

# 算数教育におけるふり返し活動に関する研究

栗山泰治

指導教員：矢部敏昭

## I. 研究の目的と方法

G.ポリア氏は、著書「いかにして問題をとくか」の中で、問題解決の段階を4つに分類している。また、村田氏の研究(2004)においてふり返ることについて以下のような課題を指摘している。

- ・ 結果や議論が正しいことをどのようにためせばよいか。
- ・ 同じ結果を違った方法で導くとは、どのような仕方があるのか。
- ・ 結果や方法を利用することができる他の問題はどのようにして作られるか。

以上の研究を踏まえて、本研究の目的は、ふり返る活動とはどのような活動をいうのか、何のために、何を、どのようにふり返るのか、ふり返ることの教育的意義や数学的価値はどのようなものであるか、また、ふり返ることによって子どもたちが得られるものは何であるか、さらに、いかにして子どもたちにふり返る活動を展開させていくのか、を明らかにすることを目的とする。よって本研究は「いかにして問題をとくか」の文献を読み進めて研究を進めるとともに、先行研究において指摘された課題についても検討を行うものである。

## II. 本論文の構成

### 1. 本研究の目的と方法

#### 1.1 研究の動機

#### 1.2 本研究の目的と方法

#### 1.3 研究課題の設定

### 2. 先行研究の検討

#### 2.1 G.ポリア氏の問題解決の過程

#### 2.2 村田氏の課題の検討

### 3. 議論をためすとは

#### 3.1 議論とは何か

#### 3.2 ためすとはどういうことか

##### 3.2.1 何のためにためすのか

##### 3.2.2 何をためすのか

##### 3.2.3 どのようにためすのか

### 4. 多様な解決の意義と役割

#### 4.1 算数教育における多様な解決について

#### 4.2 多様な解決から得られるものについて

#### 4.3 「一目で理解できるか」の理解とは

### 5. 見出した結果と用いた方法をふり返るとは

#### 5.1 他の問題に利用できるものについて

#### 5.2 算数教育における結果や方法を利用することができる他の問題はどのようにして作られるか

#### 5.3 新たに問題を作る方法について

### 6. 「教師に問われること」と「子ども自らが問うこと」について

#### 6.1 教師は何を問うのか

#### 6.2 教師は何のために問うのか

##### 6.2.1 ふり返るきっかけをあたえることについて

##### 6.2.2 ふり返る活動の習慣化について

##### 6.2.3 子どもの内面に教師を創造することについて

### 7. 本研究のまとめと今後の課題

#### 7.1 本研究のまとめ

#### 7.2 今後の課題

(1 ページ 40×40 行, 38 ページ)

### Ⅲ. 研究の概要

#### 1. 議論をためすとは

##### 1.1 議論とは何か

議論とは、問題を解決するに至るまでの「方法」を構成しているもの、つまり問題解決活動自体ではなく、活動を構成している骨組みのようなものであると考える。

「方法」は「議論」に依存しており、「議論」によって「方法」は変わる。「方法」だけを見て、「方法」が正しいかどうかを判断することはできない。

「方法」は「議論」によって構成されているからである。「議論」は外的に表れるものではない。内的なものであると考えられる。

議論とは、

- ・ 方法を導く「見方・考え方」
- ・ 関連する「数学的内容」
- ・ 方法の背後にある「数学的な概念・原理・法則」
- ・ 数学的な態度

が考えられる。これらをふり返ることが、本研究におけるふり返ることである。

##### 1.2 ためすとはどういうことか

###### 1.2.1 何のためにためすのか

何のためにためすのかについて、そのいくつかのものとして以下のものが考えられる。

1. 解法や結果を広い範囲に適応するため。
2. 解法や結果に一般性を持たせながら、その活用範囲を広げるため。
3. 解法や結果について、その問題だけではなく他の問題に対しても有用性や価値を見出すため。
4. 自らが導き出した解法や結果についての正答性を検証するため。

###### 1.2.2 何をためすのか

村田氏の研究において、ほかにためすことができそうなものとして方法を挙げている。しかし、私は「方法」は議論によって構成されているものと考えているため、議論の正答性を検証することが、方法の正答性について検証することにつながると考えるものである。

私は村田氏の研究から「方法」をためすことは、議論の正答性を検証することに含めるものであると考える。あえて方法を検討することを考えるならば、正答に至るに至らないに関わらず「試行錯誤」を指摘することができよう。つまり、試行錯誤のプロセスについて試すことができないかと考えた。

