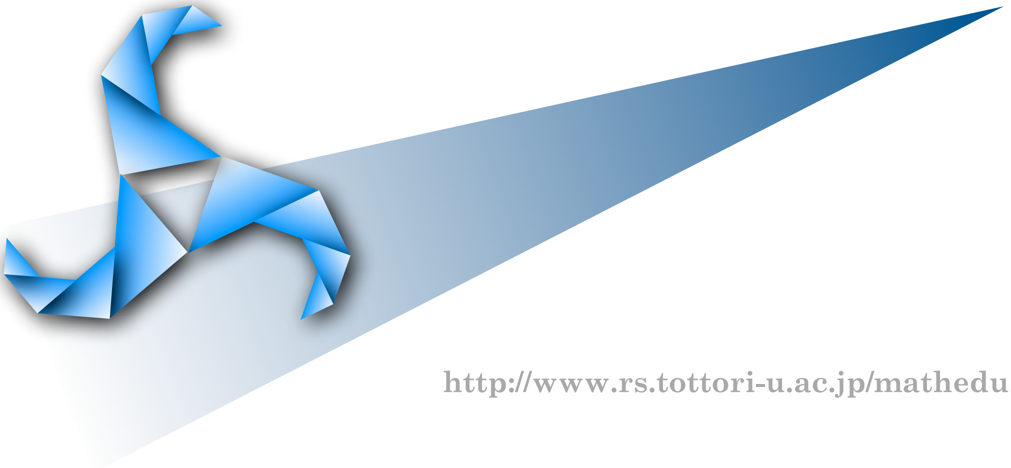
ISSN 1881-6134

鳥取大学数学教育研究

Tottori Journal for Research in Mathematics Education



http://www.rs.tottori-u.ac.jp/mathedu

数学的問題解決における〈イメージ〉の機能に関する研究

田中光一

vol.12, no.10
Mar. 2010

鳥取大学 数学教育学研究室

目次

第 1 章
本研究の目的と方法

本章では，本研究の目的と方法について述べる。

1.1 では本研究の動機を述べる。1.2 では本研究の目的を述べる。そして 1.3 では目的を達成するための方法を述べる。

1.1　本研究の動機

我々は数学の問題を解く際，例えば表や図などを表現し，それらを駆使して問題を解いている。それと同時に，我々は思考の中において，イメージを用いて問題を解いているのではないか。これは筆者が自身の経験として感じたことであり，数学におけるイメージ研究に関心を持ったきっかけである。

例えば，解決者にとってこれから解こうとする数学の問題，いわゆる未解決の数学に対して，数学的定義やその証明など，いわゆるすでに解決された数学は，厳密に記述されるべきであり，実際そうなされている。ともすると，厳密性が求められる数学において，イメージとは曖昧で，不確定なものというネガティブな見方がされるおそれがある。しかし，数学者が問題を解決するにあたってイメージが重要な役割を果たしているという主張もある(Pirie, 1994, 1998)。数学者を望ましい解決者と考えるならば，学習者が数学者のような解決ができるようになることが望ましいと言える。つまり，学習者がよりよく数学を解決できるようになるための一方策として，学習者がイメージをよりよく使えるようになるような学習指導を授業者が行うということが考えられる。

そのような学習指導はいかにして達成され得るか。また，そのためには授業者は何を了解していなければならないか。これが，本研究の動機である。

1.2　本研究の目的

学習者がイメージをよりよく使えるようになるような学習指導を設計，実践するには，イメージとは何かを授業者自身が了解していなければならない。ところが，単にイメージと言っても，その使用は漠然としたことが多く，特に数学におけるイメージとして我々はどのようなものを意味するか，また，イメージが学習者の問題解決にどのように機能するか，必ずしも十分明確にはなっていない。

これまでのイメージに関する研究において，数学的概念の形成過程における概念とイメージの関連について述べられているものが多く，中でも特に，Vinner. S. と Tall. D.他の研究は非常に示唆的である（Vinner. S. & Tall. D. (1981), Vinner. S. (1983), Tall. D. (1986), Giraldo. V. & Tall. D. & Carvalho. L. M. (2003)）。Vinnver. S. & Tall. D.は，一般的な数学的概念の形成過程を，概念イメージ（concept image）と概念定義（concept definition）という枠組みを用いて説明している。そして Vinner らの研究を受け， Bingolbali. E. & Monaghan. J. (2008) は，機械工学専攻と数学専攻の大学生を対象に導関数の concept image について調査し，大学生の concept image の研究は所属学部を無視すべきでないと結論づけている。しかし，これらの研究は概念の形成過程におけるイメージの役割や，ある概念についてのイメージを研究したものであり，問

題解決中におけるイメージの機能については言及されていない。

そこで本研究ではまず，漠然と使用されているイメージという語を再定義した〈イメージ〉を明らかにすることを図る(〈イメージ〉については 2.1.1 において詳述する)。そして，〈イメージ〉が学習者の問題解決にどう機能するのかを明らかにし，授業者が学習者および教材を，〈イメージ〉という観点において解釈する上で有効な示唆を与えることを目的とする。そのような観点を授業者が持つことで，学習者が〈イメージ〉を使いこなしよりよく問題を解決できるような学習指導を設計することが可能となると考えられる。

1.3 本研究の方法

以上の目的を達成するため，本研究では以下のような方法をとる。

本研究でイメージについて議論するため，まず，前述したように，従来漠然と使用されているイメージを再定義する。後述するように，これまでのイメージ研究ではイメージは像のことを指しているが，数学におけるイメージを考えるとき，このような static な像という意味では不十分である。また，イメージについて考察する時，概念との関連を考えざるを得ない。そこで 2 章において,本研究で言うところの,“〈イメージ〉”と“概念”についての用語整理を行うとともに，事例

分析を基に〈イメージ〉の仮説枠組みを設定し，そこから本研究における研究課題を抽出する。

2章で挙げた研究課題を，3，4，5章を通して達成していく。後述するように研究課題は，研究課題1「解決に困難が生じた時，〈イメージ〉を用いるのではないか。」，研究課題2「〈イメージ〉は問題解決にどう機能するのか。〈イメージ〉を用いることのよさとは何か。」，研究課題3「授業者は学習者の〈イメージ〉をどう扱うべきか。」の3つである。

研究課題1を検討するために，実際の問題解決場面を分析する必要がある。観察不可能な〈イメージ〉を観察可能とするために，〈イメージ〉の同定手順についての議論が不可欠である。さらに，そのような同定手順に従って，〈イメージ〉の同定に必要なデータを得るためには，調査問題が一定の条件を備えていることが必要とされる。そのような条件を備えた調査問題と〈イメージ〉の同定手順を基に調査を構成し，問題解決の際に学習者が〈イメージ〉を用いているかどうかを明らかにする。以上については3章で述べる。

研究課題2については，研究課題1と同様，実際の問題解決場面や，そこで用いられた〈イメージ〉を分析することが要請される。そこで，3章における〈イメージ〉の同定手順に従い，学習者の問題解決における〈イメージ〉の機能についての調査を組む。調査結果から学習者が用いた〈イメージ〉を読み取り，その〈イ

メージ〉が問題解決にどのように機能しているのかを分析する。このような方法で，〈イメージ〉が持つ機能について考察する。以上については 4 章で述べる。

研究課題 3 を達成するために，実際の授業ではどのように学習者の〈イメージ〉が扱われているのかを手がかりとする。したがって，授業者が学習者の〈イメージ〉をどう扱うのが望ましいかを判断する観点を明確にするため，実際の授業観察・分析という臨床的方法をとる。授業の中でも特に，学習者と授業者の対話場面を中心に分析することで，研究課題 3 の達成を図る。分析の観点として，4 章において後述する〈イメージ〉が持つ機能の一つである，コミュニケーションの機能に焦点を当てる。

これらの研究課題を達成することで，本研究の目的の達成を図る。

第2章
〈イメージ〉の仮説枠組みの設定

本章では，本研究の目的を達成するための研究課題を挙げる。

2.1ではまず本研究で扱う〈イメージ〉と概念についての用語整理を図る。2.2では〈イメージ〉と概念との関わりを，事例を通して検討する。2.3では2.2の事例を基に，〈イメージ〉についての仮説枠組みを設定し，そこから研究課題を抽出する。

2.1 本研究における〈イメージ〉と概念の定義

2.1.1 本研究における〈イメージ〉と図

イメージとは通常，心象，心像と呼ばれるように像のことを指し，それは static な像を意味する。しかし，数学におけるイメージとはこのような static な像としての意味だけを指せばよいのだろうか。例えば以下のような場合を考える。

円が直線上をすべらず転がるとき，1 回転して進む距離は円周の長さに等しい。これは，円周にそってちょうど 1 周分の長さの“ひも”をかけ，円を転がしながらその“ひも”を直線に伸ばすと，直線上を円が 1 回転して進む距離と等しくなる，といったようなイメージとして考えられる。このイメージを表したものが図 1 である。図 1 では static な様子が描かれているが，思考の中でのイメージは dynamic な回転移動をしているだろう。

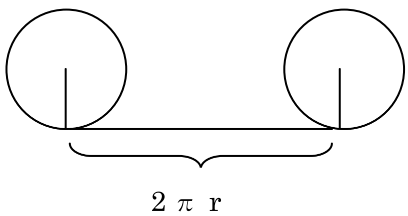


図 1 円が直線上を 1 回転する様子

この例のように，思考の中でのイメージは必ずしも static な像としての意味だけでなく，それを思考の中で操作する dynamic な操作としての意味も考えることができる。本研究ではこのような static な像としての意

味だけでなく，思考の中における像の dynamic な操作としての意味も包括して，〈イメージ〉と呼ぶこととする。〈イメージ〉は「解決者の思考の中で形成された心的表象，およびそれの操作」とする。このように定義すると，先ほどの図 1 は〈イメージ〉を基に視覚的に描写された像であり，思考の中における心的表象ではない。したがって本研究における図はすべて，「〈イメージ〉の一部を顕在化した物理的対象」とする。

2.1.2　本研究における概念－Concept，Conception－

2.1.1 の例における，円が直線上をすべらず転がるとき 1 回転して進む距離は円周の長さに等しいという考え方は，この解決者が持つ円の概念の一部であると考えることができる。数学的概念とは，個人がそれでよしとするものではなく，社会的に共有されるものでなければならない。我々は，子どもが数学を社会的知識として学習することを期待する(溝口, 1995)。それゆえ，算数・数学の授業において，学習者の数学的知識や概念について社会的構成が意図して行われる(友定, 姫田, & 溝口，2006)。また Vinner. S. & Tall. D. (1981) は数学的概念の形成過程について，概念イメージと概念定義という枠組みによって説明しており,「個人的な概念定義は公的な（formal）概念定義と区別することができる」と述べている。これらの指摘からも，解決者が持つ個人的な概念は，社会的に共有される概念，言

い換えれば他者が持つ概念とは必ずしも一致していないことが考えられる。したがって本研究では，概念を Concept と Conception とに分けて捉える。社会的に共有された,すなわち理論的に構成された概念を Concept とし,個人の中に構成された概念を Conception とする。

2.2 〈イメージ〉と概念

Vinner. S. & Tall. D.の先行研究では，Concept Image という枠組みを用いており，概念とイメージを分けていない。したがって,〈イメージ〉を研究対象として考察するためには，併せて概念についても考えざるを得ない。次の事例を通して〈イメージ〉と概念の関係性について考察する。

2.2.1 ビリヤード問題における解決例

ビリヤード台(長方形 ABCD)の点 A から打ち出された玉が，3 回のクッションで点 D のポケットに入るとき，最初にクッションする点 P の位置の作図の仕方を考えよ。

この問題における〈イメージ〉を用いた解決の 1 つは次のようになる。

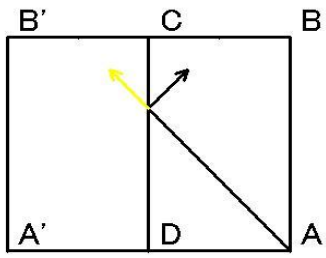


図 2

点 A から打ち出された玉が 1 クッション目で CD に当たるとする。CD にぶつかり跳ね返った後の玉の軌跡は，CD で跳ね返らなかった場合に玉がたどる直線を，CD に鏡を置いてうつしたような〈イメージ〉を用いると，CD を対称の軸とした線対称な線で描かれる。逆に言えば，図 2 で示すように，跳ね返った玉の軌跡は CD を対称の軸とした線対称な線で描かれるので，ビリヤード台の長方形ごと CD を軸として反転するような〈イメージ〉を用いると，玉の軌跡は直線に展開することができる。

このように考えると，跳ね返った後の玉の軌跡は全て，ぶつかる辺を対称の軸とした線対称な線で描かれるので，3 クッションする玉の全ての軌跡を反転させてつなげると一直線上に並ぶという見通しが立てられる。そこで，長方形を何枚か反転させてつなげる〈イメージ〉を表出した図 3 を用いて考える。

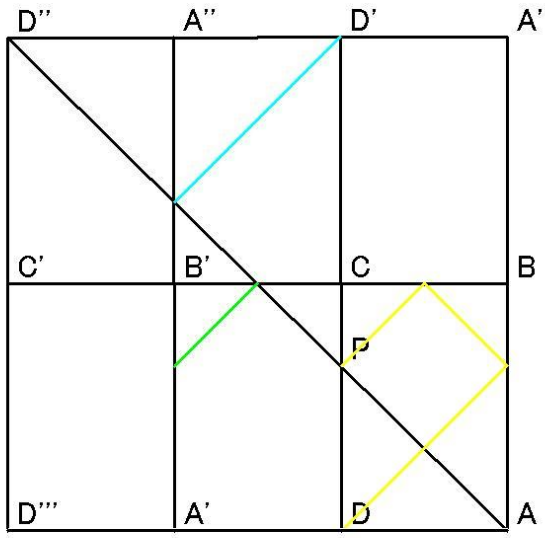


図 3

玉の軌跡を反転させてつなげると一直線上に並ぶことから，玉の軌跡は図 3 の上ではこのような点 A と点 D''を結んだ直線で表すことができる。したがって，この直線 AD''と CD の交点が最初にクッションする点 P となる。

また，長方形を反転させて広げた図 3 を，今度は逆に折りたたみ元の 1 つの長方形にする〈イメージ〉を用いると，図 3 で描かれた直線も長方形とともに反転し，図 4 のような軌跡を描くことが分かる。

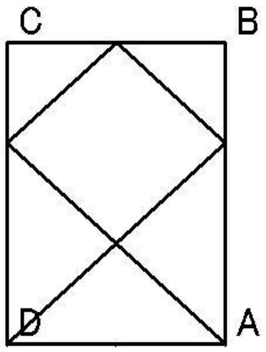


図 4

この事例では，対称の性質を利用して玉の軌跡と長方形を鏡でうつしたように反転させる〈イメージ〉を用いた。このような〈イメージ〉を用いることによって解決の見通しを立てることができ，解決へと至った。

2.2.2 ビリヤード問題の分析

先の事例で用いた〈イメージ〉は，解決者個人が持っている対称性の概念に基づいている。この解決者個人が持っている概念は，理論的に構成された概念と一

致しているとは言い難い。すなわち，事例における解決者が持つ対称性の概念がConceptionに当たる。また，1.2 で述べた，「解決者の思考の中で形成された心的表象，およびそれの操作」という〈イメージ〉の定義から，〈イメージ〉もまた個人的であることが言える。したがって，Concept には〈イメージ〉は介入しない。ここでは便宜上，〈イメージ〉と Conception を分けて捉えているが，〈イメージ〉と Conception が一致することもあると考えられる。先にも挙げたように，Vinner(1981)と川嵜(1992)は概念とイメージの関係を，Concept Image という枠組みで捉えており，概念とイメージを分けてはいない。

同じ問題に対して異なる人が〈イメージ〉を用いれば当然異なる〈イメージ〉が用いられるであろう。また，個人の中でも〈イメージ〉が単一とは限らない。事例でみた〈イメージ〉だけでなく，同一人物が異なる〈イメージ〉を用いることは十分に考えられる。なぜならば，ここでは対称性という Conception に基づいた〈イメージ〉を用いて解決したが，別の Conception に基づけばそれに対応した，事例とは別の〈イメージ〉を用い，解決の様相が異なってくる。言い換えれば，この事例においては対称性という Conception に基づいた〈イメージ〉を用いたが，この問題において必要となる Conception は，問題の捉え方により多様に考えられる。

