



# 鳥取大学数学教育研究

*Tottori Journal for Research in Mathematics Education*

ISSN 1881-6134



問題解決過程における教師の支援に関する  
実証的研究：算数の授業観察を通して

影山理奈

vol.9, no.5

Feb. 2007

Site URL : <http://www.fed.tottori-u.ac.jp/~mathedu/journal.html>

鳥取大学 数学教育学研究室

# 問題解決過程における教師の支援に関する実証的研究 —算数の授業観察を通して—

B02K1264Z 影山理奈

## I 論文の構成

- |                            |                         |
|----------------------------|-------------------------|
| 1. 本研究の目的と方法               | 4. 自力解決の場面における教師の支援について |
| 1.1 本研究の動機                 | 4.1 授業観察記録②③            |
| 1.2 本研究の目的と方法              | 4.2 教師の支援と子どもの数学的活動について |
| 1.3 研究課題の設定                | 4.3 関連図による教師の支援の分析      |
| 2. 研究課題の検討                 | 5. 練り上げの場面における教師の支援について |
| 2.1 学習が成立する授業とは            | 5.1 授業観察記録④⑤            |
| 2.2 数学的問題解決過程の分析について       | 5.2 教師の支援と子どもの数学的活動について |
| 2.3 個人差に応じた指導について          | 5.3 関連図による教師の支援の分析      |
| 2.4 子どもの問題解決活動の類型化と予測について  |                         |
| 3. 問題提示と把握の場面における教師の支援について |                         |
| 3.1 授業観察記録①                |                         |
| 3.2 教師の支援と子どもの数学的活動について    |                         |
| 3.2.1 支援と数学的活動の流れ          |                         |
| 3.2.2 支援と数学的活動の関連図         |                         |
| 3.3 関連図による教師の支援の分析         |                         |

## II 本研究の目的と方法

### (1) 本研究の動機

### (2) 本研究の目的と方法

溝口達也氏は、著書「問題解決と評価：算数・数学教育論」の中で、「学習が成立する授業とは」、「数学的問題解決過程の分析について」、「個人差に応じた指導について」、「子どもの問題解決活動の類型化と予測について」などを論じている。この著書を読み進めていくうちに、教師の支援について課題が出てきた。

本研究の目的は、教師の支援についてどのような目的のもとに、どのような支援が施されるのかを追求するものである。そのために、まず文献研究により教師の支援の役割、算数的活動との関わり等について検討を行った。また、問題解決過程と教師の支援についても検討を行ってきた。

次に、実際の授業観察においては、教師の支援を洗い出し、分類整理することを通して、教師の支援の機能と役割を考察するものである。

### (3) 研究課題の設定

## III 研究課題の検討

#### IV 問題提示と把握の場面における教師の支援について

この章においては、「授業全般における教師の支援はいかになされるか」の視点を中心に観察した授業をもとに、問題提示と把握の場面において展開される教師の支援と子どもの数学的活動との関係について、その流れと関連図を以下に示す。

【教師の支援と子どもの数学的活動の流れ】

$T_0 \rightarrow T_1 \rightarrow C_1 \rightarrow T_2 \rightarrow T_3 \rightarrow C_2 \rightarrow T_4 \rightarrow T_5 \rightarrow \text{考え方①②③} \rightarrow T_1' \quad T_2' \quad T_3'$   
 $T_6 \rightarrow C_3 (\text{考え方④}) \rightarrow C_4 (\text{考え方①}) \rightarrow T_7 \rightarrow T_8 \rightarrow C_5 \rightarrow T_9 \rightarrow T_{10} \rightarrow C_6 \rightarrow T_{11} \rightarrow C_7$

