卒業論文要約【鳥取大学数学教育研究，第 7 号，　2005】

問題解決過程における
問題意識の喚起に関する研究

飯塚　雅人
指導教官：矢部敏昭

Ⅰ．研究の目的と方法

問題意識とは問題解決に必要不可欠な要素であり、それは問題解決過程(Problem-Solving Processes)において、現在は問題把握の段階で発問によって重点的になされるとされている。しかしながら、「984÷27」という問いにおいて、教師が学習者に「商を求めよ」と問うた場合、学習者が既に割り算の筆算の方法を知っていたり、電卓を用いたりした場合、問題となりうるだろうか。この場合、問題とはなりえず、学習者自身の問題意識も喚起されないであろう。これでは算数・数学的活動の質は向上しないのではなかろうか。

そこで、本研究では、“問題意識”というものに焦点をあて、問題意識の必要性や問題意識を喚起する諸要因、学習者に与える効果などを考察していく中で、問題意識という学習者の中の見えない思考過程をどのようにして捉えていけばよいのかということを課題に設定し、自力解決を引き出すことをねらいとしたよりよい指導を考えていくものである。それにより、算数・数学的な活動の質のさらなる向上につながると考える。

研究の方法については、文献からの調査や、小学校における算数科の具体的な授業観察を通して分析していくものとした。また、本研究における問題解決過程とは G.Polya 氏の4 つの相を参考にするものとした。

Ⅱ．本論文の構成

第 1 章　問題解決過程における問題とは
　1.1　様々な「問題」の意味について
　1.2　問題となりうるための主要因と精神的な過程との関わり
第 2 章　本研究の目的と課題の設定
　2.1　本研究の目的
　2.2　本研究における課題
第 3 章　問題解決におけるノイズの役割
　3.1　ノイズとはどのようなものか
　3.2　具体的な数学の問題の中にみるノイズとその考察
第 4 章　問題解決過程における問題意識の喚起
　　～授業における学習者の問題意識～
　4.1　F 小学校における算数の授業の記録
　4.2　F 小学校の授業をうけての分析と考察
　　4.2.1　ノイズの概念からの授業分析
　　4.2.2　平均を利用した解法
　4.3　問題意識の喚起をどのようにとらえていくか
　　～授業中の児童の様相に着目して～
第 5 章　本研究のまとめと今後の課題
　5.1　本研究のまとめ
　　5.1.1　問題意識の喚起とその教育的意義
　　5.1.2　問題意識の喚起を考察した上での教育的示唆
　5.2　本研究における今後の課題

資料：G.Polya の問題解決過程
参考・引用文献
　(1 ページ 40 字×40 行, 40 ページ)

Ⅲ．研究の概要とその結果

まず、本研究の目的を達成するために以下のような課題を設定し、それを軸に研究を展開していくものとした。

①問題意識は学習者が問題をとらえる際に必要なのか、また問題意識の喚起は問題解決過程においてどのように起こり、学習者にどのような影響や効果をもたらすのか、それを分析するために、実際の算数・数学の授業を分析し、問題意識が喚起されたと思われる様相を明らかにし、算数・数学的活動の質を高めるにはどうすればよいのか考察する。

本研究では、まず「問題意識の喚起は何をもって、子どもにどのような様相がみられたときに判断するのか」ということに焦点をあてていきたい。問題意識は問題解決過程において、学習者のモチベーションを高める上で必要不可欠なものであると推測できるが、ここでは、まず「問題意識とは何か、問題意識というものをどのように判断するか」ということを授業観察や文献を通して調べる事により、問題意識自体学習において必要なものなのか、問題意識は問題解決過程のどの段階で生じ、それを学習者が持つことにより、どのような変化が起きるのかということについて分析、考察をする。その上で最終的に問題解決過程において、よりよい算数・数学的活動が展開できる学習者を育成するためにはどのようにすればよいのか考えたい。

②問題意識を喚起させるために必要な諸要因とは何か。

①の課題設定と並行して、問題意識の喚起に必要な諸要因を文献、授業分析などを通して考察していく。問題となりうるための条件、問題の定義などの諸書で調査し、よい問題となりうるのに必要な諸要因、問題を喚起するために必要な諸要因を明らかにしたい。これは、第 1 章において述べたことも含めて検討していきたい。

以上を考慮した上で研究を進めていった。その結果についてこれから述べていくものとする。

1.2 問題となりうるための主要因と精神的な過程との関わり

まず、本研究においては、「問題」とはそもそも何であるのかということに焦点を当てた。その際、文献として、「算数の問題解決の指導」(F.K.Lester 他, 1983) を参考とし、問題解決過程に影響を与える諸要因を問題意識の喚起という観点から詳しく分析した。さらに、最終的に、Lester, Henderson といった各氏の問題の定義の比較を行い問題意識の喚起に必要な諸要因について考察し、その要因を明らかにしていった。その結果が次のようなものである。