Conceptionに基づいた〈イメージ〉を用いて解決することで，その解決過程から新たなConceptionが構成されたり，〈イメージ〉の基になったConceptionが再構成されたりすることは十分に考えられる。したがって，Conceptionと〈イメージ〉とは互いに影響し合い，変容していくことが考えられる。教育の立場から見れば，Conceptionがより洗練されることが望ましい。〈イメージ〉とConceptionが互いに影響し合い変容するならば，Conceptionがより洗練されるような〈イメージ〉を用いることが教育として価値があると考えられる。

しかしこれらはConceptionと〈イメージ〉の関係であり，あくまで個人内における問題である。先にも述べたように数学的概念とは，個人がそれでよしとするものではなく，社会的に共有されるものでなければならない。ここで言う社会とは，例えば教室集団がこれに相当する。そして学習者のConceptionについて社会的構成が行われる，言い換えればConceptの構成が行われる場が学習指導である。したがって，この事例では直接見られなかったが，Conceptionをより洗練させる過程には，その先にあるConceptの構成が視野に入れられていなければならないと考えられる。

2.3 仮説枠組みの設定と研究課題の抽出

以上のように考えると，〈イメージ〉を捉えるために図5のような仮説枠組みが設定される。

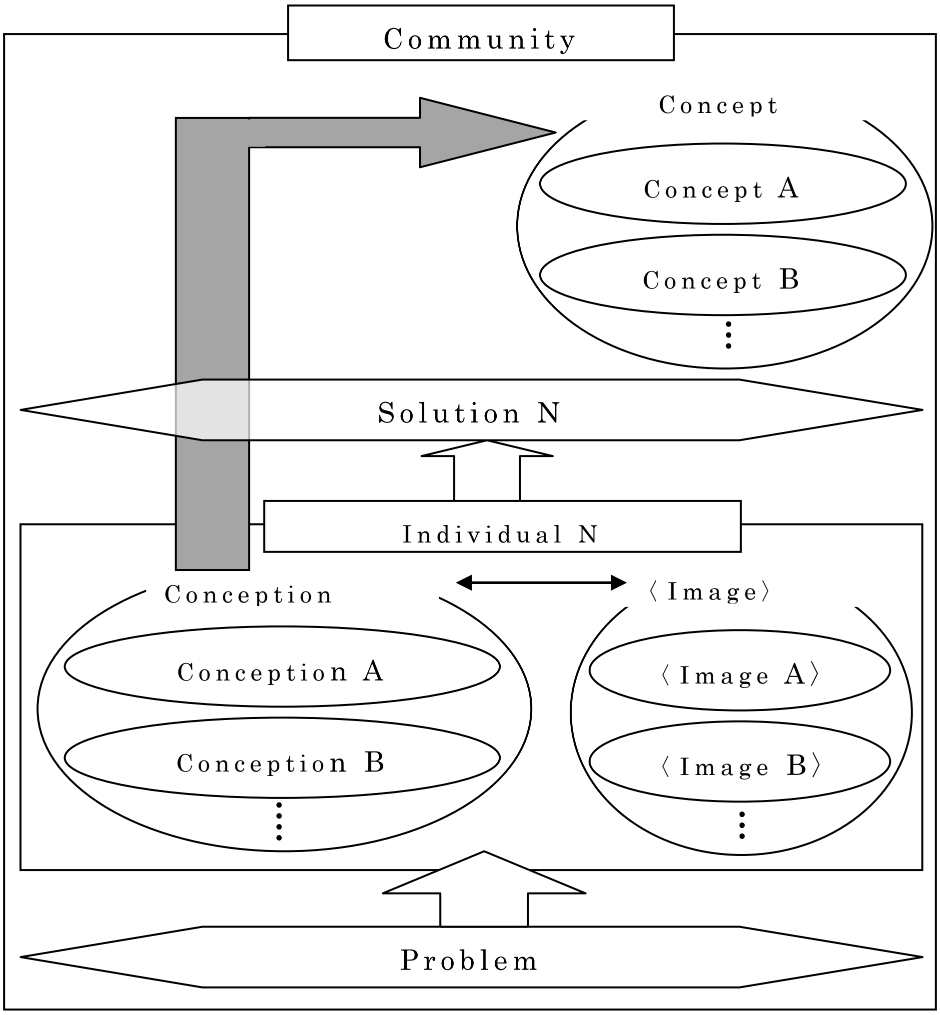


図 5　〈イメージ〉の仮説枠組み

集団(Community)の中の個人(Individual N)が問題(Problem)に取り組み，個人の思考の中に問題が Input される。個人の思考の中において〈イメージ〉や Conception が用いられ，解決(Solution N)が Output される。ここでの解決は，個人の思考の中のものは指さず，表現されたものを指す。このように表現された複数の解決を通して，Concept の構成が図られる。

図 5 の仮説枠組みから，以下のような研究課題が抽

出される。

研究課題 1「解決に困難が生じた時，〈イメージ〉を用いるのではないか。」

研究課題 2「〈イメージ〉は問題解決にどう機能するのか。〈イメージ〉を用いることのよさとは何か。」

研究課題 3「授業者は学習者の〈イメージ〉をどう扱うべきか。」

これらの研究課題を達成していくことで，〈イメージ〉の機能の解明とその指導について検討していく。研究課題 1 の達成を基礎として考え，研究課題 2，研究課題 3 の達成を図る。

第 2 章の要約

第 2 章ではまず本研究で扱う〈イメージ〉, 図, 概念について用語整理を図った。本研究における〈イメージ〉とは従来までの static な像としての意味だけでなく, dynamic な像の操作としての意味も包括して,「解決者の思考の中で形成された心的表象, およびそれの操作」とし, 図は「〈イメージ〉の一部を顕在化した物理的対象」と定義した。そして概念を, Conception, Concept に分け, それぞれ個人が持つ概念, 理論的に構成された概念と定義した。

〈イメージ〉と概念との関係を, 事例を通して検討し,〈イメージ〉と Conception は互いに影響し合い, 変容していくと考えられた。そして Conception がより洗練されるような〈イメージ〉を用いることが教育として価値があると考えられた。

事例を通した結果,〈イメージ〉の仮説枠組みが設定された。その仮説枠組みから以下に挙げる 3 つの研究課題が抽出された。

研究課題 1「解決に困難が生じた時,〈イメージ〉を用いるのではないか。」

研究課題 2「〈イメージ〉は問題解決にどう機能するのか。〈イメージ〉を用いることのよさとは何か。」

研究課題 3「授業者は学習者の〈イメージ〉をどう扱うべきか。」

第 3 章
〈イメージ〉を同定する調査

本章では，研究課題 1 を達成するため，学習者が用

いている〈イメージ〉を同定する調査について述べる。

3.1 では調査の目的を述べる。3.2 では〈イメージ〉の同定手順と，目的を達成するために調査問題がそなえる条件について考察する。3.3 では調査Ⅰ，3.4 では調査Ⅱについて述べる。3.5 では，本調査結果から読み取れた，問題解決に機能する〈イメージ〉の機能について述べる。3.6 では本章のまとめを述べる。

3.1　調査の目的

研究課題 1 の追求には，まず〈イメージ〉をいかに同定するかが要請される。そこで，問題解決における学習者の〈イメージ〉の同定を可能とするために，以下の通り調査を計画する。

〈イメージ〉を同定するため，解決者にどのように考えたかを口頭で説明を求める。そのための準備段階として，〈イメージ〉を表出させ，観察可能な状態にすることが必要となる。そこで，解決者に記述させる段階を調査Ⅰ，口頭による説明を引き出すための面接調査を調査Ⅱとし，これら 2 つの設定によって，〈イメージ〉を同定する調査を構成する。

調査Ⅰでは，〈イメージ〉を用いさせる，解決者が用いた〈イメージ〉を記述させる，の 2 点を目的とする。調査Ⅱでは，どのような〈イメージ〉を用いたかを探る，〈イメージ〉が解決にどう影響したかを探る，の 2 点を目的とする。上記のとおり，調査の目的のことがらを検討するため，実際の問題解決場面について調査し，分析する必要がある。したがって，本調査では，授業形式でなく，生徒 1 人 1 人に問題解決に取り組ませ，〈イメージ〉を引き出すこととする。

3.2　〈イメージ〉の同定手順

〈イメージ〉の同定手順については以下の通りである。〈イメージ〉そのものを直接観察することは不可能

であるので，観察可能なものを手掛かりとして〈イメージ〉を同定する。したがって本研究では解決者が記述した図や表を解決者の〈イメージ〉の表出とみなすことで〈イメージ〉を同定することとする。しかし，記述だけでの〈イメージ〉の分析は調査者の推測にとどまり，〈イメージ〉と判断する根拠としては不十分である。そこで，その記述はどのような考えを表しているのか，記述には表れなかった解決者本人の口頭による説明も，〈イメージ〉を判断するための根拠となる。本調査では，解決者の思考において行われた操作の記述及び口頭による説明をもって〈イメージ〉として同定する[1)]。

3.3 調査 I

3.3.1 調査問題がそなえる条件

本調査では，〈イメージ〉を同定するための根拠となる図や表を記述させたい。そこで，調査問題は，

・少なくとも図や表を用いないと解決が困難であること

・解決者に少しでも多くの記述を残させるための方略が盛り込まれていること

が条件となる。

上述のような方略を考えるにあたり，仮に図6(pp.21)のような問題解決場面が解決者 1 人の場合を

1) このような手法は松尾(1996)の調査方法においてもなされている。

考える。調査者は解答用紙の記述を介して解決者の〈イメージ〉を分析するため，問題解決場面の外にいる。解決者は問題を読み，〈イメージ〉を用いて解決へと取り組む。しかし，解決者自身さえ分かればよいので細かく記述する必要性がない。

仮に，ここに架空の第三者を加えた図 7 のような場合を考える。図 6 の場合と同様に〈イメージ〉を用いて解決に取り組むが，第三者に伝達することが目的となるため，細かな記述が必要となると考えることができる。したがって，本調査では第三者に考えを伝える状況を調査問題として設定する。

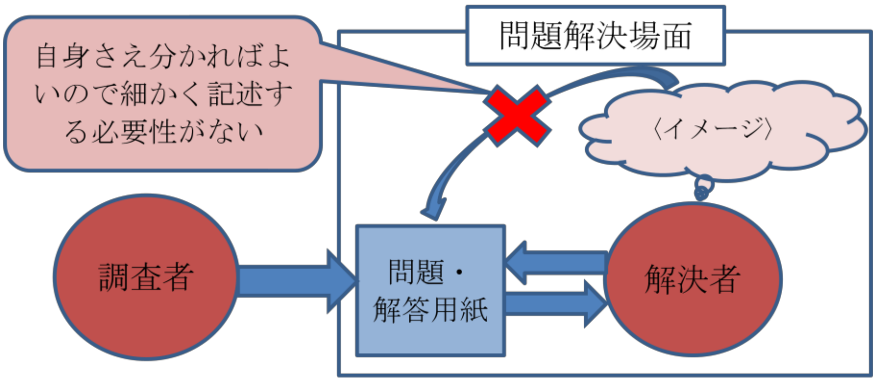


図 6　解決者 1 人の場合

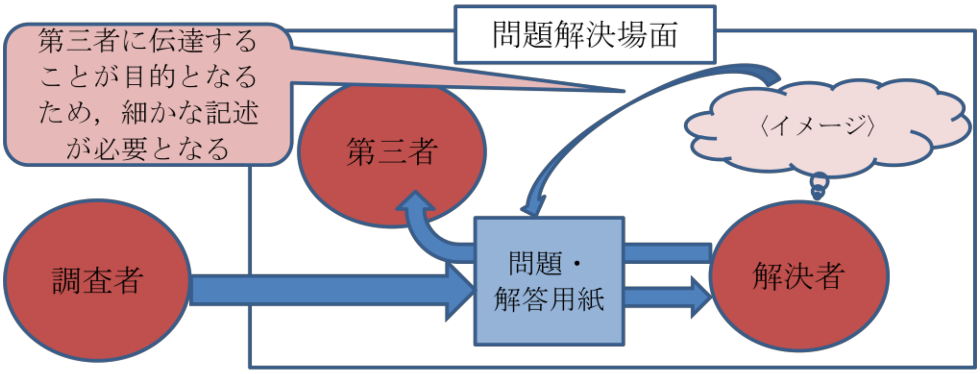


図 7　架空の第三者を加えた場合

3.3.2　問題の開発

3.3.1 に基づき，次のような調査問題を開発した。

次のような問題を解こうと悩んでいる人がいます。 あなたの考えを教えてあげてください。 下の余白を使って，自由に書いてください。 問：「戸のついた下駄箱が並んでおり，それぞれ 1 番，2 番…といったように番号がついています。いま，下駄箱の戸が全て閉まっています。1 人目の人は戸を全て開けました。2 人目の人は 2 の倍数の戸を閉めました。3 人目の人は 3 の倍数の戸を，開いている戸は閉め，閉まっている戸は開けました。4 人目は 4 の倍数の戸を，5 人目は 5 の倍数の戸を，…，という手順で順番に戸を開け閉めします。」 （1）下駄箱が 10 個あり，10 人目の人が開け閉めし終えた時，戸はいくつ開いていますか？ （2）下駄箱が 1000 個あり，1000 人目の人が戸を開け閉めし終えた時，戸はいくつ開いていますか？

3.3.3　調査 I の実施

本研究では発達段階による相違は問題としていない。また，本調査問題の解決には，平方数の概念の必要が生じる。よって，本調査では中学 3 年生を対象とした。

調査対象：鳥取県内中学校 3 年生　74 名 実施日：2008 年 10 月 16，17 日 実施時間：15 分

調査Ⅰは授業前に学校教員監督のもとに15分で行われた。学校教員は，調査者から渡された以下のような指示文に沿って調査を実施した。調査問題の内容に関わる生徒からの質問は一切受け付けないこととした。以下，授業者への指示文。

①調査用紙を1人に1枚ずつ配ってください。

②まず，出席番号を必ず記入させてください。名前は書かないよう，お願いします。

③調査用紙の上から3行（太字部分）を先生が読んでください。(この3行を生徒が見落とさないようにするためです。)

④1枚で足りない生徒は手を挙げて2枚目をもらうよう，指示してください。2枚目は調査用紙の余りでも白紙でも，どちらでも構いませんが，その際，2枚目にも出席番号と，出席番号の横に②と書くよう指示してください。

（例：11番の場合…11－②）

⑤読み終えたら,「はじめ」と言って開始してください。時間は15分です。15分経ったら「やめ」と言って終了し，回収してください。

3.3.4　調査Ⅰの結果と考察

調査問題(1)について，74名のうち，73名については，図や表などの記述がされていた。1名(正答)は解のみで図や表などの記述はなかった。正答に至った者は

74 名のうち 49 名であった。正答，誤答に関わらず，記述されていたものを分類すると，

・10 回の操作による戸の開閉状態を，表を用いて表しているもの(図 8)

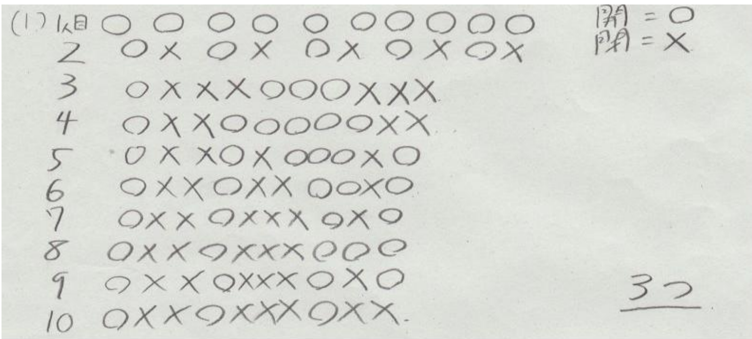


図 8

・表を用いて開いている戸の番号と閉まっている戸の番号を別の行に分けて，次の操作で開閉される戸の番号を○で囲み，別の行に向けた矢印を書いているもの(図 9)

