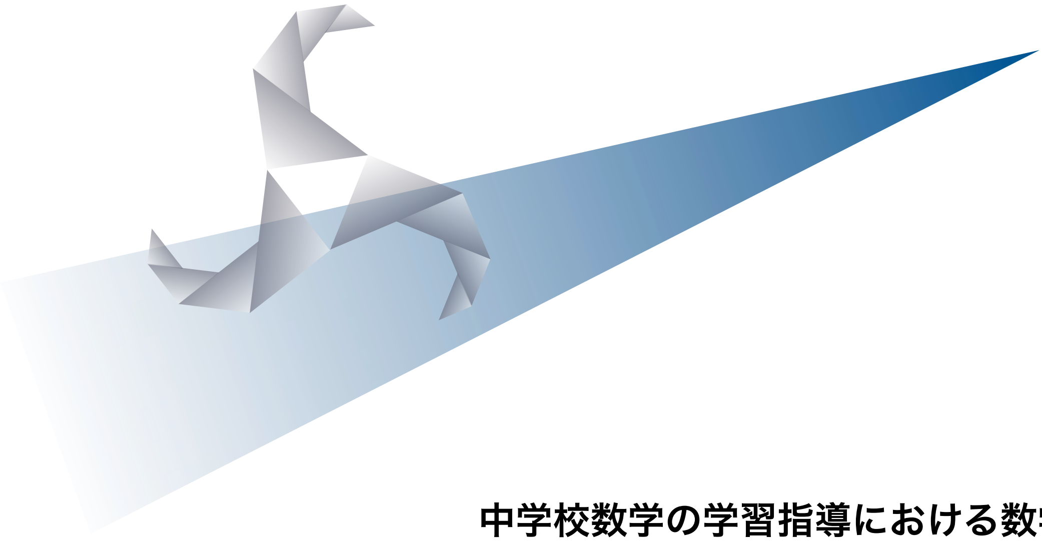
鳥取大学数学教育研究
Tottori Journal for Research in Mathematics Education

ISSN　1881−6134



中学校数学の学習指導における数学的活動の教授学的意義

進木正貴

vol.9, no.2
Jan. 2007

Site URL：http://www.fed.tottori-u.ac.jp/~mathedu/journal.html

鳥取大学 数学教育学研究室

目　　次

第１章

研究の目的と方法

本章では，本研究の動機，目的，方法を述べる．第１節において，数学的活動に焦点を当てて研究を進めることにした経緯を述べる．第２節において，本研究の目的及び目的に答えるために設定された研究課題について述べる．第３節において，前節で設定された研究課題を解決するための方法について述べる．

１．１　研究の動機

平成１５年から，各教科の学習指導において従来から設定されていた学習評価の各観点についての,明確な評価規準を示すことが各学校に要求された.日々の学習によって生徒が獲得した学力を評価する規準だが，その学力を育成するための授業が行われていることが前提としてあるはずである.

中学校数学の学習指導における学習評価の観点の１つである「数学的な見方や考え方」について，従来からその重要性が指摘され，多くの研究が為されているが，数学的な見方や考え方を育成するための学習指導が行われているのだろうか.　能田は，以下のように指摘している.

学校数学では，出来上がった数学の部分を解説し，子どもに受け身の立場から学習させているところに問題がある.（能田,1983）

この記述から２０年以上経過した現在でも，高校入試を意識し，計算力の育成や，公式や定理を正確に覚え，その知識を利用して解決する問題の反復練習に重点が置かれているように思われる．授業が教師の説明を中心にしたものであり，いかに分かりやすく覚えやすい授業を展開するかに努力が為されている．では，どのような学習指導を行うことで生徒の数学的な見方や考え方を育成することが可能となるのであろうか，という疑問が本研究の発端である．つまり本研究は，中学校の数学教師である筆者の自己反省も含め，数学的な見方や考え方の育成に重点を置いた学習指導への授業改善の指針を探ることを目的としている．しかし，授業改善という漠然とした問題意識に対して，どのようにアプローチするべきであろうか．その手がかりとなるものが必要である.

国立教育政策研究所が２００２年に発行した「評価規準の作成，評価方法の工夫改善のための参考資料」には，評価の観点である「数学的な見方や考え方」の趣旨として以下の記述がある.

数学的活動を通して，数学的な見方や考え方を身に付け，事象を数学的にとらえ，論理的に考えるとともに思考の過程を振り返り考えを深める.

このように，数学的活動は数学的な見方や考え方を育成するために，何らかの役割を担うことは明らかである.従来からも,この数学的活動については様々な議論がされてきたが，平成１０年の学習指導要領改訂において，数学的活動という文言が目標の中に加わり，改めて注目されることになった．このことについて溝口は,従来とは異なる数学的活動のもう１つの捉え方の可能性として,「“目的”あるいは“目標”のための“手段”」(溝口,2003）としての見方を挙

げ，数学的な見方や考え方の実現のための数学的活動が，教師の側に要請されることを述べている．このように，数学的な見方や考え方を育成するために中学校数学の学習指導はいかになされるべきかを明らかにするため，本研究は数学的活動に焦点を当て，研究を進めていくことにした.

１．２　研究の目的

前節において，本研究は数学的な見方や考え方を育成するための学習指導への授業改善のために，数学的活動に着目して研究を進めることを述べた．つまり本研究は，以下の問題に答えることを目的としている．

中学校数学の学習指導において，数学的活動はいかに扱われるべきか．

数学的活動については多くの先行研究が為されており，それぞれの研究の目的に応じて様々な規定がされている．本研究でも同様に，数学的な見方や考え方を育成するための授業において扱う数学的活動を，いかに規定すべきかを検討し，本研究における「数学的活動」の規定を明らかにすることが必要であると考える．したがって，上の問題を解決していくためには，次のような研究課題が解決される必要があると考える．

研究課題１：本研究における「数学的活動」は，いかに規定すべきか．

研究課題１を解決することで規定した，本研究における「数学的活動」は，中学校数学の学習指導において，扱う価値を有するものであるのかを検討する必要がある．生徒にとって，何かよい方向に機能するものがあるなら扱う価値があるが，そうでなければ価値のある「数学的活動」とはならない．「数学的活動」の機能が認められることによって，本研究における「数学的活動」の規定の妥当性が検証されるものと考える．したがって，研究課題１に続き，次のような課題が解決される必要があると考える．

研究課題２：本研究における「数学的活動」の，学習指導における機能は何か．

研究課題２を解決することで妥当性が認められた「数学的活動」は，次にその機能を有効にするための扱い方を検討する必要がある．つまり，数学的な見方や考え方を育成するための授業を設計する上で，単に生徒に活動させるのではなく，どのように「数学的活動」を組み込むことでその機能を有効にすることができるかを探ることである．したがって，研究課題２に続き，次のような課題が解決される必要があると考える．

研究課題３：本研究における「数学的活動」を，いかにして授業に組み込むべきか．

上記の研究課題を解決することは，中学校数学の学習指導において，数学的

な見方や考え方を育成することに重点を置いた授業を設計する上での１つの指針を提示することになり，本研究の意義として認められると考え，これらの課題を研究課題として設定し，研究を進めていくこととする．

１．３　研究の方法

本研究の目的に対して設定された課題を解決するために，次のような方法で研究を進めていくことにする．

まず，研究課題１においては，学習指導要領に要請される数学的活動から，数学的活動のもつ数学教育における可能性について考え，先行研究であるFischbein,E，島田茂，能田伸彦の論文の数学的活動についての記述から得られる，数学学習と数学的活動との連関についての示唆をもとに，数学的活動とはいかなるものであるべきかを探り，本研究における「数学的活動」を規定する．これらのことを第２章で述べる．

次に，研究課題２においては，第２章で規定した「数学的活動」を具現化した学習指導案を作成し，その学習展開に想定される「数学的活動」によって，生徒にいかなる変容を期待することができるかを考察し，学習指導における「数学的活動」の機能を抽出する．題材としては，中学校第２学年『円周角の定理』を用い，第３章で述べる．

そして，研究課題３においても学習指導案を作成し，実践した授業の記録の分析から教師の意図した「数学的活動」が実現されたかを検証し，第２章で明らかにした「数学的活動」の機能を有効にするためには，「数学的活動」をどのように授業に組み込むべきかのモデルを作成することを試みる．題材としては，中学校第２学年『連立方程式』を用い，第４章で述べる．

第１章の要約

現在の中学校数学の学習指導は，高校入試を意識し，計算力の育成や，公式や定理を正確に覚え，その知識を利用して解決する問題の反復練習に重点が置かれ．授業が教師の説明を中心にしたものであり，いかに分かりやすく覚えやすい授業を展開するかに努力が為されており，生徒の主体的な活動によって知識を構成するものではなく，数学的な見方や考え方を育成する授業とはなっていないという問題が指摘される．

本研究は，このような学習指導から数学的な見方や考え方を育成する学習指導へ転換することを目的に，数学的活動に着目して進めていく．中学校数学の学習指導において，数学的活動はいかに扱われるべきかを追求することで，数学的な見方や考え方を育成することに重点を置いた授業を設計する上での１つの指針を提示することになると考える．

第２章

数学の学習指導における「数学的活動」の規定

本章では，学習指導要領や先行研究において数学的活動についてどのように規定されているかを探り，研究課題１：本研究における「数学的活動」は，いかに規定すべきか．を検討する．そのために，まず第１節において学習指導要領に求められる「数学的活動」とはいかなるものかを考察し，第２節において先行研究として Fischbein,E，島田茂，能田伸彦の論文に示唆を求める．そして，それらをもとに第３節において本研究における「数学的活動」を規定する．

２．１　学習指導要領における数学的活動

研究課題１：本研究における「数学的活動」は，いかに規定すべきか．に答えるためには，まず数学的活動に何が要求されているのかを明らかにする必要がある．そのために，我が国の教育課程編成の規準として示されている，学習指導要領を考察する．

平成１０年に学習指導要領が改訂された際，小・中・高等学校すべての算数科または数学科の目標に，「算数的活動」または「数学的活動」という文言が新しく加えられた．それぞれの学習指導要領解説の中で，「算数的活動」，あるいは「数学的活動」について以下のように記述されている．

○小学校学習指導要領解説　算数編

この「算数的活動」というのは，今回の改訂において新たに用いられるようになった言葉である．それは，児童が目的意識をもって取り組む算数にかかわりのある様々な活動を意味しており，作業的・体験的な活動など手や身体を使った外的な活動を主とするものがある．また，活動の意味を広くとらえれば，思考活動などの内的な活動を主とするものも含まれる．

例えば，次のようなものが挙げられる．

作業的な算数的活動：手や身体などを使って，ものを作るなどの活動
体験的な算数的活動：教室の内外において，各自が実際に行ったり確かめたりする活動
具体物を用いた算数的活動：身の回りにある具体物を用いた活動
調査的な算数的活動：実態や数量などを調査する活動
探求的な算数的活動：概念，性質や解決方法などを見つけたり，つくり出したりする活動
発展的な算数的活動：学習したことを発展的に考える活動
応用的な算数的活動：学習したことを様々な場面に応用する活動
総合的な算数的活動：算数のいろいろな知識，あるいは算数や様々な学習で得た知識などを総合的に用いる活動

○中学校学習指導要領解説　数学編

数学的活動というとき，問題解決において様々な活動が想定される．例えば，日常，不思議に思うこと疑問に思うことなどを，既に身に付けた知識をもとによく観察し問題点を整理したり，見通しをもって結果を予想し

たり，解決するための方法を工夫したり，たどり着いた結果やその過程についても振り返って考えたり，また，事象の中に潜む関係を探り規則性を見いだしたり，これを分かりやすく説明したり一般化したりするなどの活動である．

数学的活動とは，このように身の回りに起こる事象や出来事を数理的に考察する活動と幅広くとらえることができる．

○高等学校学習指導要領解説　数学編・理数編

数学的活動については，観察，操作，実験・実習などの外的な活動と，直観，類推，帰納，演繹などの内的な活動が考えられる．小学校では，主として作業的・体験的な活動などの算数的活動とし，中学校では，数学的活動として観察，操作，実験を通した数理的な考察などをあげている．

高等学校ではさらに，次のような思考活動を数学的活動ととらえている．

・身近な事象を取り上げそれを数学化し，数学的な課題を設定する活動
・設定した数学的な課題を既習事項や公理・定義等を基にして数学的に考察・処理し，その過程で見いだしたいろいろな数学的性質を論理的に系統化し，数学の新しい理論・定理等（以下「数学的知識」という．）を構成する活動
・数学的知識を構成するに至るまでの思考過程を振り返ったり，構成した数学的知識の意味を考察の対象となった当初の身近な事象に戻って考えたり，他の具体的な事象の考察などに数学的知識を活用したりする活動

高等学校における数学的活動では，内的な活動が中心となるが数学化の場面や数学的考察・処理の過程では，観察，操作，実験などの外的な活動も含まれている．

小学校，高等学校では，具体的な「算数的活動」または「数学的活動」が例を挙げて記述されているが，中学校においてはそのような記述はなされていない．しかし，「数学的活動の楽しさ」として，以下のような記述も見られる．

数学的活動の楽しさ

数学学習での問題解決の過程をみると，大きくは　ア）計算処理や図形の具体的操作など客観的に観察が可能な活動，そして　イ）類推したり，

振り返って考えたりするなどの内面的な活動に分けてとらえることができる．

こうした数学的活動を進めていく際，両者の関係については次のことに配慮する必要がある．物を動かして考えたり，考えたことを実験して確かめたりすることは，知的充足を一層高めることに寄与する．すなわち，ア）の活動は，イ）の活動の活性化を促すものと位置付けることができる．また，イ）の活動はア）の活動を誘発する．これによって，概念の深化が進みごく自然な形で自己発展的で創造的な思考の展開が起こる．

