

# 数学的Writingによる評価

赤名 泉

指導教員：溝口達也

## I. 研究の目的と方法

### 1.1 研究の動機と目的

教師が子どもの理解の程度を把握するための手段として、「書くこと」があげられる。子どもが授業中書くものとしてノートがある。そのノートを見ることで、子どもに必要な支援を的確に与え、ノートの成長を通して子どもの成長をみるのが私の考える理想である。

そこで本研究では、子どもを成長させるノートとはどのようなノートなのか、そして子どものノートを適切に評価するにはどのようにノートを見ればよいかということについて明らかにしていくことを目指す。

### 1.2 研究の方法

本研究の目的を達成するために以下の課題を定める。

#### 課題1

教師が子どもに望む数学的Writingとはどのような数学的Writingか

#### 課題2

課題1の数学的Writingを実現するためにはどのような指導をすればよいか

#### 課題3

課題1の数学的Writingを適切に評価するためにはどのような評価をすればよいか

これらの課題を解決するために、課題1に関しては、ノートの指導に関する先行研究や実際の子

どものノートデータを参考にし、私の考える望ましい数学的Writingを考察する。

課題2、課題3に関しては、具体的な授業場面を想定し、その授業で子どもの望ましいノートを考察し、考察した望ましいノートを実現する指導、評価を考える。

## II. 本論文の構成

### 第1章 研究の目的と方法

#### 1-1 研究の動機

#### 1-2 研究の目的と方法

#### 1-3 研究の意義

### 第2章 数学的Writingについて

#### 2-1 数学的Writingとは何か

#### 2-2 ノート指導の先行研究

##### 2-2-1 二宮氏の研究

##### 2-2-2 中村氏の研究

##### 2-2-3 服部氏の研究

##### 2-2-4 松田女史の研究

### 第3章 ノート分析

#### 3-1 ノート分析のデータと方法

#### 3-2 24枚のノート分析

#### 3-3 ノートの分類

#### 3-4 望ましいノート

### 第4章 具体的授業を想定した望ましいノート

#### 4-1 具体的授業を想定した望ましいノート

#### 4-2 望ましいノートを実現するノート指導

#### 4-3 数学的Writingによる評価

## 第5章 研究のまとめ

### 5-1 研究のまとめ

### 5-2 今後の課題

#### 引用参考文献

(1ページ35字×35行, 64ページ)

## III. 研究の概要

### 3.1 数学的Writingとは何か

私の研究の対象としている数学教育における「書くこと」をニ宮氏は「数学的 Writing」と表している(ニ宮1996)。

数学教育において、単にコミュニケーションの媒体としての役割を果たすのみならず、「数学の学習内容に対する子どもの理解を深める」「数学学習に対する子どもの情意面を高揚させる」といった機能を持つものであると述べられている。(ニ宮2005)

ニ宮氏の規定する「数学的 Writing」は私の研究対象と一致する。よって、私の研究テーマを「数学的 Writing の指導と評価」とする。

### 3.2 ノート分析

適切なノート指導を考える際参考にするため、実際のノート进行分析する。

#### 3.2.1 分析方法

実際行われた授業での子どもの自力解決場面における計263枚のノートの画像データを分析の対象とした。

考察する過程として、263枚の中で多く見られると思われるノートを24枚にしぼり、この24枚を直接的に1枚ずつ分析していく。それらを分類し、その分類項目を持って263枚を分析する。

#### 3.2.2 ノートの分類

分析した24枚を7項目に分類した。以下は分類を表に表したものである。

項目名	具体的なノート
①図や絵、表などを 書く事によって問題 場面の理解を助けて いるノート	ジュースの量をビーカ の絵を描き問題把握を する。
②文章で求めた理由 を述べているノート	生徒が考えた過程を言葉 で説明している。
③答えを求めるため の式と計算のみが書 かれているノート	2式を立て連立方程式を 求めている。
④見直しがされてい るノート	連立方程式において、 $x$ 、 $y$ をもとめた数をたてた式に代入し計算して見直している。
⑤多様な解決のある ノート	小数×整数を数字上で考 えたもの、問題場面に合 わせて考えたもの、筆算 を使って考えたものの三 種で考えている。
⑥自己目標が書かれ たノート	「きれいにまとめる」と 自己目標が書かれてあ る。
⑦ふきだしのあるノ ート	問題場면을広げたり、説 明を付け加えたりといっ たふきだしが書かれてい る。

