鳥取大学数学教育研究
Tottori Journal for Research in Mathematics Education
ISSN：1881−6134

生徒の問題解決能力を高める数学的モデリング

池田敏和

vol.9, no.10
Mar. 2007

Site URL：http://www.fed.tottori-u.ac.jp/~mathedu/journal.html

鳥取大学 数学教育学研究室

生徒の問題解決能力を高める数学的モデリング

池田 敏和
横浜国立大学

【午前の部】

池田先生：

私池田と申しますが，今日一日ですね午前午後長時間にわたりますがよろしくお願いいたします．

午前はですね，モデリングに関して，どういうものか代表しながら考えていきたいと思います．でどのつどですね考えてもらいながら展開していきたいと思います．午後はですね，まず午後もちょっと前半後半に分けたいんですが，前半は教材開発ということでどういう視点から教材開発していけるであろうかっていうことを全体に設けたいと思います．

後半はですね，実際授業やっていく上でどういうふうに重視して授業を行っていけばいいのかということで，指導・評価に関わるところでお話させていただきたいと思います．

そのつど僕のほうに質問があるようでしたら，そのつどやってください．

あまり方にはまらないように，ざっくばらんにやっていきたいのでよろしくお願いいたします．

まずですね，これはモデリングを推薦するために私が題材を設けたのですが，実はこれは私自身がノルウェーでの研修で行ったときのことですが，みなさんいかれたことはないですよね．どの辺に位置するかというと，これがノルウェーの地図ですが, 北緯 60 度に位置しているんです．行ってみたらなかなか暗くならないんですね．夜の時間はいったいどのくらいなんだろうということで，私一応疑問を持ったので，研修は割りと時間がありましたのもので，モデルを作って考えてみようということで考えてみました．実際向こうでとった写真なんですが，10 時 41 分ようやく沈み始めまして，10 時 42 分本当に沈む瞬間ですね．11 時前になって初めて日没になるといった感じなんです．まずモデリングといった場合まず現実の場面で問題が生じるわけですよね．それはこのような状況を見て問題を作っているわけですが，当然解決しなきゃいけないという問題に出くわすこともあるわけです．

この場合ですね私自身が設定したも問題は 60 度ぐらいなんですが，緯度によって夜の時間が求められないだろうか．そうすると，いろんな場所に旅行するとですね，緯度によって夜の時間が導けるとですね，ちょっと面白いかなという知的好奇心ですね，そういったところが問題の概念になっているところなんです．これをこのままだと何にもわからないわけです．緯度から夜の時間が地味美家ないだろうかという難しい問題があるのですが，数学の問題にしなきゃいけない．

これがまずモデリングの非常にポイントとなるところです．個々が一番難しいとされています．実際算数数学の授業で，問題を解いていくんですけど，殆どが定式や条件が整った問題ですよね．しかし現実の問題っていう

のは条件が整っていないわけです．緯度から夜の時間を求めるというのは，何が条件なのかもわからないわけです．全て条件を設定していって，過程を設定して，問題を設定していく．ここが非常に難しい部分であります．ここは，わからない場合はわからないで結構ですので，イメージで捉えてください．

これを夏の夏至の日で捉えたいと思います．夏至の日で地球の傾きが変わりますので，夏至の日で考えるとします. 傾きが 23.4 度という傾きで，太陽が向こうから上がってくるわけです．ここが緯度で，ここが点Ｐです．ぐるっと回って 1 日過ぎるわけです．太陽はこちら側からあたっているわけですから，昼間の時間はここからここまでなんですね．そしてこちら側が夜となります．そして緯度をθとして，夏至の日で考える．直線Mは，点Ｐを通る垂直な直線です. こう考えると問題は,こう考えられます．上から見た図を用いて，個々からが昼で，個々が夜となります．なんとなくイメージをしていただければ結構です. そうすると，問題としてはですね，ここをβとおくとですね，夜の時間はこことここのβの 2 倍ですね．だから 24 時間あって，24 時間の 24×2β/ 360 度となるわけです. これはちょっと難しい問題なんですが，さっき言ったように夜の時間を求められないだろうかという現実の問題からですね，夏至で考えるという仮定を置いて考えると、24×2β/ 360 となる．そしてβがθで表されると解決に至るわけですね.

このようなイメージで数学の問題になるわけです.

実際のこの解決はやりませんが，イメージで捉えてください．解決していくと、この式は式変形すると出てくるんですが，こういう式がでてくるんです．緯度がｘで，夜の時間がｙです．今これらがモデルなんです．数学の式で表せばこういう風になるんです．この式だけ見てると何の意味かわからないですが,実はｘが緯度で，緯度から夜の時間が求まるようになっているんです.

こういうモデリングの何がいいかというと,ひとつは当然緯度を入れるとで単純に時間を出してくれる．グラフを書くとこんな感じになるんです．ｘが緯度でｙを夜の時間とするとこのようになります．どういうことかというと, 例えば東京であれば緯度が 35 度ぐらいですね. 35 度ぐらいで 9 時間，約 9 時間ということがわかるわけです．これを動かしていくと，60 度ですよね. 60 度になると 5.4 時間時なると．こういうふうに実際これがあっていれば，これが正しいとわかるわけです．面白いのがグラフの形が面白いんですね．何を言いたいかというと, 東京 35 度の緯度は北とか南にちょっとぐらい移動してもあまり夜の時間はかわらないということです．しかしこの 60 度ぐらいになると急激に減ってくるわけです．60 度で 5 時間．62 度ぐらいで 4 時間になっていて，64 度で 3 時間，殆ど 1 時間ぐらいで減ってくるわけですね．だから北欧のほうではちょっと北のほうに行くと急激に夜の時間が減っていくことがわかります．これが式で表すよさですね．見えないところまで見えてくる．そしてさらにいくと，66.6 度ぐらいでエラーになってしまう．これはなぜだかわかりますか？北緯 66.6 度ではえらーがでてしまう．なんとなくわかるような、わからないような．そしてこれはコンピュータなわけですが，エラーがでると我々は考えさせられるわけですね．テクノロジー使うと逆に我々はさらに問題がでてきて，何でだろう

となるわけです．実際ですね，このように考えていくとこの辺からすごく急激に夜の時間が減っていくわけですね．66.6 のところでエラーがでます．あやふやになるところです．
どういうことになるのかというと，前の図を見れば分かると思うんですけど，これが 66.6 度を過ぎるとこの範囲が一日中昼間ですよね．個々が 666 度でここと で 90 度になるわけです．だからここをぐるぐる回ったときは，白夜になるわけです．そのようなことも見えてくるということです．それだけでモデリングの簡単な説明なんですが，とりあえず現実場面に問題が生じる，それを何とかして解きたい．ひとつの方法として数学の世界に持ってくる方法がある．そしてやはりこの違う場面に置き換える，現実の問題を数学の問題に置き換える，数学化と我々呼んでいるわけですが，置き換えるときに重要なのは，どのように置き換えるかとういことが重要な部分です．そして問題を解決していく．そのときに数学的なモデルが作られていくわけです．そして作ったモデルがどういった意味であるのかなと式を読むことから，エラーがでて，そしてなぜここからエラーがでるのかなと現実に照らし合わせて問題を解決していきます．そしてうまくいけばＯＫ，問題がでれば修正をしていく．

このような形を私はモデリングという形でおさえています．やはりこのような活動を強調していくのは中高，中高になるとここが多いですね．特に高校は数学の抽象的なモデルが出来上がってくる．この中での演習が多いですね．そうなるとこの部分がどうしてなんだ，何のためなんだっていうことが言い切っていない．しかしここと ここが見えてくると，さきほど難しい関数がありましたが，関数のグラフだけ書いてもなんだったんだろうという世界だけですね．しかしですね，現実と夜の時間と見ると生徒達も数学が現実と関わりの中から見えてくるとなるわけです．そこでなんでモデリングを応用しようかと考えると，大きく 3 つに分けて考えてみます．モデリング自体がどうおきかえればいいのか非常に考え方が要求される場面が多いわけですね．
そういった考えること自体が将来将来役立つであろうということがモデリング応用指導を実現しなければならないことに 1 点目です．

実用的とは，実際数学を用いる，あるいはこっちのほうが多いですが，数学的事象を適切に判断できる．背景にどういう式があるのかを読む．我々は上手に選択していくわけですね．そして選択する際に裏に数学が潜んでいるわけですね．そのようにして我々は判断して, 選んでいかなければならない. 実際我々が，数学を使って，sin・コ sin を使って，実際使うというよりは，むしろいろんな背景に数学としてあるわけですね．でも見えない世界なんですよ．それを分析していって判断していく，この点でこの実用性というのが重要になっていくと思います．そして実用性がどこまで強調されるといいますと，ひとつ数学流の指導を考える上で重要なのは考える力が大前提なんです．実用性をなしにして考える力を考えるのは，問題点と考えまして，例えば考える力だけだったら思考力といっしょでいいという考えが出てくると思うんですよね．先を見越すとか，こうでたらああくる，ああでたらこうくる．思考力だけすれば数学専門はいいかもしれない，確かにでてくるかもしれない．しかし数学というものは思考力もさることながら，実用性もあるんだよ．こういったところでやはり数学といった，我々はな

ぜ学校で数学を教えるのか，あるいは生徒がなぜ数学をやらなくてはいけないのですかといったときに，考えていく力と実用性，この2点が挙げられます．

3 つめは文化的数学といったことで，先祖代々伝わってきた数学を次の世代にもって行きましょうということであります．当然そこでの文化といったら，純粋数学だけでなくて科学としての数学，技術としての数学といったいろんな数学があって，これら全てが数学なんだといったことです．あるいみ生徒達が数学といって宗教的なことばっかりやっているのが数学なんだって終わっているのではなくて，そういう考えもあり，それが数学なんだって思って卒業していってもらいたいということです．では実際，実世界とのかかわりの中でどのような指導をするのかということで，単元の中でと課題学習で分けてみました．単元のかなでは，数学と実世界の確認をすることでク得した知識をより深く理解する．やったことを現実場面に照らし合わせて身につけさせることで，より深い達成感が得られると考えます．また，数学が実世界の中でどのように使われているのかを理解する活動もする．問題場面で随時関連付けていく必要があるのではと考えます．