正答に至った手続きをためすばかりでなく、正答に至らない試行錯誤の過程で用いた手続きをふり返ることもあるであろう。なぜならば解決の過程において、正答に至ることはまれであるからである。

#### 2. 「教師に問われること」と「子ども自らが問うこと」について

##### 2.1 教師は何を問うか

子どもたちが正答に至らなかった場合、多くの子どもたちは、自分の解法がなぜうまくいかなかったのかとふり返るであろう。しかし私が重視したいのは正答に至った場合についても、もう一度子どもたちにふり返ってもらいたいのである。なぜならば一つの問題から多くのことを学んでほしいからである。

教師が子どもたちに問うことについて、一つ目としては、結果について問わなければならないであろう。例えば  $99 \times 4$  という問いについて、406 と誤った解に至った子どもについては、もう一度方法の過程に誤りがないかを問う必要があるだろう。正答に至った子どもたちにとっては結果の質問をすることよりも、なぜうまく正答に至ったのか、ということを考えさせる問いをすべきであると考ええる。

二つ目として、用いた方法や解法のもとになっている数に対する見方・考え方や概念についての質問をする必要があると考える。例えば、 $99 \times 4$  の問題を  $(100-1) \times 4$  と工夫して解法を求めた子どもには、なぜ 99 という数を  $(100-1)$  と見たのか、という問いをすることで、他の場面、例えば  $101 \times 4$  といった問題においても同様の方法を用いることができるということを気づかせたい。

「100 という数は計算しやすい」という答えを期待するのである。また、ここで  $(100-1) \times 4$  を  $400-4$  と展開することは、どのような計算の手続きを行ったのか、と問うことで手続きの確認をすることができると考ええる。

##### 2.2 教師は何のために問うのか

考えられることのいくつかとして、以下のようなものが挙げられると考える。

- 1) ふり返るきっかけをあたえるため
- 2) ふり返る活動の習慣化のため
- 3) 子どもたちの内面に教師を創造するため

##### 2.2.1 ふり返るきっかけをあたえることについて

子どもたちに正答に至るに至らないに限らず、結

果に問うことを通して子どもたちにふり返られるようにするためである。つまりこのことは、ふり返るきっかけを与えると言い換えることができよう。なぜならば多くの子どもたちは、答えに達すればふり返らないことが多いからである。結果についてふり返るきっかけを与えることによって、もし見出された答えが正答に至ってなければふり返ることを通して、その手続きの中の誤りに気づくことができよう。もし正答に至っていればふり返ることを通して、自らの答えの正答性を増すことにつながるであろう。これは自らの解法の確かめにもなる。

### 2.2.2 ふり返る活動の習慣化について

教師が一度だけ子どもたちにきっかけを与えるのではなく、他の問題においても同様に問う必要があるのではないだろうか。教師が何度もきっかけを与えることによって、子どもたちはふり返る活動を習慣化するであろう。

ただ子どもたちに問い続けるだけでは習慣化はされないであろう。子どもたちがふり返る活動のよさに気づかなければ、習慣化につながらないと考える。

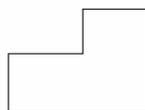
子どもたちはおそらく意図して法則などを使っていないと考えられる。なぜならば、問題を解くことを重視しているからである。教師が問うことによって、自らの解法には様々な概念や原理・法則が用いられているということ、様々な数の見方や考え方が用いられていること、また、関連する数学的内容が他に存在するということが、さらには数学的な態度が背後にあるということに気づかせる必要がある。

### 2.2.3 子どもたちの内面に教師を創造することについて

1)、2)を通して、**主体的に**自らしていること、結果が正しいのか、本当にあっているのか、という疑問が生まれる。きっかけを与えられたときのように自らに問うのである。つまり、教師の問いを自らが発することができるようになるということである。

教師は様々な視点から子どもたちにふり返る問いを与えていかなければならない。問う内容としては、G.ポリア氏の学習過程の問いが考えられるであろう。

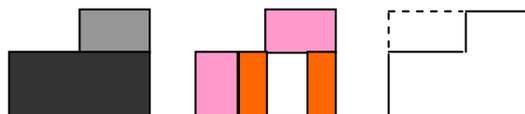
右の図に、直線を一本引いて面積を二等分せよ。という問題がある。この問題から、



各段階の問題について考えるものとする。

#### 問題を理解すること

例えば、この図形は二つの長方形で成り立っている図形と見ること。この図形は、いくつもの同じ面積を持つ長方形であると見ること。この図形は、大きな長方形から小さな長方形が欠けたものであると見ること。である。