$T_0$  : 「鳥取市 201740 人 765km<sup>2</sup>

米子市 149580 人 132km<sup>2</sup>

鳥取市と米子市について、それぞれ人口と面積がわかっているね。」

$T_1$  : 「これらの数量から何がわかるかな。」

$C_1$  : 「人口密度」

$T_2$  : 「そうだね。」

$T_3$  : 「それじゃ人口密度ってなんだろう。」

$C_2$  : 「1km<sup>2</sup>あたり、何人住んでいるのか。」

$T_4$  : 「そう。」

$T_5$  : 「2つの数量をよりわかりやすくとらえよう。」

$T_1'$  : 「2つの都市の面積比が8:1になるように概数になおしているね。」

$T_2'$  : 「2つの都市の面積比が5:1になるように概数になおしているね。」

$T_3'$  : 「それぞれの都市について人口と面積が対比しやすいように概数になおしているね。」

$T_6$  : 「じゃ人口密度を求めてみよう。」

$C_3$  : 「 $201740 \div 765 = 263.7124$

$149580 \div 132 = 1133.1818$ 」

$C_4$  : 「

	人口	面積	人口密度
鳥取市	200000	800	250
米子市	150000	100	1500

$T_7$  : 「鳥取市と米子市で、1km<sup>2</sup>あたりの人口がどちらが多いかを比べる場合は、与えられた数量で計算しなくても、 $C_4$ のように見積もりで計算してもよいね。」

$T_8$  : 「 $C_3$ の「 $201740 \div 765 = 263.7124$ 」で、1 km<sup>2</sup>に264人ってどういうことかな。」

$C_5$  : 「1 km<sup>2</sup>に264人いて、何 km<sup>2</sup>でも264人いる。」

$T_9$  : 「そう。縦、横1kmで面積1 km<sup>2</sup>の正方形に264人いて、何 km<sup>2</sup>の面積でもその状態が続いていることだね。」

$T_{10}$  : 「鳥取県の面積が3507km<sup>2</sup>。鳥取市の人口密度をもとに、鳥取県の人口を推測すると、

どうなるかな。同様に、米子市の人口密度をもとに、鳥取県の人口を推測すると、どうなるかな。」

C<sub>6</sub>: 「(鳥取市の人口密度をもとに計算)  $264 \times 3507 = 925848$

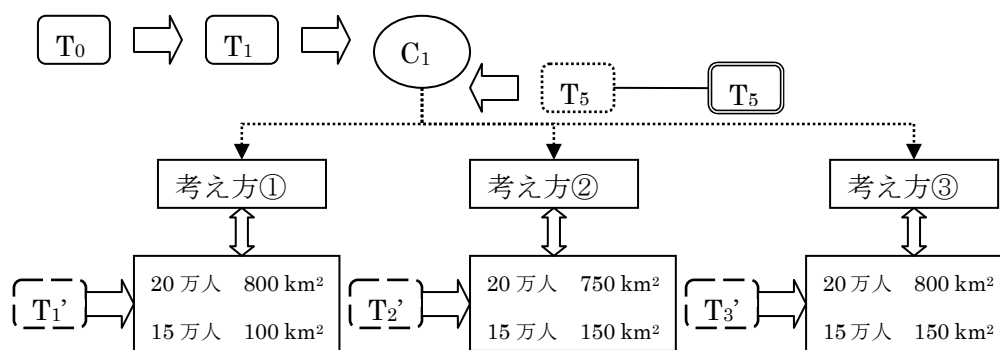
(米子市の人口密度をもとに計算)  $1133 \times 3507 = 3973431$ 」

T<sub>11</sub>: 「鳥取市と米子市をそれぞれもとにした、鳥取県の人口には大きく違いがあるね。どうしてだろう。」

C<sub>7</sub>: 「鳥取市は面積が大きいけれど、湖山池や田んぼや畑などの人が住んでいない面積があるので、 $1\text{km}^2$ あたりの人口が少ないけれど、それに比べて米子市は  $1\text{km}^2$ あたりの人口が多いので、大きく違いが出る。」