しかし単元の中でやると，例えば三平方の定理やった後に応用問題が出てくると，生徒はここで三平方の定理を使うんだなと見えてくるわけです．でも本当の問題解決では何を使うか分からないわけです．そういう点で単元の中でだけで収まるのではなくて，やはりトピックスであったり，課題学習にする．このようなことを意図的に問題学習，総合学習でもいいんですが，やっていってはと．やはり考える力を問題学習の中で獲得していけるのではと考えます．

今日午前中ではですね，この2点に分けて，単元の中でどのようにやっていけばよいのかという話と，トピックスや課題学習でどのようにやっていけばよいのかについてまとめて午前中やっていきます．

単元の中で日常の授業ということで，今日は小学校からですね高校の先生までいらっしゃるということなので，小学校の内容から高校の内容まで幅広く取り上げてみました．その中でやはり現実に関わる問題に接していますかという視点ですね．我々教師はですね，やはりねらいがあって教え込む側からやっているんですが，生徒達側からは違うんですね．ですから冷静に考えると非常に重大ですね．我々教師側から考えるとどうかとうこともあります．それぞれに積極的に反応して，関連付けて指導していくとどうなるのかということです．解決しやすいようにおきかえたとして，単純に解決しようとすることがモデルの中で非常に重要なわけです．そういう置き換えるということが我々考えているかどうか，例を挙げて話していきますが，これは小学校の例なんですが，小学校の先生はどれくらいおられますか？中学校の先生はどれくらいおられますか？高校の先生は？中高の先生は小学校の内容，小学校の先生は中高の内容をあまりご存じないと思われますが，これはあまりのある割り算なんですが，$30 \div 4 = 7 \cdots 2$ という指導内容だとしましょう．これは小学校3 年生ですね．教科書には問題があるんですが，ある意味教科書の問題と自作の問題とは何が違うかというと，やはり教科書の問題は練られているんですよ．それなりにねらいその通りにできてきるんですよ．そこで，裏が

読めるかどうかということが教科書において重要なわけです．しかし独自の問題の欠点は，今いる子どもたち，例えば 30 人いたとしましょう，そのとき子どもたちにどのくらい身近かということですね．クラスごとに身近な問題は違ってきますよね．先生が子どもたちにとって身近な問題としてもってくると，子どもたちはやったことがある，そして興味がわきます．そういった意味で教科書にある問題と比べ，変えていけるということがあります．ではこのような問題があるとしましょう．こういう問題で授業した．アンパンが 30 個あります．4 人で分けると一人何個食べれるでしょうか．これでうまくいくと思いますかね．うまくいくということは指導内容がきちんと指導できるかどうかということです．こういう答えが出てきます．7 個と半分．で，こういう答えが出てくるとどうするかということです．先生は 7 個あまり 2 を期待しているわけです．2 つでてきたと．先生としてはこのあまり 2 つをどうするかということです．7 あまり 2 を正解として，こちらを間違いとする．この子をどうするのかということですね．この子の気持ち分かります？どうして 7 個と半分じゃだめなのか．アンパン残してもしょうがないじゃないか，現実的に考えているわけであります．アンパンを半分に分ければいいじゃないかということですね．ある意味こっちのこの方が現実的でいいわけですね．こうなると，取り扱う問題を考えるわけですね．実はあまりのある割り算というのは，小学校の方はご存知だと思いますが，こういうアンパンのように分けられる，最後分けられるようなものは適さないわけですね．

現実の文脈をどう用いるかというと，実は指導したい内容とかなり検討しなければならないんですね．

それではこれはどうですかね．アンパンを分けられたらまずいので，金魚ならどうかということなんですが，金魚だったらうまくいくと思います？金魚分ける人はいないですよね．これだったらあまりのある割り算ができるわけです．では，8 匹と 6 匹．これも子どもの気持ちが分かりますか？7 あまり 2 ということ．答えは 7 あまり 2 です．こっちの子は残念ですね．この子の考えはこうですね．たって 8 匹にしないと，残った金魚は死んじゃうよ，かわいそうだよ．優しい子ですね．算数やると優しくなくなるっというのはちょっと残念ですね．このように金魚だといまいちな問題になりますね．でもこのような状況になったらどう答えますかね？今日はそこは考えないでおきましょう．こうなってくると算数ってのは先生の頭を読むことが算数なんだってなってしまいますね．これは中学校の問題なんですが，これもよくある問題ですよね．

1 個 230 円のケーキと 1 個 80 円のシュークリームをあわせて買ったらちょうど 2000 円でした．ケーキとシュークリームあわせて 10 個でした．それぞれ何個買ったでしょう．
これは連立方程式の問題ですね．

でもこれ現実を考えるとどうなんですかね．現実的なんですが，どうして買い物したときに何個買ったのか分からなかったのだろうか．で，この子はケーキとシュークリームあわせて 10 個で，何個買ったかわかんない，それぞれいくつ買ったか覚えてない．そしてやはり本当に現実を考えると分からない場合がありますね．まあ教科書こういう問題が多いわけですけどね．現実性を考えていくなら，変えていったほうがいいと私は思うわけです．中

学校でも答えを出したときに, 3.5 人とでたら, 3.5 人とはおかしい. 人間ではありえないといったように現実を考えているわけですね．人は少数になるはずがない．しかしこのような状況はありえますね．その文脈がどのような状況で起こったかということですね．ここまで踏み込んで問題を考えていく必要があると考えます．このように考えていくと，生徒は算数数学では現実を考えちゃいけないと思うわけですね.

ではこういうときはどうでしょう.

A 君は 100mは知るのに 15 秒かかります. 1000m走るには何秒かかるでしょ.

これ何秒かかると思いますか．100mで 15 秒なら，1000mは当然 10 倍。15×10 で 150 秒．これでいいでしょうか？そんなはずがないですね．15 秒で 100m走るってのは結構速いですね. この勢いで 1000m走れるはずがない．こういうとき我々言うんですね．こういうときは現実考えなきゃいけないよ，あるはずがないよ．現実考えなきゃこまるよ，となるわけですね．このように我々はあるときは現実考えないようにしよう，あるときは現実考えようとするわけです．これが生徒を困らせるんですね．これはどうですか？

パンケーキをオーブンで焼きます．5 個焼くのに 15 分かかりました. 2 個焼くのに何分かかるでしょう. 5 個 15 分だから 5 で割って 3 分．そんなわけないですよね.

私もパン焼いたことはないですけど，増えると若干時間は増えますが，比例ではないですよね．2 個焼いてもそんなはずがないですよね.

これは，ブラスバンド 8 人である曲を練習したら 4 分かかりました．一人で練習したら何分かかるでしょう. 4 割る 8 で 30 秒ということはないですね．でもですね，この問題を 1 回子どもたちにやらせてみてください．これでおかしいと気づいた子はまだ OK ですね. これを平気でこうだした子どもは，考えどころですね.

これは違う問題なんですが，A さんは柿と梨をちょうど 10 個 480 円で買ってきてと頼まれた．柿が 1 個 60 円，なしが一個 50 円ならいくつ買えばいいでしょう．これもよくある問題ですね. ここでひとつ考えられるのは, こういう問題を解いた後どうしたらよいかということです．問題を解いた後，現実場面を考えると，厳密に考えると気になる部分がないかなと考えるわけです. 10 個買ってくると, ちょうど 480 円になる．このへんがちょっと現実離れしていますね．何でちょうど 480 円で買ってくるわけなのか．ではちょっと現実的に考えてみようと思います．普通に考えてみると頼むときは 500 円とか 500 円玉をあげるわけですよ. 500 円以内ならいいのですが, ちょうど 500 円とかはないわけです．そしたらこういう形，例えばですけどね，A さんは柿と梨を 500 円以内で買ってくることを頼まれました．下記 1 個 60 円で梨一個 50 円で何個買ってこれるでしょうかということですね. このように問題を帰ることができるということですね．そうするとですね，あう意味不等式がでてくるわけです．だから，解いた後に現実を切り替えることで広がりが出てきるわけですね．こういった指導をしていくと，何も今度不等式やるぞって不等式やるのではなくて，少し問題を帰ることによって問題が出来上がる．そしてこれ自体が新しいことを学習する動機になってくる.

そして私がもうひとつ思うのは，この不等式なんですが，すぐ不等式をやる必要はない

と思うんですね．これは方程式で解いていけると思うんですね．答えが出たときに，答えが出た後ですよ，イコール出てくるわけですが，これをどう解釈するかですよね．大きいのか小さいのかということから，不等式を解くにはもう一度現実に戻る必要がありますね．これはある意味いい指導ですね．このように不等式の問題を方程式で解いてみる，これは私はもっとやるべきだと思うんですね．出た後の解釈によってちょっと違ってくる．これを繰り返していくとですね，毎回解釈していく必要ないですよね．それならもっと形式的にできないだろうか．そこで方程式ではなくはじめから不等式をやってはどうだろうかと考えるわけですね．いきなり問題場面が不等式だからって不等式を提示するのではなくて，やはり方程式で解いていく．そして解釈するときに面倒だということで不等式を使っていく．これが不等式の動機付けになるわけです．そしてこのように流れが出来上がる．こういった意味でですね，現実場面をうまく生かしていくと，概念指導に広がっていく．そういうことができるわけです．これは我々の考え方次第ですね．不等式は今高校になったわけですが，これならば十分中学校でも発展としてやっていけると思います．

ではこれ皆さんに考えてもらいましょう．

ケーキが 5 個あります．おじいちゃんとおばあさん，おとうさんとあかあさん，妹と私 6 人で分けます．一人どのくらい食べられるでしょう．

ちょっと形式的に考えるとどうなりますか？ちょっと隣の人と話し合ってもらえますか. 隣前後で話し合ってみて, どうなります？

〈話し合い中〉

はい，ありがとうございます．何かいい案が出ましたか？

では前から 4 列目の方，どうでしょうか？これは本当にオープンエンドですから例えばでいいですので･･･.

