卒業論文要約【鳥取大学数学教育研究、第７号、２００６】

微分法に関する歴史的考察

尾崎　達哉
指導教員：矢部敏昭

Ⅰ、研究の目的と方法

　研究の目的は、私が微分の概念の歴史的考察をすることによって曲線の接線を描くという課題に対して先人たちがいかに試行錯誤を繰り返してきたか、その発展の過程を考察するものである。また、微分法が現代どのように考えられているのかを確認し、見ていくことである。

　また研究の方法については、まず歴史の中で行われてきた数学者達の曲線の接線を描くための試行錯誤を見ていく。接線の描き方はそれらの試行錯誤が一つ一つ関わりを持っており発展していった。これらがどのようなつながりを持っているかということをみていき、その過程を正確にたどり、その過程の中で自分なりの疑問点を追究し、展開していくものである。また、微分法の現代の考え方をまとめ、例題を実際に解くことによって微分法を実践して、微分法の実践のしかたをまとめていくことである。

Ⅱ、論文の構成

Ⅲ、研究の概要

２－２　フェルマの方法

　フェルマは、放物線に対し次の様にして接線を引いた。ｘ‐軸、ｙ‐軸をとり、接線を引こうと思う点Ｐの座標を（a、b）とする。放物線の方程式は

$y^2 = \alpha x$　　　という形であるから

$b^2 = \alpha a$

でなければならない。求める接線とｘ‐軸との交点Ｑの座標を（ｃ，０）としよう。

　今，この接線の上にＰに近いＰ’をとりその座標を（ａ＋ｅ，d）とすれば、P’は曲線よりも上に位置するのであるから、明らかに

（１）　　$d^2 > \alpha(a+e)$

ところで、△PQMと△PQNとにおいては

∠PMQ＝∠P’NQ＝直角

∠PQMは共通

であるから、さらに

∠QPM＝∠QP’N

ともなって、結局　△PQM∽△P’QN

を得る。よって

$$\frac{PM}{P'N} = \frac{QM}{QN}$$

$$\frac{(a-c)^2}{(a+e-c)^2}=\frac{QM^2}{QN^2}=\frac{PM^2}{P'N^2}=\frac{b^2}{d^2}<\frac{a}{a+e}$$

が導かれる。これ「$\frac{(a-c)^2}{(a+e-c)^2}<\frac{a}{a+e}$」は書き直せば

$$(a-c)^2a+(a+c)^2e<a(a-c)^2+2ea(a-c)+ae^2$$

$$(a-c)^2e<2ea(a-c)+ae^2$$

e で割って

（２）　$(a-c)^2<2a(a-c)+ae$

そうして、いま、$e=0$、すなわちＰ’がＰに一致したとすれば、Ｐ’は放物線上にくるわけであるから、(１)は等式になる。よってこの場合(２)は

$$(a-c)^2=2a(a-c)$$
$$a-c=2a$$
$$-c=a$$

３－１　バロウの方法

バロウ（1630 - 1677）という人がフェルマよりほんの少し、しかし結局においては決定的に事情を推し進めた。　そもそも、曲線上の点Ｐにおいてそれに接線をひくのには、その‘方向係数’さえ知られればよい。必ずしもフェルマの方法におけるように点 Q のようなものを求める必要はないのである。

バロウは、この方向係数を求めるためには、まずＰに限りなく近い点Ｐ’をとって、

直角三角形ＰＰ’Ｒを作り、比：

$$\frac{RP'}{PR}$$

を計算すればよい、と考えた。彼がフェルマと同様、Ｐにおける接線とは、Ｐとこれに限りなく近い点Ｐ’とを結ぶ直線だという立場に立とうとすることは明らかである。　彼の流儀の要点をはっきりさせるために、上のような仕方で接線をひいてみよう。Ｐの座標を（ａ、ｂ）、またＰ’の座標を（ａ＋ｅ，ｂ＋ｆ）とする。

