだね．辺の和の比．

T44：まだ違う図形でやった人がいるんだけど．黙って式を書いてもらうから，B さんはどんな公式を使って出そうとしているか考えてみて．

＜解決 4 ＞

ア：イ：ウ＝(0+3)×□÷2：(4+4)×□÷2：(5+2)×□÷2

T45：よし，ありがとう．A くんは三角形の公式で考えてくれたんだけど，B さんは 3 つの図形をどんな形として，面積を出したんだろう．

T46：($\boxed{(0+3)\times\square\div2}$ と囲みながら)これがあの(三角形)の面積ね．

(板書)　ア：イ：ウ＝$\boxed{(0+3)\times\square\div2}$：$\boxed{(4+4)\times\square\div2}$：$\boxed{(5+2)\times\square\div2}$

S38：台形っぽい

S39：台形なんだけど…

T47：全部台形？

S40：台形の公式の(上底＋下底)×高さ÷2 にあてはめたんだと思います．三角形は，上底がないと考えたと思います．

T48：なるほど．三角形は上底がなくて，上底が 0 の台形ということね．じゃぁこれは？($\boxed{(4+4)\times\square\div2}$ を指す)

S41：平行四辺形だから，上底と下底がある．

T49：そう．平行四辺形だから，上底と下底が…？

S42：等しい！

T50：そう，等しい．じゃぁこれは？($\boxed{(5+2)\times\square\div2}$ を指す)そのまんまか．

(板書)　ア：イ：ウ＝$\boxed{(0+3)\times\square\div2}$：$\boxed{(4+4)\times\square\div2}$：$\boxed{(5+2)\times\square\div2}$

上底が 0 の台形

上底と下底が同じ台形

＝(0+3)：(4+4)：(5+2)

S43：お～！すげぇ！

T51：じゃぁ，これは(上底＋下底)の比に等しいんだ．

【　振りかえり　】

T52：全部そうなのかな？ S44：う～ん，でも他の問題もやってみないと… T53：よく知ってるじゃん． T54：いつもと同じ様に，この場合だったら，3：4：2 だったからこういうことが言え他のかもしれないけど，他の場合でもたしかめてみないとこの結論は…？ S45：使えない!! T55：そうだね．今日だけのでは一般化できないね．じゃぁ，今日は時間がなくなっちゃったから，次のときに本当にいつでも言えるか確かめてみよう．

5.2.2　パターンによる実践の分析

本研究では，以下のように「見方・考え方」を設定し，それぞれの見方・考え方の中で活動の様相①～③が認められると考えている．

パターンに着目した「見方・考え方」	活動の様相
Ⅰ：順序性のパターン Ⅱ：形式化のパターン Ⅲ：普遍性のパターン	①：パターンを発見する活動 ②：パターンを観察する活動 ③：パターンを活用する活動

本時の目的は面積の比を求める場合にどこに着目すべきか，形式化を行う授業の 1 時間目である．つまり，Ⅱの見方・考え方が中心となるが，授業を通してⅠやⅢの見方・考え方も多く認められた．

（Ⅰ）順序性のパターン

まず，S3・S4 では，示された図を直観的に捉えて発言している．しかし，直観を検証することで，S6・S7 に見られるように，図を観察し，大小比較を行っている．辺の比から直観的に求めた面積の比は，大小関係から見て妥当ではないということが明らか

になったのである．

次に＜解決１＞では,具体的な数を用いて,個々の図形に対し,それぞれの図形の公式を用いている．これは，図形の面積を求めることを目的としているものであり，面積を数値化することで，面積の比を明らかにしようとしたものであると言える．

（Ⅲ）普遍性のパターン

児童は図形の性質について,「形が変わっても，性質は変化しない」ということを理解している．S18 の発言はそのことを活用していると考えられる．また＜解決 3＞に対する T42・T43 の補足でも，図形の性質を活用して活動を保証している．

本時は特に面積の比を求めることが児童に要求されたので，児童はより簡潔な数字で比を表現しようとしている．＜解決 1＞＜解決 2＞ともに 3 種 3 様の公式で求め，＜解決 1 では＞具体的な数値が用いられたが，結果として面積の比は 3：8：7 であった．つまり，本時のパターンは「3：8：7」であることを発見したのである．しかし，活動の途中ではあくまで仮定のパターンが発見されたという段階である．それは T24 や T38 の発言からも読み取れる．