フロア：お母さんがダイエット中とする．

池田先生：

なるほど．ありがとうございます．お母さんは食べないということですね．他にもいろいろ出てくるわけですが，他にもこんなのあるっていうのありませんか？4 と仮定すると一人 1 個ずつもらえるわけですね．このように仮定してもいいんですかという質問がよく出てくるわけですよ．ここに見えてくるのは何かというと，仮定なんですね．整っていない問題は，あえて仮定ができるわけですね．定義は 5 個だけど 1 個かけてもいいということは決めてなかったね，とできるわけです．それでは 5 個にしましょうといってように，仮定を設定して考えていく．お母さんがダイエット中であるとかいうのも仮定ですね．ここにあるのは何かというと，一人文の量は同じであるのかということですね．ここでは議論されていないわけです．先ほどのようにない場合も扱えます．小学校の割り算においても，当分じゃないときもあるっとことがあります．お父さんが多くもらうとか，子どもは小さくもらうとかもありなんです．割り算ていうのは常に等しく分けるという，一つの仮定があるわけです．ですから仮定をしっかりするという指導がなされるわけですね．まあ一人分を同じにすると 5/6 となるわけですね．現実に考えるとひとつひとつを 6 つに切って分けるとなりますが，細かいの 5 つってのは

いやじゃないですか．できればがぶっと食べたいわけですよ．では大きくするにはどう切るのということで，これは問題となってくるわけですね．ひとつを大きく切る方法はないのでしょうか．これどうでしょう．もう少し大きくするにはどうやればいいのか．と考えていくと，項のように出てくるわけです．端っこだけポンポンポンと切って，5 人は大きなのをもらうと．最後一人だけ小さいのをもらうとする．しかしこれでは一人だけかわいそうだと．このように一人分の個数や形を変えてやる，このような過程ができるわけです．ではもう少し大きいかたまりにならないでしょうか？もう一度隣同士，周りと考えてみてください．

〈話し合い中〉

池田先生：ではどうでしょうか？

フロア：3 つを二等分にして，残り 2 つを三等分にする．

池田先生：

なるほど，すばらしいですね．分かりました？このようにすると一人が 1/2 と 1/3 がもらえるということになります．そうすると答えは 1/2 と 1/3 ですね. だから答えもですね，現実を考えると 5/6 と書くのではなくて，1/2 と 1/3 と書くほうがいいわけです．このように現実を絡めて行くと，問題も仮定を考えていかなければならないとなるわけです．このように考えると子どもたちは，どうなんですかとなるわけです．そのとき子どもたちは現実の問題を考えているわけです．そこにでてくるのが，問題を明確にしていいかなければならない．そういう動きですね。その中に仮定の設定がなされる．さらにこのように現実を考え,「どう切るの？」とすることで発展的になるわけです.

このように教科書の問題も現実を見ることで，発展的に変えていけるということです．そしてその上で教科書をもう一度眺めてみると，教科書は教材の宝庫なわけですね.

そしてこれは小学校の世界なんですが，4 年生 5 年生の割り算なんですが，140 個の肉を 30 個ずつ箱につめると, 何箱になって何個あまるでしょうということです．そうすると 140÷30 でできる．そこで簡単にできないかということで，実はこれは 14÷3 でできるわけです．そこでここで大切だと思うのは，両方を 10 で割るということではなくて，10 個を一かたまりとしてみているということです. 10 個を一かたまりとしてみることで 14÷3 画できるということですね．このように 4 年生で指導することで 5 年生，少数の割り算が出てきます．2.5 ℓのジュースを 0.8 ℓずつに分けます．そうすると 3 つできて 0.1 ℓ余るわけです．このとき 25÷8 で考えれるわけです．これは 0.1 ℓを 1 と考えているわけです．ここで 1 つは 0.1 の世界なんですね．そうすると 25÷8 であまりが 1.子の 1 が何であるかということで，子どもがまた迷うわけですね．しかしこれは明確にすると，0.1 が 1 なので，1 は 0.1 ℓなんですね. ここで困るのは 2.5÷8 は 10 倍している. そこで答えの余りを 10 で割るのはいいんですが, 25÷0.8 は 0.8 を 10 倍する，そして答えを 10 で割るとしてしまいます. これは誤りで，形式的にすると間違うこともあります．そのためつながりから，こういうふうに仮定をおいたということを見ることで，理解できるわけです.

ですからこのように，算数数学では仮定を意識することは重要ではないのかと考えます．そしてこの仮定こそが現実と数学を橋渡しするものですね．仮定すれば現実が数学になるわけです．仮定がずれれば当然ちがったものになるわけです．

これは中学校の問題なんですが，これも実際に考えてもらいましょう．

校舎の前に人が立っています．写真で図ると 9：1 になります．ここから校舎の高さを測ろうとする問題です．

これは詳しくは分からないんですが，ゴジラなんかを作った映画監督が，戦争の映画の中で船の大きさが分からない.そこで写真に写っていた人から考えた，という写真の話なんですが，これからこう考えます.写真から人と校舎の比は９：１ です.この人の身長が 1.7 mだから, 1.7×9 で 15.3. 校舎は 15.3mです. これでよろしいでしょうか？このやり方はどうでしょうか？ちょっともう一度話し合ってみてください.

〈話し合い中〉

池田先生：ではどなたか答えてください.

フロア：校舎と人がぴったりくっついているかどうかが明確ではないということです.

池田先生：

そうですね，校舎と人がぴったりくっついているかどうかが明確ではないということですね．校舎と人との距離がないのであれば，正解ですね．そうでないならば違う．つまりは仮定が何であるのかということですね．こういったように小学校、中学校，高校と課程の意味として，解釈しやすいということと，過程がないとおかしいという場合もあるわけですね．過程を明確にしておかないと通用しないということですね．我々もそうですね。何を前提として話しているのかということを明らかにしないと，何を話しているのかとんちんかんなところがありますね．このように現実と仮定を考えていくと，指導は発展的に広がるし，非常に重要な部分となっているわけです．関数指導の話になるんですが，私たちよく表・グラフ・指揮と 3 点セットで考えますね．そして殆どの場面が現実から表を作りますね．表を作って，表をもとに式を作ったりグラフを書いたりしますね．お決まりのパターンですね．しかし私自身がすごくひっかかるのは，なぜ現実からすぐにグラフに行かないのだろうということです．グラフっていうのはイメージですよね．変化するものはいろいろ変化するわけですよね．グラフで外観的に表をということではなくて，必ず表からですね．例えばこのようなグラフは中学校でも小学校でも高校でもできますね．そこで小中は伴って変わる 2 つの量を見つけましょうとなるわけです．そうなるとｘやｙを与えたり, sin カーブになると孝行でないと教えれないという固定観念になりますね．しかし式で表せなくても，現実でこのように変わるものがあれば扱えるわけです．グラフにイメージを加える.

では皆さん，どのようなイメージがあるか考えてみてください.

（①比例のグラフ，②下に凸の放物線半分のようなグラフ，③，④sin カーブ）

〈話し合い中〉

池田先生：では②（下に凸の放物線半分のようなグラフ）のは何かありますかね？難しいですかね･･･．ではこの列の方，何番でもよいのでひとつずつお願いできますか？

フロア：③ははじめはゆっくり加速して，最後はゆっくり減速するようなもの．
①が電話の時間と料金．④が心電図．など

池田先生：
　このようにグラフの中のイメージを考えることはいいことだと思います．このようにグラフだけでも興味深く，(②について）$y=ax^2$ としなくても，年数と金額のような関係を見ることできます．(③について）これは成長曲線，木なんかが大きくなるようなことですね．④はブランコの高さなんてどうかなと思いました．1 年とっていくと日没の時間なんかもこのグラフになりますね．
　いろんなところでこういったものがあると．我々はどっかで関数というものは式をグラフがないと使えないと思っていないか．現実とグラフだけでできる．もうひとつ関数というものは既知のものから予測できるというのがあります．中学校では関数ってものがすごく重要だと思っていて，既知から未知が予測できるといったことが非常に重要だとしています．我々の世界でも桜の開花予想といったようにあります．実は私たちは未知のものには手が届かないと思い込んでいます．しかし私たちはこれらに手が届くようにしようと考えるわけです．どうにか予想しようと思います．ではそうやって予想するのでしょうか．今年は桜いつにしようかと予想するわけです．4 月上旬ではと考えるわけです．何とか予想できないかとするわけです．そうすると我々どうするかというと，とりあえず手に入るものから予想しようとします．桜の開花に影響与えるものは何であろうかと考えます．
そしたら何を考えますか？気温とかそうですね．気温に影響するのは何ですか？
　そうすると 4 月ぐらいの平均気温をみれば，平均気温から桜の開花を予想するわけです．そこで関数使うわけですが，関数を使うと分かってくるわけです．関数のすごさは，知らないことが分かるわけです．予想がつきますね．このように式を使わなくても予想できるわけです．世の中には予測できそうなことがあり，このようなものが関数の考えなんだよってこと．そうすると私たちは安心して生活できる．地震の震源地も地震に備えて予測するわけです．そして予測できることから準備ができる．まあ桜の開花でしたら，楽しいスケジュールが立てられる．このように関数が使われているわけですね．
　まあこれは私の考えなんですが，ひとつが決まればひとつが決まるという関数が出てきましたね．ひとつが決まったら２つ決まったらいけないんだよと，いったいこれはなんだろうか．何で２つ決まったらだめなんだろうか．というとひとつの答えとして，予測するという話の中で，一個が決まってもうひとつがたくさん決まったらだめなわけですね．生徒にとってはひとつの解答にはならないわけですね．予測ということなんで，一個に決まったほうが確実になる．そういったことから一個に対してひとつ決まるほうがいい．こういった教材をたくさん見つけていってください．予測するといったことで大変いいです．
で，どんな関数使ってるかというのは，次のステップです．これがもう美しい関数なのかわかんなくなってる．しかしそこに数学が使