放物線の方程式は

$y^2=\alpha x$　　という形であるから

$$b^2=\alpha a$$
$$(b+f)^2=\alpha(a+e)$$

でなくてはいけない。よって、Ｐ、Ｐ’を結ぶ直線、すなわち接線の方向係数：

$$\frac{RP'}{PR}=\frac{f}{e}$$

を c と置けば

$$b^2+2fb+f^2=\alpha a+\alpha e=b^2+\alpha e$$
$$2fb+f^2=\alpha e$$

$$\frac{f}{e}=\frac{\alpha-\frac{f}{e}\cdot f}{2b}$$

$$c=\frac{\alpha-cf}{2b}$$

そして、Ｐ’はＰに限りなく近いのであるから

$$f=0$$

と置くことが許されて、結局求める方向係数

$$\frac{\alpha}{2b}$$

３－２　ニュートンの流率法

ニュートンの曲線の接線のひき方は、接線をひこうと思う曲線上の点をＰとし、もう一つの点をＱとする。さらに、ｘ－軸、ｙ‐軸をとり、それに平行な辺を持つ直角三角形ＰＲＱを作る。よって

$$\frac{RQ}{PR}$$

は直線ＰＱの方向係数である。

ここでいま、ＱをＰに限りなく近づけていけば、上のような比は次第に変わってはゆくが、ＱがＰに一致したその究極の瞬間にはある一つの定まった値をとるであろう。その値こそＰにおける接線の方向係数にほかならない、というのである。

３－４　歴史的考察のまとめ

①　フェルマとバロウの考え方

の違いは何か

曲線の接線を描こうとするとき、フェルマはグラフを見て考え座標を利用し接線の傾き等で求める方法は考えず、接線をひこうと思う点Ｐとｘ軸との交点 Q とを結ぶ線を直接グラフに書きこんで接線を描こうとした。バロウは、接線をひこうと思う点 P の方向係数つまり接線の傾きから求めて、接線を求めようとした。バロウの方法はフェルマの方法と違い、いろいろな曲線の場合でも容易に接線を描くことを可能にした。それは、フェルマの方法だと曲線の極値をとる点がｘ軸やｙ軸と接していない場合に点Ｐと結ぶ点Qを求めるのに手間がかかるからだ。その点、バロウの方法はどんな条件の曲線でも方向係数さえ求めることができれば接線をひくことができるので、フェルマの方法より容易に接線が描くことができる。

② バロウとニュートンの共通する考え方は何か

バロウとニュートン２人の共通する考え方は、二人とも曲線の接線を描こうとするとき、接線をひこうと思う点 P の方向係数を求めようとしたことだ。方向係数を求める場合の求め方に違いはあるが、曲線の接線を描こうとするときの考え方は共通している。方向係数の求め方の違いとは、バロウは点Ｐに限りなく近い点Ｐ´をとったが、ニュートンは、点Ｐに限りなく近づいていく点Ｑをとり方向係数を求めたことである。

③ バロウとニュートンの相違点は何か

曲線の接線の描き方の考え方に共通の考え方があるバロウとニュートンだが、２人が違った点がある。それは、バロウはただ曲線の接線を描こうと考えただけだった。しかし、ニュートンは、曲線の接線を描くということは、曲線の物体の運動の変化を表したグラフとし、その曲線のある点 P の接線とはその瞬間の物体の運動の速度としてとらえた。このように、ニュートンは曲線に接線を描くということから、様々なことを考え、導き出しプリンキピアを発表したりなどした。このように、ニュートンは曲線に接線を描くということから、様々なことを考えたことが、バロウと違う点である。

Ⅳ、研究の結果

x に対して $f'(x)$ が求められると、この x に $f'(x)$ を対応させることによって、ここに一つの新しい函数 f' ができあがる。この f' という函数は f から‘導かれた’函数といえるから、f の**‘導関数**（derived function）**’**と称えられえている。

導函数はまた

$$\frac{dy}{dx} \text{あるいは} \frac{df}{dx}$$

と書かれることもある。これはライプニッツによる記号である。

今、私たちが当たり前のように公式にあてはめて使っている微分は、本研究で述べてきたとおり何人もの数学者が試行錯誤をかさねて完成された考え方、産物なのであった。

また、変数の極限ということについて、ｐ´がｐに限りなく近づき一致した瞬間ということはコーシーによれば、もはや考えなくてもよい。

このことについて今後考えていくことが本研究の残された課題である。

Ⅴ、主要引用、参考文献

（１） 吉田洋一・赤攝也「数学序説　改訂版」ｐ７８～８８　１９９８年

（２） 内田清、他「Focus up 数学Ⅱ＋B」ｐ２５６～２５９

（３） 藤田宏・長岡亮介・長岡恭史「大学への数学Ⅱ　ニューアプローチ」ｐ１５２～１５４　１９９６年