【教師の支援と子どもの数学的活動の関連図】

<問題の把握の場面>



<未知の数量の把握の場面>

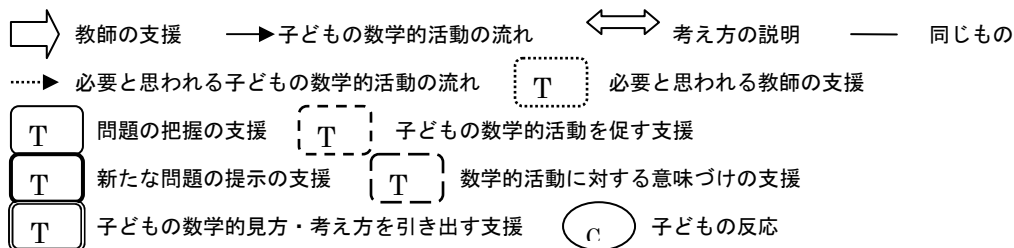
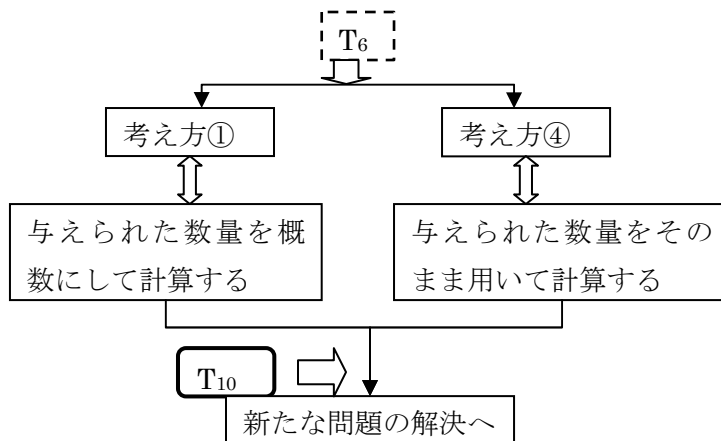


図-1 問題提示と把握の場面における数学的活動と支援の関係

## V 自力解決の場面における教師の支援について

この章においては、「自力解決の場面における教師の支援はいかになされるか」の視点を中心に観察した授業をもとに、教師の支援と子どもの数学的活動について考える。自力解決の場面において展開される教師の支援と子どもの数学的活動との関係について、その流れと関連図を以下に示す。

### 【教師の支援と子どもの数学的活動の流れ】

$T_0 \rightarrow T_1 \rightarrow C_1 \rightarrow T_2 \rightarrow C_2 \rightarrow T_3 \rightarrow C_3 \rightarrow T_4 \rightarrow C_4 \rightarrow T_5 \rightarrow C_5 \rightarrow T_6 \rightarrow C_{6-1}$  (考え方①)  $\rightarrow T_7 \rightarrow C_{6-2} \rightarrow C_{7-1}$  (考え方②)  $\rightarrow T_8 \rightarrow C_{7-2} \rightarrow T_9 \rightarrow C_{7-3} \rightarrow T_{10} \rightarrow T_{7-4} \rightarrow T_{11} \rightarrow C_{7-5} \rightarrow T_{12} \rightarrow C_{8-1}$  (考え方③)  $\rightarrow T_{13} \rightarrow C_{8-2} \rightarrow T_{14}$

$T_0$  : 「長さ 60m の電車が 240m のトンネル A を通過するのに 15 秒かかりました。

同じ電車が、別のトンネル B を通過するのに 1,5 分かかりました。

トンネル B の長さは何 m でしょう。」

$T_1$  : 「同じ電車ってことはどういうことかな。」

$C_1$  : 「長さが同じ。」

$T_2$  : 「他にはないかな。」

$C_2$  : 「速さが同じ。」

$T_3$  : 「トンネル B はトンネル A と比べて、およそどうかな。」

$C_3$  : 「長い。」

$T_4$  : 「それはどうしてかな。」

$C_4$  : 「同じ電車で、トンネル A は 15 秒かかるけど、トンネル B は 1,5 分で長いから。」

$T_5$  : 「トンネルを通過するってどういうことかな。」

$C_5$  : 「電車の先頭がトンネルに入ってから、電車の最後尾がトンネルを出ること。」

$T_6$  : 「そうだね。」

$C_{6-1}$  : 「電車の走る距離  $240 + 60 = 300$  300m 秒速  $300 \div 15 = 20$  秒速 20m」

$T_7$  : 「電車の秒速が出たんだね。トンネル B と電車の関係を式で表せないかな。」

$C_{6-2}$  : 「1,5 分 = 1 分 30 秒 = 90 秒 1 秒間に 20m  $\rightarrow$  90 倍の 90 秒間

$20 \times 90 = 1800$   $1800 - 60 = 1740$  1740m」

$C_{7-1}$  : 「(トンネル A に関する下図をかく)