われているということを我々は知るべきだし，生徒に伝えるべきです．そして勉強すればその技術を習得できるわけです．次にトピックスとして，課題に関してですが，３つの考え方としているんですが，大きくは２つです．

現実からどう置き換えるかという考え方です．現実世界から数学にどう置き換えるか．そして置き換えたものがどういう意味なのかという読むことですね．そして問題点を考える．内容を見ていくと，２つの発想があるのではと考えます．一個目が数量化することを意図した活動．やはり算数数学が世の中に用いられる原理ですね，数量化．当然小学校では量や長さ，面積，体積，重さなど．それ以外にですね，我々はそれ以外のものを数量化することはいっぱいあるわけですね．で，数量化することによって，実は客観性を持たしているんですね．数に表すと，大きい地位祭を比べられますね．でも表せないとなんとなくこっち、こっちといったことになります．そういう話を小学校ではどのように扱っているか．もうひとつは関係を探る．先ほどいった関数の予測なんかもんもそうなんですが，関係を探るということですね．数式とありますが，関数や幾何，幾何も関係を関係なんです．錯角なんかも使ってますが，そういう関係を模索している．バランスとしては，小学校としては活動が数量形がメインになっています．中からはこちらがメインになっています．

私が強調したいのはここの部分ですね．数量化すること自体が残しておきたいところですね．

例を取り上げると，６年生で扱う単位量あたりの題材なんですが，電車のどっちが込んでいるか？ということです．大雑把に込んでるかどうかは判断できるんですが，よりどっちが込んでいるかは数値化することで込んでるって判断できることがよさですね．

そうすると４つくらい考えられます．面積を決めて人数で考える．人数でそろえて面積で考える．まあどれでもいいんですね．一般的には単位量っていうと，一平方メートルですね．これが単位量の考えですね．ここから速さの流れが小学校ですね．これも現実的に考えるといろいろ考えれそうです．これは私の考えですが，込み具合がどうかってことですね．教科書の列車で大人ばっかりと子どもばっかりではどうするかということがでてきます．体重や身長を無視していますが，実は仮定があるんですね。仮定を明確にすることは，言っていることを正当性を増すことと同時に，仮定を明確にすることで発展が見えてくるわけです．それでは体重を一定に考えると，身長の高い人と横幅の広い人のほうが込んでいそうですね．こんな風にいろいろ考えれるわけですね．よくよく考えてみるとこんなこと考えてどうするのかということです．では一人一人に体重や身長を聞いていくのかって事です．そんな現実性のないこと考えてどうするんだってことですね．ではどうするんだというと，大人を１として子どもを０．１としてはどうかなどあります．このように数値化はいろいろなもの，多様であるわけですね．そしてそれらは一長一短であり，必ずこっちのほうがいいとはならないわけです．だから数学は答えが１つといわれますが，現実のことを考えようとするとたくさんあります．そして一長一短がでてきます．そしてその中からどれがいいのか選んでいきます．我々選挙でどうやって人を選ぶのかというと，一般的には人地一票入れますね．それではA， Ｂ，Ｃが立候補者とします．予想としてはＡとＣがどちらか当選とされている．Ｂはだめそうだとします．そしてＡとＣではＡが有力とします．こういう情報があったとします．そしてあなたが投票するときにですね，本当はＢに投票したい，と思っているとしましょう．しかしこういう情報がありますね．Ｂさんに投票しても当選しない．だったらＡかＣにと考える．

こういう場合皆さんはどっちに投票します？

当選しそうにないなら別の人を，などの考えるのはなぜでしょう．これは１名しかかけないからですね．逆転の発想で行くと，それならば順番を示せばいいと考えます．１番はＢで２番がＣで３番がＡですと．このように順番を書くといくことも考えられます．実際オーストラリアではこうした方法ですね．では順番を書いて投票したとしましょう．この表をどう見るかというとＡＢＣという順が６票．ＡＣＢの人が１６票．ＢＣＡが１１票．ＢＡＣが１票．ＣＢＡが１７票．ＣＡＢが０票．こういう結果がでたとします．この結果を見て皆さん誰を当選させます？ちょっと話し合ってみてください．２分後に挙手していただきます．

〈話し合い中〉

はい，では教えてください．Ａが当選と思う方？Ｂが当選かなと思う方？Ｃが当選かなと思う方？ＣＢＡの順で多いですね．時間がないので皆さんの意見は聞きませんがこういった考えがありますね．Ａを第一候補にしたのが 22 票なのでＡがいいと. やっぱり第一候補の票数で考えるのがいいとする．他の考えはありますか？こんなのもありますね. 3 点 2 点 1 点として重み付けとして考える方法ですね．そうするとＣが一番ですね．ここで 5 点 3 点 1 点にするとＢが当選するわけですね. 3 点 2 点 1 点と 5 点 3 点 1 点では結果が違ってくる. 要は勝負は時の運なのかとなりますね.

他にも，これはあまりでにくいですが，２人ずつの総当りで考えるといったことです．ＢとＡを比べた場合，Ｂの方が上．というのを足していくわけです．このように１対１で見ていくとＣが勝つわけです．こういう見方もできますね.

もう一個考えられるのはこういった考え方です．はじめの合計でもうＣは落選したと考えます．そしてＣを１番にしている票はそれぞれ２番のＢやＡに加算するわけです．こういった方法もありますね．ここでもう一回聞きます．これら全ての方法の中でどれがいいか決めてください．今決めてください．

第一候補がいいという方？２名.

点数が重み付けがいい方？１０名.

１対１がいい方？４名.

落選者を決めるのがいい方？１４名.

結果的にこれが一番多いですね．これはオーストラリアの方法なんですね．これは自民党の総裁選もですね．これは１番が過半数をとると終わりですね．しかし過半数が取れない場合は，一人落として，決選投票ですね．今言った過半数を超えると決定というのがあるんですが，この過半数というのが意味があるんです．この過半数とは，意味があるんです．今点数以外は全て当選者が違いますね．しかし過半数を取っていると全て同じになるんです．一致するんです．過半数を取ると一人落選しても必ず当選しますね．実は過半数というのは数学的に意味があるんです．世の

中でなんとなく過半数といっていますがきちんと意味があるんですね．だから過半数でなければ決め方によって変わってくるわけですね．関係を探るといった例なんですが，皆さん，ペットボトルをもって，水が入ったペットボトルを持って山，どこでもいいんですが，山を登っているとしましょう．傾斜がありますね．ではこの傾斜をどうやって図るかというと，これは実際私が万里の長城ですごく気になったわけですね．何度ぐらいあるのだろうと話していたわけですね．そこでペットボトルがあったので，これで図れるんじゃないかと考えたわけです．どうやってやるかというと，傾斜にあわせて水のラインを引くわけですね．この場合角度はＡとＢ，どちらを取ったらいいのですか？この場合Ａですね．こういう問題ってのは図形が関係しますね．

こういった図形では中学校でやられている，錯角・同位角の非常にいい例になりますし，小学校でもやれなくない．小学校の平行の定義はそれらに交わる直線が垂直というわけですが，中学校では同位角が等しいから並行であるとしますね．

もう１つは夕日の問題なんですが，夕方ちょっと油断して夕日の時間に遅れてしまいました．海岸についた時は案の定太陽は沈んでいました．こういったように太陽が水平線に沈む，沈み始めるとこうグーッと速いわけですね．ここから，太陽が水平線に沈み始めてからまったくみえなくなるまでどのくらいでしょう．どのくらいだと思います？４択で．２分，４分，８分，１６分．何分ぐらいだと思いますか？どれかひとつに手を挙げてください．２分の方？４分の方？８分の方？１６分の方？これを数学で考えて見ましょう．これを図にかいて，角度を見るということです．夕日が沈むということは，地球が自転しているわけですが，夕日が沈み始めるというところは分かりますか？太陽がこうあるとすると，この接線のところが沈み始めですね．これ知っていますか？これが水平線になりますね．よってこれ以上こっちにくると見えないわけですね．そうするとこの角度になるんですね．この角度が分かれば沈む時間が分かるわけですね．この角度をどうやって求めるかというと，よく見るとこの赤いところと等しいことが分かります．なのでこの角度を求めればいいのですね．地球からの距離を考えて，sin の関係から求めていきます．太陽と地球との距離太陽の半径が求まればできますね．それでやっていくと，２ 分となります．皆さんも一回計算してみてくださいね．これは夕日の写真なんですけど，60 度で大体半分沈みます．これは緯度によって違うのですが，まあそれは省きます．今 sin を使いましたが，見ようによっては中学校でも，sin や cos の詳しい関係ではなく，扱えるのではと思います．

例えばこれはよく見ますね．傾斜が 10%の自動車の標識です．これの 10%の意味はご存知ですか？これは何ｍ行ったら何ｍ上がるかということですね．これは我々がどのくらい急かって言うことで，日常では傾斜は tan などを使って難しく考えたりしませんよね．記号は難しいかもしれませんが，変換する道具としてあると考えればいいですね．比から角度を求めるとか，角度から比を求めると考えれば，難しいことに踏み込まなくても考えられます．そう考えると先ほどの夕日の時間についても，sin などの高校の話がでてきますが，単純に角度と比の対応，変換ができるんだよってことを抑えていけば，こうこうの話でなくて中学校の幾何の話でできますね．中学校

でもこういう 10%ってそのくらいとかいう間隔もほしいですね．すう感覚とか量間隔とかでなくてですね.

続いて，どのように読むか，問題点はないかについてです．先ほど考えたように，我々が現実を考えるときに自分で数学使えるということや，他人の数学を見抜けるかということが多いんです．そのときに数学を使って考えるわけです．これも考えていただきたいのですが,

3 人でタクシーに乗りました．最初 1/3 のところでＡ君が降りて, 2/3 のところでＢ君が降りて, 最後にＣ君が降ります. Ｃ君は 18000 円払った．あとでＡ君には 3000 円，Ｂ君には 6000 円請求します．それでＡ君Ｂ君は納得しますかということです．この請求でいいと思いますか？少し考えてみてください．ではいかがでしょう.