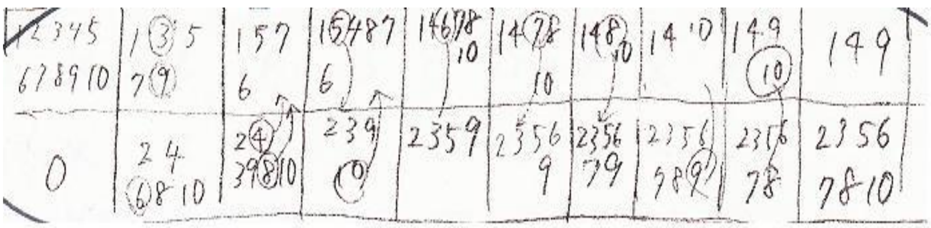


図 9

・1~10 のそれぞれの倍数の数を書きだしているもの(図 10(pp.25))

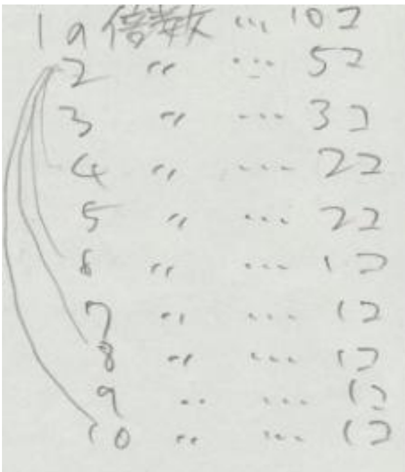


図 10

・1~10 のそれぞれの約数の数を書きだしているもの(図 11)

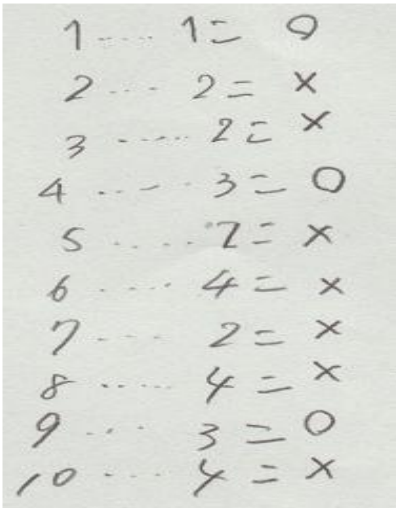


図 11

という記述に分類できた。

調査問題(2)について，74 名のうち，41 名については，図や表などの記述がされていた。33 名については解のみで図や表の記述がない，もしくは何も記述がされていなかった。正答に至った者は 74 名のうち 8 名で

あった。正答，誤答に関わらず，記述されていたものを分類すると，

・(1)で用いた表を 11 回目以降も用いているもの(図 12)

図 12

・(1)で開いていた戸は自然数を 2 乗した数であることから，平方数を書きだしているもの(図 13)

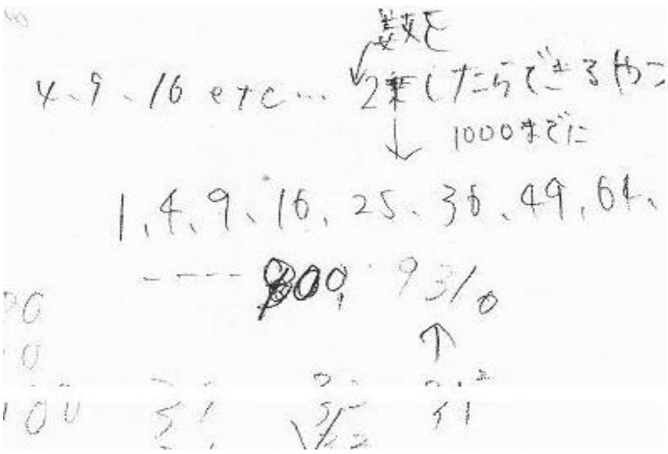


図 13

・計算式を立てているもの(図 14)

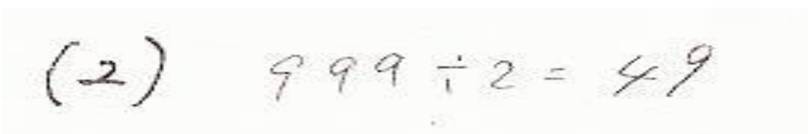


図 14

・記述からはどのような思考か予想できなかったもの（図 15）

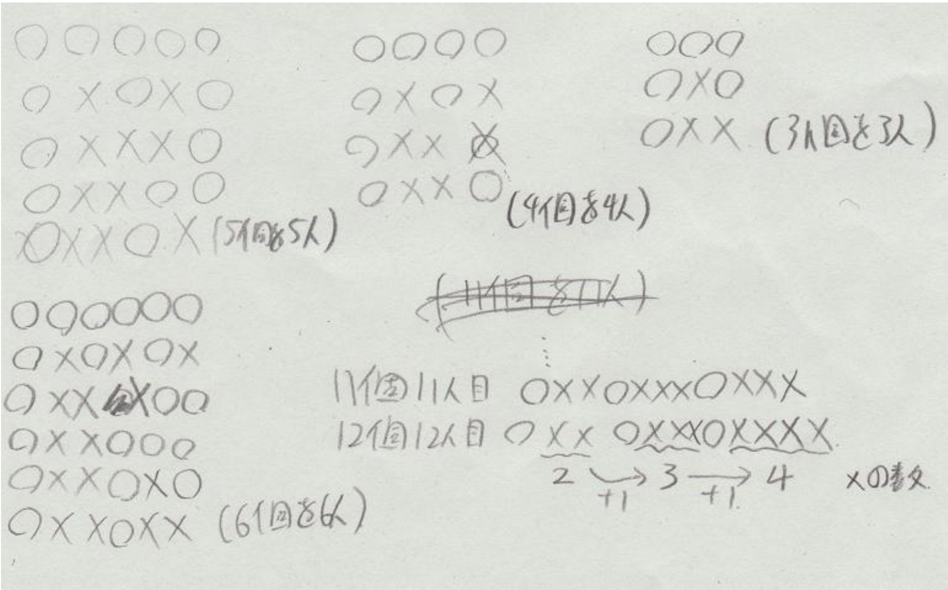


図 15

といった記述があった。

本調査問題で用いられる〈イメージ〉の一例として，戸が開け閉めされる操作，およびその操作が奇数回行われることで開いた状態になる，という〈イメージ〉を用いることが考えられる。思考の中で操作された戸の開閉という〈イメージ〉の結果を表出すると，見やすくするため表にまとめることができると考えられる。また，操作が奇数回行われる戸を探すために思考の中で戸の開閉を〈イメージ〉し，戸が操作される回数を数え，記述することが考えられる。1 人目，2 人目，…，が開け閉めした場合といったように，毎回全ての戸の開閉状態を同時に考えることは，戸の数が増えるほど効率が悪くなる。戸の操作が奇数回行われる戸を探せ

ばよいことに気づくことで，それぞれの戸が何回操作されるかを考えるようになり，戸がいつ開いていていつ閉まっているかは問題とならなくなり，さらに全ての戸の開閉状態を同時に考えなくともよくなる。そして，このような考えから，奇数回の操作回数を有する戸の番号は平方数であることに気づくことができる。以上の点から，戸を奇数回開閉する操作の〈イメージ〉を用いることが望ましいと考えられる。

調査Ⅰ(1)において，10回それぞれの戸の開閉状態をまとめた表を記述している解答が最も多く，前述の望ましい〈イメージ〉を用いたと推測されるそれぞれの戸が操作される回数を記述した解答は5名であった。(2)における記述は，(1)の表から気づき平方数に着目したと思われるものがほとんどであった。3.2で述べたように，調査Ⅰの記述だけではそれを〈イメージ〉と断定することはできない。したがって調査Ⅰの目的である，〈イメージ〉を用いさせることを達成できたとは現段階では判断できないが，少なくとも〈イメージ〉の手掛かりとなる記述をさせることは達成できたと言える。

3.4　調査Ⅱ

3.4.1　問題(質問項目)の開発

調査Ⅰの記述を分類した結果を基に，調査Ⅱの実施対象とする被験者を抽出する。(1)において分類された

それぞれの記述の中から，その記述の特徴がより明確である被験者を候補として挙げる。さらにその候補の中から，(2)で分類されたそれぞれの記述の特徴がより明確である者を選ぶ。また，本調査問題における解決において，用いた〈イメージ〉がうまく機能しなかった場合も考えられるので，正答に至っていない被験者も，調査Ⅱの実施対象とした。その結果，9名の生徒の調査Ⅱの被験者として抽出した。抽出された 9 名の生徒による記述の特徴は，表 1(pp.30)の通りである。

3.1 で述べた調査Ⅱの目的を達成するため，次のような質問項目を設定した。

質問 1.「この問題はすぐに取り掛かれましたか？」

質問 2.「この図はどのような考えを表しているのですか？」

質問 3.「どうしてそのような解き方を思いついたのですか？」

質問 4.「もう一度，この図を使ってあなたの考えを説明してください。」

質問 1 は，解決に困難さを感じたかを探るため，質問 2 は，図がどのような〈イメージ〉を記述したものかを探るため，質問 3 は，既習事項との関連を探るために設定した。また，質問 1~3 で解決時の考えを思い出させるとともに整理させ，質問 4 で，より確実に解決者の考えを引き出すことを狙いとした。質問の設定理由から，生徒が用いた〈イメージ〉については質問 2

～4の結果を基に分析する。

表1. 生徒9名の記述の特徴

生徒	(1)	(2)
A	・10回の操作による戸の開閉状態を，表を用いて表している。 ・開いている戸の番号と閉まっている戸の番号を別の行に分けて，次の操作で開閉される戸の番号を○で囲み，別の行に向けた矢印を書いている。 ・10回の操作それぞれの開いている戸の数，閉まっている戸の数を書きだしている。 ・正答へ至っている。	・記述が少しだけ残っている（計算式）が途中で終わっている。
B	・ 10回の操作による戸の開閉状態を，表を用いて表している。 ・正答へ至っている。	・図や表を用いているが，誤った着眼点を持ったため，正答へ至らなかった。
C	Bと同様	Bと同様
D	Bと同様	Bと同様
E	Bと同様	・(1)で開いていた戸は自然数を2乗した数であることから，平方数

		を書きだしている。
F	Bと同様	Eと同じ
G	・10回の操作による戸の開閉状態を，表を用いて表している。 ・図・表を用いて，各戸が操作される回数に着目している。 ・正答へ至っている。	Eと同じ
H	・図・表を用いて，各戸が操作される回数に着目している。 ・正答へ至っている。	Eと同じ
I	・図や表を用いているが，誤った着眼点を持ったため，正答へ至らなかった。	記述なし

3.4.2　調査Ⅱの実施

調査対象：鳥取県内中学校3年生　9名
実施日：2008年12月16，17，18日
実施時間：10～15分

調査Ⅰで得られた解答の中から，正答に至った者，至らなかった者の両者を含む9名を抽出し，調査Ⅱである面接調査を実施した。面接は1対1で10～15分程度で行い，ビデオカメラ及びボイスレコーダーで記録

した。面接は調査者，解決者ともに，解決者本人の解答用紙を見ながら進められた。

3.4.3　調査Ⅱの結果と考察

質問1の「この問題はすぐに取り掛かれましたか？」という問に対する回答は表2の通りである。

表2．質問1に対する回答

A	公式にあてはめられるか考えたけど分からなかった。
B	内容を理解するのに時間がかかった。
C	問題を見て少し考えてからやった。
D	とりあえず規則性を探そうと思った。
E	ちょっと考えたらできた。
F	規則性を見つけるのに時間がかかった。
G	問題の意味が少し難しかった。
H	少し時間がかかってからやり始めた。
I	よくわからなかった。

表2より，生徒D，Eを除く7名は，本調査問題に対しすぐに取り掛かれなかったと話していることが分かる。質問1についての分析は，生徒が〈イメージ〉を用いているかを分析した後で行う。

質問2以降での生徒の回答から〈イメージ〉を分析する。生徒Aは(1)について，「下駄箱に頭の中で自分で番号をつけていて，どの下駄箱が開いているか番号を書きだして，次の人が開け閉めする番号に○をして，その番号を移動させた。」と，図16の囲まれた部分を指差しながら回答した。(1)では，10回の操作それぞれについて，戸の番号それぞれが開閉どちらの状態であるかを考え，結果，開状態の戸がいくつあるかを数えている。これは，生徒B,C,D,E,Fも同様の方法を取っていた。思考の中で行った戸の開閉という操作を表と口頭による説明で表しているので，〈イメージ〉が表れていると解釈することができる。(2)では時間がなくなり，解決に至ることができなかった。

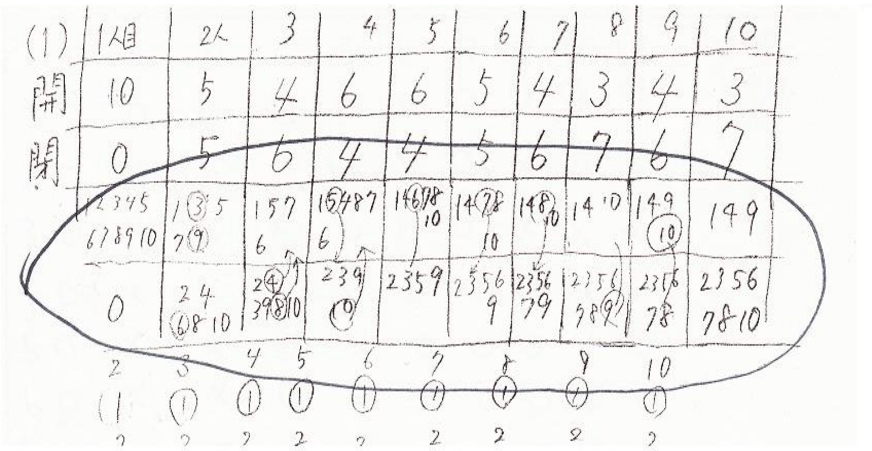


図16　生徒Aの記述

(1)で生徒 A と同じ〈イメージ〉を用いていた生徒 E は(2)について,「順に書いていって，開いている番号が全部 2 乗した数だったから，1000 までに，ある数を 2 乗した数は何個あるかを数えて出した。」 と回答している。これは，書き出した表から，1,4,9 は平方数であることに気づき，1000 以下で最大の平方数を探すというやり方である。

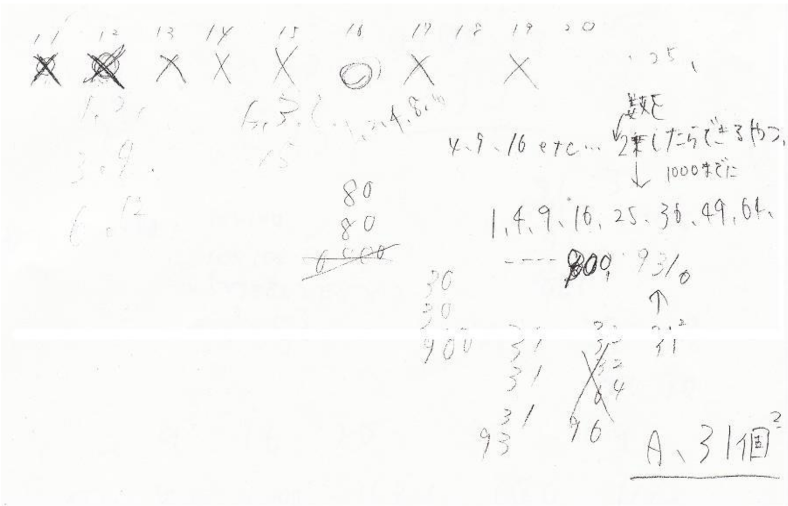


図 17　生徒 E の記述

生徒 G は(1)について,「戸の操作を永遠に続けても，奇数回目で開き，偶数回目で閉まる。」と，手で戸を開け閉めする動作をしながら回答している。これは，奇数回操作される戸が開いていることに着目し，それぞれの戸が何回操作されるかを考え，奇数回操作される戸がいくつあるかを数えるというやり方である。これは生徒 H においても同様の方法がとられている。

また，生徒 G は(2)について,「2 乗の数は奇数個○を

持っている。だから開いている状態になる。」と，(1)で記述した表を指差しながら回答している。これは，奇数回操作される番号が平方数であることに着目し，1000 以下で最大の平方数を探すというやり方で，生徒 H も同様の方法をとっている。戸が開いているのは何回開閉された場合かという，思考の中での操作が図や口頭による説明に表れているので〈イメージ〉を用いていると解釈する事ができる。