知的充足の高まりは，上述したようなア）とイ）の活動の相互的かつ循環的な活動に依存すると考えられる．ア）の活動が目的に応じて自由にできるようにすることはもちろん大切であるが，特に，論理的，抽象的な思考が次第にできるようになる中学生の発達段階では，イ）のような内的な思考活動を活発に行えるようにする必要がある．

上記のことから，具体的操作・観察・実験・実習などの，直接体験することによって概念を形成するような,本来観察不可能である生徒の思考が顕在化し，観察可能となる外的なものを主とした活動が，小学校において要請される算数的活動，類推・帰納・演繹・振り返って考えるなどの，生徒の内面における思考活動で，教師からは観察不可能な内的なものを主とした活動が，高等学校において要請される数学的活動であり，その中間的な段階として求められる中学校における数学的活動は，外的な活動と，内的な活動を織り交ぜながら，前者から後者へとその活動の重点を移行させていくものであることが伺える．したがって，中学校における数学的活動は，外的な活動や内的な活動，操作・観察・実験や類推・帰納・演繹のように一意的に捉えるべきものではないと考えられる．また，それらすべてが数学的活動であることは間違いないが， 活動を行うことで生徒が何か獲得できるものでなければ,その活動の価値は認められない．問題解決の際に行われる活動が数学的活動であるから，数学的活動を行うことで獲得されるものは解答であるのかもしれないが，それでは誤答であった場合には獲得されるものがないことになる．たとえ結果が誤答であっても，その答えを導くために思考するのであるから，生徒が獲得するべきものは数学的な見方や考え方であるはずである．

つまり，数学的活動は生徒が数学的な見方や考え方を生み出すためのものであり，単に活動することを目的としたものと捉えるべきではないと考える．そして，問題解決へのアイディアを顕在化させた外的な活動と，それによって得られたことからさらに次のアイディアを生み出す内的な活動の連関によって思

考が活性化し，問題の解決へと進行することが想定されているのであるから，数学的活動は外的活動や内的活動に分類される個々のものを特徴を挙げて区別するより，一連のものとして捉えた方が問題解決過程の思考として自然であると考える．授業を設計する際，例えば，操作的な活動を必ず取り入れ生徒に行わせなければなければならないというように考えるより，生徒にどのような数学的な見方や考え方を生み出させたいかを考え，そのためにどのように思考を進めさせるかを意図した方が，生徒にとって無理のない，より柔軟な思考が進められる授業を設計することが可能になると考える．

２．２　数学学習と数学的活動の連関

前節では，学習指導要領における数学的活動を考察し，数学的活動は数学的な見方や考え方を生徒に生み出させるためのものであり，問題解決へのアイディアを顕在化させた外的な活動と，それによって得られたことからさらに次のアイディアを生み出す内的な活動の連関による一連の思考活動であることを述べた．本節では，その問題解決過程における数学的な思考はいかなる様相を示すものか，先行研究に示唆を求め考察する．

２．２．１　Fischbein,E による数学的活動

Fischbein は，数学を見る視点として，論文や高度な教科書に見られるような極めて形式的なものと，実生活におけるものの２つの目的があること述べた上で，その後者にあたる，人間の活動としての数学として捉えることの重要性を主張し，数学が人間によって創造されることから，数学を創造的な過程として考える必要があることを述べている．そして，人間の活動としての数学の根本的な構成要素である形式，アルゴリズム，直観の相互作用について考察している．形式的な側面は，公理，定義，定理，および証明を示し，アルゴリズム的な側面は，問題解決のテクニックと標準的な方法を示し，直観的な側面は，概念，定理，解決のそれぞれによる主観的で直接的な承認の度合いについて示している．これらの構成要素は学習の過程で，通常，相反するものとして非常に複雑に作用するものであることを，例を挙げて説明している．例えば，形式的な規制と直観的な規制との矛盾した関係のために，理解し受け入れることが難しい概念として，乗法の意味の誤解について次のような例を示している．

> 問１：1 キンタルの小麦から，0.75 キンタルの小麦粉を得ることができる．15 キンタルの小麦からどのくらいの小麦粉を得ることができるか?
>
> 問２：1 キロの洗剤は，15 キロの石鹸を作るのに使用される．0.75 キロの洗剤でどのくらいの石鹸を作ることができるか?

上の２つの問題をイタリアのピサにある 13 の学校の，第 5，第７，第 9 学年の生徒 628 人に対して出題し，計算の結果を答えるのではなく，解決のための計算の仕方を答えさせたときの各学年の正解の割合は，次のとおりであった．

問１：79%（第５学年）; 74%（第７学年）; 76%（第９学年） 問２：27%（第５学年）; 18%（第７学年）; 35%（第９学年）

形式的な観点から見れば乗法は交換可能な操作であるから，どちらの問題の解法も0.75×15であり同じだが,直観的な観点から見れば0.75×15と15×0.75は異なり，このために正解率の差が発生していると考えられる．これは，我が国の小学校低学年の内容にあたる学習の際に「乗法は加法の繰り返しである」と教えられるように，整数の乗法に適用できる「累加モデル」が背後で作用しているためであり，生徒は,「乗法はより大きいものをつくる」とか「除法はより小さいものをつくる」ということを直観的に信じており，15×0.75の意味を理解することに困難を生じているものと考えられる．

上のような，数学的活動の形式的，アルゴリズム的，直観的構成要素の相互作用の例をいくつか示すことで，数学の学習過程では数学の構成要素が複雑に関係し，学習の障害となって現れることを述べている．しかし Fischbein は，その障害を取り除いた学習の展開を主張しているのではなく，学習者がその障害を克服することが学習であり，その活動が数学を創造し発展させることになることを主張しているものと考えられる．このことは，Fischbein が論文の中で Courant & Robbins の"What is mathematics?"から以下の記述を引用していることからも推察できる．

人間精神の表現としての数学は，積極的な意志，瞑想する理性，および美的完全性への欲望を反映する．その基本要素は論理と直観，解析と構成，一般性と個別性である．伝統が異なれば強調する側面も異なるけれども，これらの対抗する力の相互作用とそれらの合成へのもがきこそ数理科学の生命，有用性，および並びない価値を生み出すものである．

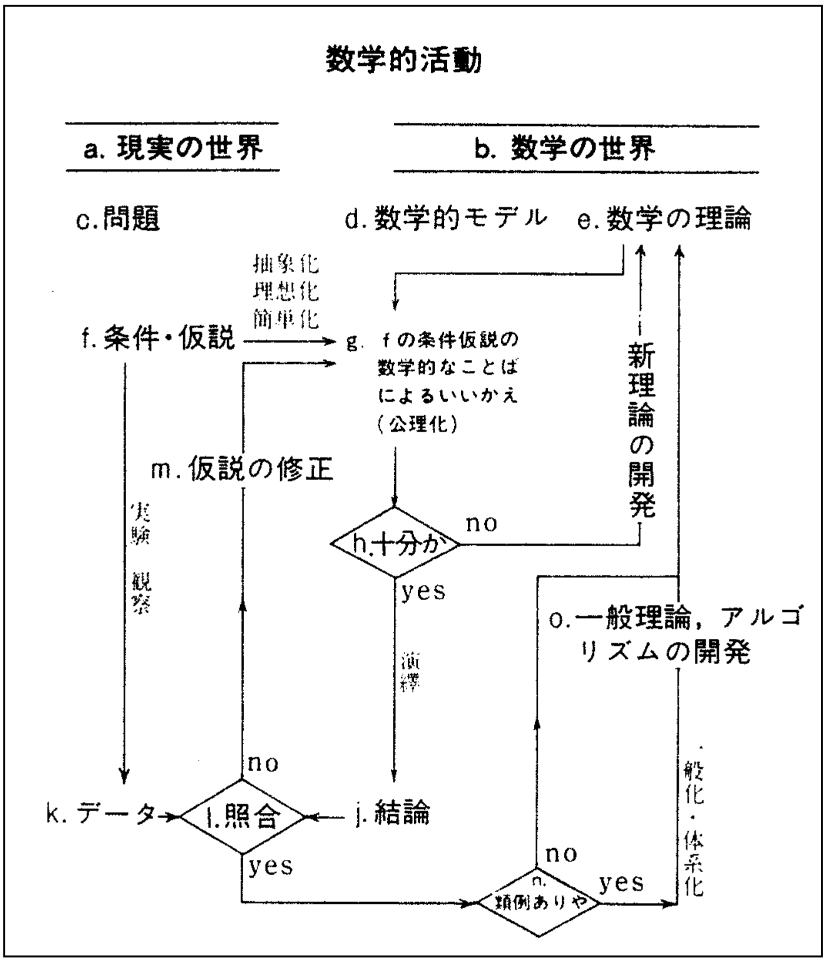
これらのことから，数学の学習においては，その構成要素の矛盾する相互作用を，生徒が自分なりに矛盾しないように取り込むための思考活動を行うことが重要であることが示唆されるものと考える．

２．２．２　島田茂による数学的活動

島田は，数学的活動を「既成の数学の理論を理解しようとして考えたり，数学の問題を解こうとして考えたり，あるいは新しい理論をまとめようとして考

えたり，数学を何かに応用して，数学外の問題を解決しようとしたりする，数学に関係した思考活動」とし，問題解決過程の数学的活動の様相を下図のようにモデルに表した．このモデルについて「この様式は，人間が数学を作り出してきた歴史的発展を映しているとも見られるし，また個体発生は種の歴史を繰り返すという意味で，子どもたちが数学を学習していく過程を映しているとも見られる．」と説明し，このような創造的な活動の様相が生徒の学習場面において要請されることを述べている．

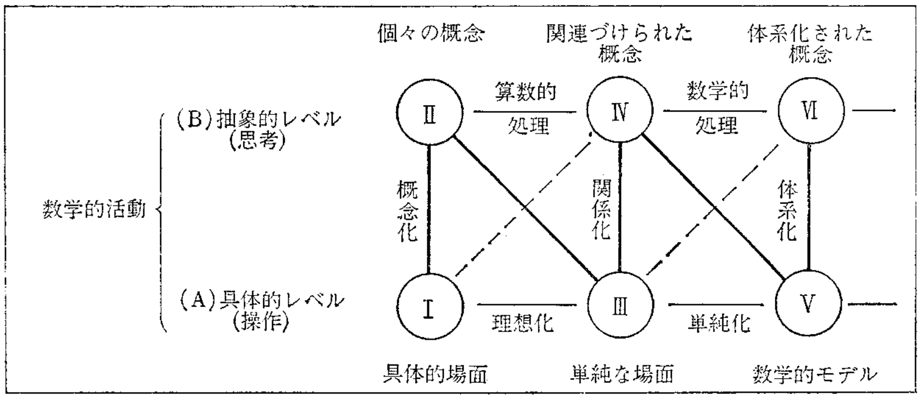
さらに，一般的な数学の学習場面では，現実の世界の中の問題から条件や仮説を数学的に言い換えることをさせず，すでに言い換えられた段階ｇから出発するため，l の現実との照合をする活動を行わないことや，ｎからｏへの一般化の過程において教師の意図するもの以外は排除される傾向があることを指摘し，「算数・数学教育における子どもの学習活動の中に，f→g→l→m の過程や n→o の過程に相当することを含めるべきであること」を主張している．



２．２．３　能田伸彦による数学的活動

能田は，数学的活動を「主に小学校の算数と中学校の数学に関連した思考活動」とし，それに含まれる「具体物からの概念形成，概念間の関係判断と関係推理，あるいは，数学の問題や内容の理解と解決，さらに，数学的活動による表現や処理から数学の問題に適用したり，応用したりするなどの諸活動」の様相を下図のようにモデルに表した．島田は抽象化，理想化，簡単化を一括して処理しているが，能田はそれらに各々対応する数学的活動を取り上げ位置づけしている．また，島田のモデルは新しい数学の理論の開発と体系化に重点が置かれているが，能田のモデルは，小・中学生段階の数学的知識としては基礎的な内容の学習における数学的活動に重点が置かれている．

能田は，具体的・操作的活動は概念形成のためのイメージ作りに貢献し，それを繰り返しているうちに徐々に普遍的概念が出来あがってくると，それらを体系化したり，数学内外のものへの適用や応用を考えたりしていくことを述べている．このことから，数学の学習場面では，具体的レベルと抽象的レベルの思考の往復を想定する必要があることが示唆される．



(A)　具体的・操作的レベル（外面活動の場面）
　（Ⅰ）　現実的・具体的場面……………………日常的・現実的場面の内容
　（Ⅲ）　理想化された単純な場面………………教科書など半具体的な場面の内容
　（Ⅴ）　数学的に表現された場面………………式，表，グラフ，教具
(B)　抽象的・思惟的レベル（内面的活動の場面）
　（Ⅱ）　数量や図形などの個々の概念…………数３，５や三角形
　（Ⅳ）　関連づけられた数学的概念……………有理数，多角形など
　（Ⅵ）　体系化された数学的理論………………群，環などの定理

２．３　本研究における「数学的活動」の規定

本研究の動機は，数学的な見方や考え方を育成する学習指導への改善であった．国立教育政策研究所の主張するように「数学的活動を通して，数学的な見方や考え方を身に付け」させるためには，数学的な見方や考え方を身に付けさせることができる数学的活動が学習場面において行われなければならない．本節では，まず数学的な見方や考え方の育成とはいかなるものかを明らかにし，本章で考察してきた学習指導要領や先行研究から得られた示唆と合わせて，本研究における「数学的活動」をいかに規定すべきであるかを検討し，研究課題１に答える．