フロア：Ａ君が降りた時点で 3 等分したら，Ａ君は 6000 円÷3 で 2000 円でいいはずと考えれます.

池田先生：

今の分かりましたね．Ａ君は全体の 1/3 で降りたのだから，全体の 18000 円の 1/3 の 6000 円で，それを 3 等分した 2000 円でいいはずということですね．するとＡ君は払いすぎですね.

このことを踏まえると，先ほどのは納得できますか？これはＡ君が乗って，Ａ君が降りたとこからＢ君が乗ってという乗り継ぎの考えと同じなのかということですね．Ａ君だけが 1/3 のってＢ訓が 1/3 だけ乗ってということなら 18000 円を 3 等分するのでいいですね. それではこれはどうですか？

3 人共有な畑があります．この畑を耕すのみに 1 人でやると 9 日間かかります．Ｃ君は用事があるのでＡ君Ｂ君に 9000 円渡し，それを２人で分けました．で，Ａ君は５日間，Ｂ君は４日間働きました．この 9000 円はどのように分けるでしょう．これは別々に働いたとしましょう．1 人 1 人の働きに違いはないとしましょう．これでＡ君は 5000 円，Ｂ君は 4000 円もらいました．これはどうでしょうか？あなたがＡ君なら納得しますか？いかがでしょう？

フロア：共有の畑なので 1 人分は畑全体の 1/3 となります．だからＡ君Ｂ君は，Ｃ君の分の 1/3 を分けなければならないということです.

池田先生：

皆さん分かりますか？この畑が共有の畑ということが大切なんです．畑を 9 分割したら 3 つ分となりますが，Ａ君は自分の分 3 つとＣ君の分 2 つをしたことになります．そうすると 6000 円と 3000 円になるわけです. このようなことはありますよね.

もうひとつ．バスケットボールでＡ君とＢ君でシュートの成績を競い合いました．結果としては 1 試合目と 2 試合目両方ともＡ君のほうがシュートの成績がよくなりました．しかしＢ君は勝ち誇ったように次のように言いました.「トータルで考えると僕のほうが成績がいいよ」と．シュートの成績は，入った回数÷シュートの回数分としましょう．ここであなたがＡ君なら納得しますか、ということです．要するに 1 試合目も 2 試合目もＡ君が成績がいいのに，Ｂ君のほうがいいことはありえますか？実際これはありえるんですね. 両方ともよかったのに全体で勝つことはあり

えるんですね．例えば，A君は 5 本打って 4 本入った．B君は 10 本打って 7 本入った．これならA君がいいですね． 2 試合目は 10 本打って 3 本入った．5 本打って 1 本打った．これもA君ですよね．トータルで考えると，A君は 15 本打って 7 本．B君は 15 本打って 8 本なんですね．こうなるとB君のほうが上ですね．数値で納得いかないかもしれませんが，ありうるんです．これは割合だからなんです．割合は足せないんです．しかし長さなどは足せるんです．小学校はでは足せるものばかりで，全てが足せると考えてしまいがちですが，できないものもあるんだと指導しないといけないんですね．分かりやすく置き換えると，ジュースで考えます．濃いオレンジジュースがいっぱいと，濃いオレンジジュースがすしはいったものがあります．そして薄いオレンジジュースが少しと，薄いオレンジジュースがいっぱいはいたものがあります．これを濃いいっぱいと薄い少し，濃い少しと薄いいっぱいを混ぜます．そうするといっぱいのほうが影響しやすいと考えます．これならイメージできますね．このように概念で理解させるときに，現実を考えさせるということがありますね．

では最後の問題ですね．携帯電話のプランの話ですね．一応Aプラン，Bプランあるとしましょう．基本プランはAは 4500 円，Bは 6000 円．無料通話時間がAは 3000 円，Bが 4000 円．で 1 分間の使用料は 15 円と 10 円です．もしこのようにあるときBプランがお得になるのはどんなときでしょう．

そこである人がこのように答えました．1ヶ月の通話料金を x と置くと，

$$45000-3000+15x=6000-4000+10x$$

これを解くと，$5x=500$ となって $x=100$ ですね．これから 100 分を超えると得になる．ではこの解答を批判していただきます．なんかおかしいですね．これは 1 次方程式を使ってますが，これは次の午後にまわしますので頭に置いておいてください．このように批判するということを取り上げてきましたが，実際，個人として考えると，自分ひとりで過ごしていくと，あまり数学をも用いることはないと思います．中学生からもなんで数学するのとか，僕の人生に数学はいらないよという人もいます．もうひとつは，自分だけがよければいいわけではないということですね．ある意味他社が行っている数学を適切に判断するということ．それでおかしいことはおかしいと指摘してあげる．そういう意味でお互いいい社会を築いていこうという意味では数学は重要になってくると思います．生徒の数学はいやだよっていう考えは，どっちかというと狭い，自分の中だけの世界で，そうではなくて，もうちょっと広い目で見て考えることを我々は目的としているわけです．そして社会に出て行くと，また新たに数学の重要性が見えてくる．そうすると子どもの価値観を広げてやるということがあると思います．そういったことから社会に対応するということが挙げられます．こういったことで午前中は単元の中で，またトピックスの中でのことを考えてきましたが，その中で現実に目を向けている子に注目する，その子に耳を傾けるって頃から，その可能性を探っていきたい．また解決しやすいように仮定を置くことのよさ．その仮定を明確にすること，そしてその仮定から発展を考える．仮定が変わるとどうなるのかということを考えることで，発展を考えることができます．午後は先ほどの携帯の問題を解決し，皆さんの周りにあることはどう

なのかということを少し話し合ってみて，教材を見出していく．実際指導して食う絵での話をしたいと思います．

【午後の部Ⅰ】

池田先生：

それでは午後の最初は教材に関していきたいんですが，さきほどの午前に残していた問題から始めます．皆さんどうですか？これは式だとわかりにくいんですが，グラフに描くと分かりやすいんです．グラフで書くとこのようになります．

ではなぜこの問題を取り上げたかというと，先ほどグラフと現実の関係をしましたが，グラフのよさも中学校ではあまり重要視されていませんね．表を作ってグラフを描けとはしますが，グラフを描くことで何が見えるのかはあまりしません．この例はまさにグラフを描くことで理解できるわけです．これがよさだと思います．このように批判的に考えるとき，グラフのよさってのもあるわけです．

では前半は教材の開発について考えます．そこで 4 名ずつぐらいでグループになって，いくつか素材的なものを見つけていただきたいと思います．

そこでまずはじめに少しお話します．我々なんかは，特に私は旅行なんかに行きますとどこかに教材になりそうなものを探します．これは授業に使えないかなっと思います．そう見ると教材になりそうなものがたくさんあります．そのように教材を見ることも重要かなと思います．テキストにいろんな教材が載っていますね．そこでそれをどう扱うかと考えると，違うアプローチも出てくるわけです．そうすると面白いもののでてきますし，自分なりの工夫をしますと授業に熱が入れられるということですね．ここが教材を自分で見つけたり指導の工夫をするよさだと思うんですね．先生も何気なくしているものより、先生が見つけたものの方が生徒も食いついてくると思います．ここで果たしている役割とか教科書との関係は後から説明します．先ほど挙げましたが，自動車の標識の例なんかも，少し立ち止まってみる．あとここには載せてないんですが，31 アイスクリームとかも，面白い教材になりますね. なぜ 31 なのかご存知ですか？実はトッピングするアイスが 5 種類，バニラ，チョコ，ストロベリー，オレンジなどの 5 種類そうだったそうなんですね．これから 5 種類からできるのが，バニラを乗せるか乗せないか，チョコを乗せるか乗せないと乗せる乗せないで 2 通りなので，それが 5 種類あるので，2 の 5 乗の 32．そこから乗せない乗せないの場合を引いて 31 になったんですね．と，このような例が多く見つかるといいんでないかと思います．そして，教科書に「富士山からどのぐらい見えるでしょう」って問題があるんですよ．接線の問題なんですが，これより「どこから富士山が見えるでしょう」というほうが現実的だと思います．例えば京都からや鳥取から．もちろん見えませんよね．そして私はこのようなものに出会いました. 絵のように富士山が見えるんですが，それより高い山が見えるんですね．しかし富士山より高い山は現実にはありません．これはどのように捉えているかということなんですが，例えば横から見れば誓い山のほうが高いわけです．このように横から見た図を描いたりすることで，図形を考えることができます．これは私がデンマークを歩いていて見つ

けたものなんですが，壁に「÷30%」と書いたものが貼ってありました，はじめは何の気もしなかったのですが，南下おかしいなと思ったわけです．おかしいですよね？30%引きは「×30%」ですね．デンマークでは÷のマークが−のマークなのかもしれません．もうひとつはですね，日ごろ旅先とかで見つけるのではなくて，数値を探るといいたことは関係を探るといったことなんですね．どういうことかというと，客観的に比較可能な事象を設ける．われわら料金にするということも数量化ですね．物の値段をお金に置き換え，置き換えることで比較できるんですね．これはx 座標 y 座標で y をお金にして考えているんですね．そういう基準を指定できないかという視点からも考えられます．あるいは自然・社会現象を理解する視点から見つけれないだろうか．あるいは，未知のことを予測するという視点からないだろうかということから，教材が見つかることがあります．これも教材を見つける視点のひとつですが，数学の果たしている役割ということもあります．この視点から考えると，生徒も社会における数学の役割っていうものを明確になり，理解できるわけです. あと関連式というものがあります. 我々厳密に何かを考えるのではなく，関係にわけて見ることがしばしばあります．例としては摂氏何度と換算したりします．視力なんかもそうですね．震源地などもありますね. 予測であり，予測したものを頭の中で簡単に覚えれるということもありますね.

