



# 鳥取大学数学教育研究

*Tottori Journal for Research in Mathematics Education*

ISSN : 1881-6134



高等学校数学科におけるベクトル指導の改善

大路智美

vol.9, no.11

Mar. 2007

Site URL : <http://www.fed.tottori-u.ac.jp/~mathedu/journal.html>

鳥取大学 数学教育学研究室

# 高等学校数学科におけるベクトル指導の改善

大路 智美

## 1 論文の構成

### 第1章 研究の目的と方法

- 1.1 研究の動機
- 1.2 研究の目的
- 1.3 研究の課題と方法

### 第2章 高等学校数学科の現状

- 2.1 高等学校数学科の授業の特徴と問題点
- 2.2 日本数学教育学会の研究部と意識調査委員会による調査結果
- 2.3 調査結果からわかる生徒の状況
- 2.4 ベクトルの授業の内省

### 第3章 歴史におけるベクトルの考察

- 3.1 歴史を調べることについて
- 3.2 ベクトルの歴史的背景
- 3.3 歴史的背景からのベクトルの必要性
- 3.4 歴史的背景からのベクトルの難しさ

### 第4章 高等学校数学におけるベクトルの考察

- 4.1 高等学校学習指導要領における「ベクトルのねらい」と「授業の特徴」との関係

### 第5章 ベクトル指導のための指針の構築

- 5.1 指針の構築にあたっての視点
- 5.2 指針の具体化

### 第6章 本研究の結果と今後の課題

- 6.1 本研究の結果
- 6.2 本研究に残された課題

### 引用・参考文献

## 2 研究の目的と方法

- 2.1 研究の動機
- 2.2 研究の目的と方法

### (1)本研究の目的

本研究の目的は、生徒がベクトルを学ぶとき、どこに、なぜ難しさを感じるのかを明らかにし、その難しさを克服できるようなベクトル指導のための指針を考えることである。

この目的を達成するために以下の課題を設定する。

課題 1「なぜベクトルという教材が必要なのか理解する」

課題 2「歴史上における困難(問題)が、生徒がベクトルを学ぶときに同じような困難(問題)としてみられるのか」

課題 3「指針の構築にあたっての視点とは何か」

課題 1は、「ベクトルという教材の必要性を見出すことができていないから」という観点で、課題 2は、「歴史上における困難(問題)が、学習指導においても同様に困難(問題)としてみられるか」という観点で、生徒がベクトルを学ぶとき、どこに、なぜ難しさを感じるのかを明らかにすることを目的とする。

課題 3は、課題 1と課題 2で明らかにされた難しさを、克服できるようなベクトル指導のための指針を考えることを目的とする。

### (2)本研究の課題と方法

課題 1「なぜベクトルという教材が必要なのか理解する」

高等学校学習指導要領(以下「指導要領」と省略)を参照する。その際、ベクトルの内容について書かれているものを対象とし、指導要領におけるベクトルを学ぶねらいとは何か」という視点にたつて、なぜベクトルという教材が必要なのかを明らかにする。また、指導要領で明らかにされた、ベクトルという教材の必要性を、授業中に提示される問題場面を通して具体的に示す。

課題 2「歴史上における困難(問題)が、生徒がベクトルを学ぶときに同じような困難(問題)としてみられるのか」

数学史を参照する。その際、数学史上における困難(問題)を対象とし、その中でベクトルに関する

る困難(問題)のみを抽出する。そして、「歴史上においてベクトルがどのような場面で必要とされたのか」、「ベクトルを用いない頃にどのような困難(問題)があって、ベクトルを用いることによって、どのように解決されたのか」という視点にたつて、歴史上における困難(問題)を明らかにする。

課題 1~2の考察を参照する。その際、「ベクトルを難しいと感じるのは、指導方法などを解決すればよいだけの問題なのか」、「歴史上の困難(問題)が、学習指導においても同様に困難(問題)としてみられるのなら、歴史上の解決のプロセスを学習指導においても活かすことができないのだろうか」という視点にたつて、具体的な指針を構築していく。