数学的な見方や考え方の育成について，中島は以下のように述べている．「『数学的な考え方』の育成とは，端的にいって，『算数・数学にふさわしい創造的な活動ができるようにすること』であるが，そのためには，日常の算数・数学の指導において，個々の指導内容について創造的な指導を行い，子どもに創造的な過程の体験を積み重ねることが重要である．」（中島,1981）さらに中島は，数学的な考え方の育成における我が国の教科書の上での進展を，Fischbein も挙げていた乗法の意味の扱いを例に考察し，整数の乗法における「累加の考え」をもとに小数，分数の場合にも適用できるよう「割合の考え」に意味を拡張する指導に変わってきたことを説明している．そして，「このだいじなところを逃げないで，（子どもにもわかる手法で）当初に考えた概念を，必要に即応して―拡張的な統合を求めてやまない心情のもとに―拡張しようと工夫させるところを，むしろ『数学的な考え方』の指導の積極的な機会として取り上げ，ここに数学教育の重要な意義を認めていこうとしているわけである」（中島,1981）と述べ，「算数・数学にふさわしい創造的な活動」がいかなるものかを説明している．

また，根本も「数学の学習活動，とりわけ『数学的活動』という言い方をすると，何か特別なことをするかのように考えられがちであるが，実は記数法を確立する歴史的過程がそうであったように，それは日々の人間の活動と言い換えてもよい．考えたことをとことん適用し，どうしても不都合であると分かったときにこれまでと矛盾しないように修正を施しよりよいものにつくり上げてきたのである．繰り返す中味はこれまでの考え，アイディアの練り上げであって，計算練習ではない」（根本,1999）と述べており，教師が創造的な学習場面を構成し，生徒が思考しアイディアを練り上げていくことで数学的な見方や考え方が育成されると考えられる．島田，能田が規定する数学的活動のように，数学に関連した思考活動とする場合，計算練習や同じパターンの問題演習など

のアルゴリズム的な活動も数学的活動に含まれることになるが，アイディアの練り上げにはならず，数学的な見方や考え方の育成にはならないと考える．したがって，本研究においては，そのような活動は「数学的活動」に含めず，創造的な学習場面で行われる「算数・数学にふさわしい創造的な活動」を数学的活動であると捉え,「数学を創造し発展させる過程のアイディアを練り上げる活動」を，本研究における「数学的活動」と規定することにする．

従来の学習指導では，数学的内容の説明を理解させやすくするための補助的な役割をもつ，表やグラフをかいたり，作図したりする活動や，操作，実験を数学的活動とし，教師の指示で一斉に行なわれてきた．しかし，説明がなければその活動の必要性が生徒に理解できないものであったと考える．上記のように「数学的活動」を規定したとき，問題解決へのアイディアとして，表やグラフをかいたら変化が分かりやすくなるだろうか，作図することで何か発見できないだろうか，実験から何か規則性に気づけないだろうかという，生徒自らが必要に感じ，自らの考えで行なう活動が「数学的活動」であるといえる．アイディアを練り上げる思考は，活動する個々人の既得知識や知識構造によって異なるはずである．例えば問題解決のはじめの段階では試行錯誤の場面が観察されることが予想されるが，すべての子どもが同じ試行を行うわけではないと考える．根本も「『数学的活動』について，唯一明らかなことといえば，それは与えられた問題を皆が同じやり方で解いて答えを出すということではない」（根本,1999）と述べており，問題解決過程の思考は個々人の既習事項や既得経験に依存するものであり，前節で考察した島田，能田のモデルに示される思考の流れは，個々人によって異なるといえる．また，全員が一斉に同じ活動をする必要もない．

授業では，学習目標にもとづいた問題が提示されると，生徒は既存の知識を応用し，問題解決を図ろうとする．どのような見方をすればよいのか，どのように考えればよいのか，試行錯誤を繰り返しながら考えが深まっていく．その過程で観察される生徒の活動は,「数学を創造し発展させる過程」であるのだから同じ活動を継続するものではなく，生徒の数学的な見方や考え方に伴って変容していく．つまり，生徒の数学的な見方や考え方によって活動が行われ，その活動によって質の高い数学的な見方・考え方が生み出される．そして，問題の数学的な構造に気づき，新たな発見や創造がなされ，数学的内容の理解が深まる．本章の第１節，第２節で考察した学習指導要領や先行研究から示唆されたように,「数学的活動」は，外的な活動と内的な活動の複数の活動が連関するものであることがいえる．

第２章の要約

学習指導要領における数学的活動の考察から，中学校数学の学習指導においては，問題解決へのアイディアを顕在化させた外的な活動と，それによって得られたことからさらに次のアイディアを生み出す内的な活動の連関が重要であることと，操作や類推など個々の活動として捉えるのではなく，問題解決過程の一連の活動として捉えるべきものであることの示唆を得た．また，先行研究である Fischbein，島田，能田の論文における数学的活動の考察から，問題解決過程の思考は形式，アルゴリズム，直観など数学の構成要素が複雑に作用することや，数学の学習場面において創造的な活動が要請されること，具体的・操作的活動は概念形成のためのイメージ作りに貢献し，具体的レベルと抽象的レベルの思考の往復を想定する必要があることの示唆を得た．さらに中島，根本の主張から，「数学的活動」は「考えたことをとことん適用し，どうしても不都合であると分かったときにこれまでと矛盾しないように修正を施しよりよいものにつくり上げて」(根本,1999)いくような「算数・数学にふさわしい創造的な活動」（中島,1981）．であるべきであるという示唆を受け，本研究における「数学的活動」は,「数学を創造し発展させる過程のアイディアを練り上げる活動」であると規定し，計算練習や同じパターンの問題演習などのアルゴリズム的な活動は，アイディアの練り上げにはならないため「数学的活動」に含まないことにした． また，このように「数学的活動」を規定した場合，複数の外的な活動や内的な活動が連関し，その思考は個々人の既得知識や知識構造によって異なるため，従来の学習のように教室の全員が一斉に同じ活動をするものではない.

第３章

数学の学習指導における「数学的活動」の機能

本章では，前章で規定した「数学的活動」を実際の授業で行った際，学習指導においてどのような機能が認められるかを述べる．数学的知識を教師の説明によって生徒が獲得するのではなく，生徒が「数学的活動」を行うことによって獲得できる授業を立案し，その指導案を考察することによって「数学的活動」の機能を見出す．その事例として，中学校第２学年の『円周角の定理』の学習を取り上げる．まず第１節では，従来の『円周角の定理』の学習指導の問題点を指摘し，その問題点を改善した学習指導の在り方を述べる．次に第２節では，学習指導案を立案し，授業の流れを示す．そして第３節では，その学習指導の流れから，数学的活動の機能を抽出し，研究課題２：本研究における「数学的活動」の，学習指導における機能は何か．に答える．

３．１　円周角の定理の学習指導について

数学的な知識が教師の説明によって獲得されていることに，従来の学習の問題があることは既に述べてきた．平成１０年度改訂の学習指導要領解説においても，従来の学習指導の反省から，「単にでき上がった数学を知るのではなく，（中略）数学を創造し発展させる活動を通して数学を学ぶこと」（文部省,1999）の重要性が指摘されている．中島が「算数・数学にふさわしい創造的な活動」のために「個々の内容に関して，子どもが，あたかも『自らの必要にもとづいて考え出したのだ』という感じを，できれば，それによって成功の感激をも，結果としてもつような指導が望まれる」（中島,1981）と述べるように，授業においてその学習内容を考える必要感が，生徒に納得のいくように示せるように工夫する必要がある．

『円周角の定理』の学習は，平成１０年度改訂の学習指導要領から中学校第２学年の内容に設定されており，次のように記述されている．

> 円周角と中心角の関係を観察や実験などを通して見出し，それが論理的に確かめられることを知ること．

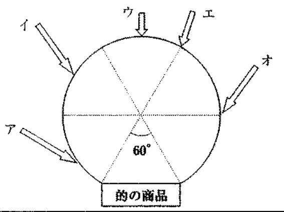
また，その解説では次のように説明されている．

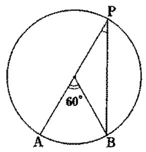
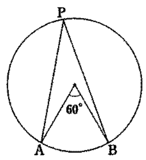
> 生徒は観察，操作や実験を通して，一つの円において同じ弧に対する円周角が等しいことを見いだし，それらを中心角との関係において考察し，この意外な性質を証明することができる．これらの学習を通して，より一層生徒の数学への興味・関心を高めることができる．（中略）
>
> 要するに，ここでは単純な図形に潜む事実を証明によって明らかにすることができるという経験を通して，証明のよさが分かることにねらいを置いている．

上のことから，『円周角の定理』の学習はその証明に重点が置かれ，円周角それ自体を考える必要性については考慮されていないと思われる．学習指導要領の設定がこのようであるため，この学習内容については現在でも次ページに示すような指導が多く行われていると考えられる．

U中学校　第２学年２組　数学科　学習指導案

（1）主　　題　　三角形と円
（2）目　　標　　①　グループで操作活動を行うことを通して円周角の性質や円周角と中心角の関係について考察し，それらに気付くことができる。
　　　　　　　　②　円周角の定理の証明方法について理解し，文字や記号を使って説明することができる。
（3）数学的活動を通して目指す生徒の姿
　①　任意に作図した円周角と中心角の実測を通して，それらの大きさの関係（円周角の定理）に気付く。
　②　円周上の点を移動して証明を繰り返すことにより，同じ方法で証明できる場所があることに気付く。
（4）学習指導過程

	学習内容及び学習活動 中心となる数学的活動	予想される生徒の反応 数学的活動を促す発問と期待する生徒の反応	教師の支援活動や留意点 及び評価【観点】（評価方法）
つかむ	1　学習課題を確認する。	・　おもしろそうだぞ。	○　円周上に机を並べて座らせる。
	お祭りで射的をしようと思いました。その射的場は図のように円形で，的の商品は中心角が60°の範囲に置かれていました。的をねらう角度がもっとも大きい場所からねらいたいのですが，それはどこでしょうか。 **（的からの距離は考えないものとする。）**	 	
見通す	2　課題について予想する。 （1）どこが１番ねらう角度が大きいかを予想する。 （2）レーザーを使って調べる。 （3）観察の結果をもとに発表する。 3　予想した結果を確認する。 （どの角度が一番大きいかを実測で確認する。）	・　ウが大きいはずだ。 ・　意外とアかもしれない。 ・　全部同じかも。 ・　すべて３０°になっているぞ。 ・　中心角の半分になっているぞ。 ・　これって何か法則があるのかなあ。	○　角度だけに着目し，距離については考えなくてよいことを確認する。 ○　自由に予想させる。 ○　生徒にレーザーを使って，実験を行わせることで感覚的に円周角を体感することに注意する。 ○　分度器を使って角度を確認することで，視覚的判断から数値的判断へ思考を促す。 ○　円周角と中心角の関係に注目させる。
追究する	4　円周角について考察する。 （円周角と中心角の関係について考える。）	『中心角の大きさを変えても，同じことがいえますか。』 ・　円周角と中心角の関係について，何度も実測して調べる中で，円周角が中心角の半分であるらしいことに気付く。 ・　何度も数字で調べるのは，きりがないぞ。 ・　証明する必要があるのではないだろうか。	○　ワークシートの円に自由に書かせて，円周角と中心角の関係について調べさせる。 評価【見方や考え方】 （観察，ワークシート） A：円周角と中心角の関係に自ら気付くことができる。 B：円周角と中心角の関係が理解できる。 C→円周角と中心角の関係に注目するように助言する。 ○　すべての場合について成り立つことを示すには証明が必要であることを確認する。

追究する	5　予想した性質について証明する。 （1）エの場合について証明する。  ①　証明の筋道を立てる。 ②　立てた筋道を説明できるように，グループで練習する。 （2）エと同様にしてウの場合について証明する。  ①　証明の筋道を立てる。 ②　立てた筋道を説明できるように，グループで練習する。	・　三角形の合同ではないんだな。 ・　半径の長さは等しいから，ＰＯ＝ＢＯだ。 ・　△ＰＯＢは二等辺三角形だ。 ・　底角は等しいので，∠ＯＰＢ＝∠ＯＢＰだ。 ・　三角形の内角と外角の関係に注目してみよう。 ・　∠ＡＯＢは△ＰＯＢの外角だ。 ・　補助線を引いてみよう。 ・　記号（●，×）を使うと簡単に証明できるぞ。 ・　ウはエが２個あるのと同じだ。	○　三角形の合同ではなく，円周角と中心角の関係の，証明を行うことを再度確認しておく。 ○　特別なエの場合から考えさせることでウを証明する際のヒントとする。 ○　証明については，記述することよりも，図を使って説明ができることを重視して指導する。 ○　●，×などの記号を使って，証明をするように指示をする。（代数的処理） ○　生徒に前で発表させ，不十分なところがあれば以下のように助言を加える。 ◆　円の半径は長さが等しい 　ＰＯ＝ＢＯ ◆　△ＰＯＢは二等辺三角形 ◆　∠ＯＰＢ＝∠ＯＢＰ ◆　∠ＡＯＢは△ＰＯＢの外角 ◆　∠ＡＯＢ＝∠ＯＰＢ＋∠ＯＢＰ 　　＝２∠ＯＰＢ 評価【見方や考え方】 （観察，ワークシート） Ａ：２つの証明を理解し，説明することができる。 Ｂ：２つの証明を理解できる。 Ｃ→助言し，一緒に考える。
	（3）Ｐを移動させて，ウやエと同じ証明が成り立つ場所が他にあるか考える。	『点Ｐを動かして，他の場合も証明をしてみよう。』 ・　同じ証明の繰り返しになるので，何度も証明する必要がないことに気付く。	○　点Ｐを移動させて，証明を繰り返させることで証明の定着を図るとともに，外的な活動の放棄を促すことに留意する。
まとめる	6　本時の学習を振り返る。 （1）円周角の定理についてまとめる。 ①　円周角と中心角の大きさの関係について ②　円周角と中心角の位置関係について （2）自己評価をワークシートに記入する。	・　まだ証明できてない部分があるぞ。 ・　ア，イ，オの場合も証明できたら円周角の定理が完成しそうだ。 ・　円には不思議な関係があるんだな。 ・　単純な図形なのにおもしろいなあ。	○　円周角と中心角の関係には３つの場合があることを提示し，気付かせる。 ○　ア，イ，オの場合の証明が必要であることにふれ，証明の意義について確認するとともに，円の性質の不思議さを伝える。 ○　今日の授業でわかったことや，楽しかったことをかかせて，生徒の円に関する興味・関心を把握する。