ネコの年齢を人間に換算すると，ある生徒が y＝5x としていたんです．これは本当かなと思ってネットで調べてみたんですが，こうありました.

24＋４（x−2）

これが一般的に予測される式なんです．ですからネコが 5 年経ってると，人間で言うと 36 歳となるわけです．ではこの式は何かというと，ネコは 2 年後の世界なんですね．ネコは 2 年で一気に 24 歳年をとって, あとは後は 4 歳ずつ年をとってくということなんです．グラフにするとこのようになります．これから 16 年後 80 歳になるわけです．これはネコの年齢という，現実には分からないものを換算することで見ているわけです．このように現実には見えないものを見るということは多く割られていると思うんですね.

昔の教科書から探すと，戦前の教科書なんですけど，1943 年なんですけど，人が池岸に立って対岸の塔を見る，そして池に移る影を見るわけですね. そのとき塔の先は 30 度で見えた．その影は 40 度で見えた．目は水面から 3mの高さにあるとして, 塔の水面の高さを求めるということです．三角比では簡単にできますが，図に描いて相似さ三角形で考える．ちょっと難しいですが．まあこういったところから問題を見つけてくるということもできます.

では，グループを作っていただきます．まずは 1 人でこういった素材が考えられるかを考えて，そしてグループで話し合って，最後はグループで発表してもらいたいと考えます. 余裕があればこの学年で使えるかなということまで考えてみてください.

フロア A：

野球なんかで，私たちは感覚的に見てるんですけど，盗塁のピッチャーの投げる球の速さとランナーの走るスピードなんかをグラフに表して考えてみたり，野球のダイヤモンドの長さの関係なんかを考えてみると，例えば

ピッチャーの投げる球のスピードから，自分の走る速さとを考えて，リードをどれくらいとらなくてはいけないのかとか，その辺が数学的に考えれないだろうかと思いますし，野球だとそれ以外にもたくさん要素がありまして，キャッチャーの投げるスピードとかもありますが，変数を 2 つにして，それ以外を固定することでグラフを開花利することも面白いのではと考えます．逆にピッチャーの側からも，ランナーが走るときに何キロ以上の球を投げたら盗塁されないのか訪うこともありました．そのほかにも，バトミントンなどプロの世界では分析されているんだと思いますが，実際どういう分析をしているのかということを，実際は分からないにしても，考えていけるのではと考えました．

フロア B：

出てきた話を挙げますと，鏡で全身を移すにはどれぐらい必要かということや，走ることなんですが，傾斜を走ることに，それぞれでどれくらいのピッチで走れば走りやすいのか，どれくらい遅くなっているのか．それと木の成長限界というのがあるそうなんですが，これについても考えられます．あと，お寺の屋根は少しそっているんですが，あれは水が流れやすくなるようにとのことなんですが，それはどれぐらいにするといいのかということ．あと音と花火の関係で，音から花火を考えることもできないだろうかということ．あと蛇は蛇行するんですけど，その蛇行の具合についても考えられないだろうかというのもありました．

フロアの先生 C：

カードのポイントなんですが，そのポイントを使うタイミングはいつがいいのかということ．予算や金額から考えられないだろうか．あと気温の高さと使用電気料．高速道路の渋滞やなど．行列に関して 2 時間町で食べるのがいいのか．アトラクションの行列もあります．

フロア D：

長野のあたりで風力発電の話しがありましたが，その建設費やいろいろありますが，何年後に採算が取れるのかということや，10 年で採算をあわせるにはということも考えられるだろうし，場所の設定も考えられます．車を買うときに，低価格で高燃費，高価格で低燃費を買うかという話が出ました．

フロア E：

サッカーの得点のはいる時間帯の考察．起用や天候などいろいろ関係があると思います．あとジュースの缶でなるべく表面積を小さくして，多くの量を入れるためには．鳥の羽の広さや関係をみることから，モスラはどうなっているのかを考えたりできそうです．あと野球中継の視聴率や，ホームランの記録を達成しそうな選手の試合を見るためにはいつ行けばいいのかという予想も考えれそうです．あと教科書の問題場面で，お兄ちゃんが先に出て，それに追いつくかどうかという問題を，追いつくためにはいつ出ればいいのか，または追いつかなくても声かければいいのでその場合はどうなのかということがあります．このようなことで予想するのにいろいろな要素があるんですが，その中で何か考えれないのかということでした．

フロア F：

車とガソリンについて．あと出生率との予想．身長を足の大きさから考える．あと，短距離選手と長距離選手が中距離走をしたらどっちが速いのか，関係があるかどうか分かりませんが，考えていけるのではと思いました．

フロア G：

野球のホームランを打つにはどうすればいいのか？それにはバットとボールの角度やバットの素材，ボールの跳ね返り方などもあります．

池田先生：

ありがとうございました．いろいろ面白そうなことがありました．あと扱い方なんですが，小話にするのか，扱い方にもよると思います．あと変数を引き出すような授業も非常にいいと思います．そして変数が多くでてくるなら，それを整理する必要がありますね．ここが重要なんですが，でてくるものも全てを変数にする子もいます．数学ができる生徒なら少しぐらい変数が多くてもできると考えている子もいます．その中で何が重要であるか，それを考察することが大切だと考えます．あと，どちらがよいのかということが多かったですね．最適化ですね．どっちが速いかということは現実に多くありますし，これは授業ではなく，レポートにしてもいいと思います．どちらが速いとか，比べることを考えさせること．それを長期的に考えさせるということもいいと思います．ここで関心・意欲・態度という観点別の評価がありますが，このようなレポートにして，どういう視点でやっているのかを見て，その関心などを見ることもできます．さらには変数はどのようにおいているか，どのくらい出しているか，仮定はうまく立てれているのであろうか．また長期的にすると，どの程度考察されているのかということも評価できます．このようにレポート的な扱いとして教材かしていくこともできると思います．そこから授業で扱っていくということもできます．そして今日出た事柄はさらに練ることで，幅広い視点から考察していくこともできます．あとですね，素材が見つかったときにどう扱って遺訓かという留意点なんですが，問題場面と現実場面の整合性，今皆さんが考えたことは現実から考えたことなので，素材は現実的だと思います．しかし数学を意識しすぎて，問題場面をいじくっていくと，現実性がなくなってしまうことがあります．ですから一点目の観点としては，与えられた問題の文脈の中に現実とはかかわりの缶仮定や数量がないか，こういった視点から文脈を見直していっていただきたいと思います．二点目はですね，桜の開花と書いたんですが，数学的に考える理由と背景なんですね．どういう背景なら数学的に考えるのか．コーヒーの冷め方やお湯の冷め方，どういう風になっているんだろう，これを関数として表現することにどういった意味があるのだろうということですね．式として求める意味は何なんだろうかということですね．ということから，疑問追求・探求意識というもの，疑問の意識がないとモデルを作る意味がなくなるということですね．そういった意味で，問題を解決する理由，こういう背景があるからこの問題は解いていく必要があるのだということがあります．なぜこの問題がでてきたのかを考えることでその背景が見えてくるといったことですね．

3 点目はですね，問題場面と児童生徒との

関連性ですよね．将来と現在では，現在のほうが興味を持ちやすいわけですね．今の身の回りの生活は興味深いわけですね．そこで個人，市民，職業人と分けることができます．個人なら，じゃんけんで人数が多いと愛顧が多いわけですね．この場合確率が考えられますね．市民であれば，選挙の方法なんかについて．職業人であれば，特定の職業についての問題．これは特定の生徒にしか興味がもたれないということが考えられます．

ここが議論点なんですが，生徒にとって関連の薄い問題は全体で取り上げないほうがいいのかということです．しかしこれはカンソーという方が書いているんですが、

> 「私にとって現実的なものは，他の人にとって現実的なものではない．子どものときの私にとって現実的であったものも，今は現実的ではない．生徒にとっての現実を定めるのは教師である．教師は現実の範囲を広げることも必要であることにも気づかなくてはならない．」

この最後の文章ですね．生徒の興味を広げるということですね．あると特定の興味を広げるということ，全体に広げるということは大切ですね．先ほど行ったように，自分に大切なこと，そして社会に大切なことというわけですね．さらには何のために，どのようにといってことも教えていけたらと思います．用いられ方も考えていく．

以上のように，先生方の様々な意見により多様な考察ができました．

では休憩のあとは，実際の授業場面でのことを考察したいと思います．

【午後の部Ⅱ】

池田先生：

まず 1 点目に，文章題解決後に，仮定を振り返る，そして深めていく．これが通常ですね，授業でまとめの段階でですね広げているわけですね．そして少し膨らましてやっていくようなアプローチですね．

次に 2 点目が，実生活の場面から問題場面を作り出す．現実の問題場面を見つけて，どうやったら数学の問題場面になるかといったところです．

で，3 点目はですね，社会の中で使われるものを持ってきてですね，どういう意味なの？こういうことよく聞くよね？といったところで，その背景にある数学を考えていく．こういった 3 つの点で考えてこれたと思います．今回この校舎 2 つの立場から授業を見て生きたいと思います．

ではまず授業ってことなんですが，これはモデリングに関わらずなんですが，個人で考えたより，共同で考えたほうが質のより高いことを学習できるのではないかと．これが授業の背景にある原点だと思うんですね．これはですね，現在塾というものが多くのウエイトを占めており，学校の存在の意味について問われることがあると思います．学校は何のためにあるのかといったときに，やはり集団が集まっているということが学校のよさですよね．そうするとですね，子どもたちが自宅でパソコンを使って講義を受けているということと，学校においてもただ講義を受けているということと違うところは，やはり子ども同士が話し合えるということですね．話し合えることでより深く追求することができるということですね．これは当たり前のことですが，私たちはもう一度原点に帰って考えなけ

ればならない．言い換えるならば，単なる講義から，子供同士が話し合える授業展開のためにはどうすればよいのか，ここを真剣に考えなければ，自宅にいるようなことと同じになってしまいます．そういった視点から，個人差ということがあります．これが授業の中で有効に用いられるといったことが考えられなくてはならないといったところです．そういったことから子ども同士の討論を積極的に活用して，考える力を育てるという立場から考えることをベースとします．