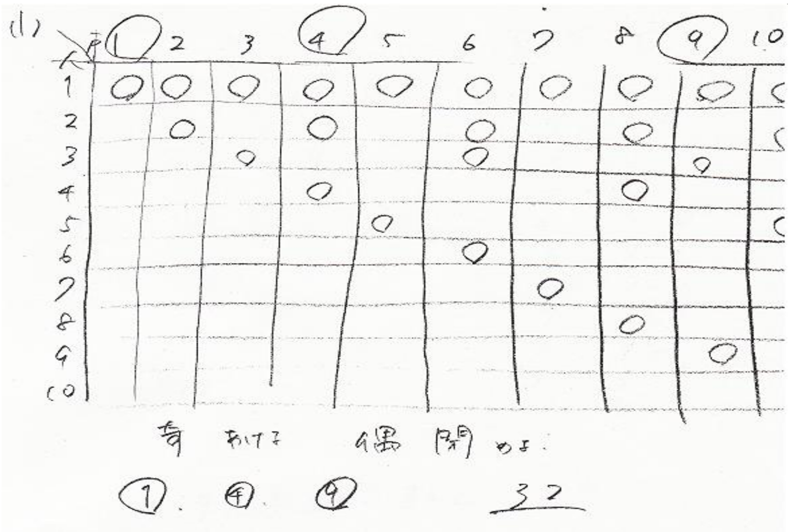


図 18　生徒 G の記述

本調査問題では，大きく分けると 2 通りの〈イメージ〉が用いられていた。生徒 A が用いた〈イメージ〉は，各試行における戸の開閉を操作することにより，詳細な戸の開閉状態を得ることができ，解決へと導いたと考えられる。しかし，(2)において平方数がいくつあるかを数えることの理由について，「順に書いていって，開いている番号が全部 2 乗した数だったから」と

いった生徒 E の回答などから，なぜそうなるのかを説明できていない。それに対し，生徒 G が用いた〈イメージ〉は，操作される回数を考えることでなぜ平方数が開いているかを説明することができ，全ての試行を考えなくとも解決へと導いたと考えられる。2 つの〈イメージ〉は共通して，解決へと導く機能を有していることが考えられる。

本調査問題において生徒が〈イメージ〉を用いていると解釈する事ができたので，質問 1 について分析する。9 名中 7 名については解決に困難が生じた時，〈イメージ〉を用いていると解釈することができた。また，すぐにとりかかれたと答えた残り 2 名についても，図や口頭による説明から〈イメージ〉を用いていると解釈することができた。この 2 名については，前述の解決へと導く〈イメージ〉の機能が発揮し，問題の理解が円滑に進んだのではないかと考えられる。

3.5 調査結果から読み取る〈イメージ〉の機能

3.4.3 では本調査において同定された〈イメージ〉を 2 つに分類することができた。ここで 2 つの〈イメージ〉のうち，すべての戸の開閉を順に毎回操作する〈イメージ〉を「〈イメージ A〉」(以下，I(A))，それぞれの戸において開閉を操作する〈イメージ〉を「〈イメージ B〉」(以下，I(B))とする。I(A)を用いた解決(S(A))は，戸の開閉操作が全て行われた後の詳細な戸の開閉状態を，

表を用いて表すというものである。一方，I(B)を用いた解決(S(B))は，戸が開くのは開閉操作が奇数回行われた時であることから，それぞれの戸において操作される回数を調べるというものである。I(A)，I(B)ともに解決へと導く機能を有していることが分かるが，それぞれにおける解決 S(A)と S(B)との間には，質的な違いがみられる。3.4.3 においても述べたように，S(A)は，全ての戸の開閉を同時に考えるので膨大な数に対応することが困難であり，なぜ平方数の番号の戸が開いているかを説明できない。それに対し，S(B)は，全ての戸の開閉を考えなくともよく，操作される回数を考えることでなぜ平方数が開いているかを説明することができる。さらに今後，戸が操作される回数とは約数の数であることに気づき，約数を奇数個持つ数は平方数であるということに気づく可能性も期待できる。以上の点から，S(A)よりも S(B)の方が教育の立場から見れば望ましい。したがって，I(A)を用いて S(A)へと至っている生徒に I(B)を用いさせることにより，S(B)へと高めることが可能になると期待できる。そのためには授業者の指導によって可能となることも考えられるし，I(A)を用いた S(A)の過程において生徒が自ら気づいて I(A)から I(B)に変容することも考えられる。このような〈イメージ〉の機能をここでは仮に，i_1: 解決へと導く機能，i_2：解決の様相を変容する機能と呼ぶと，〈イメージ〉には，少なくとも 2 つの機能があると考えられる。

3.6　第3章の結論

第3章では研究課題1「解決に困難が生じた時，〈イメージ〉を用いるのではないか。」を検討するための調査について述べた。まず，〈イメージ〉の同定手順として，〈イメージ〉は観察不可能であるため，図や表を〈イメージ〉の表出とみなすことで〈イメージ〉を解釈することとした。そして図や表などの記述データだけでなく，言語データも解釈の手がかりとすることとし，2つの調査を設定し，調査問題の開発を行った。本調査結果から，解決に困難が生じた時，〈イメージ〉を用いる様子がうかがえた。本調査問題については研究課題1を達成できたと考えられる。

本調査結果から2つの〈イメージ〉の機能が読み取れたが，〈イメージ〉の機能についてはさらなる吟味が必要となる。そこで，4章において〈イメージ〉の機能に焦点を当てた調査を行う。

第 3 章の要約

第3章では研究課題1「解決に困難が生じた時，〈イメージ〉を用いるのではないか。」を達成するため，実際の問題解決場面を対象に調査を行った。まず〈イメージ〉の同定手順について考察した。〈イメージ〉そのものを直接観察することは不可能であるので，観察可能なものを手掛かりとして〈イメージ〉を同定することとし，本研究では解決者が記述した図や表を解決者の〈イメージ〉の表出とみなすことで〈イメージ〉を同定することとした。

調査をするにあたり，調査問題の開発を行った。問題を解決し，その解決を記述させる段階を調査Ⅰ，その記述を基に口頭で説明させる段階を調査Ⅱとして，学習者が用いた〈イメージ〉を探った。その結果，学習者は解決に困難が生じた時，〈イメージ〉を用いている様子がうかがえた。本調査の分析では2種類の〈イメージ〉を読み取ることができた。さらに，それらの〈イメージ〉から，i_1：解決へと導く機能，i_2：解決の様相を変容する機能という，2つの〈イメージ〉の機能を読み取ることができた。

第 4 章
〈イメージ〉が持つ機能

本章では，研究課題 2 を達成するための，問題解決における〈イメージ〉の機能についての調査を述べる。

4.1 では調査の方法について述べる。4.2 では調査の結果として，2 人の解決者のエピソードを述べる。4.3 では考察を述べる。4.4 では 4.3 の考察で浮き彫りになった 4 つの〈イメージ〉の機能についてそれぞれ述べる。4.5 では本章のまとめを述べる。

本研究は前述した通り,3つの研究課題を達成することで目的の達成を図る。研究課題2「〈イメージ〉は問題解決にどう機能するのか。〈イメージ〉を用いることのよさとは何か。」を達成するためには，研究課題1と同様，学習者の実際の問題解決の様子と，解決で用いられた〈イメージ〉を分析することが要請される。そこで,〈イメージ〉の機能について考察するために，第3章で議論した方法に従い，調査を行う。

4.1 調査の方法

次の問題の解決を図った，たけしとのりこという2人の学習者(仮名)の解決を通して考察していく。

問題：2枚の同じ大きさのコインA，Bがあります。コインAがコインBの円周に沿ってすべらないように転がります。コインAがコインBのまわりを1周するとき，コインAは何回転しますか。

解決者：国立大学文科系学部3年生2人(男21歳，女21歳)

手続き：調査者と解決者1対1の面接方式で行う。解決者は上記の問題が記された用紙に自由に解答を記述する。また，その記述と併せて，調査者に解答の説明を口頭で行う。調査者は口頭説明を記録し，解答用紙を回収する。

3.2.1の〈イメージ〉の同定手順に従い，解決者から得られた言語データ，記述データを基に分析し,〈イメ

ージ〉の機能について考察する。結果及び分析はそれぞれ以下の通りである。

4.2 調査の結果

4.2.1 たけしの解決

たけしは本問題に対し,「1 回転」という解決に至った。以下はたけしの口頭による,自身の解決についての説明である。

「A と B の接点の軌跡は B の円周と重なるから，A の移動する距離は B の円周の長さと等しい。半径を r とすると,円が直線上を 1 回転がるときの長さは 2πr で，B の円周を直線に広げるとこの長さも 2πr。この直線上を A は転がるから 1 回転。」

たけしはこの解決の中で，円が直線上を 1 回転するときは円周と同じ長さ進むという考え方を用いている。この考え方と呼ばれるものが Conception に相当する。この Conception(C(α)とする)に対応する〈イメージ〉は 2.1.1 で述べた〈イメージ〉(I(α)とする)であり，この I(α)を用いてたけしは 1 回転という解決に至ったと考えられる。

また,A は 1 回転するので,A の回転の様子をたけしは以下のような図(図 19)で示した。

たけしは解決に至った後,実際に具体物を用いて A の回転の様子を確認した。すると，実際の A の動きはたけしが考えていた図 19 とは異なり，図 20 のようにな

った。

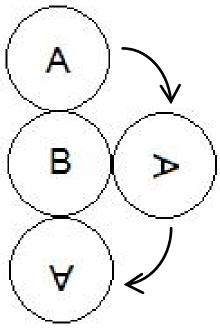


図 19　たけしの記述による A の回転の様子

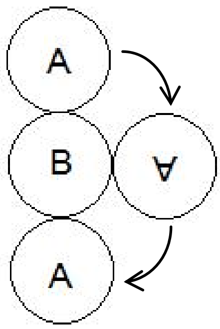


図 20　実際の A の回転の様子

実際の A の動きを見たたけしは以下のような反応を示した。

「あれ，もう 1 回転してる。2 回転か。」

実際の A の動きはたけしの〈イメージ〉とは異なり，2 回転してしまい，たけしは戸惑った。実際の動きを見ても A がちょうど B の円周分だけ転がっていることは確かであるにも関らず，半周の時点でなぜ 1 回転してしまうのかがたけしは分からず，思考がその時点で止まってしまった。

4.2.2 のりこの解決

一方のりこは「2回転」という解決に至った。以下はのりこの口頭による，自身の解決についての説明である。

「Aの中心の軌跡は半径 2r の円で，Aが移動する距離はこの円周の長さに等しい。円が直線上を 1 回転がるときの長さは 2πr で，Aの中心の軌跡を直線に広げると，長さは 4πr。この直線上を A は転がるから 2 回転。」

のりこの解決では，たけしの解決での考え方 C(α)及び C(α)に基づく I(α)に加え，実際の A が進む距離は A の中心の軌跡で表されるという考え方を用いている。その軌跡は，B の中心と A の中心を結んだ線分を半径とし，B の中心を中心とする円となる(図 21)。直線上を転がる場合も，A が進む距離は A の中心の軌跡である直線で表される(図 22)。この考え方，つまり Conception(C(β)とする)に基づく，A の中心の軌跡に沿って A が移動する〈イメージ〉(I(β)とする)と，たけしの解決における I(α)の両方を用いてのりこは 2 回転という解決に至ったと考えられる。

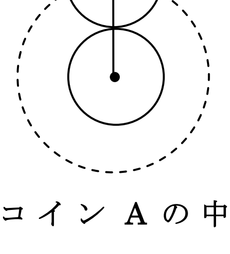


図 21　コイン A の中心の軌跡

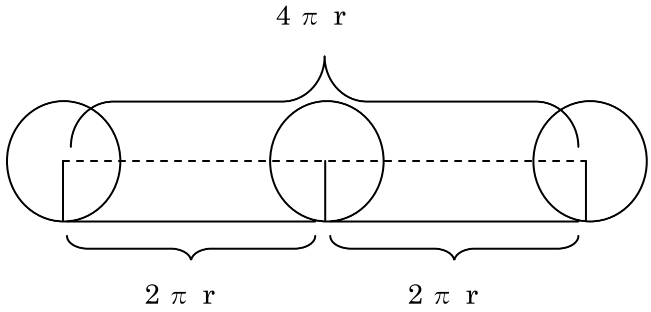


図 22　A の移動距離と回転数

4.2.3　なぜ 2 回転するのか

調査後，2回転することが納得できないたけしに対し，のりこが説明した通りにのりこによる解決を調査者が説明したところ，たけしは以下のような反応を示した。

「あぁ…(沈黙)。いや，でも…(沈黙)。でも，A は B と同じ分だけ当たっているんですよね。なんで 1 回転じゃないんだろう。なんかあまりすっきりしないです。」

上記の反応から分かるように，たけしはのりこによる解決を聞いても，同じ長さの円周を転がるのだから 1 回転するはずだ，という自分の解決がなぜ誤りなのかを容易には納得できなかった。なぜならばのりこの解決は，確かにそうであることは説明しているが，たけしがなぜ誤りなのかの説明にはなっていないからである。

算数・数学の学習指導において，単に片方の解決が誤りでもう片方の解決が正しいから誤りの解決が棄却

されてしまうことは望ましくない。この場面では，たけしがなぜ誤ってしまったのかを理解することも大切な学びである。

おそらく，本問題を解決する際，のりこと同じような考え方や解決に至る前に，たけしと同じような考え方や解決に至る可能性は大いにあるだろう。つまり，たけしと同じ状況は極めて頻繁に起こると考えられる。たけしが納得できないこの現象はなぜ起こるのだろうか。これをどうやって説明できるだろうか。以下のような〈イメージ〉を用いることで説明できると考えられる。

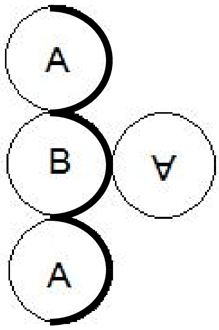


図 23　半周時の A と B の接点

A が B の周りを 1 回転したとき，A と B それぞれ円周の半分ずつが接する。図 23 の太線部が A と B が接する線である。さらに，B の太線部と，そのとき接している A の様子を取り出して，B の曲線を直線に伸ばすと図 24 のようになる。

図 24 のように直線に直すと，A は 1 回転しておらず反回転の状態となる。これは元々持っていた，円が直

線を転がるI(α)の通りである。直線ではAが反回転の状態であるが，元の図23のように曲線に曲げることにより，直線上ならば反回転のAが1回転した状態となる。これはAの回転を見ている視点の〈イメージ〉(I(γ)とする)を用いたとき，その視点が異なるためである。Aが直線を転がるとき，A自身の視点と，BがAの回転の様子を見る視点はどちらも図24のようにAと直線を挟んで平行に移動する。しかし，この直線を曲線に曲げたとき図24で示した視点はそれぞれ図25に示すように位置する。

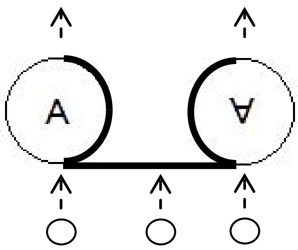


図24　直線に展開したAとBの接線およびAの回転を見る視点

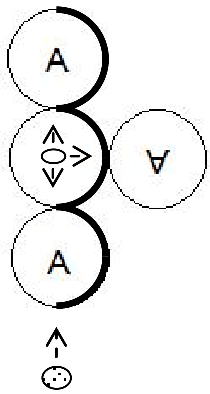


図25　AとBにおける視点の位置

Bの中心から見ればAは半回転であるが，この問題におけるAの回転を見る視点はBの中心ではなく，図25のようなA, Bの外にある。このような視点の違い，及び接する線が曲線であることが，反回転が1回転となる原因である。

したがって，同じ長さの円周を転がるからAは1回

転する，というたけしの解決について，I(α)が間違っているのではなく，このI(α)に固執したために直線を転がる場合とこの問題の場合との視点の違いに気付きにくくなり2回転することが納得できないのだと考えられる。

