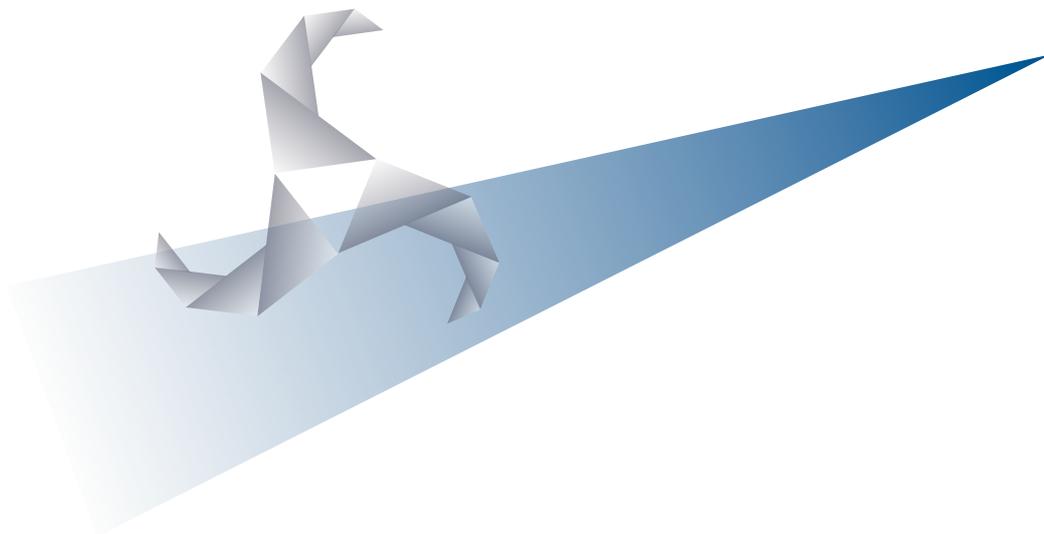




鳥取大学数学教育研究

Tottori Journal for Research in Mathematics Education

ISSN 1881-6134



数学的活動の展開と教材研究

福元さやか

vol.9, no.4

Feb. 2007

Site URL : <http://www.fed.tottori-u.ac.jp/~mathedu/journal.html>

鳥取大学 数学教育学研究室

数学的活動の展開と教材研究

B03K1227Y 福元さやか

指導教官 矢部敏昭

1 論文の構成

1 本研究の目的と方法

1.1 研究の動機

1.2 本研究の目的と方法

2 教材研究の視点

2.1 視点の設定

2.1.1 自分がしていることを分かってもらう態度

2.1.2 自分で知っていることを生かそうとする態度

2.1.3 困難を自ら克服できるようにする態度

2.2 視点と数学的活動の関わり

2.3 視点間の関係

3 授業分析

3.1 実際の生徒の数学的活動

3.2 教材研究に基づく数学的活動の展開

3.3 視点と数学的活動

引用・参考文献

2 研究の目的と方法

2-1 研究の動機

2-2 本研究の目的と方法

本研究の目的は、第一に教材研究を行うにあたって、どのような視点から数学的活動を展開していくことができるか、を検討することである。また、設定した教材研究の視点とそこから導かれる数学的活動との関わりを吟味することである。さらにこれらの教材研究の視点間の関わりについても検討するものである。

第二の目的は、第一においてたてた視点にそって授業分析を行い、それを通して生徒の実際の数学的活動を検討し、教材の数学的価値を追究するものである。

したがって研究の方法において、まず、文献を通して数学的活動を展開するための教材研究の視点を検討する。次に、実際の授業観察を通して数学的な価値から生徒の数学的活動を検討するものである。

3 研究内容（一部抜粋）

3-1 視点と数学的活動の関わり

視点を踏まえて数学的活動を行うと以下のようなことが言えると思われる。

視点1の自分でしていることを分かってもらう態度は、証明問題を用いて数学的活動を展開してきた。証明により解が $\angle EPC = 60^\circ$ ということがわかっている場合に、自分でしていることを分かってもらう視点を持つと、証明の中で $\triangle ABC$ についての条件が何も使われ