もう１つはなぜ考え方の指導なのかということなんですが，これも原点に返るような質問なんですけど，ねらいはやはり未知の問題をできるようにするということですよね．よく「先生そこはまだ習っていません」とか「先生ここ終わったら次どうするの？」という言葉をよく耳にします．ひとつこのように言っている生徒は，次に何かしようとしているからいいのですが，ただ先生に言われないとできないということでもありますよね．ある意味の支持待ち人間になっていますね．こうではなくて、「先生習ってないけど，どうしたら解けるのかな」って方がいいわけですね．終わった子も，条件変えればこんな風に広げれると言う子にしたいわけですね．そこにあるのが考えるといったことなんですね．数学的考え方の原点にあるのが，それまで使ったものが使えないかなといったところなんですね．実際問題として全然見たこともないような問題を出されたとき，何にもなければ悩むしかないですよね．しかし，たった一言でいいんですよね．これまで使ったことを使えないかなということですね．それで前のページを見ていきますよね．そのように探す子っていうのは前やったことが使えないかなと思っているわけです．このような問いが考える力の一番ベースですよね．このような問いが出せないとただ呆然と待っているしかできないんですね．このように未知の問題に対して前にやったことが何か使えないかなと考えれるようにしたいわけです。できないと小中高出た後にまだ知りませんとは済まされないわけですな．ということで学校というのは，知識技能を獲得することは重要なんですが，一方で考える力を育成していくことが重要なわけです．

で，考え方の捉え方なんですが，私は単純に道の問題を解決していく上で有効に働く問いと思いつき．そしてこの問いが非常に重要ですね．自分で問いを出す．そして問いがあるから考えれる．もう１つは複数の異なる問題場面で有効に働く．何回も使えるものがやはり役に立つわけですね．これらは数学的モデリングのみではなく数学全てに言えることですね．数学の授業においてせんせいが「こうしたらいいよ」というわけではなく，「前に使ったことが使えないかな？」という指導をしていくことで，自ら考えていけるようになる．このようなことをベースとしてモデリングを置き換えていくとですね，要は会話があることなんです．やはり考えるときに会話がベースにあることです．皆さんも１人で考えるときに「こんな問いがあるだろう」「こんな風に考えれないかな」と頭の中で会話しますよね．そこでいきなりそのような会話ができるかというと，そうではない．はじめは子ども同士でそのような会話ができるようになってほしい．そしていずれは個人の中でできるようになってほしいと考えます．そのように授業を捉えていってはどうかということなんです．ただし究極的な目的としては，個人で考えられるということではなくて，ある集団

で考える力がほしいんですね．やはり社会にでると集団があるわけですから，その集団で高めあえるようになってほしいわけですね．

これは先ほどの問題ですね．富士山の頂上からどのくらいの範囲が見えるでしょう．実際仮定をおいていくわけですね．地球は球とする．となるわけなんですが，ここまでにはいろいろな会話があるわけです．どんな形だったっけ？球じゃやなくて楕円じゃないのかとかですね．でも当然でてくるのは球や楕円で考えるのではなくて，2 次元で考えたほうがいいという対立がでてくるわけですね．現実との関係から厳密に考えるということですね．この対立からこのようなことがでてきます.「ひとまずは円として考えてみよう．円として考えてはまずいかも知れないが、とりあえず円で考えてみよう」ということです．そして後で円じゃない場合を考える．こういったように「とりあえず」という立場が重要となってきます．として後から修正していく．このような考えはモデリングのいい点であると考えます．数学の場面だけでなく現実の場面を考えることで「こうだったらどうなのか」という要に多くの場合を考えることができるということです．大きくねらいを分け考えたんですが，まず大事なのは枠たる全体ということですね．モデルとして考えることはどういうことなんだろうということを意識させることですね．次に部分を考えていくということです．そして最後に総合的な力を考えるということです．

そして第 2 段階としては，どのような力を育成するのかということを明確にすることですが, 変数を選んでいくという授業でのこと，このような部分部分でのことをきちんとしないと数学ってのはできないわけです．このような問題がありますね．

トラックでＡコースとＢコースでは，Ｂコースは何m先から走ればいいでしょう．そこで授業ではいきなり問題場面を提示するのではなくて，仮定を設定しながら問題を作っていくだけで，全体で問題を共有することができると考えます．Ｂコースは何m先から走ればいいでしょという問題ですね．そうするといろいろでてきますね.「先生何m走ですか？」とか「幅は？」などがありますね．このような質問は現実にこだわっているわけですね．そしてこれから仮定を設定していくという話になるわけです．そして何が決まれば何m走決まるのかということが出てくるわけです．そこで幅とかの要素が出てくるわけです．直線は考えなくていいということも出てきますね．そこから一応コースの幅は 1mにしとこうということが出てくるわけですね．そして直径が 50mや 80mで考えると, 全部 3 になるわけです．このことから直径関係なく答えが決まりそうだと思うわけです．そして幅が変わるとどうなるだろうと考えていくと, 幅が 1mなら 3m，2mなら 6mというふうに変わってくるわけです．ここで中学校は文字式になると急に難しくなるということが出てくるわけです．これは文字式に入る前に数字でたくさん考えてないからということがあります．そしてどんな数でも成り立つというところで文字が出てくると考えます. だから「どんな数でも」という経験が少ないためでと考えます．そこで 3 倍になっているのかもと思うわけです．そしてなんで 3 倍になっているんだろうと考えるわけです．そして文字を使ってやると 3 倍になることが分かるわけです. そこでいわゆる文字のよさをどう出すかってことですね．文字のよさをどう出すかという

と，数学でよくよさって言いますが，よさだけ感じてたっていいとは感じませんよね．我々毎日ビフテキ食べてても，ビフテキをおいしいとは思いませんよね．むしろ汗ダクダクになった後の水のほうがおいしいわけですね．言い方を変えると中学校における文字のよさって言うと文字を使わないと大変だっておもう用な経験がもっとたくさんある必要があるということですね．そうすると文字のよさが分かるんですね．しかし教科書はおいしいところしかしていないので，良さが分からないんですね．子どもたちはもっと困難に追い込まれないといけないわけですね．困難に追い込まれるから大変さを知る．そしてそのうちありがたいなと思うわけですねよ．そういった意味でいきなり文字でやるのではなくてまずは文字からやっていくというのもひとつの手だと思います．このような経験からどのような考え方が有効だったのかということも分かります．

次に授業の中での形成的評価ということで，評価ってなんですかと聞かれたらなんと答えます？例えば解釈・価値付けということですかね．ペーパーテストってのは評価ではなく，評価ってのは次のための何か示唆をもらうって事ですね．ですから解釈して何か価値付けが必要である．そういいた意味で子どもたちがやっていることをどう解釈するということですね．

ここではいくつかのパターンで紹介します．1 つ目が期待される方向とは異なる方向へと討論が進展している状態ですね．例えばですね，油田からどういう風にパイプをつなげればいいのかとうい問題ですね．実際生みに作るより陸地に作ったほうがコストとしては安いわけですね．そうなると垂直に伸ばしてから水平につなげるか，あるいは直線的に斜めにするのかということです．この問題の最大のポイントは最短の長さを考えることと，海と陸でのコストが違うということです．このように何が問題となるのかをきちんと考えさせることは早期においてきちんと指導していく必要があると思います．このとき問題の本質をきちんと把握する必要があります．

もうひとつの例としては，皆さん時電車の反射板はご存知ですか．あれ不思議議だって思われる方いませんか．通常の鏡とは異なりちかちか光るわけですね．そこで反射板の構造ってご存知ですか？3 つの正方形をたくさんくっつけたような形を，さらにたくさんくっつけたような形になっているんですね．ではなんでこの様な構造になっているのかということですね．3 つの正方形があるので光が跳ね返るようになっているんですね．そこで本当に反射するのかということですね．光が反射する平面を考えます．3 つの鏡を動かして光が平行に反射するように動かしていきます．このとき何が起こっているのかわかりますか？平面で考えるっていうとこですね．これが実は暗黙の仮定なんですね．実は平面で考えてもだめなんですね．今平面が暗黙の仮定となっているんですが，そこで暗黙の仮定が何がおかしかったのかと考えるわけですね．実際この問題はどういうことなのかというと，まず 3 枚の鏡ではなく，2 枚という 2 次元で考えてみるんですね．この 2 枚の鏡が 130 度なら光りは広がっていって，90 度なら平行に返ってくるんです．さらに 90 度折小さくなると違う方向に跳ね返るんですね．このことから 90 度ならきちんと並行に帰ってくるんですね．これくらいなら中学校 2 年生でできそうですね．

そしてもうひとつ面白いのが，なぜたくさんの小さな正方形なのかということですね．大きいのではなぜだめなのかということですね．これについては私の考察なんですが，小さいほうがより直接的に帰ってくるということなんですね．だから小さいのではと考えます．

では，3 枚になると同証明しますか？三次元で考えるということは，要は 2 次元の応用なんです．まず真横から見て考える，そして次に真上から考える．そのように考えると 3 枚になっててもきちんと帰ってくるんですね．これはちょっと難しいですね．これをベクトルで考えると，このとき光を（x_1，y_1，z_1）とすると，ある１つの平面で反射するとき，１つの成分がプラスからマイナスになるわけですね．これを繰り返すと（$-x_1$，$-y_1$，$-z_1$）となるわけですね．このように数学が使われているのですね．