$T_8$  : 「同じようにトンネル B の図を考えられないかな。」

$C_{7-2}$  : 「(トンネル B に関する下図をかく)



T<sub>9</sub>:「この2つの図から、何がわかりそうかな。」  
 C<sub>7-3</sub>:「電車の走った距離と、かかった時間がわかっているから、電車の速さが出る。」  
 T<sub>10</sub>:「電車の速さを求めてみよう。」  
 C<sub>7-4</sub>:「 $240+60=300$   $300\div 15=20$  (秒速)」  
 T<sub>11</sub>:「電車の秒速がわかったから、トンネルBの長さがでないかな。」  
 C<sub>7-5</sub>:「1.5分=90秒  $20\times 90=1800$   
 トンネルの長さ□mと電車の長さ60mたしたものが1800mだから、  
 $\square+60=1800$   $\square=1800-60$   $\square=1740$ 」  
 T<sub>12</sub>:「別の方法ないかな。」  
 C<sub>8-1</sub>:「 $90\div 15=6$   $(240+60)\times 6=1800$   $1800-60=1740$  1740m」  
 T<sub>13</sub>:「 $90\div 15=6$ は何を表しているかな。」  
 C<sub>8-2</sub>:「トンネルBを通過するのに90秒、トンネルAを通過するのに15秒かかっている。  
 15秒を1と考えると、90秒は6倍だから、トンネルBを通過する距離は、トンネルA  
 を通過する距離の6倍になる。」  
 T<sub>14</sub>:「そうだね。」