さらに本時の中で注目したいのは「相殺される」というものである．普遍性のパターンの特徴として「場面に依拠する事柄が捨象されていること」と挙げた．筆者は主に一般化などを行う場合について普遍性のパターンを想定していたが，式変形の際にも活用されていることが明らかになった．

（Ⅱ）形式化のパターン

＜解決 2＞＜解決 3＞＜解決 4＞を見てみると,図形の公式を基に，面積比を求めようとしている点では同じである．本時の目的は面積の比が(上底＋下底)の辺の和の比であることを明らかにすることであるが，それまでの過程からも，形式化のパターンが見てとれる．普遍性のパターンでも述べたように，形式化のパターンとして表すことで，児童は「×□÷2」がすべての公式の中に隠

れていることを発見した．＜解決２＞では，その共通の部分が見えにくかったが，式変形を行うことで明らかとなった．＜解決 3＞＜解決 4＞では，それぞれ三角形や台形の公式にあてはめてみること，公式の形に着目し活用することで，＜解決 1＞では不透明だった「3：7：8」という数字の意味をその後の練り上げで徐々に明らかにすることにつながったのである．

「見方・考え方」として，形式化のパターンの特徴を「課題ごとの条件に依存しないこと」「２つ以上のもので同一の性質が明らかにできること」とした．本時の自力解決の中では，これらの特徴に近づくようにすることで十分であるが，振り返りの部分での教師と児童のやりとりを見てみると，見方・考え方としての形式化のパターンの特徴と合致する．児童は本時の中で得られた面積の比が(上底＋下底)の辺の和の比だという結論に対し，本時の活動だけでは常に正しいとは言えないことを指摘している．小学校の段階では，一般化のために帰納的な推論が多く行われるが，このクラスでは常に一般化を行うための活動が設定されていることが読み取れる．

5.2.3　パターンによる分析の考察

分析の対象とした実践は問題解決の授業として，とても優れたものであり，児童の算数的活動に対する取り組みも質の高いものである．問題解決の授業では，児童の期待する活動の設定や支援設計が行われる．それらを行うために，教材分析を行うことが必須となるが，そこから得られたものを期待する活動として，また支援として設定するためには価値づけを行う必要がある．目的の達成のためには，どういった視点でその教材や活動・支援を見返すかが必要となり，この分析からパターンに着目した「見方・考え方」および，活動の様相が一定の効果があると判断した．

5.3　中学校の数学的活動へのパターンの適用

小学校の学習の中に「パターン」という見方・考え方を位置づけることで，次の 3 点をもって，中学校の数学的活動への高まりを保証できる．

まず 1 点目として,「パターンとして問題を捉える力をつける」ということである．問題解決を長期的な視点で捉えたとき，子どもたちが問題をどの様な構造をもったものとして見れるようになるか，というものが重要となってくる．問題を解決するためには時には具体例を多く書き出してみたり，実験的に問題を解いてみたりという活動を行うであろう．それは子どもに限ったことではなく，誰しもが未知の問題に出会った場合に用いる手法の一つであろう．具体例から導かれた結果や仮定として出された結果を検証しなければ，ただ手をつけてみただけというものになってしまう．そうではなくて，具体例から導かれた結果や仮定として出された結果から，何が読み取れるかが必要になってくるのである．そこで，見方・考え方として「順序性のパターン」「形式化のパターン」「普遍性のパターン」を自力解決時に用いることができることが望まれるのである．中学校の段階で求められる数学的活動は小学校での算数的活動と比較しても，求められる抽象の度合はより高いものであると考えられる．だからこそ，見方・考え方として「順序性のパターン」「形式化のパターン」「普遍性のパターン」を身につけていることが望まれる．

2 つ目にパターンの持つ客観性に着目する．4.7.1 でも述べたように，パターンとして表象することで，客観性が生まれるのである．この客観性を持つということに関して，一定量抽象化されているということである．中学校での学習の場合，提示される問題はすでに抽象化された状態であることが多い．方程式や証明などがその一例である．その状態になるまでに，長い時間をかけ，その問題の構造が明らかにされてきた結果であると言える．そのため，方程式にあてはめて解けば何の問題も感じないのではないか