この例のように,『円周角の定理』の学習指導では,「観察，操作や実験」として，円周上に弧を決定し，その弧に対するいくつかの円周角を計測することを教師が指示して，円周角の定理の発見が為されていた．このような活動も数学的活動の１つとする見方もあるが，生徒には円周角に着目する必要性が感じられず，数学を創造していくことにはならないため，本研究においては「数学的活動」とは捉えない．このような活動では，生徒が自らの活動によって新たな知識を獲得するのではなく，教師が円周角の定理を知識として伝達しているに過ぎない．この図形の性質を発見できる状態を教師が設定するのではなく，その状態を生徒自身がつくり出し発見する創造的な活動が「数学的活動」であると考える．円について，１点から一定の距離にある点の集合であるという，既存の知識をもとにした見方だけでは解決できない状況をつくり，新たに角に着目して円の性質を考察する見方を生み出す．発見させるだけではなく，見方や考え方を生み出させる学習指導を展開する必要があると考える．

３．２　円周角の定理の学習指導案

前節で述べたことを具現化し，『円周角の定理』の学習指導案を作成する.

(1)本時の目標

円に内接する四角形の性質を発見し，それをもとに円周角の定理を導く.

(2)本時の課題

任意の４点を通る円は，描くことができるのだろうか.

描くことができるとすれば,どのようなときに描くことができるのだろうか.

(3)本時のねらい

円周角の定理は，円が１点から一定の距離にある点の集合であることから半径に注目し，二等辺三角形の底角が等しいことと，三角形の１つの外角が内対角の和に等しいことを用いて証明することができる．これを，直接に円周角の定理を証明するのではなく，円に内接する四角形の性質を調べることで発見させたい．この提示課題から，問題を結論から考えたり既習事項をもとに考えたりし，円周上で４点を動かす活動や，３点を通る円を描き，残りの１点を弧上で動かす活動を，生徒自身が考え実行しなければならない状況が生まれる．そして，円に内接する四角形が無数に存在することに気づき，どの四角形にも共通の性質である４点が円の中心から等しい距離にあるということから，円の性質の考察において半径に着目する考え方が，生徒の中から生み出されることをねらいとする.

円周上に３点を固定し，残りの１点を弧上で動かす活動ができれば，動点がつくる円周角を観察することで，同じ弧に対する円周角が等しいことを発見することができ，問題解決への手がかりにすることができる．この活動が行なわれない場合でも円周上で４点を動かす活動ができていれば，集団による課題の検討の，円に内接する四角形が無数に存在することを確認する場面で，３点を固定し残りの１点を動かすことで説明した方がよいことを理解することができる．さらに，提示課題が証明された後，考えた過程を振り返り，円に内接する四角形の１つの頂点が弧上を移動したときの内角の大きさが，元の位置の内角の大きさと等しくなければならないことは，円に内接する四角形に関係なくいえることに気づかせ，円周角の定理を証明する．このように円周上で点を動かすことの必要性をつくり出す活動や，問題解決後に考えた過程を振り返り，さらに深く追求して考える活動を通して，円周角の定理の理解を深めることがで

きる．また，生徒は「同じ弧に対する円周角」を「同じ弧の円周角」と表現することが多く，このような生徒の中には弧の内部にとった円周角も等しいと考える生徒もいるが，上に示した活動による円周角の定理の発見であれば，このようなまちがった捉え方にはならないと考える．

⑷生徒に期待する活動

A　円から点を考える活動

A1　円周上に４点を決定し，内接する四角形を描く．

A2　円に内接する四角形を複数描く．

A3　円に内接する複数の四角形の，辺の長さや角の大きさを計測する．

B　点から円を考える活動

B1　四角形を描き，４つの頂点を通る円を探す．

B2　３点を通る円を作図し，残りの１点の位置を考える．

B3　円周上の３点を固定し，残りの１点を弧上で動かす．

C　円に内接する四角形の頂点と円の中心を結ぶ．

D　円に内接する四角形の向かい合う角の大きさの和が 180 度であることの証明を考える．

E　円周角と中心角の関係について，円周角が中心角の２分の１の大きさであることを発見し，その証明を考える．

⑸生徒の活動に顕在化される数学的な見方や考え方

A の活動

A1　問題を結果から考えて推論する．

A2　条件に合う複数の四角形を観察し，共通の性質を考察する．

A3　辺や角を計測することによって，共通の性質を考察する．

B の活動

B1　四角形の辺の長さや角の大きさを変化させて考える．

B2　条件を緩め，既習事項である３点を通る円を描いて考える．

B3　円に内接する四角形が無数に存在することを理解し，観察しやすい状態をつくる．

C　円の性質を考察するときの見方として，半径に着目することを考える．

D　既習事項である二等辺三角形の底角が等しいことをもとに，文字を用いて式を一般化し，普遍的であることを論証しようとする．

E　問題解決の思考過程で発見される「同じ弧に対する円周角は等しい」ことを，中心角との関係から論証しようとする．

(6)学習展開

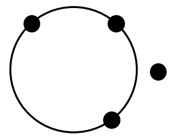
活…期待する活動　支…教師の支援　意…支援の意図　評…評価

課題提示

◯任意の４点を通る円は，描くことができるのだろうか．
　描くことができるとすれば，どのようなときに描くことができるのだろうか．

活…任意に４点を決定し，４点を通る円を探す．

支…確実に円を描くことができるのは，何点までだろうか．
　(⇒B2 へ移行することを期待)



意…任意の３点を通る円が確実に描くことができることから，４点目の位置を考えさせる．

評…問題の意味を理解することができる．

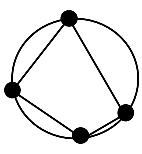
自力解決 A1

活…円周上に４点を決定し，４点を通る円を描くことができたら，どのようなことがいえるのか考える．

支…４点を通る円を描くことができるときと，できないときとでは，どこがどう違うのだろうか．
(⇒B3 へ移行することを期待)

意…円周上に３点を固定し，４点目が円周上にあるときとないときを比べ，角度に手がかりがあることに気づかせる．

評…問題を結論から考え，条件を満たす図形を描くことができる．



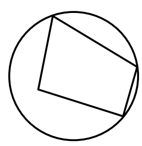
自力解決 B1

活…四角形を描き，４つの頂点を通る円を探す．

支…円の中心の位置は，どのように探せばよいのだろうか．
(⇒B2 へ移行することを期待)

意…既習事項である任意の３点を通る円の作図方法を利用することを考えさせる．

評…四角形の辺の長さや，角の大きさに着目して考察することができる．



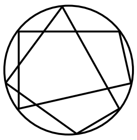
自力解決 A2

活…円に内接する四角形を複数描き，共通の性質を考える.

支…それぞれの四角形を，比較しやすい状態にして観察してみよう.
(⇒B3 へ移行することを期待)

意…B3 の活動のアイディアに気づかせる.

評…円周上で点を動かすことができ，円に内接する四角形が複数存在することを理解することができる.



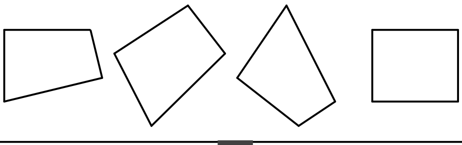
自力解決 A3

活…円に内接する複数の四角形の，辺の長さや角の大きさを計測し，共通の性質を調べる.

支…円を描くことができるということから，必ずいえることは何だろうか.
(⇒C へ移行することを期待)

意…四角形の４つの頂点と，円の中心との距離が等しいことに気づかせる.

評…計測によって，図形の性質を考察することができる.



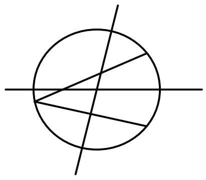
自力解決 B2

活…３点を通る円を作図し，残りの１点の位置を考える.

支…円に内接する四角形は，いくつ描くことができるだろうか.
(⇒B3 へ移行することを期待)

意…円に内接する四角形が，無数に存在することに気づかせる.

評…条件を緩め、既習事項から考えることができる.



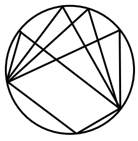
自力解決 B3

活…円周上で３点を固定し，残りの１点を弧上で動かしても変わらない性質を考える.

支…円を描くことができるということから，必ずいえることは何だろうか.
(⇒C へ移行することを期待)

意…四角形の４つの頂点と，円の中心との距離が等しいことに気づかせる.

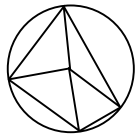
評…円に内接する四角形が無数に存在することを理解し，観察しやすい状態を考えることができる.



自力解決Ｃ

活…円に内接する四角形の頂点と円の中心を結び，円に内接する四角形の内角，中心角の大きさの関係を考える．

支…調べて分かったことを式や文章にして書いてみよう．
(⇒D へ移行することを期待)



意…形式にとらわれず，生徒自身の言葉で書かせる．

評…円の性質を考察する見方として，半径に着目して考えることができる．

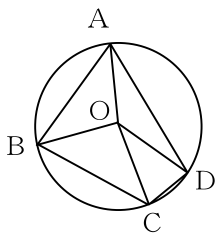
自力解決Ｄ

活…円に内接する四角形の向かい合う角の大きさの和が 180 度であることの証明を考える．

支…証明に直接使わなかった中心角について，何かいえることはないだろうか．(⇒E へ移行することを期待)

意…中心角の大きさを式で表すことによって，円周角と中心角の関係に気づかせる．

評…二等辺三角形の底角が等しいことから，延に内接する四角形の向かい合う内角の和が 180 度であることに気づき，論証しようとする．



証明：円の中心を点 O とすると，
AO，BO，CO，DO は半径であるので，
AO＝BO＝CO＝DO
よって，∠BAO＝∠ABO，∠CBO＝∠BCO，
∠DCO＝∠CDO，∠ADO＝∠DAO，
∠BAD＋∠BCD＝∠BAO＋∠DAO＋∠BCO＋∠DCO，
∠ABC＋∠ADC＝∠ABO＋∠CBO＋∠ADO＋∠CDO，
であるから，
∠BAD＋∠BCD＝∠ABC＋∠ADC
また，四角形の内角の和は 360°であるから，
360°＝∠BAD＋∠BCD＋∠ABC＋∠ADC
＝2×（∠BAD＋∠BCD）＝2×（∠ABC＋∠ADC），
180°＝∠BAD＋∠BCD＝∠ABC＋∠ADC となり，円に内接する四角形の向かい合う角の和は 180 度であることがいえる．

自力解決Ｅ

活…円周角が中心角の２分の１の大きさであることを発見し，その証明を考える．

支…円に内接する四角形の１つの頂点を円周上で動かしたときに，動かした角の大きさが変化しないことを上手く説明する方法はないだろうか．

（⇒集団による課題の解決⑤）

意…問題解決の思考過程で発見される「同じ弧に対する円周角は等しい」ことを，中心角との関係から考えさせる．

評…思考過程を振り返って考えることができる．

証明１：自力解決Ｄの証明より，

四角形ABCDの内角の和は360度であるから，

２×（∠BAO＋∠DAO＋∠CBO＋∠CDO）＝360°　…①

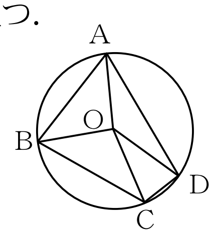
また，四角形OBCDの内角の和も360°であるから，

∠BOD＋２×（∠CBO＋∠CDO）＝360°…②

①，②より，

∠BOD＝２×（∠BAO＋∠DAO）

よって，∠BOD＝２×∠BADは成り立つ．



証明２：自力解決Ｄの証明より，

∠AOB＝180°－２×∠BAO　…①

∠AOD＝180°－２×∠DAO　…②

∠BOD＝360°－（∠AOB＋∠AOD）であるから，

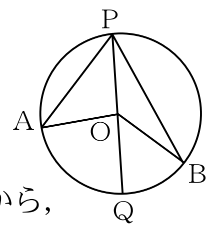
①，②より，

∠BOD＝360°－（180°－２×∠BAD＋180°－２×∠DAO）

＝２×（∠BAO＋∠DAO）

よって，∠BOD＝２×∠BADは成り立つ．

集団による課題の検討		
教師の発問	生徒の予想される反応	指導上の留意点
①円に内接する四角形は，いくつぐらいあるのだろうか．	・正方形と長方形 ・たくさんある ・無数にある	・「たくさんある」，「無数にある」という意見をどのように説明すればよいか考えさせ，次の問いに進む．
②円に内接する四角形が無数に存在することはどのように説明できるのだろうか．	・円周上での４点の決定は，何通りでもできるから，無数に四角形を描くことができる． ・円周上で３点を固定し，残りの１点を動かすことで，弧上であればどこに位置してもよいことから説明できる． ・向かい合う角の和が 180 度になるように描けばよいから，無数に存在する．	・板書して説明させ，どの説明が視覚的に分かりやすいものか意見を出させる．また，「向かい合う角の和が 180 度になるように描けばよいから，無数に存在する．」という意見が出た場合は，なぜこのことを発見できたか説明させることで次の問に進む．
③無数に存在する円に内接する四角形に，共通な性質としていえそうなことは何だろうか．また，円周上で	・４つの頂点は，円の中心から等しい距離にある． ・円周上で３つの頂点を固定し，残りの１つの頂点を弧上で動かしたときに，その動かした頂点の内角の大きさが変化しない． ・動かした頂点と向かい合う頂点の，内角の大きさも変化しない． ・円に内接する四角形の向かい合う角の	・自力解決で生徒の考えを把握し，左欄の順に発表させる．全員が理解できるものではないことから証明の必要性を引き出し，向かい合う角の和が 180 度であることを証明