【教師の支援と子どもの数学的活動の関連図】

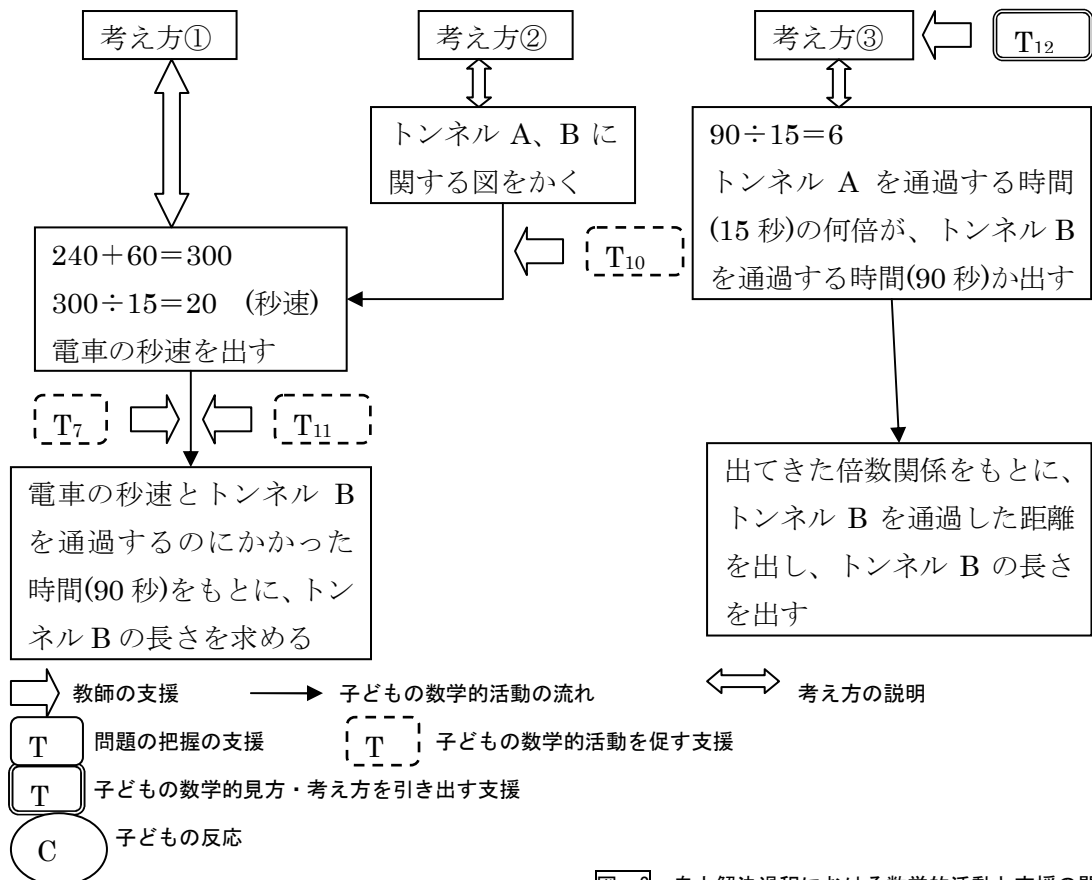


図 - 2 自力解決過程における数学的活動と支援の関係

## VI 練り上げの場面における教師の支援について

この章においては、「練り上げの場面における教師の支援はいかになされるか」の視点を中心に観察した授業をもとに、教師の支援と子どもの数学的見方・考え方について考える。練り上げの場面において展開される教師の支援と子どもの数学的活動との関係について、その流れと関連図を以下に示す。

### 【教師の支援と子どもの数学的活動の流れ】

$T_0 \rightarrow C_1$  (考え方①)  $\rightarrow T_1 \rightarrow C_{2-1}$  (考え方①)  $\rightarrow T_2 \rightarrow C_{2-2} \rightarrow T_3 \rightarrow T_4 \rightarrow C_3$  (考え方②)  $\rightarrow C_4$  (考え方②)  $\rightarrow T_5 \rightarrow T_6 \rightarrow C_5$  (考え方③)  $\rightarrow T_7$

$T_0$  : 「Aさんは100mを20秒、Bさんは144mを36秒、Cさんは270mを45秒で走ります。これと同じ調子で3分間走ったとすると、だれがどれだけ先を走っているといえるでしょう。」