言い換えれば、未知の問題を理解する段階における、条件は何か、を考えることは、問題を分析するということである、と言い換えることができる。つまり未知の問題を、既知の事柄によって捉えなおすことである。

#### 計画をたてること

今までに、このような図形の面積を二等分する問題を解決したことがないか、もしくは、似た形の問題を解決したことがなかったかと考える場面である。言い換えれば、現在の未知を過去には既知としていなかったか、とふり返ることであると言えよう。

また、解決の計画をたてる段階においては、類似の問題を解決する方法や、対角線の交点の性質を利用して解決の糸口を探すことでもあり、長方形やその他の図形の面積を二等分する方法を考え、それらを利用しようとするということでもある。与えられた問題自体を変えてみることも、計画を立てる段階での行為であると指摘できよう。

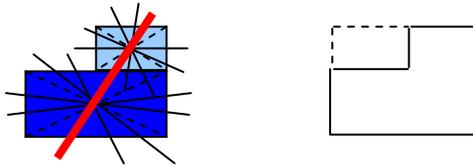
言い換えれば、問題解決のための計画をたてる段階においては、前段階で区別した未知と既知から自らの既知の考えを利用して、未知のものを解決する糸口をつかむこと等が問題を解決するための見通しを立てる段階であるといえる。

この問題においては、例えば問題の図を長方形二つと考えたならば、それぞれ一方の長方形については、対角線の交点の性質を用いて実際に面積を二等分することができるのだが、二つ同時にするには対角線の交点の性質をどのように用いたらできるのだろうか、と考える段階である。

#### 計画を実行すること

この段階は、前段階で立てた計画に即して実際に解決を遂行する段階である。例えば、与えられた図形を二つの長方形が合わさった形で捉え、対角線の交点の性質を利用した場合、二つの長方形の面積を同時に二等分する直線を対角線の交点の性質から、それぞれ別々に何本も引き、そこから

共通の直線を見つけることで問題を解決する段階である。計画を実行する段階では、先ほどの問題を解決するための計画を立てる段階で立てた計画を実行に移す場面である。しかしながら正答に至る場合はまれである。よって誤った解を導いた場合には、もう一度計画を立て直す必要がある。言い換えれば、この段階で実行される解決の様相を見れば、前段階でどのような計画を立てたのかが見ることができる。つまり、計画を実行する段階は前段階に依存する段階であるといえよう。大きな長方形から、小さな長方形が欠けたと見た場合は、解決することができない。必ずしも正答に至るとは限らないのである。



#### ふり返ってみること

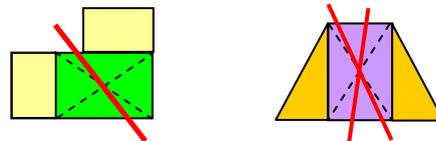
この段階は自らの解法の結果や方法、議論の対象をふり返り、同じ問題場面や、他の問題場面においても、それらを使えることができないか、と考える場面である。

また、問題を最初に解決した方法とは別に、新たな方法で問題を解決することでもある。このことは、多様な解決の中からよりよい解法を見つけるという役割を持っていることが指摘できる。新たな方法として、対角線の考えのみを用いた解法を考えることによって、どちらのほうがより手際がよく、類似の問題について幅広く活用できるか（方法の一般性）について考えることができる。さらにこの段階は、自らの結果や方法を、他の場

面において利用することができないか、と考える場面でもある。

この問題においては対角線の考えを用いた解法においては、既知の図形においても同様の考え方をを用いて、同様な問題を解決できないか、と考えることがそうであると考えられる。

ふり返る段階においては、正答に至らなかった場合だけではなく、正答に至った場合においてもふり返る必要があると考える。ふり返ることによって、結果や方法の一般化へとつながったり、自らの解法のよさについて考えたり、自らの解法の正答性を強めたりすることができることである。またふり返ることによって、新たな問題を見つけるという役割を持っていると考える。言い換えれば、ふり返ってみる段階は自らの解法の正答性を強めることのみならず、多様な解決を通してよりよい解法を見つけること、また自らの方法を一般化させることであるといえる。つまり、正答に至るに至らないに関わらず、用いた手続きを検討することでもあり、また、新たな問題を見つけるという役割をも担っている段階である。



#### 主要参考・引用文献

- ・ G.ポリア著 柿内賢信訳 (1954)「いかにして問題をとくか」
- ・ 村田和章 (2004)「問題解決における学習過程とその枠組みに関する研究」