と考える．ところが，方程式の利点の一つとして考えられる利便性は時として，子どもたちの計算を機械的なものとしてしまい，自分が何のためにこのような計算をしているのか，この計算式が何を表しているのかといった点については無頓着な子どもたちを生み出してしまう可能性がある．小学校での算数的活動を通して形式化されるまでの工夫や過程に触れているということは，方程式を形式化された形であるとみなせると同時に，機械的な計算をするのではなく，式に意味づけをしながら計算を行えるのではないかと考える．つまり，方程式にあてはめて考えると答えが導かれるのではなく，問題の構造から見て，方程式を活用することで的確に処理できるという様に捉える事ができてほしいと考える．

3 点目は，パターンがあるパターンの要素となり得るという点である．本研究を進める上で初めに課題となったのは，学習指導要領で言われる「内容の系統性や学習の連続性」という言葉である．確かに，内容については領域で分類され，学年が上がるに従って包摂関係が成り立っており，系統性が保証されていた．さらに学習の連続性については，内容の系統性を基に既存の知識を基に次の学習に活かすことで，問題を解決できるという主張であった．このようにして考えれば，内容の系統性や学習の連続性が保証されているように感じるが，実際の教授場面や子どもたちの実態からすると，うまく機能していないことが明白である．ここで考えられることは,「内容の系統性や学習の連続性」という言葉がどのような観点から主張されているのかを，教師と子どもたちの双方が納得できていないのではないかということである.確かに,「今までの考え方を基に考えて」という言葉は一見して「内容の系統性や学習の連続性」を反映しているものと捉える事ができるが，どうしてそのように考えてよいのか，またそのようにみなせるのかということに関しては,「今までの考え方を基に考えて」という言葉であたかも考えているかのように錯覚してしまっているのではないかと考える．新しく当面した課題の構造が以前解決し

た課題の構造と類似点を含んでおり，これまでの考え方を応用することが妥当であると考える必要性をはらんでいると考える．その時に，パターンによって課題を分析することは，それらを構造として捉えるだけでなく，その構造が新たに拡張・統合を行うことを保証するものとなり得ることを表していると言える．学習内容については，学年を追うごとに対象とする範囲が拡大する．新たに当面した構造はこれまでの構造を内包しているということをパターンによって明らかにすることで拡張を図ったり，他の領域においても同様の結果が得られることをパターンによって明らかにすることで，統合することができる．中学校においては，文字式や証明の理解が深まる段階であると考えられるので，より拡張・統合の考え方を活かすことができるのではないかと考える．小学校の間では，なかなか演繹的にそのことをまとめるのは困難であるが，中学校ではそれが可能になるのではないかと考える．

以上の 3 点から小学校での算数的活動でパターンに着目した見方・考え方を行うことは，中学校での数学的活動の素地経験となり，子どもたちが問題解決の学習に臨むときや，その他の文脈での活動にも，活かされると言える．

第 5 章の要約

第 5 章では,「順序性のパターン」「形式化のパターン」「普遍性のパターン」を用いた活動で,どのような様相が期待されるかを明らかにした.3 つのパターンを通して,期待される活動の様相として,「パターンを発見する活動」「パターンを観察する活動」「パターンを活用する活動」が見られた.5.2 では,実際に問題解決の授業で,それらの活動がどのように観察できるかを検討した結果,3 つの活動が時系列によって定義づけられるものではなく,問題の特性によって,強く表れる場面や活動が変化する場面が読み取れた.

また,5.3 では中学校での数学的活動へとパターンを用いることについて,パターンとして問題を捉える力をつけること,パターンの持つ客観性,パターンがあるパターンの要素となり得るという 3 点から検討を行った.小学校における算数的活動でパターンとして算数を捉えられる力を素地として育てることは中学校での数学的活動へと高める上で重要な役割を果たすことが明らかとなった.