頂点を動かすことで発見できたことはないだろうか.	和が一定である. ・円に内接する四角形の向かい合う角の和は 180 度である.	すればすべてが解決することを話し合う.
④向かい合う角の和が 180 度である四角形は円に内接することは証明できるのだろうか.	・自力解決 D の証明	・はじめに, ○や×などの記号を用いた説明を取り上げる. また証明後, この証明によって, ③で出された意見がすべて証明されたことを確認する.
⑤この問題解決の過程で発見された,「円周上で３点を固定し残りの１点を弧上で動かしたときに, 角の大きさが変化しない.」ことを上手く説明する方法はないだろうか.	・円周角と中心角の関係について証明する.（自力解決 E の証明１） ・円周角と中心角の関係について証明する.（自力解決 E の証明２） ・円周角の定理を証明する. 証明： 中心 O の円の円周上に点 A,B をとり, 弧 AB 上に点 P があるとき,  AO=PO=BO であるから, ∠APO=∠PAO…（1） ∠BPO=∠PBO…（2） 点 Q を PO の延長上にとると, ∠AOQ, ∠BOQ はそれぞれ△PAO, △PBO の外角であり, （1）,（2）より,	・④の証明によって, ③で出された「円周上で３つの頂点を固定し, 残りの１つの頂点を弧上で動かしたときに, その動かした頂点の内角の大きさが変化しない.」ことが説明できるが, 角の大きさを決定するのは３点の位置関係であり, 円に内接する四角形に関係なく成り立つことに気づかせる. また証明後,「円周角」の名称を説明し, 円周

	∠AOQ＝２×∠APO ∠BOQ＝２×∠BPO ∠APB＝∠APO＋∠BPO ∠AOB＝∠AOQ＋∠BOQ 　　　＝２×∠APO＋２×∠BPO 　　　＝２×（∠APO＋∠BPO） 　　　＝２×∠APB よって,弧 AB 上に点Ｐがあるとき∠AOB＝２×∠APB が成り立ち，同じ弧に対する円周角は等しいことがいえる.	角の定理をまとめる.

３．３　円周角の定理の学習指導から抽出される「数学的活動」の機能

３．３．１　学習指導案の学習展開の考察

問題解決過程の思考活動は，既存の知識との関係を考え，実験や観察からアイディアを生み出し練り上げるものである．生徒は，そのような「数学的活動」を通して考えを深め，授業のねらいである数学的な見方や考え方を獲得することができる．また，前述したようにこの「数学的活動」は，同じ活動を継続するものではなく，生徒の数学的な見方や考え方が練られることによって活動も変容するものであり，練られた見方や考え方によって，問題解決への新たな活動が生み出され，複数の活動が連関するものである．

前節の事例は，円周角の定理を発見し証明する活動を通して，円の性質の考察において半径に着目する見方や考え方が，生徒の中から生み出されることをねらいとするものである．授業構成の中心となるのは，円周角の定理を発見するための活動 B3 と円の性質を考察する活動Ｃであり，これらの活動が生徒の中に実現できるよう課題を設定している．その思考は，以下に記述するように流れることを期待している．

課題提示から，はじめは問題の妥当性を考え任意に４点を決定し，その４点を通る円を描こうとする活動が行われるが，上手く描くことができない困難が生じると考えられる．そこで，問題解決のアイディアとして，問題を結果から推論し，円周上の４点の位置関係を考える活動 A1，４点の位置関係を四角形の辺の長さや角の大きさで考える活動 B1，３点を通る円を描くことで４点目の位置を考える活動 B2 が，生徒個々の既得知識や知識構造によって生み出され，いずれかへ移行することを期待する．

活動 A1 では，円周上の４点の位置関係を考えるために４点を結び，円に内接する四角形の性質を考える活動が行なわれると思われる．ここで１つの四角形では判断が困難なことから，複数の四角形を観察する必要性が生まれ，円周上で点を動かしてもよいことに気づき，活動 A2 または B3 へ移行することを期待する．また，円周上の点は中心からの距離が等しく，４つの頂点は円周上を自由に動かすことができ，円に内接する四角形が無数に存在することに気づき，活動Ｃへ移行することも考えられる．

活動 A2 では，頂点を共有しない，円に内接する複数の四角形に共通な性質を考察することの困難から，観察しやすい状態を考え，活動 A3 または B3 へ移行することを期待する．

活動 A3 では，円に内接する複数の四角形の，辺の長さや角の大きさを計測し，注意深く観察することで，向かい合う角の和が 180 度であることを発見することができる．これを解決予想とし，観察した四角形だけでなく，円に内接する四角形に普遍に成り立つかを考え，円は１点からの距離が等しい点の集合であることから半径に着目し，活動Ｃへ移行することを期待する．

活動 B1 では，四角形の４つの頂点を通る円を描くことの困難から，条件を緩めて任意の３点を通る円を描くことを考え，活動 B2 へ移行することを期待する．また，正方形や長方形で考え，４つの頂点を通る円を描くことができた場合，活動 A1 へ移行することも考えられる．

活動 B2 では，既習事項である任意の３点を通る円の作図から，４点目の位置が弧上で無数に決まることを理解し，円周上で３点を固定し残りの１点を弧上で動かす観察方法を考え，活動 B3 へ移行することを期待する．

活動 B3 では，弧上を移動する角の大きさが変化しないことを発見し，さらにその向かい合う角の大きさも変化していないことから，円に内接する四角形の向かい合う角の和が一定になることに気づくと考えられる．これを解決予想とし，円に内接する四角形に普遍に成り立つかを考え，円は１点からの距離が等しい点の集合であることから半径に着目し，活動Ｃへ移行することを期待する．

活動Ｃでは，円に内接する四角形が，４つの頂点と円の中心とを結ぶことにより４つの二等辺三角形に分割されることから，四角形の内角の大きさを二等辺三角形の底角の和で表すことを考え，すでに向かい合う角の和が 180 度であることを発見している場合は，そのまま活動Ｄへ移行し，その他の場合も角の大きさの関係を式に表すことによって和が 180 度であることに気づき，活動Ｄへ移行することを期待する．

活動Ｄでは，活動Ｃで考えたことをそのまま文章化することで，円に内接する四角形の向かい合う角の和が等しく180度であることを証明することができる．この活動Ｄが提示課題の証明であり，問題は解決されるが，ここまでの思考過程を振り返り，活動Ｃで円に内接する四角形の４つの頂点と中心を結ぶことによってできた角について，何かいえることはないか考えさせ，活動Ｅへ移行することを期待する．

活動Ｅでは，活動Ｃでできた円周上の角と中心角の大きさの関係について，発見したことを証明することを期待する．この証明によって，集団による課題の検討で，円周角の定理を導くことができる．

集団による課題の検討までに，どの生徒も活動Ｃまでは進むことができるよう支援し，考えたことを練り上げ，円周角の定理を導く．

本事例では，このように「数学的活動」が連関することによって，問題解決への見通しを立てたり，アイディアを生み出したりし，円周角の定理が導かれ，ねらいとなる数学的な見方や考え方が獲得されるものと考える．

３．３．２　学習展開の考察から抽出される「数学的活動」の機能

『円周角の定理』の学習指導について，その学習展開の思考活動である「数学的活動」の流れについて考察した．次に，本研究における「数学的活動」にどのような機能が認められるか，前項の考察から抽出する．

課題提示から，最初は試行錯誤の状態が観察される．そして，円周上には無数の点が存在することから，その内の４点を決定し，その位置関係を考える活動 A1，点の位置関係は距離と角度によって決定することから，４点の位置関係を四角形の辺の長さや角の大きさで考える活動 B1，任意の３点を通る円の作図が可能であることから，残りの１点の位置を考える活動 B2 のいずれかに移行することを述べた．これらは，それぞれ既存の知識との関連を考え，問題解決のアイディアとして生み出された活動である．したがって，「数学的活動」の機能１として，次のものが抽出される．

<u>機能１：問題解決へのアイディアを生み出す．</u>

問題解決の過程は，生み出されたアイディアによって次の活動に移行し，さらにその活動が新たなアイディアを生み出す．新たなアイディアは，元のアイディアが前の活動によって練られたものであり，複数の活動の連関によって，教師の意図するものへ練り上げられていくことになる．活動 A1 から，円周上の点を移動させるアイディアを生み，活動 A2 や B3 へ移行することや，活動 A2 から，複数の四角形を観察しやすい状態をつくるアイディアを生み，活動 A3 や活動 B3 へ移行すること，活動 B1 から，４点から３点へ条件を緩めるアイディアを生み，活動 B2 へ移行することは，この機能１によるものと考える．

次に，活動 B1 から B2 の，４つ頂点を通る円を描くことの困難から条件を緩めて考える活動は，以下のことを考えることにつながる．

①任意の１点を通る円は無数に存在し，その円の大きさも中心の位置も制限なく決定できる.
②任意の２点を通る円は無数に存在し，その円の大きさも制限がないが，円の中心の位置が２点を結ぶ線分の垂直二等分線上に制限される.
③任意の３点を通る円は１つ存在し，３点を点Ａ，点Ｂ，点Ｃとしたとき，線分ＡＢ，線分ＢＣ，線分ＣＡの垂直二等分線が１点で交わり，その交点だけが円の中心になり得る.
④任意の４点を通る円はいつでも存在するとはいえないが，任意の３点を通る円の円周上に４点目があるときに限って存在する.

このように考えることによって，頂点と円の関係についての知識を深めることになると考える．したがって，「数学的活動」の機能２として，次のものが抽出される.

<u>機能２：既存の知識の理解を深める．</u>

活動 B3 からＣにおいても，４点を通る円を描くことができる場合の普遍的な性質を考えることは，円周上の点は中心からの距離が全て等しいことを再確認することであり，また，円周上の４点と中心を結んだ半径によって，円に内接する四角形を４つに分割した三角形がすべて二等辺三角形になることから，四角形の内角の大きさを二等辺三角形の底角を用いて表すことは，円と二等辺三角形の性質の関連を考えることになり，機能２がはたらく場面であると思われる.

そして，活動 B3 である，円周上の３点を固定し，残りの１点を弧上で動かす活動は，点の位置は変化しても角の大きさは変化していないことに気づき，円周角の定理である，同じ弧に対する円周角は等しいことの発見につながるものである．発見された数学的な知識は，今後，問題解決の技能として役立つことも考えられる．したがって，「数学的活動」の機能３として，次のものが抽出される.

<u>機能３：数学的な知識・技能を獲得する．</u>

活動 A3 においても，円に内接する複数の四角形の，辺の長さや角の大きさを計測することによって，円に内接する四角形の普遍的な性質である，向かい合う角の和が１８０度であることを発見するきっかけとなり，機能３として認め

られるものと考える．

さらに，前節(5)において示したように，想定した生徒の活動は生徒の数学的な見方や考え方が顕在化されたものであり，その活動の連関は，上に述べてきたように問題解決のアイディアを練り上げるものであるため，「数学的活動」の機能４として，次のものが抽出される．

機能４：数学的な見方や考え方を育成する．

本事例では，円周角の定理の発見を通して活動Ｃに顕在化される，円の性質を考察するときの半径に着目する見方や考え方を生み出すことをねらいとしており，前項で述べたように思考が流れることで機能４がはたらくものと考える．

最後に，問題解決過程の生徒の思考が，教師の意図するものへ向かっているかを判断する際，生徒の行う観察可能な「数学的活動」を判断の材料にすることが考えられる．したがって，「数学的活動」の機能５として，次のものが抽出される．

機能５：教師にとって，生徒の思考の状態を把握できる．

この機能５を教師が有効に機能させることによって，適切な支援が施され，学習目標が達成されるものと考える．

第３章の要約

前章において規定した「数学的活動」を実現するために，授業においてその学習内容を考える必要感が，生徒に納得のいくように示せるように工夫する必要がある.『円周角の定理』の学習の場合，従来は「観察，操作や実験」として，円周上に弧を決定し，その弧に対するいくつかの円周角を計測することを教師が指示して，円周角の定理の発見が為される学習展開が多く見られたが，この図形の性質を発見できる状態を教師が設定するのではなく，その状態を生徒自身がつくり出し発見する創造的な活動を「数学的活動」として，教師が意図的に学習展開に仕組む必要があると考えられる.

このように考え方に基づいて立案した学習指導案の考察から，「数学的活動」の機能として，以下のものが抽出された.

機能１：問題解決へのアイディアを生み出す.
機能２：既存の知識の理解を深める.
機能３：数学的な知識・技能を獲得する.
機能４：数学的な見方や考え方を育成する.
機能５：教師にとって，生徒の思考の状態を把握できる.