2 つ目としては，先ほどのは間違いがあるという前提なんですが，議論されるべき内容が議論されていない場合ですね．イヌイットの人は視力がとてもいいと聞くんですが，どのくらいいいのかということですね．普通視力ってのは見えている部分の視覚から，1/視覚で考えられてるんですね．そして距離と視力の関係を考えると，大体比例となっています．しかしこのとき本当に比例かどうかということは議論になるわけですね．そこで視力が半分になると距離が半分になるのかといったことが考えられます．このように考えると比例にはならないんですね。円周角で考えると必ず比例になるかどうか同かは違うということが分かるわけです．これはもっと詳しく話さないと難しいかも知れないんですが，現実を考えると，比例や円周角の話より視覚というものがものすごい小さいものなんですね．だからあまりにも小さなものなので比例として考えれるわけですね．このように数学で考えると比例でないと分かるんですが，現実を考えると比例と考えれるわけですね．そういった意味で仮定に対して，そうみなしてよいということの議論も大切だと考えます．このようにみなしていいという考えは多いわけですね．このときみなすにも現実ばかり考えるのではなくそこでも議論がなされるわけですね．

3 つ目は，鏡の問題なんですが，多様な論点は出されているが，それが整理されず混沌としている状態なんですが，自分の顔が見えるには鏡の大きさはどのくらいでいいのかという問題ですね．これはどうですか？

フロア：顔の 2 倍？
フロア：顔の半分．

池田先生：

そうですね. 顔の半分あればいいんですね．でもなんでだろうとこの現象をどう見ることですね．要するに実際どのくらいの大きさの鏡が必要なのかということですね．ここで驚きは子どもの，実は距離によらないということですね．距離は依存しないんですね．

さらにこの問題では仮定として「鏡は傾けてもいいのか？」ということがでてきますね．あとは鏡で縦方向と横方向とありますよね．現実で考えると様々なことがでてきて，何を議論の中心にするのかということが問題です．仮定をおくかどうかとか，数学的にどうするか，論理を整理することが大変なんですね．本質を明確にするという議論や変数を引き出すという議論，あるいは変数はどれがいいの

か，以下に仮定を設定していくのかと，そしてこの全てが同時進行していくということが大変なわけですね．だからこの辺を明確にしていく必要があります．このとき教師が方向付けしてあげることが必要です．それと様々な要素を「これは違うね」と順番に削除していくこともできますね．この辺が教師側にとって非常に難しいと思います．ではこの問題についてまとめたい仮定としては，鏡との距離，傾けるかどうか，縦か横か奈度があります．

4 つ目としては，現状を打開できずに討論が停滞している場合です．当然そうしていいのか分からずとまっている子がいて，沈黙状態が続いてしまうわけですか，このとき対立を考えさせるわけですね．それは設定された仮定に疑問を投げかけることでできますな．このように仮定をもとに論証を行う．そうすることで明確化されるわけですね．そして解決が明確になることで，なぜそうするのかが分かってくるわけです．このようにその考えてきたプロセスが明らかになるわけですね．要するにその仮定の中で解決するにあたってでてきた重要なアイデアということが議論できるわけです．ここがポイントですね．先ほどの鏡の問題なれば，鏡を平行にするかどうかというところに対立が生まれるわけです．このときは実際は平行じゃないときもあるが，今は平行だと仮定することができます．それは平行ならば三角系で考えれるんですね．つまり数学的に処理しやすくしているんですね．このよう対立が存在するとなぜ仮定のよさが見えてくるわけです．

そして集団による思考が展開されると視点を切り返してくるということが大切ですね．この切り替えしがあることで議論が進展していくわけですね．これはモデルに限ったことではないんですが，対話を応用していこうとするとき最後にいいアイデアを持ってくるようにしますよね．けどいいアイデアが出てくるまでには様々な対話があるわけですね．一番初めは素朴な疑問かも知れないんですね．この素朴な疑問は大切なんですね．この素朴な疑問があるから議論が展開するわけですね．常にいいアイデアばかりでは議論に参加しにくいわけですが，このように考えると議論に参加できるわけですね．やはり最後に出てくるいいアイデアってのは大切なわけですが，この素朴な疑問からでているということは非常に重要なわけですね．

次に鏡を傾けた場合はどうなるんだろうとなりますね．斜めになるとちょっと複雑になるのですが, 三角形の相似を使って考えます．そして式で表すと，ちょっと変数が多くなるんですが，平行なときよりさらに小さな鏡でも可能になるんですね．このとき変数が多いんで素が，変数を距離や角度などの 1 つに固定するときちんとグラフができるわけですね．実際にグラフ電卓を用いてやってみますね．（グラフ電卓にて実践）

以上のように討論していく中で 4 つが大切になってくるわけですね．4 つ目についてはいいアイデアが出る 1 つ手前のところが子どもたちにわかってもらえてないと，このアイデアのよさが分からなくなってしまうので重要なわけですね．

最後なんですが，モデリングを話して行くうえでいくつか挙げました．まず実用性とそして使われているものを見抜いていく力などが挙げましたね．そして数学とは何であるのかというと，科学としての数学など様々あるわけですね．そして知的能力の発展について

考えると，それはなぜ重要なのかと，これが数学でなぜ重要なのかということなんですね．このあたりを突っ込んで考えると，形成的な理由としては，要は考え方なんですが，これが品原型製にどう関わってくるのかということなんですね．一般論いくと教育において人間形成は大切なわけですね．当然数学者を作るために数学を学習するわけではないですよね．ではどういった意味での人格形成が必要なのかということですね．これをひとつひとつ明確にしていき，授業の中で伝えていく必要があるんですね．

そこでどのような一般的能力につながっていくのかということを考えないといけませんね．最近数学を学習していく意味ってものが問われますが，では意味って何であるのか，これを授業の中で伝えていく必要があるわけですね．そこでこれはもう大前提なんですが，自主的に考えていくと言うことが必要なわけですね．特にモデリングについては，仮定を立てていって考察するということで，自主的な考えが必要なわけですね．これがモデリングの一番大切なわけですね．

1 点目は，とりあえず骨格となるたたき台をつくっていること．そしてその考えが定しいかどうかを修正・改善していくことですね．そしてその本質を見出していく．これは完璧な解答を目指すわけですが，完璧すぎて手が出せない場合がありますので，そうではなくて素朴な疑問でもいいんですね．単純な問題でもいいので書いていく，そのほうが修正・改善しやすいんですね．要は骨格を作るときには素朴でいいんですね．それから考えていくわけですね．そしてこのような考えは数学に限らず生活の中で重要になるわけですね．

そして 2 つ目ですが，細かく考えていくと問題点はあるが，大局的に考えていくことでみえてくるよさに目をむけ．価値付けていく．たとえば 1 次関数なんですが，近似の考えは正確ではないですが予想できるということがいいんですね．

3 点目は，否定されたものだけを考えるのではなくて否定の繰り返しから本質を見出していくということですね．数学において現実の問題を数学の場面に置き換えて考えていく．そのとき細かいところなどで現実とは違ってくるところがでてくるんですが，そこで否定を繰り返すことでいい考えが出てくる．はじめに出た考えを否定することで出てくるという考えですね．

4 点目としては，我々が普段考えているものを段の円的に考えて，そこにはまだまだ修正・改善する可能性があるということなんですね．生活の中でも常識や慣習の中にも様々な考えるところがあるわけですね．モデルにおいてはとりあえず考えを採用することで考察をしていく，そして暗黙の仮定の上で考えていく．当たり前のことを考察していくことが大切なんですね．

5 点目としては，我々が普段用いている事象がどのような範囲で用いられているのかということを明確にしていくことですね．やはり結論と仮定は１セットなんですね．実生活で用いられていることがどこまで適用できるのかということですね．

これら５点を念頭において，どのように指導していくのかということを考える必要があるわけですね．

最後に数学的モデリングにおいて置き換えるということは非常に大切なわけです．次に数学は社会でどのように役立っているのかことですね．これは未知のものを予測すること，

最適化の場面なのかということを考慮していくことが必要ですね．次に授業づくりの視点ですね．単元の中やトピックのなかなどですね．教材作りという視点においては，問題の現実との整合性について，そして問題を解決する理由．そして生徒との関連性．そして生徒自身の問題であるかどうかということですね．そして数学ってものがなぜ必要なのかということですね．これは先生方自分自身が考えていって明確にしていくことが必要なわけですね．

そしてこれは最後に英語なんですが，Lao-Tsu という中国の老子の言葉なんですが，そういうことかというと，人を引っ張っていくには，その人たちのそばを歩いていきましょう．もっともいいリーダーというのは，本当にいいリーダーには気づかないということなんですね．そして次にいいリーダーというのは，褒め称えるんですね．３番目は恐れるんですね．そして最後の２行が私はいいと思ったんですが，もっともいいリーダーが賞賛を勝ち得たとき，民衆はなんと言うかということですね．このとき民衆たちは自分自身だったんだと思うわけです．これが我々が求めているものではないかと思うんですね．子どもたちが自分たち自らが作り上げてきたんだと胸をはっていえるようねことを目指していくということが大切なわけですね．これにて私の話を終わりたいと思います．

研修名；鳥取県教育センター専門研修 1
講演日；2006 年 8 月 22 日
於；鳥取県教育センター
記録者；川口卓己（鳥取大学大学院教育学研究科）

鳥取大学数学教育研究　　**ISSN 1881−6134**

Site URL：http://www.fed.tottori-u.ac.jp/~mathedu/journal.html

投稿規定

❖ 本誌は，次の稿を対象とします。
  - 鳥取大学数学教育学研究室において作成された卒業論文・修士論文，またはその抜粋・要約・抄録
  - 算数・数学教育に係わる，理論的，実践的研究論文／報告
  - 鳥取大学，および鳥取県内で行われた算数・数学教育に係わる各種講演の記録
  - その他，算数・数学教育に係わる各種の情報提供

❖ 投稿は，どなたでもできます。投稿された原稿は，編集委員による審査を経て，採択が決定された後，随時オンライン上に公開されます。

❖ 投稿は，編集委員まで，e-mailの添付書類として下さい。その際，ファイル形式は，PDFとします。

❖ 投稿書式は，バックナンバー（vol.9 以降）を参照して下さい。

鳥取大学数学教育学研究室

〒680-8551　鳥取市湖山町南 4-101

TEI & FAX　0857-31-5101（溝口）

http://www.fed.tottori-u.ac.jp/~mathedu/