第 6 章

本研究のまとめと今後の課題

6.1 では要請された 4 点の研究課題に対する結果を明らかにする．また 6.2 では本研究の残された問題点と今後の課題について明らかにする．

第 6 章　本研究のまとめと今後の課題

6.1　本研究のまとめ

本研究では，4 点の研究課題が要請された．この 4 点の研究課題が解決されることによって，本研究の目的が達成される．

【研究課題　A】

小中接続の障害となっている課題を明らかにすること

研究課題 A に対して，2 章での学習指導要領の分析から，「内容の系統性と学習の連続性」が言われているにも関わらず，それを教授の場面に活かしきれていないことが明らかになった．それは昭和 33 年度に新設された数量関係領域が当初算数・数学における見方・考え方を保証するものとして設定されたが，現在ではその役割が不透明であるということが挙げられる．当時数量関係は関数的な見方・考え方を育てるために設けられたもので，関数的な見方・考え方によって各領域のたてのつながりだけでなく，領域を越えて横のつながりからも算数・数学を捉えられる子どもを育成しようとするものである．しかし，現在はそのような考え方のもと数量関係を教師側が捉えられておらず，見方・考え方を育てるという観点が希薄化していることが明らかになった．

【研究課題　B】

課題克服のためにどういった視点が要求されるか

研究課題 B に対して，第 2 章及び第 3 章から，小中接続を行う上で以下の 4 点の視点をもって研究を進めることが要求された．

1：学習の内容，子どもたちの学び方つまり教授の方法ともに視点が必要であること．

2：教材の価値づけを行う際に，何を目的とするのかを教師が捉えておくこと．

3：子どもたちに数学的価値をどう伝えていくかということ．

4：領域を独立させるのではなく，結びつけて考えるとはどういうことなのかを，教師自身も考えること．

子どもたちの学び方について，算数的活動を主に考えた．算数的活動は小学校の段階においての数学的な見方・考え方が観察可能な状態として表出されたものとして捉える．数学的な価値づけにより，教師の期待する数学的な見方・考え方が設定されることや子どもたちに学習において数学的な見方・考え方が継続して要請されなければならないことが明らかになった．しかし，数学的な見方・考え方は教師によってそのとらえ方がまちまちであり，数学的価値づけをどのように行えばよいのか，また教材をどのようにとらえればよいのかといった課題が新たに生まれた．そこで，一提言として，研究課題 C の達成を目指した．

【研究課題　C】

<u>視点を基に抽出される新しい「見方・考え方」が算数教育でどのような価値をもつものであるか</u>

研究課題 C に対して，第 4 章より「順序性のパターン」「形式化のパターン」「普遍性のパターン」を明らかにした．これら 3 点は算数的な見方・考え方として位置づけられる．事例の分析から，パターンの価値として，パターンが客観性を持つものであること，構造の要素となることが明らかになった．パターンに着目した見方・考え方を表象することは，個人内で機能していた見方・考え方を観察可能な状態にすることである．観察可能な状態で，他の人にどのようなパターンに着目したかが適切に伝達される状態であることは，その程度については場面によって異なるが，問題の構造が少なからず抽象されているということであると結論付けられる．また，伝達の場面だけでなく，解決者本人にとっても，自分自身の見方・考え方を客観的に見ることで，他の場面や領域との関係性を見やすくなるという点も明らかになった．パターンが構造の要素となるとは，学習内容が小・中の 9 年間で対象とする範囲が拡大すること，また，1 年間ごとの学習，より短期間の学習においても適応される事柄である．例えば，整数の足し算で

求められた，交換法則や結合法則は，小数や分数，文字式においても同じ考えが適用される．それは，整数も小数も分数も，同じ構造をもったものであるからである．さらに，任意の数を文字であらわしたとしても，数の構造を同じくもったものであれば，それらの法則を適用することができる.小数の学習を終えたときに，そこでパターンに着目して得られた構造は整数の構造を含んで機能する．つまり，整数の構造は小数の構造の一つの要素であることが明らかになるのである.

【研究課題　D】

抽出された「見方・考え方」が小中接続に対し有効なものであるか

研究課題 D に対して，第 5 章より小学校における算数的活動に用いたパターンが中学校での数学的活動にも用いれることが明らかになった．算数的活動及び数学的活動は数学的な見方・考え方を表出したものとして捉えており，第 4 章までに得られた 3 つのパターンによって問題の構造を明らかにしようとする活動は，中学校での数学的活動でも有効である．それは以下の 3 点から主張できる.