研究の結果、①興味、②障害、③試行といった 3 つの要因が相互に結びつくことによって、問題意識が喚起されるであろうきっかけとなるのではないかと考えた。

(問題意識の喚起に必要な諸要因)
①興味：解に対する欲求、目標。
②障害：妨害、解に対する手法を持ち合わせていない。
③試行：実現可能性、熟考→分析、論理的な考察をする。

4.3 問題意識の喚起をどのようにとらえていくか

第 1 章での諸要因の考察をもとに、本研究ではノイズの概念 (R.R.Skemp 1973) を考慮し、それを算数・数学的な見方や考え方を高めるのに有効ではないかということも考察した。ノイズとは「特定のコミュニケーションにとって不適切なデータ」を意味するものであり、これは算数・数学の問題の中でもときおりみられる。例として、次のような問題をあげた。この問題は、実際に F 小学校第 6 学年で行われた「平均とその利用」という単元において実施されたものである。

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81

(問題) 図のような九九表の上にそこに書かれている数だけ一円玉をおくと、全部で何枚必要になるか。その数の見つけ方を考えよう

この問題においては“平均”というものを利用して解法を導くことを教師は意図したが、学習者はそれを意図して解法を導くことができなかった。(実際には計算方法の効率化という手法を用いた。)(図 1)これは既知の算数的な知識がこの問題においてはノイズとなってしまったことによると考えられる。しかしながら、ノイズは算数・数学的活動において難易をあげるという役割だけではなく、算数・数学における抽象行為を活発にするという役割も担ってい

るのではなかろうか。ノイズの大きな問題の中から必要な条件を抽出したりするということにより、算数・数学的な見方や考え方をより一層高度にしていくという役割があると私は考えた。今回とりあげた授業の場合、既習である「効率よい計算方法の利用」という観点から「平均を利用する」という考えに移行せねばならない。よって、これらに着目させていくという過程においてもノイズは算数・数学的な活動を活発にしていくと考えられる。ノイズは教育的な価値があると考える。

p-1　まず、1 の段について考える。

1　2　3　4　⑤　6　7　8　9　・・・1 の段

あわせて 10 になる

この児童は中心の数（1 の段では 5）を軸にして左右対称に 2 つの数を組み合わせていく。その結果、1 の段では 10 となるペアが 4 組作ることが可能である。

同じように、2 の段、3 の段も中心の数（10、15）を軸にして 2 つの数を組み合わせていくことで 20、30 のペアを 4 組作っていく。

よって、式に表すと

$$\underbrace{10\times4+20\times4+30\times4+\cdots+90\times4}_{\text{1 の段から 9 の段までのペアの和}}+\underbrace{5+10+15+20+\cdots+45}_{\text{各段の中心となる数の和（5 の倍数）}}=2025$$

p-2　この児童はまず、1 の段はふつうに足し算をしてみた。

1+2+3+4+5+6+7+8+9=45

同じように、2 の段も足し算をしてみた。

2+4+6+8+10+12+14+16+18=90

ここで、この児童は 1 の段の数の和と 2 の段の数の和の結果を比較し、1 の段の数の和が 2 の段の数の和のちょうど 2 倍になっていることを発見する。そこから、3 の段の数の和は 1 の段の数の 3 倍になるのではないかという推測をした。

（1 の段の和）　（2 の段の和）　（3 の段の和）

45　$\xrightarrow{\times2}$　90　（135）

×3 になるのでは?

その後、実際に計算してみたが、推測したとおりの結果が導かれ、その結果を 4 の段、5 の段と適応していった。

よって、式は

45+90+135+180+225+270+315+360+405=2025

p-3

p-2 に分配法則を適用

45×(1+2+3+4+5+6+7+8+9)=2025

図1 平均を利用しなかった自力解決

では、ここからは、実際に問題意識の喚起をどのようにとらえていくのかについて考えていく。実際にこの授業では平均を利用した解法というものは自力解決で引き出されることはなかった。しかしながら、教師は学習者に支援を行うことで、平均というものを利用した解法というものを引き出した。このことから、私は実際に授業中に自力解決で支援によって引き出された解法と、授業では引き出されなかったが反応予測として考えられる平均を利用した解法を共に扱うことにより、問題意識の喚起というものをより深く考察していこうと試みた。

実際に一例ではあるがその解法をここで示しておきたい。

S-1-1

1 の段の平均=5、2 の段の平均=10、3 の段の平均=15、・・・と 9 の段の平均まで考える。これは各段ごとに平均を求め、「平均の値×9 マス」と、その段ごとの平均の合計を加算していく方法である。

よって、立式すると、

5×9+10×9+15×9+・・・+45×9=2025
となる。
これは右図のように表現できる。（表1 ）

表1 S-1-1 の解法を示す表

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	5	5	5	5	5	5	5	5	5
2	10	10	10	10	10	10	10	10	10
3	15	15	15	15	15	15	15	15	15
4	20	20	20	20	20	20	20	20	20
5	25	25	25	25	25	25	25	25	25
6	30	30	30	30	30	30	30	30	30
7	35	35	35	35	35	35	35	35	35
8	40	40	40	40	40	40	40	40	40
9	45	45	45	45	45	45	45	45	45