### 3 研究内容

#### 3.1 高等学校数学科の授業の特徴と問題点

高等学校の数学の授業の特徴として、以下の5つがあげられると考える。

始めに教師が大切なところ(定義や定理、法則など)を説明して、生徒に問題演習を行わせ、答えあわせをする

教師が模範解答を提示したり、1人の生徒がノートに書いた答えを読み上げるような答えあわせをするので、生徒が他の生徒の考え方を共有できていない

生徒が同じ問題を決められた時間内で解き、一斉に答え合わせをするので、生徒の個人差に依拠していない

大切なところを説明するだけなので、生徒に教材の必要性が伝わるように、教師の教材研究が十分にされていない

教師の教材研究が十分にされていないので、教師自身がなぜその教材が必要なのか理解していない

これらの特徴から、高等学校の数学の授業は教師が生徒に問題の解き方を教え、その解き方を使って機械的に問題を解くことができるよう

になること」に重点がおかれている授業になっていると言わざるをえないと考える。しかし、このような授業のやり方では、1つの解き方のみに固執した問題演習が行われるため、生徒のものの見方・考え方を育てることができないので問題である。また、教師の生徒や教材に対する働きかけが不十分であるため、生徒になぜその教材を学ぶ必要があるのかという疑問を生じさせてしまい、そのことにより生徒の学ぼうとする意欲をのばすことができないので問題である。それらの結果として、生徒は、数学を学ぶ意義や数学が私たちの生活に果たしている役割を理解できなくなり、数学は与えられた問題を解くためだけにあるもので、楽しくないし苦手だと感じることになるかと考える。

また、高等学校学習指導要領では『数学的な見方や考え方のよさを認識し、それらを積極的に活用する態度を育てる』<sup>2)</sup>ことを数学科の目標としている。しかし、上述したような授業では、この目標は達成されることはない。その目標を達成するためにも、高等学校の数学の授業を改善する必要があると考える。

#### 3.2 歴史を調べることについて

ベクトルの学習において、私がなぜベクトルが必要となるのかわからなかったように、生徒も困難と感じることがあると考える。そのまま指導をし続けては、生徒はベクトルをなぜ学ぶのかわからないまま学習を終えてしまうことになる。そうさせないために、教師は生徒がなぜ困難と感じるのかを把握することが必要となってくる。把握することによって、教師が生徒に困難を感じさせないような学習指導を考えるときに訳に立つと考える。

生徒がなぜベクトルが必要となるのかわからないなら、教師はなぜ必要となるのかを生徒にわかるように指導をしなければならない。そのためには、ベクトルが必要とされた背景を知ることが必要となってくると考える。よって歴史上においてベクトルがどのように必要とされたのかを調

べることにする。

### 3.3 高等学校学習指導要領における「ベクトルのねらい」と「授業の特徴」との関係

「高等学校学習指導要領」では、ベクトルの内容について以下のように書かれている。

#### (2) ベクトル

ベクトルについての基本的な概念を理解し、基本的な図形の性質や関係をベクトルを用いて表現し、いろいろな事象の考察に活用できるようにする。

「基本的な図形の性質や関係をベクトルを用いて表現し」とあるが、ベクトル以外にも図形の性質や関係を調べる方法として、相似な三角形などの具体的な図形によって調べる方法や座標によって調べる方法がある。このような方法に、ベクトルを用いる方法を新たに学ぶことによって、図形の性質や関係をベクトルならではの見方で調べることができるようになると思う。

ベクトルならではの見方とはどのようなものなのかを、具体的な問題場面を通して、他の見方と比較することによって考える。

#### 問題場面

三角形 ABC において、AB を 2:1 に分ける点を D、AC を 3:1 に分ける点を E とするとき、点 P はどのような点かを調べよ。

この問題は、具体的な図形によって調べる方法や座標によって調べる方法、ベクトルによって調べる方法のすべてができるので選んだ。

#### 1) 具体的な図形による調べ方

具体的な図形による調べ方は、実際に長さを測ることなく三角形の相似を利用している。この調べ方の特徴としては、図形を調べるときに図形の性質を用いるユークリッド的な見方をしていることだと考える。そのため、相似な三角形をみつけるといった、直感が必要となる考え方である。

#### 2) 座標による調べ方

座標による調べ方は、相似な三角形を具体的に探すことなく、三角形を点のつながりとして、その点を座標軸上に表わし、直線の方程式や二点間の距離を利用している。この調べ方の特徴としては、図形を調べるときに点という媒介を用い、数式であらわすことにより、解析幾何的な見方をしていることだと考える。そのため、座標軸の取り方によっては計算がややこしくなったりするが、具体的な図形による調べ方のように直感にあまり依存しない考え方である。

#### 3) ベクトルによる調べ方

ベクトルによる調べ方は、三角形をベクトルの集まりとして見て、ベクトルを利用している。この調べ方の特徴としては、図形を調べるときにベクトルという媒介を用いることによって、幾何の場面を代数の場面におく見方をしていることだと考える。調べ方の特徴は、座標による調べ方とほぼ同じだが、ベクトルは座標のように位置を考える必要がない。そのため、具体的な図形による調べ方のように直感に依存した考え方や座標による調べ方のように位置に依存した考え方は必要とせず、計算することによって、図形の関係がわかる考え方である。