ていないことや正三角形と 60° には何か関係があるのではないかと、等の疑問をあげることができる。このように、問題で問われていること以外を自分で試みることで、問題の数学的価値を高めることができると思われる。

視点2の自分で知っていることを生かそうとする態度は、 n 角形の内角の和を求める問題を用いて数学的活動を展開してきた。自分で知っていることを生かそうとする視点を持つと、 n 角形の内角の和は $180^\circ \times (n-2)$ で求めることができる、ということだけを記憶するのではなく、それらがどのようにして定まったのか、根拠を追求したり、それらを凸角形だけでなく、凹角形に当てはめて考えたりするような活動が行われる。多様な解決活動を行うことで、問題の違う面が見えたり、問題理解が進むと思われる。

視点3の困難を自ら克服できるようにする態度は、切断面を問う問題を用いて数学的活動を展開してきた。困難を自ら克服できるようにする視点を持つと、意図的に切断面を作ることにはできないのか、またその切断面になる根拠を追求する、等の活動が行われる。このように、振り返りを行うことで自分の解は誤答であり、困難にあることに気付いたり、正答に至れないとき等、活動の困難を克服しようとする態度で、自分が行ってきた活動の持つ意味を知ることができると思われる。

この3つの態度は、出発点異なることで違う態度とされているが、行っていることは同様であるとみなすことができる。困難を自ら克服できるようにする態度は誤答の段階、自分でしていることを分かろうとする態度と自分で知っていることを生かそうとする態度は正答の段階で根拠を明らかにしていくもので、誤答の生徒でも正答に至れば同様のことを行うと思われる。

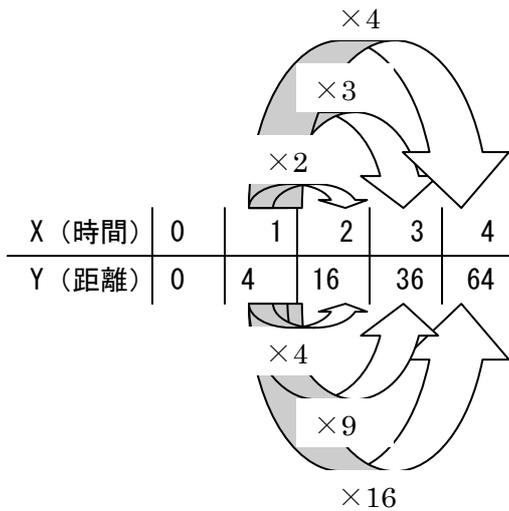
3-2 9月14日附属中学校での授業参観より

<問題>

ジェットコースターの時間と落下距離の関係は、 x 秒後の距離 y m とすると、 $y=4x^2$ と表せた。ジェットコースターの速さはどのように変わっているだろうか。速さの変化の仕方について関係や規則性を見つけてみよう。

<自力解決の様相>

S2 速さの変化の仕方について、変化の割合を出している。



速さの変化→変化の割合 $\frac{4 \sim 36}{1 \sim 3}$ 変化の割合 16

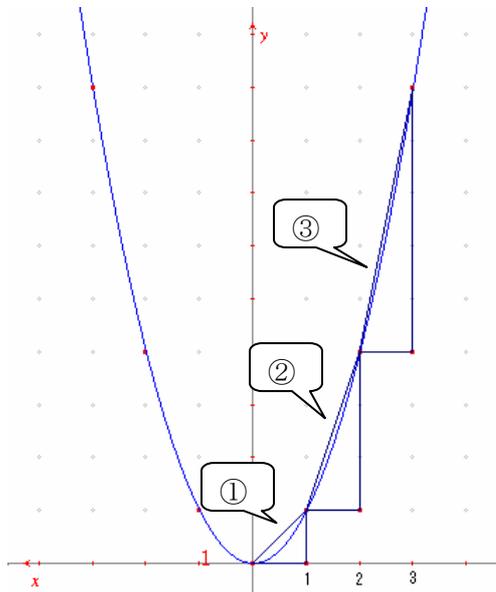
以上、生徒の活動

教師の支援「0→1のとき、1→2のとき、2→3のときをだしたり、それぞれを比べたりできないかな。」(支援後の活動を観察することはできなかった。)