たけしにこのようなI(γ)を用いた解決を説明することにより，たけしは納得できなかった現象がなぜ起こるのかを納得でき，のりこの解決を受け入れることができた。

4.3 調査結果の考察

問題に図が提示されていない場合，図が提示されている時よりも問題を把握する力が必要となる。この問題におけるAのdynamicな動きを把握するには，実際にコイン(具体物)を操作しない限り，思考の中で操作しなければならない，つまり〈イメージ〉を用いなければならない。したがって，解決者は問題を把握する際に〈イメージ〉を用いることが考えられる(問題把握の機能)。

Aの動きを把握するとき，思考の中での操作を整理するためにおそらく図をかくことが予想される。図は，思考の中の操作，つまり〈イメージ〉の一部を顕在化したものである。ここで，図は固定的であり，〈イメージ〉は可変的であるということが言える。円の動き全てを図で表しきることは不可能であるのに対し，〈イメ

ージ〉は一連の動きを考えることが可能である。この〈イメージ〉が可変的であることが〈イメージ〉のよさの 1 つであり，後に述べる〈イメージ〉の様々な機能の土台となると言える。

本事例における問題は，I(γ)によって説明された回転を見る視点，言い換えれば回転の定義によって，正解が異なる。図 25 のように視点の位置が変われば 1 回転が正解ともなり，2 回転が正解ともなる。ただし，本事例におけるたけしの解決は，1 回転という解答が誤りなのではなく，1 回転の解決の仕方としてたけしの考え方は正確でなかったため，たけしの考え方，図 19 のような回転の〈イメージ〉が誤りなのである。

たけしの解決，のりこの解決ともに，〈イメージ〉を用いることにより，その〈イメージ〉を足掛かりとしてそれぞれの解決が進められていることが分かる。ここから，解決者は思考を〈イメージ〉によって進展させていることがうかがえる(思考を促す機能)。

また，ここまでに記述された本稿の文中において本事例の解決に用いた〈イメージ〉を説明しており，その説明の際に筆者は思考の中で〈イメージ〉を用いている。記述そのものは〈イメージ〉ではないが，その記述を媒介として自身の〈イメージ〉を相手と共有することを図っている。つまり他者に説明する際，説明をする者及び受ける者は〈イメージ〉を用いている(コミュニケーションの機能)。

たけしが $I(\gamma)$を用いることにより，自分の考えがなぜ誤っていたのかを気づくことができ，視点を B の中心においた正確な 1 回転の捉え方，およびのりこの解決を受け入れることができた(思考を評価する機能)。

4.4　〈イメージ〉の機能

以上のような事例分析及び考察によれば〈イメージ〉には少なくとも，I_1：問題把握の機能，I_2：思考を促す機能，I_3：コミュニケーションの機能，I_4：思考を評価する機能があると考えられる。3.5 で挙がった i_1：解決へと導く機能は，I_1：問題把握の機能，I_2：思考を促す機能に相当し，i_2：解決の様相を変容する機能とは，I_4：思考を評価する機能に相当する(図 26)。

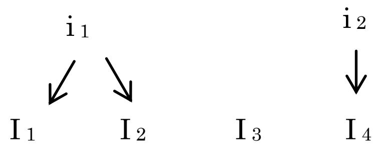


図 26　〈イメージ〉の機能の相当図

4.4.1　問題把握の機能

問題把握の機能とは，〈イメージ〉のよさとも呼べる，可変的であることが大きく関わる。本事例における，コインが回転しながら回るという static な図では表わせない dynamic な問題場面を，視覚的に直接目にしなくても，〈イメージ〉によって思考の中で見ることができる。その際，図を通すか通さないかは個人差がある

だろうが，いずれにしても，〈イメージ〉とはそこに物理的に存在しないものを見ることができるという特異な機能があり，特に本事例のような問題における問題把握に〈イメージ〉は不可欠である。

4.4.2　思考を促す機能

思考を促す機能とは，たけしの解決では I(α)，のりこの解決では I(β)を用いていたように，それぞれ〈イメージ〉を足掛かりとして思考が進んでいることからその機能を考えることができる。I(α)，I(β)ともに，それぞれに基づく Conception を呼び起こしており，解決に必要な考え方を用いることに機能している。

4.4.3　コミュニケーションの機能

コミュニケーションの機能は，本事例ではのりこがたけしに説明する際，あるいは筆者が本稿の文中で説明する際に，説明をする者及び受ける者の両者の間に〈イメージ〉を共有することを図っていることからその機能を考えられる。〈イメージ〉を共有することを図るとは，次のように考えられる。

本事例において，自身の解決を他者に説明する際，つまりコミュニケーションが行われる場を考えるとき，その解決とは〈イメージ〉を用いて考えられている。ここで，コミュケーション論で一般に認められる，コミュニケーションの SMR モデル(江森，1992)にならう

と，以下のように考えることができる。〈イメージ〉を顕在化した図を使ったり，その〈イメージ〉による考え方を言語にしたりして，それらをメッセージとして他者に説明する。受け手は，受け取ったメッセージを基に，その考え方を読み取る。そのとき，その考え方を解釈するためにその考え方に基づく〈イメージ〉も同時に読み取られると考えられる。〈イメージ〉とはその個人の思考の中にあるものであり，受け手がメッセージから読み取る〈イメージ〉は説明をする送り手の〈イメージ〉と同一のものではなくなる。受け手が読み取った〈イメージ〉と，元の〈イメージ〉が違えば違うほど，両者の考え方は食い違ってしまう。したがって，送り手は自身の考え方をより正確に伝えるため，相手が自分の〈イメージ〉とより近い〈イメージ〉を持てるよう説明を工夫する。ここで言う説明を工夫するとは，説明に用いる図や言語を工夫するということである。このように，説明の際には，〈イメージ〉を共有することが図られると考えられる。つまり，コミュニケーションの場において〈イメージ〉が解釈の手助けとなっていることが考えられる。

4.4.4 思考を評価する機能

思考を評価する機能とは，本事例におけるたけしが自分の誤りに気づく場面，のりこの解決を受け入れる場面での〈イメージ〉，特に I(γ)からその機能を考え

ることができる。たけしは自分の〈イメージ〉と実際のコインの動きが違う理由が分からず思考が止まっていた。たけしの解決を S(α)，のりこの解決を S(β)とする。S(α)は I(α)を用いた解決である。A は図 19 のような動きで 1 回転するという S(α)は，I(γ)によって，B の中心から見れば 1 回転だという S(γ)に変容した。また，視点を変えれば 2 回転となることにも納得することができ，のりこの解決である S(β)にも変容が可能となった。このように解決に至る途中だけでなく解決に至った後も〈イメージ〉は機能し，その解決を修正したり，解決の様相を変容させたりする。

4.4.5　リスクを補う〈イメージ〉の機能

本事例において〈イメージ〉の機能は，のりこの解決においては成功的に機能したが，一方たけしの解決においては，思考が止まったりつまずいたりしてしまった。このように〈イメージ〉には，負の方向に機能してしまうおそれもある。しかし，本事例におけるたけしの解決のような I(α)によるつまずきの後，さらに I(γ)によってなぜ誤りなのかを気づくことができたことを学びの機会として考えれば，必ずしも負の機能とは言えない。上述の〈イメージ〉の機能はこのようなリスクを補うこともできる。

4.5　第4章の結論

第4章では，〈イメージ〉の機能について，以下のように明らかにした。

① 〈イメージ〉には，I_1：問題把握の機能，I_2：思考を促す機能，I_3：コミュニケーションの機能，I_4：思考を評価する機能があり，多様な角度から問題解決に機能している。

② 〈イメージ〉の4つの機能は，〈イメージ〉が負の方向に機能してしまうようなリスクを補うこともできる。

以上のことから，授業者はここで上述の〈イメージ〉の機能を了解した上で，日々の授業および学習者を解釈する必要がある。第3章で述べたように，学習者は〈イメージ〉を用いて解決に取り組むと考えられる。授業者が〈イメージ〉という観点を持って学習者を解釈しようとすることにより，解決の過程で学習者がどのような〈イメージ〉を用いているのかを読み取り，その〈イメージ〉をどう修正すれば解決に至る成功的な〈イメージ〉へと成り得るかを考えることができる。言い換えると，本研究において示した〈イメージ〉の機能を授業者が了解していなければ，学習者が〈イメージ〉を用いて解決したり〈イメージ〉によってつまずいたりしていることそれ自体，授業者には察知されないであろう。

〈イメージ〉のよさとは一概に言えるものではなく，また，ここで限定するものでもないが，問題解決にこれらの機能が働くことは〈イメージ〉のよさと呼べるだろう。したがって，研究課題 2 の，「〈イメージ〉は問題解決にどう機能するのか。〈イメージ〉を用いることのよさとは何か。」を達成することができた。

第 4 章の要約

第 4 章では，研究課題 2「〈イメージ〉は問題解決にどう機能するのか。〈イメージ〉を用いることのよさとは何か。」を達成するため，問題解決における〈イメージ〉の機能について，2 人の学習者の解決のエピソードを通して考察した。

2 人の解決から，問題解決において〈イメージ〉は以下に挙げる 4 つの機能を持つことが明らかとなった。

I_1：問題把握の機能

I_2：思考を促す機能

I_3：コミュニケーションの機能

I_4：思考を評価する機能

〈イメージ〉はこれらの機能を持ち，問題解決において様々な角度から機能していることが明らかとなった。

一方，〈イメージ〉の機能が成功的に機能することもあれば，負の方向に機能してしまうおそれもある。しかし，上述の 4 つの機能が，そのようなリスクを補うことも明らかとなった。

第 5 章
授業における〈イメージ〉のコミュニケーション

本章では，研究課題 3 を達成するため，〈イメージ〉が持つコミュニケーションの機能に焦点を当てた授業

観察・分析について述べる。

5.1 では，研究課題 3 を達成するためになぜコミュニケーションの機能に焦点を当てるのかについて述べる。5.2 ではコミュニケーションをどのように探究するべきか，授業観察の方法について述べる。5.3 では，授業観察を行った中のエピード I について，5.4 ではエピソード II について述べる。5.5 では本章のまとめを述べる。

5.1　なぜコミュニケーションの機能に焦点を当てるのか

上記に挙げた4つの機能それぞれの特徴を考えると，問題把握の機能，思考を促す機能，思考を評価する機能については，個人内において機能する。それに対し，コミュニケーションの機能とは文字通り，個人間において機能する。他者との間に機能するが故に，様々な不都合が生じることが考えられる。日々の算数・数学の授業において，Concept の構成が図られる(溝口，1995)。社会的に共有された Concept が構成されることを考えるとき，個人間での共有という問題を考えざるを得ない。すなわち，教授場面において，授業者と学習者の間で，授業者が学習者の〈イメージ〉をどう扱うかが問題となる。学習者の〈イメージ〉を扱うとはつまり，学習者に〈イメージ〉を用いさせたり，学習者の誤った〈イメージ〉を修正したりすることである。したがって，教授場面を想定した時，コミュニケーションの機能について焦点を当てた考察が必要となる。

5.2 コミュニケーションの機能をどのように探究するべきか

4章で述べたように，学習者は〈イメージ〉を用いて解決へと至り，そしてその解決を他者に伝える際，〈イメージ〉を用いている。したがって，通常行われている算数・数学の授業において，学習者は〈イメージ〉

を用い，学習者と授業者との対話が行われている場面で，学習者の〈イメージ〉が授業者に伝達され，授業者の〈イメージ〉もまた学習者に伝達されていると考えられる。学習者および授業者が〈イメージ〉を伝達する際，〈イメージ〉そのものではなく，〈イメージ〉の表出である図や言語などの媒介を用いるだろう。なぜならば〈イメージ〉は思考の中の心的表象やその操作であり，直接観察することは不可能だからである。また，4.4.4 において述べたように，コミュニケーションの SMR モデル(江森, 1992)にならうと，〈イメージ〉の表出である図や言語がメッセージ(M)に相当する。したがって，授業者および学習者が〈イメージ〉を伝達する際にどのような伝達手段をとったのかについて，本稿の目的を達成する上で重要な解釈項となり得る。

そこで，本稿の目的である，授業者が学習者の〈イメージ〉をどう扱うのが望ましいかを判断する観点を明確にするため，本稿では，実際の授業観察・分析という臨床的方法をとる。授業の中でも特に，学習者と授業者の対話場面を中心に分析することで，本稿の目的の達成を図る。授業観察にあたり，実施する授業の設計などについては，調査者(筆者)は介入せず，授業者による通常通りの授業を観察対象とする。

本授業観察では授業者と学習者とによる〈イメージ〉のコミュニケーションの同定が観察の目的となるため，授業全体を通して，授業者と学習者の対話場面が主な

分析対象となる。したがって，記録については，授業者の言動を逃さないようにビデオテープに記録する。

対象：鳥取県内中学校の2クラス(中学校2年生，中学校3年生)[2)]

日程：2009年10月5日(中学校2年生)，6日(中学校3年生)

5.3　授業観察(エピソードⅠ)の記録及び考察

エピソードⅠは中学校2年生における，関数の授業である。本授業のねらいは関数の変域を学習することである。

5.3.1　エピソードⅠ-Aの記録

エピソードⅠ-Aは本授業における問題提示場面である。問題場面は以下のとおりである。

> 四角形ABCDは1辺4cmの正方形である。点Pは頂点Aを出発して，毎秒2cmの速さでA→B→C→Dの順で，この正方形の辺上を頂点Dまで動くものとする。点Pが頂点Aを出発してからx秒後の△APDの面積を$y$cm^{2}とする。

以下，授業者(T)と学習者(S)の発話記録である。T，Sの頭にある数字は通し番号である。問いかけには語尾

---

2) 実際には8クラス(小学校3年生，5年生，6年生，中学校1年生，2年生×2クラス，3年生×2クラス)の授業観察を行ったが，本得研究の分析では中学校2年生，3年生の1クラスずつを対象とする。

に“？”と表記する。沈黙が数秒続く場合は，“(・・・[○秒])”と表記する。発話と図が並列している箇所については，右側の写真によって示される現象と左側の発言が同時に起こっていることを表す。“(→)”と表記されている箇所は，次の発言に連続していることを意味する。

01T :「三角形の面積は増える？減る？」

02S :「増えて減る。」

03T :「増えることもあるし，減ることもある。増える，減るだけ？」

04S :「変わらない。」

05T :「変わらないこともある。そんなイメージ分かる？(・・・[4 秒])」

06T :「P が」(→)

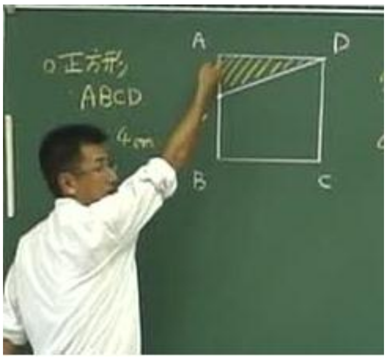


図 27- a

07T :「こう」(→)

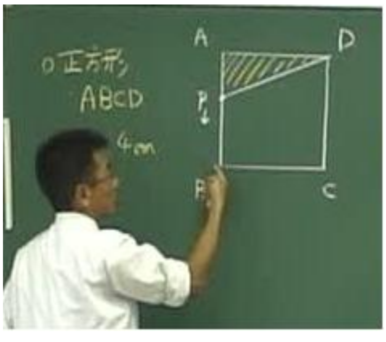


図 27- b

08T :「動くんです。」

図 27- c

09T :「面積が増えるのは P がどこを動く時？または減る時ってどこを動く時？増えるのは？」

10S :「AB」

11T :「減る時は？」

12S :「CD」

13T :「減る時ってどうなってるんだ？例えば P がここだったら APD はどんな図になる？(・・・[4 秒])」

14T :「こんな感じだね。」

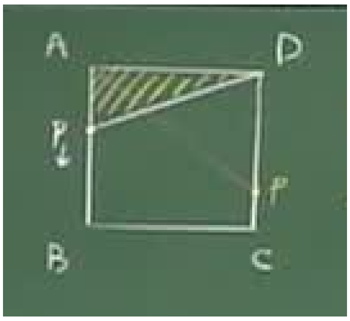


図 28

15T :「どんどん」(→)