$C_1$  : 「A  $180 \div 20 = 9$   $100 \times 9 = 900$

B  $180 \div 36 = 5$   $144 \times 5 = 720$

C  $180 \div 45 = 4$   $270 \times 4 = 1080$ 」

$T_1$  : 「1つの式にまとめられるかな。」

$C_{2-1}$  : 「 $180 \div 20 \times 100 = 900$ 」

$T_2$  : 「 $180 \div 20$ って何を表しているの。説明できるようにしましょう。」

$C_{2-2}$  : 「3分間つまり180秒間のなかに20秒が何個はいつているか。」

$T_3$  : 「そうだね。時間が9倍になっているから、距離も9倍になるんだね。」

$T_4$  : 「他に考えられないかな。」

$C_3$  : 「A  $100 \div 20 = 5$  B  $144 \div 36 = 4$  C  $270 \div 45 = 6$

これらの数値は、A、B、Cそれぞれが1秒間に走る距離。

3分間は180秒だから、3分間で走るA、B、Cそれぞれの距離は、

A  $180 \times 5 = 900$  B  $180 \times 4 = 720$  C  $180 \times 6 = 1080$ 」

$T_6$  : 「それぞれが1秒間に走る距離の差から、3人の走った距離の違いを説明できますか。」

$C_5$  : 「A  $100 \div 20 = 5$  B  $144 \div 36 = 4$  C  $270 \div 45 = 6$

1秒間に走るAとBの差 1m AとCの差 1m BとCの差 2m

3分間は180秒だから、AとBの距離の違いは、 $1 \times 180 = 180m$

AとCの距離の違いは、 $1 \times 180 = 180m$  BとCの距離の違いは、 $2 \times 180 = 360m$ 」

$T_7$  : 「走った距離を求めるわけではないから、 $C_5$ のように1秒間に走る距離の差から求めることができる。」

【教師の支援と子どもの数学的活動の関連図】

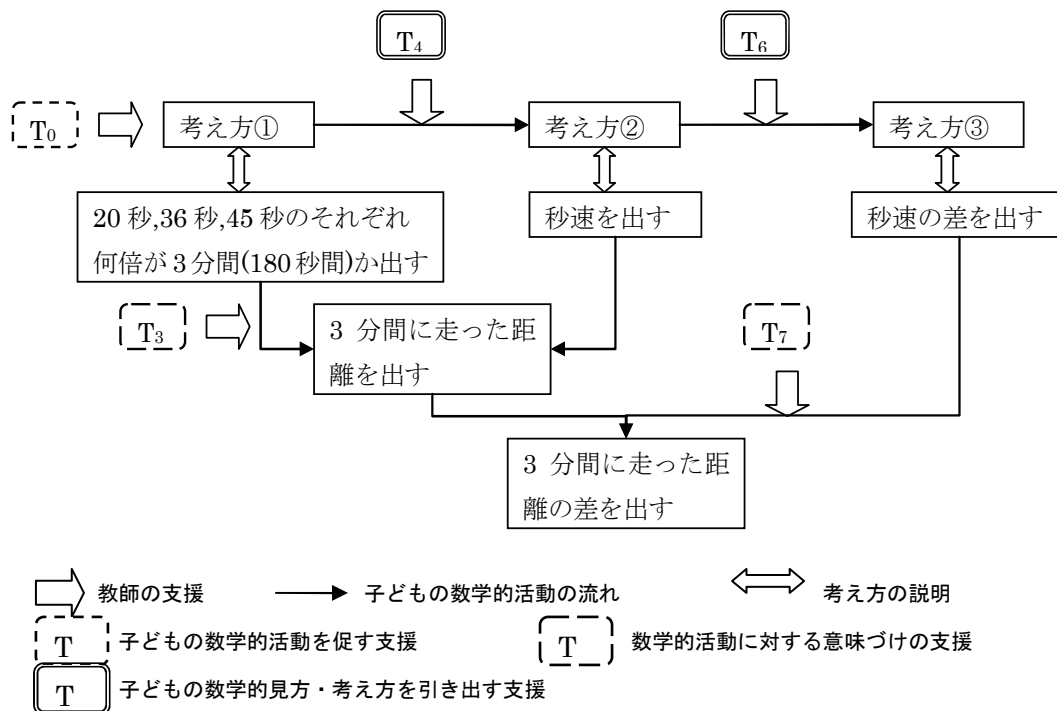


図-3 練り上げ過程における数学的活動と支援の関係

【まとめ】

関連図に表すことによって、問題提示と把握の場面、自力解決の場面、練り上げの場面がどう展開されているのかが捉えやすくなるといえる。つまり、授業の展開が構造化されやすいので、一方では、実際に施された教師の支援がその後、子どもの算数的活動を促しているか検討することができ、他方では、よりよい教師の支援を考える上で、この関連図は役立つのではないかと。



**鳥取大学数学教育研究**      ISSN 1881-6134

Site URL : <http://www.fed.tottori-u.ac.jp/~mathedu/journal.html>

**編集委員**

矢部敏昭 鳥取大学数学教育学研究室 [tsyabe@rstu.jp](mailto:tsyabe@rstu.jp)

溝口達也 鳥取大学数学教育学研究室 [mizoguci@rstu.jp](mailto:mizoguci@rstu.jp)

(投稿原稿の内容に応じて、外部編集委員を招聘することがあります)

**投稿規定**

- ❖ 本誌は、次の稿を対象とします。
  - 鳥取大学数学教育学研究室において作成された卒業論文・修士論文、またはその抜粋・要約・抄録
  - 算数・数学教育に係わる、理論的、実践的研究論文／報告
  - 鳥取大学、および鳥取県内で行われた算数・数学教育に係わる各種講演の記録
  - その他、算数・数学教育に係わる各種の情報提供
- ❖ 投稿は、どなたでもできます。投稿された原稿は、編集委員による審査を経て、採択が決定された後、随時オンライン上に公開されます。
- ❖ 投稿は、編集委員まで、e-mailの添付書類として下さい。その際、ファイル形式は、PDFとします。
- ❖ 投稿書式は、バックナンバー（vol.9以降）を参照して下さい。

**鳥取大学数学教育学研究室**

〒 680-8551 鳥取市湖山町南 4-101

TEI & FAX 0857-31-5101 (溝口)

<http://www.fed.tottori-u.ac.jp/~mathedu/>