このような活動を行う生徒に対しては、以下のような数学的活動の展開を期待することができる。

<期待する数学的活動の展開>

この生徒の活動の展開を、数学的に価値あるものに高めようと教材研究を行うと、以下のような数学的活動の展開が期待できるのではないだろうか。



グラフ 2

まず、実際にグラフを描き、求めたいものが速さの変化の仕方であることから、1秒から3秒間の変化の割合だけでなく、1秒ごとの変化の割合を求める活動を行う。(グラフ 2)

$$0\sim 1 \text{ 秒} \quad \frac{0-4}{0-1} = 4 \quad \dots \textcircled{1}$$

$$1\sim 2 \text{ 秒} \quad \frac{4-16}{1-2} = 12 \quad \dots \textcircled{2}$$

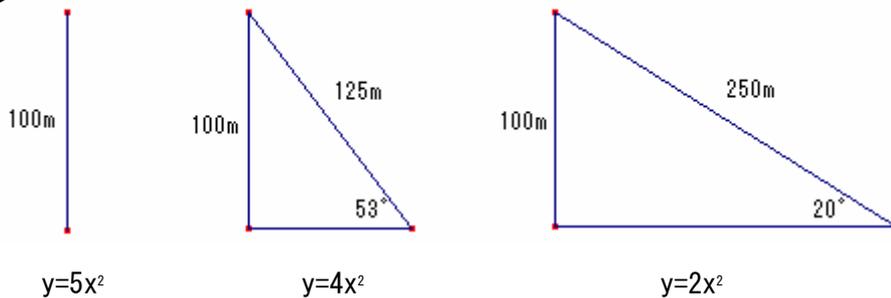
$$2\sim 3 \text{ 秒} \quad \frac{16-36}{2-3} = 20 \quad \dots \textcircled{3}$$

ある区間の速さの変化だけでなく、もっと短い1秒ごとの速さについても変化を求め、一般化した式を求める活動を行うと思われる。

ここで生徒は、自分の活動が平均の変化の割合をだしていたのだということがわかると思われる。このような活動を期待するならば、この活動は以前にたてた視点の、自分で知っていることを生かそうとする態度とみることができると思われる。

3-3 9月19日附属中学校での授業参観より

<問題>



角度の違うジェットコースターの最高速度が一番速いのはどれになるか。

[x は時間 (秒)、y は距離 (m)]