このように、「図形の性質や関係を調べる方法がいくつかあるなかで、ベクトルを用いることによってどのような見方ができるのかを学び、生徒自身が問題解決の場面においてベクトルを活用することができること」が、高等学校学習指導要領が意図するベクトルを学ぶねらいだと考える。このねらいを達成することにより、1つの物事を1つの見方で考察するのではなく、様々な見方で考察することができるようになると思う。

上述した「図形の性質や関係を調べる方法がいくつかあるなかで、ベクトルを用いることによってどのような見方ができるのかを学び、生徒自身が問題解決の場面においてベクトルを活用することができること」というねらいは、「授業の特徴の 始めに教師が大切なところ (定義や定理、

法則など)を説明して,生徒に問題演習を行わせ,答えあわせをする」状況では,機械的にベクトルを用いているだけであり,ねらいを達成していない。ベクトルを用いることによってどのような見方ができるのかを学んだうえで活用していないからである。また,「授業の特徴の 大切なところを説明するだけなので,教師が教材研究をしていない 教師が教材研究をしていないので,教師自身がなぜその教材が必要なのか理解していない」状況により,生徒になぜその教材を学ぶ必要があるのかという疑問を生じさせてしまい,生徒の学ぼうとする意欲を引きだすことができなくなる。そのため,生徒自身が問題解決の場面においてベクトルを活用しているのではなく,ベクトルで解決できるから,何となくベクトルを使っているだけであって,ねらいは達成されていない。このような状況によって,調査結果のように生徒はベクトルに対して,難しい,嫌だ,面白くないと答える結果となってしまうと考える。

また,授業の特徴の ~ すべて問題があり,目をむける必要があると考えるが,「図形の性質や関係を調べる方法がいくつかあるなかで,ベクトルを用いることによってどのような見方がで

きるのかを学び,生徒自身が問題解決の場面においてベクトルを活用することができること」というベクトルを学ぶねらいでは,特に授業の特徴の  
・ ・ に目をむける必要があると考える。

### 3.4 研究のまとめ

生徒がベクトルを学ぶとき,どこに,なぜ難しさを感じるのかを明らかにするために,「教師がベクトルという教材の必要性を見出すことができているから」という観点で,「なぜその教材が必要なのか理解する」という課題を設定した。その課題の結果として,ベクトルは,図形の性質や関係を調べる方法がいくつかあるなかで,「位置や次元を考えないでよい」といったベクトルならではの見方を学び,生徒自身が問題解決の場面においてベクトルを活用することができるようになるために必要な教材である。

また,歴史上においてベクトルがどのような場面で必要とされたのか」という課題に対しては,方程式に複素数という根をもたらすため 位置や次元を考えなくてもよいようにするため 内積によって角の考察をしやすくするためであるということが結果として得られた。

**鳥取大学数学教育研究**      ISSN 1881-6134

Site URL : <http://www.fed.tottori-u.ac.jp/~mathedu/journal.html>

**編集委員**

矢部敏昭 鳥取大学数学教育学研究室 [tsyabe@rstu.jp](mailto:tsyabe@rstu.jp)

溝口達也 鳥取大学数学教育学研究室 [mizoguci@rstu.jp](mailto:mizoguci@rstu.jp)

(投稿原稿の内容に応じて、外部編集委員を招聘することがあります)

**投稿規定**

- ❖ 本誌は、次の稿を対象とします。
  - 鳥取大学数学教育学研究室において作成された卒業論文・修士論文、またはその抜粋・要約・抄録
  - 算数・数学教育に係わる、理論的、実践的研究論文／報告
  - 鳥取大学、および鳥取県内で行われた算数・数学教育に係わる各種講演の記録
  - その他、算数・数学教育に係わる各種の情報提供
- ❖ 投稿は、どなたでもできます。投稿された原稿は、編集委員による審査を経て、採択が決定された後、随時オンライン上に公開されます。
- ❖ 投稿は、編集委員まで、e-mailの添付書類として下さい。その際、ファイル形式は、PDFとします。
- ❖ 投稿書式は、バックナンバー（vol.9以降）を参照して下さい。

**鳥取大学数学教育学研究室**

〒 680-8551 鳥取市湖山町南 4-101

TEI & FAX 0857-31-5101（溝口）

<http://www.fed.tottori-u.ac.jp/~mathedu/>