第４章

「数学的活動」を中心的課題とした授業設計

本章では，３．３で認められた「数学的活動」の機能を有効にするためには，いかに授業を設計すべきか，その方法について述べる．第１節では，授業設計の根本的な考え方として，「数学的活動」を教師が意図して仕組んでいくべきであることを述べる．第２節では，この考え方をもとに，中学校第２学年『連立方程式』の学習指導案を立案する．第３節では，前節で立案した授業を実践した授業記録を考察し，「数学的活動」をどのように授業に組み込むべきかのモデルを抽出することで，研究課題３：本研究における「数学的活動」を，いかにして授業に組み込むべきか．に答える．

４．１　「予想される反応」から「期待する数学的活動」への転換

　従来の学習指導では，提示課題の誤答例やそれにつながる解法の間違いが,「予想される生徒の反応」として予め設定され，そのような間違いを生徒が犯さないように説明したり,机間指導によって生徒の解決を修正したりしてきた.しかし，数学を創造し発展させる過程には試行錯誤の場面があったり，これまでの学習経験や獲得している知識を駆使して問題解決を遂行したりするのであるから，生徒が間違いを犯すのは当然のことである．そのような思考活動の中で，問題を分析する見方を変えたり，それまでの考え方を改めたりしながら解決に向かうのであり，間違うことや手際よく解決できないことによって，それまでの見方や考え方を変容させる必然性が現れる．見方や考え方を変容させることで，数学が創造され発展してきたのであるから，教師は生徒の見方や考え方をどのように変容させるかを意図して，授業を設計すべきであると考える.その数学的な見方や考え方を生み出し，高次なものへ変容させるものが「数学的活動」であり，教師は生徒がそのような「数学的活動」を行うことを期待する．したがって，数学的な見方や考え方を育成する授業は，教師が「期待する数学的活動」を，如何にして生徒の中に実現するかを考え設計されるべきであると考える.

４．２　連立方程式の学習における「数学的活動」の展開

４．２．１　連立方程式の学習指導について

Ｇ社の中学校数学２教師用指導書解説編では，連立方程式の単元の目標として，以下のものがあげられている．

２元１次方程式の中の文字や解の意味を理解する．また，方程式を連立させることと，その解の意味を理解し，解を求めることができるようにする．さらに，連立方程式を用いて具体的な問題を解決する能力を育てる． (1)２元１次方程式とその解の意味を理解する． (2)連立方程式とその解の意味を理解する． (3)連立方程式を解くには，２つの文字の一方の文字を消去し，１元１次方程式を導けばよいことを理解する． (4)文字を消去する方法には，加減法と代入法があることを理解し，これらの方法で連立方程式を解けるようにする． (5)小数や分数を含んだ連立方程式を解けるようにする． (6)具体的な問題を，連立方程式を用いて解決できるようにする．

この目標からは，連立方程式を考える上で最も重要な考え方である，既習の一元一次方程式に帰着させることや，解の意味や解法の理解の指導が大切にされているように捉えることができるが，同じＧ社の平成１４年度版中学校数学指導計画作成資料における，連立方程式の単元の目標の記述では，次のように簡素化され，「連立方程式を解くことができればよい」とも解釈できるものになっている．

◯２元１次方程式，連立方程式の意味と連立方程式の解の意味を理解する． ◯加減法，代入法によって，連立方程式が解けるようにする． ◯やや複雑な連立方程式が解けるようにする． ◯文章題を，連立方程式を用いて解けるようにする．

教科書を作成する立場がこのようなものであれば，教科書の内容をもとに授業を構成する教師は，連立方程式の解法である加減法，代入法の形式的処理に重点を置いた授業を展開することになる．実際，具体的な場面を考える問題ではなく，既に立式された連立方程式を問題として提示し，加減法，代入法を用いての処理方法が説明され，問題演習による処理技能の習熟に最も時間がかけられている．

このような計算処理の過程に重点を置き，規則に従って問題を処理するアルゴリズム的な活動も「数学的活動」とする捉え方もあるが，前述したように，「数学を創造し発展させる過程のアイディアを練り上げる活動」を「数学的活動」と捉える筆者の立場からは,「数学的活動」であるとはいえない．生徒が獲得するものは，計算処理の技能だけであり，数学的な見方や考え方を獲得させるものとはなっていない．また，従来の学習指導でも加減法，代入法の技能を身につけた後に，具体的な場面の問題を考える学習展開が設定されているが，連立方程式を用いて考えることが前提となっており，アルゴリズム的な活動と変わりがない．したがって,「事象を数理的に考察する能力を高める」（文部省,1999）ことにはならないと考える．

４．２．２　連立方程式の学習指導案

(1)授業設計の中心となる考え

従来の連立方程式の学習指導の問題点は，アルゴリズム的な技能の習得に終始し，数学的な見方や考え方を育成するものになっていないことであった．数学的な見方や考え方を育成する，創造的な活動を展開するためには，計算処理の過程に重点が置かれてきた学習を改め，その計算処理の方法を生み出す過程に重点を置いた学習へと転換する必要がある．本来，連立方程式は具体的な問題を解決する場面で必要になるのであり，唐突に立式されている連立方程式の解法を考えるのは，数学を創造していく活動としてはふさわしくない．連立方程式は文字式であり，文字式は「現実の世界の諸関係を数の世界の中での関係として記述する手段」(文部省,1999) であるわけだから, 具体的場面から考え，表や図を用いて考える方法もあるが，未知数の条件式をつくった方が考えやすいことに気づかせ，その具体的場面と照らし合わせながら解法を考えていくようにするべきである．

連立方程式の学習を, 数学を創造し発展させていくものとして展開する場合，連立方程式の解法である代入法，加減法を生み出す活動を中心的課題として授業を設計することが考えられる．その「数学的活動」の中で，はじめから代入法，加減法を生徒が生み出すことは困難である．既習事項である一元一次方程式に帰着して考えればよいことに気づいた後，どうすれば２つの文字の一方を消去することができるか，ここに生徒の試行錯誤の場面がある．はじめから代入法，加減法のような手際のよい方法が生み出されるのではなく，以下の解法

例のような，手際のわるい解法が考えられるはずである.

解法例－１

$$\begin{cases} 2x+4y=94 \cdots ① \\ x+y=35 \cdots ② \end{cases}$$

①－②

$$\begin{array}{rr} & 2x+4y=94 \\ -) & x+y=35 \\ \hline & x+3y=59 \cdots ③ \end{array}$$

②－③

$$\begin{array}{rr} & x+y=35 \\ -) & x+3y=59 \\ \hline & -2y=-24 \\ & y=12 \end{array}$$

解法例－２

$$\begin{cases} 5x+2y=660 \cdots ① \\ 2x+3y=550 \cdots ② \end{cases}$$

①－②

$$\begin{array}{rr} & 5x+2y=660 \\ -) & 2x+3y=550 \\ \hline & 3x-y=110 \end{array}$$

$$-y=110-3x$$

$$y=-110+3x \cdots ③$$

③を①に代入

$$5x+2(-110+3x)=660$$

$$x=80$$

このような解法を含め，生徒が生み出す様々な解法を手際のよい方法に工夫していった結果として，代入法と加減法にまとめられる．従来の学習指導では，このような解法は取り上げられず，効率のよい解法である代入法と加減法だけが知識として与えられていた．「数学の学習は，単に問題を解いて答えを求めるということだけではない」（文部省，1999）のであり，なぜその方法で解くことができるのか，また，なぜその方法でよいのかを考える，解法を整理し洗練していくことも忘れてはならない．学習指導要領解説の中でも，以下のように記述されており，計算処理の方法だけを学ぶのではなく，その手続きのもとになっている原理・法則を理解するところまで考えが深まるよう，授業を設計しなければならないことが指摘されている.

> 中学生になると，記号的，形式的操作ができることに興味をもつようになり，数学的な表現と処理の仕方を学ぶのに適した年代なので，文字式の計算，方程式を解くなどの技能を学ぶが，その手続きのもとには原理・法則があること，原理・法則をうまく使って数学的な処理の方法が考え出されていることを理解させる必要がある.

これらのことをふまえ，連立方程式の解法である加減法，代入法を，生徒が自身の活動によって生み出すことを目標に，単元のはじめの４時間について，以下のように学習計画を立案した.

⑵学習目標と提示課題

①第１次（第１時）

目標：２つの未知数を求める問題場面では，いくつの条件式が必要か考える．

・第１時の提示課題

10 円玉と 50 円玉の重さを，2g，5g，10g の分銅を使って求めよう．

準備：10 円玉２枚，50 円玉２枚，分銅（2g，5g，10g を各１個），
上皿天秤１台

＜ねらい＞

10 円玉と 50 円玉の重さを求めるために天秤を操作し，発見した数量の関係の表現方法として文字式を利用することを考えさせたい．その際，未知数が２つの場合は２種類の文字を利用した式の方が簡潔に表現しやすいこと，釣り合う関係を表現したものが方程式であることに気づき，二元一次方程式を用いることのよさを理解することができると考える．また，未知数が２つの場合，１つの釣り合う関係だけでは問題を解決することができず，複数の釣り合う関係を発見しなければならないが，問題の解決過程を振り返ることにより，未知数が２つの場合２つの条件式が得られれば解を求められることに気づかせたい．

②第２次（第２時・第３時）

目標：連立方程式の自分なりの解法を考える．

・第２時の提示課題

Ａさん「リンゴ２個とみかん５個で 340 円だったよ.」 Ｂくん「リンゴ１個はみかん１個より 100 円も高いんだね.」 この二人の会話から，リンゴ１個とみかん１個の値段はそれぞれいくらか求めよう．未知数は何個で，いくつの方程式を作ればよいか考えて解決しよう．

・第３時の提示課題

Ａさん，Ｂさんの２家族が動物園に行きました．Ａさんの家族（大人３人，子ども５人）は入園料が 3100 円でした．Ｂさんの家族（大人２人，子ども３人）は入園料が 1950 円でした．この動物園の，大人１人，子ども１人の値段はそれぞれいくらでしょうか．

＜ねらい＞

連立二元一次方程式の解決における困難は，未知数が２つ存在することである．そこで，未知数が１つの場合は解決できることから，既習事項である一元

一次方程式に還元すればよいことに気づかせ，その還元方法を考えさせたい．両問とも問題文から２つの未知数に対し２つの条件式を立式することができる．その２つの二元一次方程式をどのように利用して解決すればよいかを考え，工夫し，自分なりの解法を生み出させたい．問題場面を抽象し立式される方程式によって，第２時の課題は代入法，第３時の課題は加減法が考えられやすいよう設定されているが，はじめから代入法や加減法を生み出すことは困難であり，前述したような手際のわるい解法であっても問題はなく，１つの文字を消去する方法を考えなければならないことが明確に意識されるようにしたい．

③第３次（第４時）
目標：自身の考えた解法の妥当性を考える．
・第４時の提示課題

次の問題を解いて，その解決の似ているところや異なっていること，その他気づくことを見つけなさい． 問題Ａ：鶴と亀があわせて 35 匹いる．その足の数は全部で 94 本ある．鶴と亀はそれぞれ何匹いるだろうか． 問題Ｂ：兄は鉛筆５本とノート２冊を買って 660 円支払った．弟は鉛筆２本とノート３冊買って 550 円支払った．鉛筆１本，ノート１冊の代金はそれぞれいくらだろうか．

＜ねらい＞
解決の過程を振り返ることで，問題の数学的構造を理解し，連立方程式の解法である代入法，加減法の基になる考え方を抽象することで，解決の方法を知っているだけでなく，なぜその方法でよいのかまで理解を深めたい．
問題Ａは代入法で考えやすいもの，問題Ｂは加減法で考えやすいものを提示しているが，前述したような手際のわるい解法も含め，その共通点として２つの文字の一方を消去し，既習事項である一元一次方程式に還元して解くことがあげられる．また，解法の相違点として，一元一次方程式に帰着させる方法が異なることに気づかせ，なぜ異なるのか式操作を振り返り，具体的場面と照らし合わせて，行なった式操作の意味を考えさせたい．そして，その式操作の意味が具体的問題場面と照らし合わせても正当化されることを１つの基準として，解法の妥当性を検証させたい．その検証から，代入法，加減法のよさとして，普遍性をもった解法であることを理解させたい．

(3)第３次（第４時）の学習展開

活…期待する活動　支…教師の支援　意…支援の意図　評…評価

課題提示

次の問題を解いて，その解決の似ているところや異なっていること，その他気づくことを見つけなさい．

問題Ａ　鶴と亀があわせて 35 匹いる．その足の数は全部で 94 本ある．
鶴と亀はそれぞれ何匹いるだろうか．

問題Ｂ　兄は鉛筆５本とノート２冊を買って 660 円支払った．
弟は鉛筆２本とノート３冊を買って 550 円支払った．
鉛筆１本，ノート１冊の代金はそれぞれいくらだろうか．

活…それぞれの問題文の数量関係を理解し，連立方程式を立式する．

支…（線分図を与え）何を x，y にすると考えやすいだろうか．
（→活動Ａへ移行することを期待）

意…数量の関係を図から考えて立式し，問題を解決させる．

評…数量の関係を理解できる．

自力解決Ａ

活…それぞれの問題を解決する．

支…①操作した式には，どのような意味があるのだろうか．
②その式操作は，何のためにしたのだろうか．
（→活動Ｂへ移行することを期待）

意…１つの文字を消去し，一元一次方程式に持ち込む意図をもった操作であることを意識させる．

評…連立方程式を代入法，または加減法で解くことができる．

自力解決Ｂ

活…それぞれの問題解決の式操作を意味付けする．

支…式操作の意味を，他の問題を考える場合でも対応できる表現にしてみよう．
（→活動Ｃへ移行することを期待）

意…代入法，加減法の基になる考え方を問題場面から抽象させる．

評…式操作の意図を，問題場面に則して考えることができる．

自力解決C
活…それぞれの解決の違いを比較する.
支…一度解決した問題を異なる解法で解決した場合の，操作した式の意味を考えてみよう.
意…問題場面から抽象した代入法，加減法の基になる考え方が，他の問題場面でも適用できる考え方であるか確認させる.
評…代入法，加減法の基になる考え方を，問題場面から抽象できる.