### 3.3 望ましいノート

まず先行研究から得られた私の望むノートを考察する。

一つは伝達性のあるノートであることが望ましい。先行研究においても伝達性のある数学的 Writing は教師が評価しやすいと述べられている。

また、文章だけでなく図などを用いて視覚的にも数学的思考を表すことのできているノートであることが望ましい。自分の思考を表現する力を評価するべきだと考える。

また、自分の思考の流れが理解できているノートが望ましいと考える。変化した思考の流れは理解していないと表現することはできない。

次にノート分析から得られた私の望むノートを考察する。

数学的な応用力を養うことのできるノートが望ましいと考える。問題解決場面を把握し、問題場面においての臨機応変さ、応用力を養うことが大切である。

また、思考を文章で書くことは望ましいノートであると考え。自分の中にある無意識なもの、あまり意識していない思考を、文章を書くことで意識化することができる。

私が最も望ましいと考えるノートは、自分なりの理解がされているノートである。同じ授業で統一された授業目標であっても子どもたちのノートは一人一人違うノートであるべきである。同じ数学的思考を理解した子どもでも、ある子どもはノートに図を描いて理解を得、ある子どもは文章で説明することでその思考を自分のものにしていて、そのようなノートが望ましいと考える。

### 3.4 具体的な授業の設定

具体的な授業場面を想定し、望ましいノートを踏まえ具体的ノートを考察する。

授業場面はノートデータ中の「2005年9月22日鳥取大学附属小学校『比例』」の授業場面を考える。

授業課題は以下の通りである。

「木から紙1キログラムを作るのに水が60リットル必要です。古紙から再生紙1キログラムを作るには水は5リットルですみます。ある工場では水を節約するために古紙から再生紙を作ることに変えました。そうすると1時間あたり660リットルの水の節約になります。1日8時間では何キログラムの再生紙を作ることができるだろう。」

まず、この授業での子どもの活動を以下のように想定する。

A 比例をつなげることで課題を解決し、それぞれの量の比例関係を理解する。それを様々な問題解決に適用できる。

B 比例をつなげることで課題を解決し、それぞれの量の比例関係を理解する。

C ある量とある量が比例であることが理解できる。

以上のA、B、Cの活動の子どものノートを考える。

#### 3.4.1 活動に応じた望ましいノート

< Aの望ましいノート >

水の節約量  
時間  
再生紙の量 kg

水の節約量、時間、再生紙の量それぞれは比例している。  
○が求めたいもので、□、△、☆いずれかが求められれば丸は求まる。  
□ :  $660 \times 8 \div 55 = 96$   
△ :  $660 \div 55 \times 8 = 96$   
☆ :  $1 \div (55 \div 660) \times 8 = 96$  の三通りが考えられる。  
三つの量が比例している問題でも比例のつながりを考え解決できそうだ。  
例えば、水槽の水の量、水の高さ、時間などの問題にも比例のつながりが使えそうである

< Bの望ましいノート >

木の場合 1kg → 60? 木の場合と比べて  
古紙の場合 1kg → 5? 1時間あたり660? 水の節約  
ある工場 → 1日8時間では何kg作れるか 思考:  
8時間の再生紙1kg → 1時間の再生紙1/8kg  
→ 1時間で分かっているのは水の節約量だから、  
水の節約量から再生紙の重さを求めたい  
→あとわかっているのは木 1kgで60? 水を使うことと、  
古紙 1kgで5? 水を使うこと  
→このことから同じ1kgで55? 水の節約であることが分かるので、  
水の節約量から再生紙の重さが求められる

水の節約の量と再生紙の重さが比例している!  
節約量55? / kg  
2kgだったら110kgの節約

考え: 上の図から、まず木の場合と古紙の場合を比べたら1kg当たり  
55?の節約になる。  
 $60 - 5 = 55$   
ある工場では1時間あたり660? 水の節約で、  
今1kg当たり55?  
水の節約ができることが分かっているから、  
ある工場では1時間あたり  
12kg作れることが分かる。  
 $660 \div 55 = 12$   
1時間あたり12kg作れることが分かったから、  
8時間で96kg作れることが分かる。  
 $12 \times 8 = 96$   
まとめると以下になる。  
 $660 \div (60 - 5) \times 8 = 96$  答え: 96kg

節約量660? / 時間  
だから12kg / 時間  
水の節約量、時間、再生紙の重さが比例している!