<自力解決の様相>

S2 1秒、0.1秒ごとの速さを求めている。

$$100=5x^2$$

$$x=2\sqrt{5}$$

$$\frac{100}{2\sqrt{5}} = \frac{50}{\sqrt{5}} = \frac{5\sqrt{5}}{\sqrt{5}}$$

$$2\sqrt{5}=2 \times 2.2\cdots$$

$$=4.4\cdots\text{秒ぐらい}$$

$$125=4x^2$$

$$x = \frac{5\sqrt{5}}{2}$$

$$\frac{125}{\frac{5\sqrt{5}}{2}} = \frac{50}{\sqrt{5}} = 10\sqrt{5}$$

$$\frac{5\sqrt{5}}{2} = \frac{5 \times 2.2\cdots}{2}$$

$$=5.5\cdots\text{秒ぐらい}$$

$$250=2x^2$$

$$x=5\sqrt{5}$$

$$\frac{250}{5\sqrt{5}} = \frac{50}{\sqrt{5}} = 10\sqrt{5}$$

$$5\sqrt{5}=5 \times 2.2\cdots$$

$$=11\text{秒ぐらい}$$

教師の支援「例えば、最後の0.1秒、0.01秒をだしたら最高速度になるのではないかな。」

$$0.1\text{秒前 } 5(4.3+4.4)$$

$$5 \times 8.7$$

$$=43.5$$

$$0.01\text{秒前 } 5(4.39+4.4)$$

$$5 \times 8.79$$

$$=43.95$$

$$4(5.4+5.5)$$

$$4 \times 10.9$$

$$=43.6$$

$$4(5.49+5.5)$$

$$4 \times 10.99$$

$$=43.96$$

$$2(10.9+11)$$

$$2 \times 21.9$$

$$=43.8$$

$$2(10.99+11)$$

$$2 \times 21.99$$

$$=43.98$$

以上、生徒の活動

このような活動を行う生徒に対しては、以下のような数学的活動の展開を期待することができる。

<期待する数学的活動の展開>

この生徒の活動の展開を、数学的に価値あるものに高めようと教材研究を行うと、以下のような数学的活動の展開が期待できるのではないだろうか。

3つのジェットコースターで、スタートしてから2秒後の速さを比べたり、

$$5(1.9+2.0)$$

$$5 \times 3.9$$

$$=19.5$$

$$4(1.9+2.0)$$

$$4 \times 3.9$$

$$=15.6$$

$$2(1.9+2.0)$$

$$2 \times 3.9$$

$$=7.8$$

また、その次の0.1秒を求め、それぞれどれくらい速くなっているのか、

$$5(2.0+2.1)$$

$$5 \times 4.1$$

$$=20.5$$

$$4(2.0+2.1)$$

$$4 \times 4.1$$

$$=16.4$$

$$2(2.0+2.1)$$

$$2 \times 4.1$$

$$=8.2$$

等の活動を行うと思われる。ここで生徒は、瞬間の速さがわかり、さらにスタートしてから2秒後、その0.1秒後を求めたことで、それぞれのジェットコースターの加速力がわか

り、角度によって加速力が違うことがわかる。このような活動を期待するならば、この活動は以前にたてた視点の、自分がしていることを分かろうとする態度とみることができると思われる。

3-4 視点と数学的活動

(1) 自分でしていることを分かろうとする態度について

授業観察より自分でしていることを分かろうとする活動は、問題の背景や問題場面が具体であると気づき、それを一般化する活動が占めており、数学的な意味がわかる活動であると思われる。根本氏の著書から具体を用いて、自分がしていることをわかろうとしたとき、自分が行った証明や証明に用いた条件を振り返り、数学的な意味を追求していくことは、自分がしていることをわかろうとすることではないか、とまとめていた。授業観察で用いた具体からでも同様に、自分がしていることを分かろうとする活動は、数学的な意味がわかる活動であると思われる。

(2) 自分で知っていることを生かそうとする態度について

授業観察より自分で知っていることを生かそうとする活動は、自分の活動を振り返り、違う解決方法を見出すことや、自分で条件をかえて様々なことを試す活動であると思われる。著書からは様々な解決方法を用いることで、問題の違う面が見え、問われていること以上の問題理解が行われるとまとめていた。授業観察で用いた具体からでも同様に、条件や場面をかえ試すことで活動が広がるとと思われる。

参考・引用文献

中学校数学科 数学的活動と反省的経験 ―数学を学ぶことの楽しさを実現する

根本博著 東洋館出版社 p103～p145 2001/6/10 初版第2版発行

鳥取大学数学教育研究 ISSN 1881-6134

Site URL : <http://www.fed.tottori-u.ac.jp/~mathedu/journal.html>

編集委員

矢部敏昭 鳥取大学数学教育学研究室 tsyabe@rstu.jp

溝口達也 鳥取大学数学教育学研究室 mizoguci@rstu.jp

(投稿原稿の内容に応じて、外部編集委員を招聘することがあります)

投稿規定

- ❖ 本誌は、次の稿を対象とします。
 - 鳥取大学数学教育学研究室において作成された卒業論文・修士論文、またはその抜粋・要約・抄録
 - 算数・数学教育に係わる、理論的、実践的研究論文／報告
 - 鳥取大学、および鳥取県内で行われた算数・数学教育に係わる各種講演の記録
 - その他、算数・数学教育に係わる各種の情報提供
- ❖ 投稿は、どなたでもできます。投稿された原稿は、編集委員による審査を経て、採択が決定された後、随時オンライン上に公開されます。
- ❖ 投稿は、編集委員まで、e-mailの添付書類として下さい。その際、ファイル形式は、PDFとします。
- ❖ 投稿書式は、バックナンバー（vol.9以降）を参照して下さい。

鳥取大学数学教育学研究室

〒 680-8551 鳥取市湖山町南 4-101

TEI & FAX 0857-31-5101（溝口）

<http://www.fed.tottori-u.ac.jp/~mathedu/>