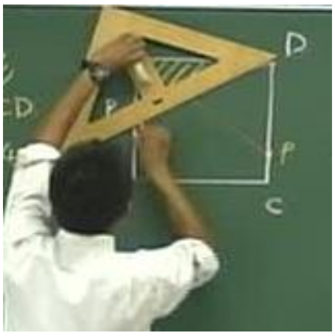


図 29- a

16T :「P が増えていく。」

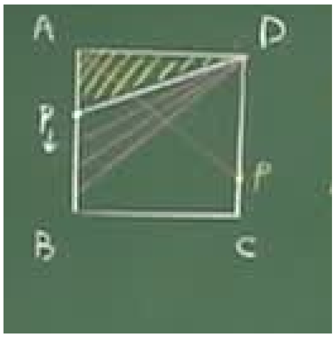


図 29- b

17T :「こんな感じで P がぐるぐる動いたら，P の場所によって面積は変わってきます。変わらないのは P がどこの時？」

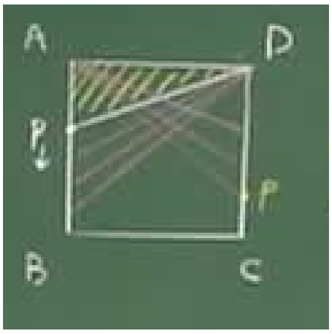


図 30

18S :「BC」

19T :「BC 上。なんで変わらないの？」

20S :「高さが変わらないから。」

21T :「そうだね。ここで質問。面積が $7cm^2$ になるのはいつか。」

5.3.2 エピソード I -A の解釈及び考察

授業者は，この問題における動点 P の動き方とそれに伴って変化する三角形 APD の面積の変化の様子を，学習者が正確に把握できるように問題場面を説明している。つまり，P が辺上を動き，三角形 APD が変化する様子の〈イメージ〉を学習者が用いることができるように，授業者は図を用いながら説明していることが

分かる。これは以下のことから考えられる。授業者は，06T，07T，08Tにおいて，図の辺上を指でなぞることでPが動く様子を示している。また，14T，15T，16T，17Tにおいて，辺上にいくつか点をとり三角形APDの図をいくつかかくことで,Pの位置の変化による三角形APDの変化の様子を示そうとしている。これは，点Pの動きは『指さし』の動きで表現することができるが，三角形APDの形が連続的に変化する一連の様子を表現することは点と比較して困難であるため，いくつかの三角形の図を示すことで一連の変化の様子を表現しようとしていると考えられる。すなわち,映画のように，静止画を何枚か用いて一連の動きを表現するようなものである。ここで言う静止画に当たるのが，各々のPの位置によってかかれる三角形の図である。

このように授業者は，本問題におけるdynamicな場面の〈イメージ〉を，図，言語，および身体表現という伝達手段を用いて学習者に伝達していることが分かる。本授業において授業者は〈イメージ〉の伝達手段として，図，言語，身体表現という3つの手段を用いたが，この後の授業展開で，学習者が問題場面を把握できていないといった混乱は特に見られなかった。したがって本授業では，上記の伝達手段が授業者の〈イメージ〉の伝達に有効であったと考えられる。

しかし，本授業においては上記の伝達手段が有効であったが，上記の3つ(すなわち図，言語，身体表現)

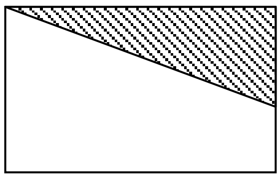
が他の授業においても常に有効であるとは限らないと考えられる。したがって,〈イメージ〉の伝達にはその伝達手段が重要な役割を担うと言える。〈イメージ〉の伝達手段として何を，いかに用いるかが問題となる。授業者は授業において,〈イメージ〉の伝達手段についても併せて検討する必要があると言える。

本問題文では点 P の動き方についての記述はなされているが,提示された問題文と static な図だけでは点 P の dynamic な動きそのものは示されていない。したがって，授業者は問題文と図を補足するように，身体表現を用いて，点 P が動く〈イメージ〉を伝達しようとしていると考えられる。ここで仮に授業者が，点 P が動く〈イメージ〉を伝達しようとしなければ，学習者は授業者が意図した〈イメージ〉とは別の〈イメージ〉を用いる可能性がある。授業者は学習者が他の〈イメージ〉を用いないよう，授業者が意図した〈イメージ〉を用いさせるため伝達したとも解釈することができる。すなわち，授業者は学習者の〈イメージ〉を制限したと考えられる。5.3 で述べたように,本授業のねらいは,関数の変域を学習することである。そのためにまず,本問題の面積の変わり方を表す式や図，表，グラフといった，変域を考察するためのデータが必要となる。授業者は変域の学習という本授業のねらいを達成するため，学習者が本問題場面の把握でつまずくことを避けたと推測できる。そうであるならば，本授業の問題

提示において，授業者が意図する〈イメージ〉を伝達し，学習者の〈イメージ〉を制限したことは，本授業のねらいの達成という視点から見れば，妥当な判断であると考えられる。

5.3.3　エピソードⅠ-Bの記録

エピソードⅠ-Bは本授業における評価問題の場面である。評価問題は以下の通りである。

> 下の図は，ABが4cm，BCが6cmの長方形である。点PがAを出発して長方形の周上をB，Cの順にDまで動くものとし，点Pが$x$cm動いた時の△APDの面積をycm^{2}とする。
>
> 点Pが次の辺上を動く時について，yをxの式で表せ。また，xの変域も示せ。
>
> ①辺 AB上　②辺 BC上　③辺 CD上
>
> 

以下，③を確認する場面からの記録である。

22T：「CD上の式はどうなる？底辺は6，高さはどう表わす？」

23S：「y＝－3x(・・・[3秒])。」

24T：「どうして－3だと分かる？」

25S：「傾きが，なんかこうなる。(指を左上から右下に

斜めに動かす)」[3]

26T:「これの逆だっていう考えか。」(→)

図 31- a

27T:「なるほどな。」

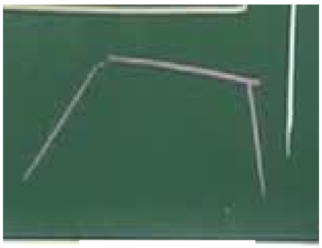


図 31- b

28T:「辺の長さで考えたらどう？」

29T:「ここまでがいくつ？xでしょ。」

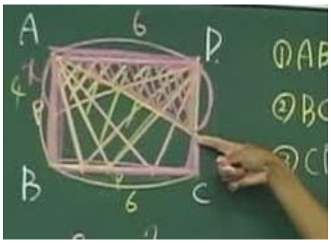


図 32

30S:「引く。」

31T:「そう。何から？(・・・[3 秒])」

32T:「ここまでが 14 でしょ。」

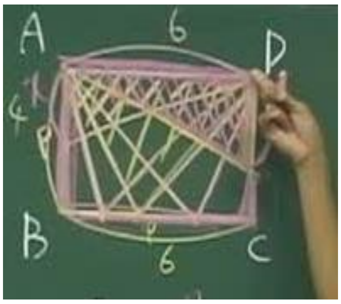


図 33

---

[3] 授業観察で用いたビデオカメラの画面外での出来事であるので，写真はない。したがって，25S に限り，筆者による記述を用いる。

33T：「だから，$6(14-x)$。$(14-x)$が高さなんだよね。

これ（“$y=6(14-x)\frac{1}{2}$”とすでに板書済）を計算すると y＝－3x＋42。」

5.3.4 エピソードⅠ-Bの解釈及び考察

エピソードⅠ-Bの中で，学習者25Sは，傾きが－3になる理由を,『指さし』の動作を用いて説明していた。これは，面積を表すグラフが下がっていくというdynamicである〈イメージ〉を伝達するため，身体表現という伝達手段を用いたのだと解釈することができる。前述のエピソードⅠ-Aにおいても，授業者が用いた〈イメージ〉の伝達手段の一つに身体表現が含まれていた。ここで，エピソードⅠ-A，Ⅰ-Bで得られた解釈を併せて考察すると，以下のような仮説が立てられる。

〈イメージ〉は非物理的であり，受け手が送り手の〈イメージ〉を直接観察することは不可能である。言い換えれば,〈イメージ〉を直接伝達することは不可能である。そこで，送り手は〈イメージ〉を観察可能なメッセージとして表現し，受け手へ発信する。メッセージが〈イメージ〉の表現であるということはつまり，メッセージは〈イメージ〉によってその内容が決定される。発信されたメッセージは受け手に受け取られ，受け手の思考の中に〈イメージ〉を再構成すると考えられる。このような〈イメージ〉の伝達という現象は，

〈イメージ〉が持つコミュニケーションの機能によるものであり，このような伝達を〈イメージ〉のコミュニケーションと呼ぶ。さらに，〈イメージ〉は dynamic であるという性質を持っている。これらのことから，〈イメージ〉を伝達するために図というメッセージが伝達手段として用いられた場合，図のような static なメッセージでは受け手が読み取るのは static な像であり，dynamic である〈イメージ〉は伝達されないと考えられる。しかし，本事例で用いられた身体表現のような dynamic なメッセージならば，受け手の思考の中に dynamic である〈イメージ〉を再構成すると考えられる。

このように考えると，〈イメージ〉のコミュニケーションにおいて，dynamic なメッセージが及ぼす影響は非常に大きいと言える。

一方，dynamic なメッセージが，受け手の思考の中に dynamic である〈イメージ〉を再構成するということは，言い換えれば受け手の〈イメージ〉を制限するということでもある。5.3.2 で述べたエピソードⅠ-A における〈イメージ〉の制限も，授業者の dynamic なメッセージ(06T，07T，08T)によるものであると考えられる。エピソードⅠ-B では，辺 PD の長さを考えるために，29T において『指さし』の動きで点 P の動きを示し，点 P の軌跡の長さが x であることを説明している。エピソードⅠ-A と同じ『指さし』という手段を用いて，

点Pの動きの〈イメージ〉を用いさせている，つまり学習者の〈イメージ〉を制限している。この〈イメージ〉の制限によって授業者は，学習者が点Pの軌跡の長さに着目することを意図したと考えられる。したがってエピソードI-Bにおいても，授業者による学習者の〈イメージ〉の制限は妥当であったと言える。

5.4 授業観察(エピソードⅡ)の記録及び考察

エピソードⅡは中学校3年生における2次関数(2乗に比例する関数)の授業である。本授業のねらいは関数 $y=ax^2$ のグラフを学習することである。

5.4.1 エピソードⅡの記録

エピソードⅡは上記の授業において,2次関数のグラフの特徴として放物線であることをまとめた後，授業者が作った教具を用いて放物線の軌跡を見せる場面である。

34T:「さっき,“物を放り投げる線”と言ったので，ちょっと確認してみましょう。」

[教具の準備にかかる。一部省略]

35T:「いくぞ。」

(→)

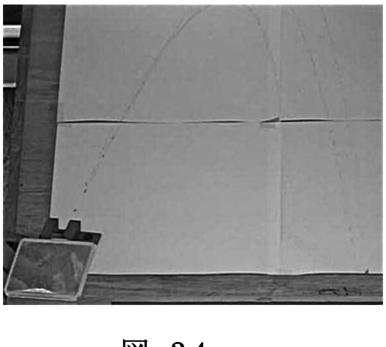


図 34- a

36T：(→)

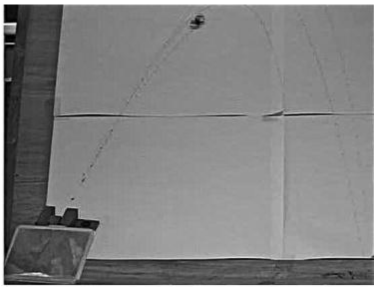


図 34- b

37T：「どうだ。」

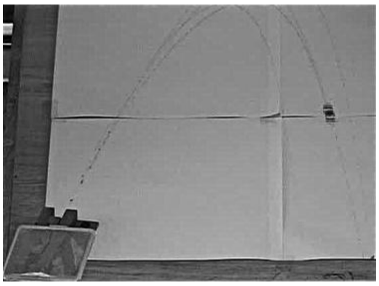


図 34- c

38T：「こんな感じです。」

5.4.2　エピソードⅡの解釈及び考察

エピソードⅡで用いられた教具は，感熱紙を貼ったベニヤ板を斜めに持ち，その斜面にライターで熱したパチンコ玉を転がすことで，感熱紙がパチンコ玉の熱に反応して玉の軌跡が黒いラインとして残るというものである。35T，36T，37T において，この教具を用いて授業者は，放物線の滑らかなカーブの軌跡を学習者に見せようとした。これは授業者が持つ放物線の〈イメージ〉を，教具というメッセージを用いて伝達しようとしたと解釈することができる。

エピソードⅠでは身体表現，エピソードⅡでは教具

というように，伝達手段そのものは異なっているが，dynamic なメッセージであることは両エピソードともに共通している。つまり，エピソードⅡにおいてもエピソードⅠと同様に，〈イメージ〉の dynamic 性を伝達するために，dynamic なメッセージが用いられていることが分かる。

一方，35T，36T，37T において授業者は，教具を用いて学習者の放物線の〈イメージ〉を制限したとも言える。これまでに 1 次関数のグラフを学習している学習者は，初めて学習する 2 次関数(2 乗に比例する関数)のグラフについて，例えば図 35，図 36 で示されるような〈イメージ〉を用いてしまう可能性もあると推測できる。そのような，誤った〈イメージ〉を用いることを避けるよう意図して，授業者は学習者の〈イメージ〉を制限したと解釈できる。

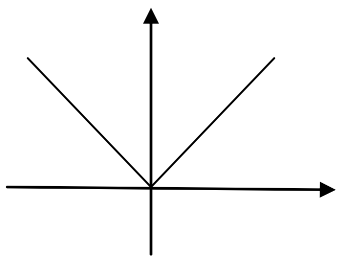


図 35

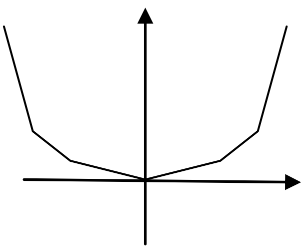


図 36

5.5 第 5 章の結論

上述の考察より〈イメージ〉のコミュニケーションの機能について，以下の 2 点が明らかとなった。

・〈イメージ〉のコミュニケーションにおいて，〈イメージ〉の dynamic 性を伝達し，〈イメージ〉を制限するためには，dynamic なメッセージが必要不可欠であること。

・〈イメージ〉の dynamic 性を伝達する際に，授業者は dynamic なメッセージを意図的に選択する必要があるということ。

以上のことから，授業者が学習者の〈イメージ〉を扱うには，メッセージとして static なもの，つまり図などだけでなく，dynamic なもの(例えば身体表現など)についても併せて用いることを検討しなければならないということが言える。それと同時に，自身が用いたメッセージが，学習者の〈イメージ〉を制限するということに留意しなければならない。本稿におけるエピソードⅠ，Ⅱにおいては，授業のねらいという視点から見れば，授業者が学習者の〈イメージ〉を制限した意図は妥当であるとみなされたが，一般に授業者が学習者の〈イメージ〉を制限することのよしあしは単純に議論できるものではない。例えば，授業において学習者の〈イメージ〉を制限することにより，多様な解決を促しにくくなる場合もあるだろう。一方，〈イメージ〉を制限することにより，学習者の活動が円滑になったり，誤った概念を修正したりすることが例として考えられる。

研究課題 3「授業者が学習者の〈イメージ〉をどう扱

うべきか」について，授業者は，用いたメッセージが学習者の〈イメージ〉を制限することを十分に了解し，その上で，メッセージを意図的に選択することが必要であるということが示唆される。

第 5 章の要約

第 5 章では，研究課題 3「授業者は学習者の〈イメージ〉をどう扱うべきか。」を達成するため，第 4 章で明らかとなった〈イメージ〉の機能のうち，コミュニケーションの機能に焦点を当て，実際の授業場面を観察・分析するという臨床的方法をとった。コミュニケーションの機能に焦点を当てた理由は，他の 3 つの機能は個人内で機能するのに対し，コミュニケーションの機能は個人間で機能するためである。

〈イメージ〉を直接伝達することは不可能であるため，送り手は〈イメージ〉を顕在化させたメッセージを伝達手段として用いる。ここで用いられるメッセージが static である場合，〈イメージ〉の dynamic 性が伝達されない。そのため，dynamic なメッセージを用いることの必要性が主張される。メッセージが送り手の〈イメージ〉を受け手に伝達するということは，言い換えればメッセージが受け手の〈イメージ〉を制限するということである。第 5 章の結論として，授業者は，用いたメッセージが学習者の〈イメージ〉を制限することを十分に了解し，その上で，メッセージを意図的に選択することが必要であるということが示唆された。