集団による課題の検討			
教師の発問	生徒の予想される反応		指導上の留意点
①それぞれの問題は, どのように解決できましたか.	・問題Aの解答 $\begin{cases} x+y=35\cdots① \\ 2x+4y=94\cdots② \end{cases}$ ①より $x=35-y$…①’ ①’を②に代入 $2(35-y)+4y=94$ $70-2y+4y=94$ $2y=24$ $y=12$ $y=12$を①に代入 $x+12=35$ $x=23$ 鶴…23羽 亀…12匹	・問題Bの解答 $\begin{cases} 5x+2y=660\cdots① \\ 2x+3y=550\cdots② \end{cases}$ ①× 3 $15x+6y=1980$ …①’ ②× 2 $4x+6y=1100$ …②’ ①’−②’ $11x=880$ $x=80$ $x=80$を②に代入 $160+3y=550$ $y=130$ 鉛筆… 80円 ノート…130円	・問題Aの代入法を用いての解決と, 問題Bの加減法を用いての解決だけを板書させるが, 解決の方法として, 問題Aを加減法, 問題Bを代入法で解決した生徒もいるであろうことを触れておく.
②それぞれの問題の解き方で, 共通しているところはどんなところだろ	・2つの文字を使って, 連立方程式を解いた. ・解決の途中からは，どちらも文字が一種類になっている. ・どちらの問題も，文字を1つ消去することによって, 一元一次方程式にして解決している.		・板書した解法以外の場合も, 共通していることを確認する.

うか.		
③それぞれの問題の解き方で, 異なるところはどんなところだろうか.	・一元一次方程式にするために１文字消去するときの，文字の消し方が異なる. ・１文字消去するための，式操作が異なる.	・板書のどこまでが異なる部分で, どこからが共通な部分かを, 分けて明確にする.
④問題Ａの①を操作した①’は，どのような意味をもつ式であろうか.	問題Ａ　$x=35-y$…①’ ・鶴の数は，全体の35から亀の数をひいた数である.	・ここから，１文字消去するためのアイディアの違いについて考えていくことを確認する.
⑤問題Ａは，①→①’の式操作をすることで, どうして１文字消去することができるのだろうか.	・xをyを使って表すことで，xを使う必要がなくなる. ・線分図を用いて説明する. ・鶴の数を亀の数を使って表すことで，文字を１つ使わなくてよくなる.	・一方の数を，他方の数を使って表すというアイディアによって，１文字消去することができたことを確認する.
⑥問題Ｂの①，②を操作した①’，②’は, どのような意味をも	問題Ｂ　①×３　$15x+6y=1980$ …①’ ・①の買い方を３回したとして考える. ・３人が①の買い方をしたとして考える. 問題Ｂ　②×２　$4x+6y=1100$ …②’	・問題文にはない意味を仮想していることをおさえる.

つ式であろうか.	・②の買い方を２回したとして考える. ・２人が②の買い方をしたとして考える.	
⑦問題 B は, ①'－②'の式操作をすることで, どうして１文字消去することができるのだろうか.	・２つの買い方を比較しやすくするために, ノートの数をそろえた. ・線分図を用いて説明する. ・２つの買い方のノートの数をそろえることで, 両方の買い方に共通部分ができ, その共通部分を取り除いて考えることで文字を１つ消去できる.	・一方をそろえる状況を仮定し, 共通部分を取り除くというアイディアによって, １文字消去することができたことを確認する.
⑧問題 B は, 問題 A の考え方で解決できないだろうか.	・①の式を x＝　の形に式変形し, 鉛筆の値段をノートの値段を用いて表せばよい. ・①の式を y＝　の形に式変形し, ノートの値段を鉛筆の値段を用いて表せばよい.	・自力解決で代入法を用いた生徒に, 操作した式を説明させる. ・代入する手前までを考え, 後は一次方程式を解けばよいことを確認する.
⑨問題 A は, 問題 B の考え方で解決できないだろうか.	・①×２　$2x+2y=70$…①"とし, ②－①"をすればよい. ・①×４　$4x+4y=140$…①"とし, ①"－②をすればよい.	・自力解決で加減法を用いた生徒に, 操作した式を説明させる. ・式の差を求める手前までを考え, 後は一次方

		程式を解けばよいことを確認する.
⑩$2x+2y=70$ または $4x+4y=140$ は, どのような意味をもつ式であろうか.	・単位をそろえなければ差を求めることはできないから, 足の数を表す式である. ・ $2x$ は鶴の足の総数だが, $2y$ が何を表すのかわからない. ・線分図を用いて説明する. ・仮にすべて鶴であるとして考えた足の数. ・仮にすべて亀であるとして考えた足の数.	・代数的処理が, 問題場面に則して考えても説明できるものであることを確認し, 代入法, 加減法のそれぞれの基になっている考え方をおさえて, 授業をまとめる.

４．３　連立方程式の学習から抽象される，「数学的活動」の展開モデル

４．３．１　実際の授業で観察された「数学的活動」とその考察

実際の授業で生徒が記入したワークシートと記録ビデオから，生徒の思考活動である「数学的活動」を観察し，以下のように考察した.

①第１次で観察された「数学的活動」

上皿天秤を操作することで，硬貨と分銅の釣り合う関係として，最初に
ア：10g を左にのせて，右に 50 円玉２枚と２g をのせた.
を発見し，50 円玉が４g であることを求めた．次に
イ：10 円玉を左に２枚のせて右に 50 円玉１枚と５g をのせた.
を発見し,50 円玉が４g であることから 10 円玉が 4.5g であることを求めた. その後，他の釣り合う関係を調べ，下の２つのものを発見し，ワークシートに記入した.
ウ：左に 50 円玉１枚と 10g，右に 10 円玉２枚と５g
エ：左に分銅ぜんぶと右に硬貨ぜんぶ
「釣り合った関係を，なんとか方程式にしてみよう」という教師の言葉かけがあったため，10 円硬貨の重さを xg，50 円硬貨の重さを yg として，それぞれの関係を以下のように方程式にした.

ア：$10=2y+2$
イ：$2x=y+5$
ウ：$y+10=2x+5$
エ：$2x+2y=10+5+2$

このうちウとエだけを用い，解を求めた.

$$y+10=2x+5$$
$$y=2x+5-10$$
$$y=2x-5$$
$$2x+2(2x-5)=10+5+2$$
$$2x+4x-10=10+5+2$$
$$2x+4x=10+5+2+10$$

$$6x=27$$
$$x=4.5$$
$$y+10=2\times(4.5)+5$$
$$y+10=9+5$$
$$y=9+5-10$$
$$y=14-10$$
$$y=4$$

＜考察＞

最初に発見した釣り合う関係が一元一次方程式に表すことのできるものであったため，２つの未知数のうち，一方は簡単に求めることができた．次に発見した関係は二元一次方程式に表されるものであったが，先に求めた値を用いることでもう一方の値も求めることができた．この時点では，方程式の立式や代入という行為は意識されていないが，２つの釣り合う関係から２つの未知数を求めることができたことには気づいていると考えられる．

この後，釣り合う関係ウとエを発見し，教師の言葉かけによって発見した４つの関係を方程式に表し，そのうちの２つを連立させて方程式を解き，解を求めている．このときの２つの方程式は，最初に解を求めたときに用いた２つの関係の式ではなく，後で発見した２つの関係のものを選んでいる．このことは，方程式を立式せずに解を求めたときに，２つの釣り合う関係を用いればよいことに気づいたため，方程式を解いて解を求める場合も２つの関係から解を求めることができるのではないかと考え，先に用いなかった２つの釣り合う関係の式を，意図して用いたものと考えられる．結果として２つの方程式から解を求めることができ，最初に求めた解とも合致したことで，２つの未知数があるときは２つの条件式があれば解を求めることができることを理解できたと考えられる．つまり，このような活動を行うことによって，学習目標である「２つの未知数を求める問題場面では，いくつの条件式が必要か考える」ことを達成することが可能になったと考えられる．

また，イやウのような x と y が左辺と右辺に別れて釣り合う状態を考えることで，一方の値を求めることができればもう一方の値も求めることができることに気づくことになる．一方の文字に注目して考えることで，既習事項である一元一次方程式に還元することにつながり，第２次の学習目標である「連立方程式の自分なりの解法を考える」ことの素地になるものと考える．

②第２次で観察された「数学的活動」

第３時の課題に対し，次のような解決が観察された.

大人…x 円　子ども…y 円

Ａさん　$3x+5y=3100$

Ｂさん　$2x+3y=1950$

$$\begin{array}{rr} & 3x+5y=3100 \\ -) & 2x+3y=1950 \\ \hline & x+2y=1150 \end{array}$$

$$\begin{array}{rr} & 2x+3y=1950 \\ -) & x+2y=1150 \\ \hline & x+y=800 \end{array}$$

$$\begin{array}{rr} & x+2y=1150 \\ -) & x+y=800 \\ \hline & y=350 \end{array}$$

＜考察＞

第１時，第２時の問題では，x や y の係数が１である条件式をつくることができ，加減法的な解決や代入法的な解決も，それほど意識することなく式操作をしてきたが, これまでの方法では解決できない状況が起こっている. そこで, 減算をすることで係数を減らすことができるというアイディアを生み出し，式の減算を行なったものと考えられる．そして，上手く係数を減らすことができたため，この操作を繰り返すことで一方の文字がなくなり，もう一方の文字の値を求めることができると考え実行した．この成功経験から，自分なりの解法を獲得し，連立方程式の解法は，一方の文字を消去する方法を考えればよいことに気づくことができたと考えられる．このように，生徒の行なった活動は第２次の学習目標である「連立方程式の自分なりの解法を考える」ことを達成するための望ましい活動であり，第３次の学習の準備として欠かすことのできないものである.

従来の学習指導では，生徒にこのような解法を行なわせないようにし，教師が与えた加減法，代入法を反復練習してきたが，自身の活動によって解法を得

ることで，連立方程式は一元一次方程式に帰着させて解くということを理解でき，一方の文字を消去するための方法としての加減法，代入法のよさも感じることができるものと考える．

③第３次で観察された「数学的活動」

２つの問題をどちらも代入法を用いて解決し，問われている「気づくこと，共通すること，異なっていること」については何も書けなかった生徒が観察された．この生徒はその後，問題Ａに代入法を用いた解決過程，問題Ｂに加減法を用いた解決過程と，４．２．２の(1)で示した手際のわるい解法（解法例－２）を用いた解決過程が板書され，その比較をすることで，異なる点として以下のことをワークシートに記入した．

ア：Ａは全体の数から x をひき，y の数をだしている．
イ：Ｂは２つの式の差をだして計算している．

＜考察＞

２つの問題を同じ解法で解決したため，はじめは何を答えればよいのか理解できなかったが，途中で３つの解法が板書されたことによって，解決過程の式操作の異なる部分を発見し，２つのことを記入することができたと考えられる．

本時の学習目標は「自身の考えた解法の妥当性を考える」ことであり，解を求めることができたことで妥当性が証明されるのではなく，形式的処理の工夫に専念することよって検討されなかった，式操作の具体的場面との整合性を考えることである．式操作の意味付けをし，他の問題場面においても対応できる表現を考えていくと，手際のわるい解法では意味付けすることが困難だが，加減法と代入法はその基になっている考え方を次のように抽象することができる．

加減法…共通部分をつくって取り除く． 代入法…一方の値がわかっているものとして，他方の値を，それを用いて表す．

第１次，第２次で考えた解法を吟味し，よりよい解法に洗練していった結果としての加減法，代入法が，問題場面が異なっても上の考え方で意味付けすることができる普遍的な解法として理解されることが，この学習計画の目標である．

生徒の記述イは，板書された問題Ｂに加減法を用いた解決過程と，４．２．２の(1)で示した手際のわるい解法（解法例－２）を用いた解決過程の式操作の共通点をあげたものと見られるが，記述アは式操作の意味付けをしたものであ

り，学習目標を達成するために期待される活動を行なっていたと考えられる.

４．３．２　連立方程式の学習指導における，「期待する数学的活動」とその意義

前項の考察から，連立方程式の学習指導において，数学的な見方や考え方を育成する，創造的な活動を展開するためには，生徒が行なうことを「期待する数学的活動」として，以下のものが抽出される.

Ａ　未知数を求めるために，複数の条件式を立式し，その内いくつの条件式を選択すればよいかを考える活動 （第１次の考察から）
Ｂ　連立方程式を解くには既習事項である一元一次方程式に還元して解けばよいことに気づき，その還元方法を考える活動 （第２次の考察から）
Ｃ　連立方程式の解法の妥当性を解決過程の式操作の意味に着目して考える活動 （第３次の考察から）

上の授業実践では，生徒がこのような「数学的活動」を行なったことで，連立方程式の解法として代入法，加減法を生み出すことが可能となり，学習目標が達成された．もし，授業構成において「数学的活動」が適切に位置づけられなかったならば，教師が設定する学習目標は達成されなかったであろうと考えられる．したがって連立方程式の学習指導において，上記の「数学的活動」は，授業構成の中心的課題として位置づけるべきものであることが，教授学的意義として認められる.