・パターンとして問題を捉える力をつけることにより，問題解決における自力解決の力を高められること
・パターンの持つ客観性により，パターンが個人内だけでなく他の人にも伝達可能であると同時に，抽象されることによりその構造が他の問題で得られた構造と比較・検証できること
・パターンがあるパターンの要素となり得ることにより，拡張・統合を図る上で有効に機能すること

これらのことから，パターンに着目した「見方・考え方」は小学校での算数的活動だけでなく，中学校の数学的活動においても有効に機能し，また一貫した視点で問題に臨むことにより，学び方を確立する手助けとなることも明らかとなった.

本研究で筆者が殊更に「見方・考え方」や「学び方」を強調するのは，自身の教育実習での経験からである．当時はそれこそ問題解決という名前だけを借りてきたような授業を行うことしかできず，また自身の授業が問題解決の授業になっていると疑うことはなかった．しかし，改めて実習での授業を振り返ってみると，いったい自分は子どもたちにどんな数学的価値を伝えられたのだろうか，数学的価値を創りあげられたのだろうかと考えるのである．教材にどのような数学的価値を見出すかという問題は学生だけでなく，今まさに教育の現場で教育を行っておられる先生方にとっても大きな問題となっていることに違いないと考える．その問題を解決するには本研究では問題点も多く残されてはいるが，新たにパターンに着目した「見方・考え方」を提言することができた．

6.2　残された問題点と今後の課題

本研究では教授の視点から「見方・考え方」としてパターンを提唱した．明らかになったパターンの価値や活用は，従来から算数・数学教育で言われていたことと大きく異なるものではなかった．

本論では「パターン」を教授の視点から分析を行うことで，パターンの価値や活用，小中接続への取り組みとして有効にはたらくことが明らかになった．しかし，教育を考える場合には教授の視点だけではなく，子どもたちの活動について，認識の面からのアプローチが不可欠であろう．今後の課題として，学習の視点から「パターン化」についての検討を行っていく．さらに,「パターン化」を行っていくためにふさわしい教材の開発を行っていく．

参考文献

キース・デブリン　山下純一訳. (1995). 数学：パターンの科学. 日経サイエンス社.

啓林館. (2008). わくわく算数 4 下. 5 下.

志水廣・守屋義彦. (1995). 個を活かす算数科発展教材 50 選. 明治図書出版.

新算数教育研究会. (1990). 新しい算数科・教材の本質とその究明. 東洋館出版社.

杉山　吉茂. (1986). 公理的方法に基づく算数・数学の学習指導. 東洋館出版社.

中島健三. (1983). 算数・数学教育と数学的な考え方　第 2 版. 金子書房.

溝口達也. (2007). 算数・数学学習指導論. 鳥取大学数学教育学研究室.

文部科学省. (2008). 小学校学習指導要領解説　算数編. 東洋館出版社.

文部科学省. (2008). 中学校学習指導要領解説　数学編. 教育出版株式会社.

文部省. (1973). 小学校算数指導資料　関数の考えの指導. 東京書籍株式会社.

HIELEM. VANPIERRE. (1986). *STRUCTUERE AND INSIGHT A Theory os Mathematics Education. ACADMIC PRESS, INC.*

NCTM. (2000). *Principles and Standard for School Mathematics.*

*L.A.*スティーン編　三輪辰郎訳. (2000). 世界は数理でできている. 丸善株式会社.

鳥取大学数学教育研究　　ISSN 1881–6134

Site URL：http://www.rs.tottori-u.ac.jp/mathedu

投稿規定

- 本誌は，次の稿を対象とします。
  - 鳥取大学数学教育学研究室において作成された卒業論文・修士論文，またはその抜粋・要約・抄録
  - 算数・数学教育に係わる，理論的，実践的研究論文／報告
  - 鳥取大学，および鳥取県内で行われた算数・数学教育に係わる各種講演の記録
  - その他，算数・数学教育に係わる各種の情報提供
- 投稿は，どなたでもできます。投稿された原稿は，編集委員による審査を経て，採択が決定された後，随時オンライン上に公開されます。
- 投稿は，編集委員まで，e-mailの添付書類として下さい。その際，ファイル形式は，PDFとします。
- 投稿書式は，バックナンバー（vol.9 以降）を参照して下さい。

鳥取大学数学教育学研究室

〒 680-8551　鳥取市湖山町南 4-101

TEI & FAX 0857-31-5101（溝口）

http://www.rs.tottori-u.ac.jp/mathedu/