第6章
本研究の結論

本章では，本研究の結論を述べる。

6.1では研究の結論を述べる。6.1.1では研究課題1, 6.1.2では研究課題2, 6.1.3では研究課題3についてそれぞれ，研究課題と課題に対する方法，及び結論を述べる。6.2では，本研究の結論より得られた，学習指導に対する教授学的な示唆を述べる。6.3では残された課題について述べる。

6.1 本研究の結論

本研究の目的は，〈イメージ〉が学習者の問題解決にどう機能するのかを明らかにし，授業者が学習者および教材を，〈イメージ〉という観点において解釈する上で有効な示唆を与えることである。本研究の結論として，以下のことが明らかとなった。

算数・数学の学習指導の目的の一つとして，数学的知識や概念の社会的構成を図ることが挙げられる。そのような概念を Concept と定義すると，個人的な概念は Conception と定義して分けて考える必要がある。そして Conception と相関関係にあたるのが〈イメージ〉である。例えば，より望ましい〈イメージ〉が用いられれば，より洗練された Conception が構成されることが期待できる。逆に，〈イメージ〉が誤った用いられ方をしていれば，誤った Conception を構成してしまうおそれがある。そしてそれは授業者に気づかれないまま過ぎてしまう可能性も大いに考えられる。つまり，授業者が〈イメージ〉について理解していなければ，気づかぬうちに学習者の誤った Conception を構成してしまうという深刻な問題を引き起こしてしまう可能性も十分に考えられる。

したがって，以上のような概念形成という面で，算数・数学の学習指導において授業者は〈イメージ〉という観点を持たなければならないと言える。〈イメージ〉が算数・数学の学習指導にとって重要であること

の理由は他にもある。以下はそれぞれ，本研究の目的を達成するための研究課題と課題に対する方法，及び結論である。

6.1.1 研究課題 1 の結論

研究課題 1「解決に困難が生じた時，〈イメージ〉を用いるのではないか。」

方法：観察不可能な〈イメージ〉を観察可能とするためにまず，〈イメージ〉の同定手順を考察した。その同定手順に従い，学習者の〈イメージ〉を用いているかについての調査を実施し，実際の問題解決場面を分析した。

本稿の第 3 章における調査によって，学習者は問題を解決する際，困難が生じたとき〈イメージ〉を用いていることが明らかとなった。つまり，学習者が困難に立ち向かうとき，〈イメージ〉が問題解決に機能していると言える。

6.1.2 研究課題 2 の結論

研究課題 2「〈イメージ〉は問題解決にどう機能するのか。〈イメージ〉を用いることのよさとは何か。」

方法：3 章における〈イメージ〉の同定手順に従い，学習者の問題解決における〈イメージ〉の機能に

ついての調査を通して検討した。

第4章の調査分析により，〈イメージ〉には以下の4つの機能があることが明らかとなった。

I_1：問題把握の機能

I_2：思考を促す機能

I_3：コミュニケーションの機能

I_4：思考を評価する機能

以上の機能が，学習者の問題解決において機能している。日々の算数・数学の学習指導において授業者は，学習者が困難に自ら立ち向かい，解決していくことを期待するだろう。学習者が困難な問題を解決するためには，このような機能を持つ〈イメージ〉が必要不可欠なのである。さらに，算数・数学の学習指導において授業者が〈イメージ〉について意識あるいは理解していれば，解決の過程で学習者がどんな〈イメージ〉を用いているのかを読み取り，その〈イメージ〉をどう修正すれば解決に至る成功的な〈イメージ〉へと成り得るかを考えられる。つまり，授業者が〈イメージ〉を意識あるいは理解することで，学習者(の特につまづき)に対する支援を理論的根拠の基に設定できることを意味する。前述の概念形成という面だけでなく，このような問題解決という面においても，授業者は〈イメージ〉という観点を持って学習指導に臨まなければならないと言える。では学習指導において授業者は学習

者の〈イメージ〉をどう扱えばよいのか。これに答えるのが研究課題 3 である。

6.1.3　研究課題 3 の結論

研究課題 3「授業者は学習者の〈イメージ〉をどう扱うべきか。」

方法：4 章で明らかとなった〈イメージ〉の機能の中でも特に，コミュニケーションの機能に焦点を当てて，授業観察・分析を通して検討した。

第 5 章における授業観察・分析によって,〈イメージ〉のコミュニケーションの機能には,

・〈イメージ〉のコミュニケーションにおいて,〈イメージ〉の dynamic 性を伝達し,〈イメージ〉を制限するためには，dynamic なメッセージが必要であること。

・〈イメージ〉の dynamic 性を伝達する際に，授業者は dynamic なメッセージを意図的に選択する必要があること。

の 2 点が明らかとなった。日々の学習指導において授業者は，板書，言語，身体表現，教具など，様々なメッセージを用いている。第 5 章の考察より，送り手のメッセージが受け手の〈イメージ〉を制限しているということから,〈イメージ〉の dynamic 性を伝達するためには，static なメッセージだけでなく，dynamic な

メッセージも併せて用いなければならない。static なメッセージならば学習者の〈イメージ〉に自由度を持たすことにもなるが，それが誤りの原因となることもある。しかし，メッセージが〈イメージ〉を制限するということは，例えば授業者の〈イメージ〉が誤っていた場合，そのメッセージにより制限された学習者の〈イメージ〉もまた誤った〈イメージ〉となり，果ては誤った Conception が構成されてしまうだろう。つまり，自身が発したメッセージは，たとえそれが何気なく発せられた些細なメッセージだとしても，学習者の〈イメージ〉を制限してしまうということを，授業者は十分に承知していなければならない。つまり，授業者はメッセージが学習者の〈イメージ〉を制限することを十分に了解した上で，メッセージを意図的に選択することが必要であるということである。

6.2　学習指導に対する示唆

本研究の結論から，以下のような示唆が得られた。まず，授業者は学習指導で扱う教材について十分に吟味し，その時間に学習すべき数学的知識や概念とはどんな〈イメージ〉であるかを了解していなければならない。そして，その〈イメージ〉を学習者に用いさせるためにはどのようなメッセージが妥当であるか，学習者が誤って用いている〈イメージ〉を修正するためにはどのようなメッセージが妥当であるかについて，

事前に十分に吟味していなければならない。このように〈イメージ〉という観点で学習者及び教材を解釈しようとすることにより，日々の学習指導の改善を図ることが期待でき，その暁には学習者がよりよく問題を解決できるようになることも期待できるであろう。以上のことが本研究の結論より示唆される。

6.3　残された課題

本研究は，目的である〈イメージ〉が学習者の問題解決にどう機能するのかを明らかにした。また，授業者が学習者および教材を，〈イメージ〉という観点において解釈する上で有効な示唆を与えるという目的も達成した。しかし，本研究は示唆を与えるだけにとどまっており，実際の学習指導についての検討までは至っていない。今後，本研究で挙げられた〈イメージ〉の機能を踏まえて教材研究を進めることで，例えば学習者が〈イメージ〉をよりよく使えるようになるためには，いかなる指導が有効であるかについて考察できると考えられる。

資料

以下は 5 章で扱ったエピソードⅠ，Ⅱのプロトコールである。5 章では便宜上，発話に以下とは異なる番号を割り振っている。

エピソードⅠ(中学 2 年)のプロトコール

01T :「今日の問題いきます。」

[問題が書かれたプリントを配る。四角形を板書する。]

02T :「今日の問題は，この四角形は 1 辺が 4 の正方形です。点 P が頂点 A を出発して毎秒 1cm の速さで A，B，C，D と，こういう順番で動く。今，P が A を出発して，x 秒後の三角形 APD の面積を y とします。三角形の面積は増える？減る？」

03S :「増えて減る。」

04T :「増えることもあるし，減ることもある。増える，減るだけ？」

05S :「変わらない。」

06T :「変わらないこともある。そんなイメージ分かる？(・・・[4 秒])」P がこう動くんです。面積が増えるのは P がどこを動く時？または減る時ってどこを動く時？増えるのは？」

07S :「AB」

08T :「減る時は？」

09S：「CD」

10T：「減る時ってどうなってるんだ？例えば P がここだったら APD はどんな図になる？(・・・[4 秒])こんな感じだね。どんどん P が増えていく。こんな感じで P がぐるぐる動いたら，P の場所によって面積は変わってきます。変わらないのは P がどこの時？」

11S：「BC」

12T：「BC 上。なんで変わらないの？」

13S：「高さが変わらないから。」

14T：「そうだね。ここで質問。面積が 7cm² になるのはいつか。今から求めてください。」

[6 分程度，自力解決。本調査では自力解決中の発話は記録できていない。]

15T：「ちょっと手を置こう。H くんがこんな感じでやっています。H くんじゃない人に説明してもらおう。H くんはどうやって考えたでしょうか。H くんの気持ちが分かる人。H くんの答は 3.5 秒です。はい，どうぞ。」

16S：「高さが，4cm で，そのあと$\frac{1}{2}$をかけるから，その前が 14 にならないといけないから，$14 \div 4$をして，3.5 になると思います。」

17T：「この高さ 4 ってのはどこのことなの？」

18S：「AD。」

19T：「これ(高さ)が 4 だから，あとはこれ(底辺)が分か

ればいい。これはこういう式で，4 で割れば 3.5 だから 3.5 秒だ，ね。3.5 秒と出た。同じようしてやった人。はい。で，おそらく，3.5 ってのはどのへんかって言うと，このへんでしょうね。これが 3 秒，4 秒だとするとこのへんか。実は，I くんがこんな表を作ってますけども，(・・・[3 秒])1 秒，2 秒，3 秒，4 秒，4 秒でおそらくここに来ます。面積が 8 です。4 から 8 秒，ずっと一緒です。で，9 から 12 秒，今度はまただんだん減っていってる。I くんの表を見るとですね，先程の 3.5 秒というのはちょうどここに(・・・[4 秒])。じゃあ他に 7 になるところはないですか。」

20S：「10 と 11。」

21T：「10 と 11。ん？(・・・[3 秒])8 と 9 だな。」

22S：「8 と 9 か。」

23T：「8 と 9 の間が 7 になりそうだな。8 秒後ってのはどこだ？」

24S：「C。」

25T：「C の時だな。8 秒後はここで，9 秒後がここで，たぶんこのへんでしょう。答は 2 つあるんだ。3.5 と 8.5 のあたりになりそう。で，そこにグラフ用紙があるんだけど，いいかい。そこのグラフ用紙に横軸を x，縦軸を y として，この面積の様子をね，グラフに書いてみてください。書け

たらですね，Iくんが式を書いてくれてるんだけども，その式がどうなるかってのもはっきり書いてみてください。」

［2分程度，グラフ黒板を準備。］

26T：「Kくん，前半戦，0から4秒を書いてください。(後ろの席の2人に対し)4から8秒，8から12秒。」

［4分程度，グラフを書く。］

27T：「はい，ありがとう。Iくんの表を対応させてみると，Pが0の時には(面積)0。1，2，3，4と増えていく。4の時に8になってる。ここまでは何のグラフになってる？」

28S：「$y=2x$。」

29T：「$y=2x$のグラフ。AからBのときは，$y=2x$になってる。PがBからCのときは。これはいつでも？」

30S：「8。」

31T：「いつでも8なんだね。最後，減ると予想した，ここの部分っていうのは，式で書くとどうなるんだろう？」

32S：「$y=-2x+24$。」

33T：「どうやって出るの？傾きは何だ。－2だね。1行って2下がる。24ってのはどうやって出した。」

34S：「$y=-2x+b$とおいて，12と0を代入して。」

35T：「12の時0になってくれるようにして，$0=-24+b$と

して，$b=24$となるってな具合でこのグラフの式も出ます。実は今日はこのグラフについて，みんなにあんまり話してなかったんで話すけども，このグラフを書きなさいって言ったときに，これ(式)だけだったら不十分なんです。(・・・[6秒])」

36S：「xの範囲。」

37T：「xの範囲がいるんだね。xの範囲ってどこからどこまで。0から4秒までだよ。ではあと2つ範囲をつけてください。(・・・[30秒])Iくん，yが8になるのはいつですか？」

38S：「4秒から8秒。」

39T:「4以上8以下。じゃあこの$y=-2x+24$は。Yくん。」

40S：「えっと，8から12。」

41T：「8から12。こういうのをxの変域っていう言葉で言います。(・・・[10秒])じゃあyの変域ってどうなるんだ？この時のyって，最小が0で，最大が？」

42S：「8。」

43T：「8。この時は，常にyが，8のままだよね。これは何だ？」

44S：「8の0。」

45T：「0で，8だよね。xの変域，yの変域って言葉もね，一次関数のところで出てきます。だから実際このグラフをずっと続けていくと，24で交わ

るんだね。では似たような問題を見つけてきたので，残り 10 分で答え言うので，今からこれに取り組んでください。」

[プリントを配る。]

46T :「式も書いて，変域も書きなさい。」

47T :「ちょっと言い忘れてました。けっきょく面積が 7 になる時ってのはグラフで言うとここだよね (y＝7の直線を書きこむ)。7 になる時の値が 3.5，8.5 になるんだね。」

[7 分程度，自力解決。]

48T :「上の問題だけ解説したいと思います。今度は，何が x かって言ったら，P が動いた距離が x なんです。ここまでが x。P が AB 上の時，どんな式になる？どうなった？S くんどうなった？」

49S :「y＝3x」

50T :「変域はどうなった？(・・・[6 秒])T くん，変域はどうなった？」

51S :「えっと，4，あ，0 から・・・。」

52T :「これ，読み方って・・・。」

53S :「どうやって読む。」

54T :「なんて読むこれ？0，小なりイコール x，小なりイコール 4。BC の時ってのはけっきょく，BC 上の時の式はどうなる，U くん。常に一緒だよね。」

55S :「えぇ，y＝・・・，12。」

56T：「x の変域は。」

57S：「4 から 10。」

58T：「さあ問題の CD 上ですけども，今度はこうなるんだよね。色を変えようか。この時の式が分かった人。(・・・[10 秒])

59T：「CD 上の式はどうなる？底辺は 6，高さはどう表わす？」

60S：「y＝－3x(・・・[3 秒])。」

61T：「どうして－3 だと分かる？」

62S：「傾きが，なんかこうなる。(指を左上から右下に斜めに動かす)」

63T：「これの逆だっていう考えか。なるほどな。辺の長さで考えたらどう？ここまでがいくつ？x でしょ。」

64S：「引く。」

65T：「そう。何から？(・・・[3 秒])ここまでが 14 でしょ。だから，6(14－x)。(14－x)が高さなんだよね。これ(“$y=6(14-x)\frac{1}{2}$”とすでに板書済)を計算すると y＝－3x＋42。変域は 10 から 14。」

[授業終了]

エピソードⅡ(中学3年)のプロトコール

01T:「今日はグラフについての学習をします。」
[板書する。]
02T:「関数$y=x^2$のグラフ。一般的な式$y=ax^2$の係数が1の場合ですね。これを書いてみようと思います。この単元で使うと思われるグラフ用紙を準備してきました。」
[グラフ用紙を配る。]
03T:「これから使うのは左上のグラフだな。表を書くと早いな。ノートに表を書こうか。」
[表を板書し始める。]
04T:「表はノートに書いて，グラフはプリントに書こうか。家に帰ってからはさみで切って上手にノートを整理してみ。(板書しながら)そうだな，―3まで調べたらいいんじゃないか。」
05S:「先生，表は書いてます。」
06T:「ああそうか。この前の授業でここまで来たんだ。ちょっと言ってみて。」
07S:「9，4，1，0，1，4，9」
08T:「オッケー。じゃあこれをグラフ用紙に点を取って，どんなグラフになるか作ってみて。」
[3分程度，自力解決。]
09T:「こんな感じのグラフになったよな。そしたら，このへんが間が開きすぎだけぇ，ちょっと調べて