< Cの望ましいノート >

問題: 木から紙1キログラムを作るのに水が60リットル必要です。  
古紙から再生紙1キログラムを作るには水は5リットルですみます。  
ある工場では水を節約するために古紙から再生紙を作ることに変えました。  
そうすると1時間あたり660リットルの水の節約になります。  
1日8時間では何キログラムの再生紙を作ることができるだろう。

8時間あたりでは  $660 \times 8$  リットル = 5280  
何キログラムか?  
1キログラム55リットル節約  
 $5280 \div 55 = 96$  ∴ 96リットル

A のノートは数直線と三つの量の比例の関係をもとに

使って表している。数直線で視覚的に求めたいものの位置がわかる図を描いているといえる。1を単位とし、比例の性質を利用し数直線から式を立て、8時間の再生紙の量を求めている。

また、3つの量が比例していることに注目し、問題を発展させようとしている。本時の課題を応用することで、新たな問題場面を解決できないかと試みている。

Bのノートは、思考の流れと考えとして解決の流れが主に文章で書かれてある。思考の流れと考えと別に書いてあることから第三者に伝達することを意識したノートであると考えられる。伝達性のあるノートであるといえる。

また、解決に付け加えるふきだしは私の望むノートである自分なりの理解ができている。既習事項である速さなどで用いるように $l/kg$ など、単位あたり量で考えることを付け加えていたり、比例関係に注目したことを付け加えたりしている。自分なりの理解ができている。

Cのノートは、問題文に線を引き、今何に注目し考えているかわかるノートになっている。思考を視覚的に表すことで、解決をあいまいにし、子ども自身の思考を見失うことをなくす助けをする。

#### IV. 研究の結果

##### 4.1 数学的Writingによる評価

現行の授業設計は、子どもの様相を段階（本研究ではA、B、C）に分け設定し、基準を設け子どもへ指導、子どもの評価を行うものであると考えられる。しかし、授業設計を行う際ノートに表される数学的Writingを発達させることで子どもの数学的思考を発達させることはあまりされていないだろう。

子どもの評価として、ノートに表されている数学的思考を子どもの評価とするのではなく、本研究ではそのノートに数学的思考がどう表されてい

るか子どもの評価としたい。

また、教師の評価も数学的Writingをふまえて行いたい。授業設計を行う際も子どもの数学的Writingを踏まえた授業設計である必要があると考える。

以上のことから、子どもの評価、教師の評価、いずれも数学的Writingにおいて評価することの必要性があるといえる。

##### 4.2 今後の課題

本研究では取り組むことのできなかつたものを今後の課題とする。

本研究では具体的な授業における自力解決場面のノートの上に絞って考察した。私が望ましいノートとしてあげた、自己目標、授業感想、自己評価については考察していない。今後は自力解決場面以外の望ましいノート、それについての指導、評価も考えたい。

また、本研究では具体的な授業を比例の応用場面としたが、それ以外の単元、グラフや図形の単元では望ましいノートの形が変わってくる部分もあると考える。単元による数学的Writingの違いなども考察したい。

以上を本研究における今後の課題とする。

#### 主要引用・参考文献

二宮裕之. (1996). 『算数・数学教育における記述的表現に関する研究(2)-数学的Writingを捉える枠組みについて』, 第29回数学教育論文発表会論文集.

二宮裕之. (2005). 『数学教育における内省的記述表現活動に関する研究』, 風間書房.

中村享史. (1989). 『数学的な考え方を伸ばす学習感想のあり方—第4学年面積の指導を中心に—』, 日本数学教育学会誌 算数教育, 第71巻, 第2号.