４．３．３　連立方程式の授業実践から得られた，「数学的活動」の展開モデル

連立方程式の授業実践の考察から抽出された，生徒が行なうことを「期待する数学的活動」Ａ，Ｂ，Ｃは，連立方程式の学習指導において数学的な見方や

考え方を育成するための「数学的活動」である．授業構成においてこれらの「数学的活動」を適切に位置づけることで，学習目標を達成させることができることを述べたが，これらの活動はどのように生徒の数学的な見方や考え方を変容させることを意図したものか，第１次から第３次のそれぞれの学習のねらいと照らし合わせて考察する．

Ａの活動では, まず未知数を求めるために具体的場面の数量の関係を整理し，形式的に記述することを考える．そして，数学的に処理するために何が必要であるかを考える，というように思考を進めている．

Ｂの活動では，まず既習事項との関連を考える．そして，どのようにすれば既存の知識に帰着させることができるか，その方法を考える，というように思考を進めている．

Ｃの活動では，具体的場面を抽象し形式的に処理した解決を，具体的場面に戻して振り返ることで推論の妥当性を検証し，さらによりよい解決の方法を志向するように思考を進めている．

以上のことから，連立方程式の学習において生徒が行なうことを「期待する数学的活動」Ａ，Ｂ，Ｃは，それぞれ以下のａ，ｂ，ｃのような数学的な思考活動であると考えられる．

ａ　具体的問題場面を抽象して，その中に潜む関係を形式的に記述し，数学的な処理の方法を考える．
ｂ　何に帰着させて考えればよいか見通しを立て，その方法を考える．
ｃ　帰着させた方法は普遍的なものとなるのか吟味する．

このように記述することで，連立方程式の学習指導に特化した「数学的活動」の展開から，一般的な学習指導における「数学的活動」の展開の１つのモデルとすることができると考える．

第４章の要約

「数学を創造し発展させる過程のアイディアを練り上げる活動」を，本研究における「数学的活動」と規定し，その機能が有効となるよう授業を構成する場合，従来の,「予想される反応」として誤答や解法の間違いを想定し，その予防を意図して立案していた学習指導案から,「期待する数学的活動」として学習のねらいである生徒に育成したい数学的な見方や考え方を生み出させるための「数学的活動」が実現するよう意図して立案する学習指導案への転換が要請される．このような考え方で，中学校第２学年の『連立方程式』の学習指導案を立案し実践したところ，その授業記録の考察から,『連立方程式』の学習展開のモデルとして，次の順序で「数学的活動」が実現されるよう意図した学習展開のモデルが抽出された.

A	未知数を求めるために，複数の条件式を立式し，その内いくつの条件式を選択すればよいかを考える活動
B	連立方程式を解くには既習事項である一元一次方程式に還元して解けばよいことに気づき，その還元方法を考える活動
C	連立方程式の解法の妥当性を解決過程の式操作の意味に着目して考える活動

さらに，上の連立方程式の学習指導に特化した「数学的活動」A，B，Cから，一般的な学習指導における「数学的活動」へ抽象することで，中学校数学の学習指導の展開の１つのモデルとして，以下の「数学的活動」ａ，ｂ，ｃが抽出された.

ａ	具体的問題場面を抽象して，その中に潜む関係を形式的に記述し，数学的な処理の方法を考える.
ｂ	何に帰着させて考えればよいか見通しを立て，その方法を考える.
ｃ	帰着させた方法は普遍的なものとなるのか吟味する.

第５章

研究の結論

本章では，本研究において得られた結論と，今後に残された課題について，上記のように２つの節を設定して述べる．

５．１　研究の結論

本研究は，数学的な見方や考え方を育成するための学習指導への授業改善のために数学的活動に着目し，次の問題に答えることを目的としている．

中学校数学の学習指導において，数学的活動はいかに扱われるべきか．

この問題を解決するために，以下の研究課題を設定した．

研究課題１：本研究における「数学的活動」は，いかに規定すべきか． 研究課題２：本研究における「数学的活動」の，学習指導における機能は何か． 研究課題３：本研究における「数学的活動」を，いかにして授業に組み込むべきか．

研究課題１に対しては，第２章において以下の結論が得られた．

学習指導要領における数学的活動の考察から，中学校数学の学習指導においては，外的活動と内的活動の連関が重要であることと，操作や類推など個々の活動として捉えるのではなく，問題解決過程の一連の活動として捉えるべきものであることの示唆を得た．また，先行研究である Fischbein，島田，能田の論文における数学的活動の考察から，問題解決過程の思考は形式，アルゴリズム，直観など数学の構成要素が複雑に作用することや，数学の学習場面において創造的な活動が要請されること，具体的・操作的活動は概念形成のためのイメージ作りに貢献し，具体的レベルと抽象的レベルの思考の往復を想定する必要があることの示唆を得た．さらに中島，根本の主張から「数学的活動」は「考えたことをとことん適用し，どうしても不都合であると分かったときにこれまでと矛盾しないように修正を施しよりよいものにつくり上げて」(根本,1999) いくような「算数・数学にふさわしい創造的な活動」(中島,1981)．であるべきであるという示唆を受け，本研究における「数学的活動」は,「数学を創造し発展させる過程のアイディアを練り上げる活動」であると規定し，計算練習や同じパターンの問題演習などのアルゴリズム的な活動は，アイディアの練り上げにはならないため「数学的活動」に含まないことにした．また，このように「数学的活動」を規定した場合，複数の外的な活動や内的な活動が連関し，その思考は個々人の既得知識や知識構造によって異なるため，従来の学習のように教室の全員が一斉に同じ活動をするものではない．

研究課題２に対しては，第３章において以下の結論が得られた．

第２章において規定した「数学的活動」を実現するために，授業においてそ

の学習内容を考える必要感が，生徒に納得のいくように示せるように工夫する必要がある．円周角の定理の学習の場合，従来は「観察，操作や実験」として，円周上に弧を決定し，その弧に対するいくつかの円周角を計測することを教師が指示して，円周角の定理の発見が為される学習展開が多く見られたが，この図形の性質を発見できる状態を教師が設定するのではなく，その状態を生徒自身がつくり出し発見する創造的な活動を「数学的活動」として，教師が意図的に学習展開に仕組む必要があると考えられる．

このような考え方に基づいて立案した学習指導案の考察から，「数学的活動」の機能として，以下のものが抽出された．

機能１：問題解決へのアイディアを生み出す．
機能２：既存の知識の理解を深める．
機能３：数学的な知識・技能を獲得する．
機能４：数学的な見方や考え方を育成する．
機能５：教師にとって，生徒の思考の状態を把握できる．

研究課題３に対しては，第４章において以下の結論が得られた．

「数学を創造し発展させる過程のアイディアを練り上げる活動」を，本研究における「数学的活動」と規定し，その機能が有効となるよう授業を構成する場合，従来の，「予想される反応」として誤答や解法の間違いを想定し，その予防を意図して立案していた学習指導案から，「期待する数学的活動」として学習のねらいである生徒に育成したい数学的な見方や考え方を生み出させるための「数学的活動」が実現するよう意図して立案する学習指導案への転換が要請される．このような考え方で，中学校第２学年の『連立方程式』の学習指導案を立案し実践したところ，その授業記録の考察から，『連立方程式』の学習展開のモデルとして，次の順序で「数学的活動」が実現されるよう意図した学習展開のモデルが抽出された．

A	未知数を求めるために，複数の条件式を立式し，その内いくつの条件式を選択すればよいかを考える活動
B	連立方程式を解くには既習事項である一元一次方程式に還元して解けばよいことに気づき，その還元方法を考える活動
C	連立方程式の解法の妥当性を解決過程の式操作の意味に着目して考える活動

さらに，上の連立方程式の学習指導に特化した「数学的活動」A，B，Cから，一般的な学習指導における「数学的活動」へ抽象することで，中学校数学の学

習指導の展開の１つのモデルとして，以下の「数学的活動」ａ，ｂ，ｃが抽出された.

ａ	具体的問題場面を抽象して，その中に潜む関係を形式的に記述し，数学的な処理の方法を考える.
ｂ	何に帰着させて考えればよいか見通しを立て，その方法を考える.
ｃ	帰着させた方法は普遍的なものとなるのか吟味する.

以上のことから，生徒が学習目標を達成することができるよう授業を構成する際の，中心的課題として位置づけるべきものであることが「数学的活動」の教授学的意義として認められた.

５．２　残された課題

本研究では,「数学的活動」を中心的課題とした授業設計の１つのモデルを抽出することができた．しかし，数学を創造し発展させる過程が１つのパターンしか存在しないということは考えられない.したがって,他のモデルも構築し,教材に適したものを授業設計において選択できるようにすることが考えられる.

また，授業構成の中心的課題として,「期待する数学的活動」を位置づけるだけでは，実際の授業で生徒が教師の期待通りに活動を行う保証はない.「期待する数学的活動」が実現されるためには，まず,「期待する数学的活動」が行われるように課題の設定が為されなければならない．そして，生徒の考えのままに「数学的活動」が行われた場合，生徒の数学的な見方や考え方は，教師の意図しないものへ向かうことも考えられる．つまり，生徒の「数学的活動」が停滞したり，教師が意図しないものへ発散したりすることがないようにする必要がある．そのために行なうものが支援であり,「期待する数学的活動」が実現されるよう，適切な支援を施す準備をしておかなければならない．また，教師が支援すべきことは，生徒の解決の修正ではなく，固執したり発散したりした見方や考え方を変えるきっかけをつくることであると考える．したがって,「期待する数学的活動」を生徒が行なうことを可能にするための，課題の設定と適切な支援についての研究も，今後の課題として残される.

そして，１．１でも述べたように，従来の学習指導は「出来上がった数学の部分を解説し，子どもに受け身の立場から学習させているところに問題」（能田,1983）があり，生徒もこのような学習指導に習慣づけられ，定理や公式を暗記したり，その適用による問題の解決や計算練習に満足したり，教師が板書した説明をノートに書き写したりすることが学習であるかのように考える生徒が多い．本研究において提示したような学習指導を展開すれば「期待する数学的活動」が実現されるのではなく，学習以前に，数学を創造していこうとする態度が形成されている必要がある．なぜ生徒に数学を学習させる必要があるのか．それは，数学を創造し発展させてきた過程において必要な，簡潔・明確・統合（中島,1981）を志向する態度を養うことであると考える．この態度をいかにして育成するかということも，課題として残される.

引用・参考文献

・ Fischbein,E．（1994）． The interaction between the formal,the algorithmic,and the intuitive components in a mathematical activity. Biehler,et al.（eds. ）,Didactics of Mathematics as a Scientific Discipline . Kluwer,pp231-245

・国立教育政策研究所.（2002）. 評価規準の作成, 評価方法の工夫改善のための参考資料

・溝口　達也.（2003）. 問題解決と評価　算数･数学教育論. 西日本法規出版株式会社

・文　部　省.（1999）. 小学校学習指導要領解説　算数編. 東洋館出版社

・文　部　省.（1999）. 中学校学習指導要領解説　数学編. 大阪書籍株式会社

・文　部　省.（1999）. 高等学校学習指導要領解説　数学編・理数編. 実教出版株式会社

・中島　健三.（1981）. 算数・数学教育と数学的な考え方. 金子書房

・根本　　博.（1999）. 数学的活動と反省的経験. 東洋館出版社

・根本　　博.（2004）.「数学教育の挑戦」数学的な洞察と目標準拠評価. 東洋館出版社

・能田　伸彦.（1983）. 算数・数学科オープンアプローチによる指導の研究－授業の構成と評価－. 東洋館出版社

・島田　　茂.（1977）. 算数・数学科のオープンエンドアプローチ－授業改善への新しい提案－. みずうみ書房

・進木　正貴.(2004).第 37 回 数学教育論文発表会論文集（当日資料を含む）

・進木　正貴.(2005).第 38 回 数学教育論文発表会論文集（当日資料を含む）

・S.Krulik&J. A.Rudnick.（1985）. 算数・数学科問題解決指導ハンドブック. 明治図書

・数学教育学研究会.（2001）. 新版数学教育の理論と実際. 聖文新社

・中学校数学２教師用指導書解説編.（2002）. 学校図書株式会社

・平成 14 年度版「中学校数学」指導計画作成資料.(2002).学校図書株式会社

・第３８回中国・四国 算数・数学教育研究大会公開授業学習指導案集.(2005)

鳥取大学数学教育研究　　ISSN 1881−6134

Site URL：http://www.fed.tottori-u.ac.jp/~mathedu/journal.html

投稿規定

❖ 本誌は，次の稿を対象とします。
   - 鳥取大学数学教育学研究室において作成された卒業論文・修士論文，またはその抜粋・要約・抄録
   - 算数・数学教育に係わる，理論的，実践的研究論文／報告
   - 鳥取大学，および鳥取県内で行われた算数・数学教育に係わる各種講演の記録
   - その他，算数・数学教育に係わる各種の情報提供

❖ 投稿は，どなたでもできます。投稿された原稿は，編集委員による審査を経て，採択が決定された後，随時オンライン上に公開されます。

❖ 投稿は，編集委員まで，e-mailの添付書類として下さい。その際，ファイル形式は，PDFとします。

❖ 投稿書式は，バックナンバー（vol.9 以降）を参照して下さい。

鳥取大学数学教育学研究室

〒680-8551　鳥取市湖山町南 4-101

TEI & FAX　0857-31-5101（溝口）

http://www.fed.tottori-u.ac.jp/~mathedu/