みるか。1.5の2乗っていくらだった？」

10S：「2.25」

11T：「はい，2.25。xが1.5の時，yは2.25。だいたいオッケー。おお，いけるいける。点を打って確かめてみて。2.5の2乗いくら？」

12S：「6.25。」

13T：「6.25。だいたいこのへんか。ええなぁ。3の時に9。なんかこう，きれいなカーブを描くな。もうみんな分かるよな？ここをとればy軸の反対側は同じyの値だよな。左右対称だ。これでグラフが書けた。書けたらグラフの隅に，$y=x^2$のグラフですよって式を書きます。これが何のグラフであるかってことが分かるように，右上か左上にだいたい書きます。(・・・[5秒])で，とった点ははっきり見えるように，点をうっといてください。さあ，じゃあだいたいできとるな。0.5ずつとったら，ほぼ，このへんはだいたいこんなもんだでな。こっちもこうだよな。で，一番怪しいのがこのへんで(頂点付近)，ここはもう完璧に向きが変わってますよね。こう，グーっとこうなってます。このへんがほんとに，こんなきれいなカーブを描くのか，怪しいので，確かめてみようと思います。ということで，君たちに配った，方眼の真ん中下，―1から0.1置きに，―1から1まで，とってます。これにxが0.1の時は0.1の2乗っていう感じで，点をと

ってみてください。じゃあやりましょう。」

[5分程度，自力解決。]

14T：「よし，じゃあだいたいみんなできてるね。要領のいい人は右半分書いちゃったら，同じじゃないか，負の数も2乗したら同じなんだから，右を見ながらやれば，早く書けます。うすく線で結んでいったら，なめらかな形になると思います。(・・・[8秒])よし，じゃあ，まとめときます。$y=x^2$のグラフは，(板書しながら)こういう表現で書くといいと思います。なめらかな曲線です。(・・・[9秒])で，特に，怪しかった原点付近を拡大すると，やはりなめらかな曲線であることを確認することができます。このなめらかな曲線のことを，放物線と言います。(・・・[5秒])放物線の特徴についてはまた，次の授業で詳しくやると思います。漢文の読み方だと，順番を逆にすればいいよな。物を放り投げた時にできる線。で，実はこのグラフを，反対にしてやって，こうやれば，ここからポーンと放り投げたらスーっとできると思う。こういう線になる。もう1つ。$y=x^2$のグラフは，y軸を(板書しながら)対称の軸として，線対称である。とりあえず$y=x^2$のグラフの特徴として，この2つぐらいを確認しとこうか。y軸に対して線対称であるということは，y軸でこう折るとピタッと重なるわけです。あるいは，xが2の場合のyの値が4。同じ

ように，x の符号が違う—2 の場合であっても，y の値は 4 である。こういう特徴があると思います。さてさっき，“物を放り投げる線”と言ったので，ちょっと確認してみましょう。」

[教具の準備にかかる。]

15T：「これはパチンコ玉なんだけど，物を放り投げます。」

[パチンコ玉を上に投げる。]

16T：「ほら，ここに点々・・・。でも，残らんな。でも，分かるだろ，ここらにあるのが。ということで，こういう物を作ってみました。」

[教具でパチンコ玉を打つ。]

17T：「こう，転がったの分かる？でもこれ残らんだんな。これを記録に残すために，こんなことを考えただが。パチンコ玉を，今ライターで，温めてます。で，どうするかっていうと，このベニヤ板に貼ってある，白い紙は，感熱紙と言って，熱に反応する。(・・・[10 秒])だから熱に反応して，紙に，黒いラインがつくはずなんだ。よし，やってみるで。いくぞ。どうだ。ちょっともう 1 回やってみようか。なんか薄いな，おかしいな。いくぞ。どうだ。こんな感じです。」

[教具を生徒に見せて回す。]

18T：「本当にこういうラインができてるわけだね。実際にこういうラインが書けるんです。」

[教具を片づける。]

19T:「さて，少し余談なんだけど，これは全体を眺めた感じのグラフです。(0.1 ずつのグラフを指して)一部分を拡大しました。こういうことを考えてほしい。さらに，ここの部分を拡大しました。たぶん，(緩めの曲線を板書しながら)こうだよな。じゃあここの部分をさらに拡大したら，たぶんこんな感じだでな。さらにここを拡大したら，どうなる？最後は。」

20S:「直線？」

21T:「はい，直線になります。こういうふうに，小さい部分を顕微鏡のよう拡大して見る考え方を，微分と言います。反対に，ちょっと離れたら曲がっとる，離れていくと，ああ，こういうものか，とこういう発想を積分と言います。難しい言葉だけど君たちはやってます。グランドを見て。グランド曲線か？(・・・[3 秒])平らだよな。だけど，地球上にいれば直線に見えるグランドでも，実は地球から離れて地球そのものを見れば，この一部分です。どうでしょう。あなたたちの思考様式というか，物の見方考え方として，決して微分積分は遠い自分とは関係ない世界じゃなくて，案外，微分積分の考え方をみなさんは使ってます。じゃあ，いらん話をしたんで，もうちょっと進めていきましょう。」

[グラフ黒板を片づける。]

22T:「今 $y=x^2$ のグラフを書きましたが，いろんなグラフを書いてもらおうと思います。x^2 の係数がいろいろに変った場合を考えてもらいます。では，(板書しながら)問，次のグラフを書きなさい。左下の方眼に6本の放物線を書いてもらいます。6本の放物線を書いて，放物線の形と係数aとの関係を見出してもらいます。じゃあ書くグラフを挙げておきますね。1つ目が $y=x^2$。2つ目，$y=2x^2$。3つ目，$y=\frac{1}{2}x^2$。4つ目，$y=-x^2$。5つ目，$y=-2x^2$。6つ目，$y=-\frac{1}{2}x^2$。今日はこれを書いて終わりになると思います。今日の学習の後半部分のメインですね。表を書いて作成していきます。なぜなら表とグラフを後で対応させていきますから。」

[表を板書し始める。]

23T:「6本のグラフを書くので，表は7段になります。まず上3つ。x の値を－3，－2，－1，0，1，2，3，これだけとれば十分です。この時，y の方をこう設定します。(上3段の)真ん中に x^2 をセットしてください。上に $2x^2$ をセットしてください。下に $\frac{1}{2}x^2$。こうすると，後で分析する時に都合がいい。(・・・[5秒])で，下半分もまた，今度は－がついた場合に3段書きます。(・・・[1分]) x^2 はさっきやったか

らやっちゃうよ。」

[14分程度，自力解決。]

24T:「じゃあ悪いけど手を止めてくれるか。確認しておきたいところを確認しておきます。前を見てください。同じ x の値，2の場合を調べてみる。x^2 は，4です。$2x^2$ は8です。何倍になってる？」

25S:「2倍。」

26T:「2倍。この2倍が，この2です(係数)。オッケー？で，これ半分です。この $\frac{1}{2}$ が係数 $\frac{1}{2}$ の意味です。どうだ，オッケー？じゃあグラフを見てみよう。同じ2に対して，x^2 は4です。この長さです。$2x^2$ は8です。長さが2倍になっていることが分かります。じゃあ $\frac{1}{2}x^2$ はどうだろう。$\frac{1}{2}$ だから長さが半分になっていることが予想されます。2になります。グラフのこの長さ，縦の長さ，x 軸からの長さも半分になります。全部 $y=ax^2$ の a の成せる技です。こう考えるならば，－がついただけなんだから，上下が全く逆になります。対称になります。それがこのグラフです。$y=-x^2$ と $y=x^2$ のグラフ，上下が対称になっていることが分かります。では今簡単に話したことは後日，文字の形で整理していきます。今は，直感的に君たちには理解してもらいました。」

[授業終了]

本論文に関わる筆者のこれまでの研究成果

［研究論文］

田中光一(2009).「数学的問題解決における〈イメージ〉とその機能に関する調査研究」鳥取大学数学教育研究, 12(1), 1-14.

田中光一(2010).「数学的問題解決における〈イメージ〉の機能の様相に関する研究―コインの回転問題を事例として―」全国数学教育学会誌 数学教育学研究, 16(1).

田中光一(投稿中).「数学的問題解決における〈イメージ〉の機能に関する研究―〈イメージ〉の“コミュニケーションの機能”に焦点を当てて―」 (H22.1.20 現在 投稿中)

［学会発表］

田中光一：数学的思考におけるイメージの機能とその指導―事例を通してみる研究課題の抽出―．日本数学教育学会 第41回数学教育論文発表会(筑波大学), 2008.11.

田中光一：数学問題解決における解決者のイメージとその機能―調査の開発及び分析の方法論的考察―．全国数学教育学会 第29回研究発表会（姫路市立教育研究所）, 2009.1.

田中光一：数学的問題解決における〈イメージ〉の様

相―コインの回転問題を事例として―．全国数学教育学会 第30回研究発表会（広島大学），2009.6.
田中光一：数学的問題解決における〈イメージ〉の機能に関する研究―〈イメージ〉の“コミュニケーションの機能”に焦点を当てて―．日本数学教育学会 第42回数学教育論文発表会（静岡大学），2009.11.

引用・参考文献

Bingolbali. E. & Monaghan. J. (2008). Concept image revisited. *Educational Studies in Mathematics*. 68, 19-35.

江森英世(1992). 「コミュニケーションの分析モデル－数学学習場面のコミュニケーションに焦点を当てて－」. 筑波数学教育研究, 11A, 53-64.

Giraldo. V. , Tall. D. & Carvalho. L. M. (2003). Using theoretical-computational conflicts to enrich the concept image of derivative. *Research in Mathematics Education*. 5(1), 63-78.

川嵜道広(1992).「図形指導における視覚イメージの影響」数学教育学の新展開, 160-171.

松尾(山崎)七重(1996).「図形の概念形成を促進する要因に関する基礎的研究―長方形の弁別に着目して―」数学教育学論究, 65・66, 3-33.

溝口達也(1995). 「数学学習における認識論的障害の克服の意義－子どもの認識論的障害との関わり方に焦点を当てて－」. 筑波大学教育学系論集, 20(1), 37-52.

Pirie, S. E. B. (1998). Crossing the Gulf between Thought and Symbol: Language as (Slippery) Stepping-Stones. *Language and Communication in the Mathematics Classroom*, NCTM, 7-29.

Pirie, S. E. B., & Kieren. T. E. (1994). Growth in Mathematical Understanding: How Can We Characterise It and How Can We Represent It? *Learning Mathematics: Constructivist and Interactionist Theories of Mathematical Development*, Kluwer Academic Press, 61-86.

Tall. D. Constructing the Concept image of a Tangent. *Proceedings of the Eleventh International Conference of P.M.E.*, Montreal, 1986, III, 69–75.

友定章子, 姫田恭江, & 溝口達也(2006). 「授業設計における一般化と拡張を志向した算数的活動の構成の様相」. 鳥取大学数学教育研究, 9(1), 1-14.

Vinner. S.(1983). Concept definition, concept image and the notion of function. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*. 14(3), 293-305.

Vinner. S. & Tall. D. (1981). Concept Image and Concept Definition in Mathematics with Particular Reference to Limits and Continuity. *ESM*, *12*(2), 151-169.

謝辞

本研究を進めるに当たり，非常に多くの方々から御指導，御尽力を賜りましたことを深く感謝しております。

溝口達也先生には，本当に御世話になり，言葉では言い尽くせない程感謝しております。私は学部時代，心理学の研究室で研究していました。溝口先生のもとを訪れたのは，数学教師を目指しているものの数学教育をしっかり勉強できておらず，進路に悩んでいた頃です。溝口先生は私の悩みをとても親身に聞いてくださり，数学教育研究室に歓迎すると仰ってくださいました。その言葉をきっかけに私は大学院へ進学することを決めました。この出会いがなければ，今の私はありません。それ以降，研究室の合宿といった研究室の行事にも誘っていただくなど，大学院へ進学する以前から良くしていただき，大変感謝しております。

大学院に入ってからは，数学教育について何も知らなかった私にも，他の院生やこれまでの先輩方と差別することなく，同じように厳しく御指導していただきました。数学教育研究室のモットーである，「研究は厳しく，人間関係は温かく」という言葉は，まさに溝口先生をよく表した言葉だと思います。溝口先生から，本当の優しさを学ばせていただきました。また，学会発表や論文投稿などの貴重な経験をさせていただくことができました。特に学会においては，宮下英明先生に質問，意見をいただくとともに，著書を御紹介していただくなど，御尽力賜りましたことを深く感謝しております。

矢部敏昭先生にもまた，大変御世話になり，言葉では言い尽くせない程感謝しております。矢部先生は立場上とてもお忙しい時間の間でも，私達学生の事を常に気にとめておいてくださりました。研究の事例で困っているという私の言葉を覚えておいてくださり，問題を紹介してくださるなど御尽力賜りましたこと，大変感謝しております。矢部先生はいつも私達に，学ぶとはどういうことか，学問とは何か，ということを，矢部先生自身の行動で示してくださり，“学ぶ”ということを学ばせていただきました。

また，私のような不甲斐ない者が，最後まで大学院で研究を続けることができたのは，学部時代からの恩師である，廣重佳治先生の御指導のおかげです。大学院へ進学した後も，いつも温かい目で見守ってくださるとともに激励してくださったことに大変感謝しております。廣重先生に，少しでも成長した姿を見せることができれば幸いです。

私は御三方の先生を研究者として，人として尊敬しております。先生方のもとで学べたことが，私にとって宝物であり，先生方を師匠と呼べることが私にとって誇りです。

そして研究室のメンバーにも恵まれました。昨年度卒業された川口卓己さんには，論文の読み方をはじめ，本当に無知な私に対し非常に丁寧な御指導をしていただいただけでなく，在学中や卒業後も親しくしていただき，大変感謝しております。そして同じく昨年度卒業された塩見拓博さんには，その熱心に研究をされる姿から，院生の在るべき姿を教えていただき，いつも多様な視点を提供してくださいました。また，研究以外でも非常に親しくしていただき，

大変感謝しております。同期である尾﨑正和さんには，苦しい時には励まし，何かを成し遂げた時には共に喜んでくださり，2年間共に過ごし，その存在で支えてくださったことに大変感謝しております。後輩である早田透さんには，数学についての知識を提供してくださるなど，多くの面でサポートしていただき，大変感謝しております。

学部生の常友さん，前田さん，山中さん，柏木さん，小村さん，安井さん，内地留学の國政裕恵先生にも，数多くの面で助けていただきました。また，研究室の雰囲気を明るくしてくださったことにも大変感謝しております。

「Lapinの会」の先輩方，先生方には，現場での実践成果など，多くのことを学ばせていただき，感謝しております。私も卒業後は鳥取県の現場へと出るので，これからも引き続き宜しくお願いいたします。また，真野裕輔さんにも学会や夏合宿でいつも御指摘いただき感謝しております。

同じ地域教育専攻である院生の方々にも御世話になりました。他分野の話も聞かせていただき，感謝しております。

そして，附属小・中学校の先生方には何度も御協力いただき，大変感謝しております。

このように非常に多くの方々の御支援を受けながら学ぶことができた私は，本当に幸せ者です。この2年間の貴重な経験や学んだことを，教育現場にて伝えていくことが，御世話になった方々への恩返しであると考えています。

最後に，大学院卒業まで支援してくださった家族に感謝いたします。

2010年1月　地域教育専攻院生室にて

鳥取大学数学教育研究　　**ISSN 1881–6134**

Site URL：http://www.rs.tottori-u.ac.jp/mathedu

投稿規定

❖ 本誌は，次の稿を対象とします。
- 鳥取大学数学教育学研究室において作成された卒業論文・修士論文，またはその抜粋・要約・抄録
- 算数・数学教育に係わる，理論的，実践的研究論文／報告
- 鳥取大学，および鳥取県内で行われた算数・数学教育に係わる各種講演の記録
- その他，算数・数学教育に係わる各種の情報提供

❖ 投稿は，どなたでもできます。投稿された原稿は，編集委員による審査を経て，採択が決定された後，随時オンライン上に公開されます。

❖ 投稿は，編集委員まで，e-mailの添付書類として下さい。その際，ファイル形式は，PDFとします。

❖ 投稿書式は，バックナンバー（vol.9 以降）を参照して下さい。

鳥取大学数学教育学研究室

〒 680-8551　鳥取市湖山町南 4-101

TEI & FAX　0857-31-5101（溝口）

http://www.rs.tottori-u.ac.jp/mathedu/