S-1-2

S-1-1 の解答に分配法則を用いた。
立式すると、 (5+10+15+20+・・・+45)×9=2025
となる。

S-1-3

S-1-1 にある表をさらに縦にみる。
すると、5、10、15、20、25、30、35、40、45 となっており、この表を縦にみた場合の平均は 25 であるとわかる。
よって、（縦の平均）×（9 マス“行ごとのマスの数”）×（9 列）となり、
立式すると、(25×9)×9=2025 となる。

図で説明すると右図のようになる。（表2 ）

表2 S-1-3 の解法を示す表

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	5	5	5	5	5	5	5	5	5
2	10	10	10	10	10	10	10	10	10
3	15	15	15	15	15	15	15	15	15
4	20	20	20	20	20	20	20	20	20
縦の平均⇒ 5	25	25	25	25	25	25	25	25	25
6	30	30	30	30	30	30	30	30	30
7	35	35	35	35	35	35	35	35	35
8	40	40	40	40	40	40	40	40	40
9	45	45	45	45	45	45	45	45	45

9 列分同じものがある。

S-1-3'

S-1-3 とよく似ているが、九九表を縦と横の両方からみることで、全体の平均を求めた上で計算する。

立式すると、

25×81=2025

となる。

これを右図のように表すことができる。（表3 ）

表3　S-1-3'の解法を示す表

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	25	25	25	25	25	25	25	25	25
2	25	25	25	25	25	25	25	25	25
3	25	25	25	25	25	25	25	25	25
4	25	25	25	25	25	25	25	25	25
5	25	25	25	25	25	25	25	25	25
6	25	25	25	25	25	25	25	25	25
7	25	25	25	25	25	25	25	25	25
8	25	25	25	25	25	25	25	25	25
9	25	25	25	25	25	25	25	25	25

そして、実際に考察した結果、児童の精神的な活動の連続によって、算数的活動の連鎖が起こるということがみてとれた。これこそが、私が本研究の課題の一つとしていた、「問題意識の喚起をどうとらえるか」という問いに対する一つの解釈である。つまり、問題意識の喚起とは、算数・数学的な活動の連鎖ととらえることができるといえないだろうか。ある障害や興味が学習者自身に起こった場合、何とかしてその問題を解決しようと、既習事項に着目したり、自らが用いた手続きを振り返ったり、解の検討をしたり、図や表を用いて表現したりといったことが算数・数学的活動として出てくるであろう。その学習者の自らに対する問いかけ（疑問）の連続こそが問題意識の喚起ということにならないだろうか。私は授業分析を行った上でそのような結論を導いた。

さらにここで、この学習者の自らに対する問いかけ（疑問）という観点からもう少し深くまで言及したい。次ページ図 2 において、児童の精神的活動における疑問を灰色の枠内で示したのだが、ここで、私はこの図をみていただければわかるように、濃い灰色の枠と薄い灰色の枠と 2 種類に分類させてもらった。なぜこのように分類したのか、それは学習者自身が疑問を問いかけている対象が異なるのではないかと考えたからである。

まず、薄い灰色の枠内であるが、このときの問いかける対象は「提示された問題」であり、その問題と学習者自身における既習の知識などとの関係を自己内の対話で結び付けていると考えられる。つまり、これは「問題との自己内対話」ということができる。

次に、濃い灰色の枠内について考えてみたい、図より教師が支援1 を施すことによって、新たな算数的な活動へと連鎖していったのは明らかである。では、この支援1 というものは、先ほどの薄い灰色で示した精神的活動のように、再び「問題に対して自らに問いかけてみなさい」という目的のためになされたものであろうか。私は、その対象は支援前のものとは異なり、問題ではないとし、その対象は「自らが用いた手続き（算数的活動）」であると考える。つまり、学習者自身が行ってきた算数的活動を振り返り、「これでいいのか、この解は正しいのか」などと試行錯誤する中で次なる算数的活動へと移っていく過程で生まれた精神的活動が濃い灰色の枠内のものであると考える。よって、これは「学習者自らが解決に用いた手続きに対する自己内対話」ということができる。

このように、問題意識の喚起を算数・数学的活動の連鎖ととらえると、その連鎖の過程における学習者自身の精神的な活動（自らに対する問いかけ）も質の異なる場合があるのではないかという新たな見方が可能となる。そのように考えた場合、教師の支援についても、これらの精神的な活動に柔軟に対応しなければならないのではなかろうか。問題意識の喚起を考える上で様々な観点が生まれた。

このことにより、問題意識を顕在的に学習者の様相からとらえることが可能となり、教師の支援もその学習者の自己内対話によりそったものであることが算数・数学的な活動の質を高めていくことに有用であると教育的示唆をするに本研究では至った。

今後の課題としては、問題意識の喚起とその主要因との関連についてさらに分析をしたいと考える。

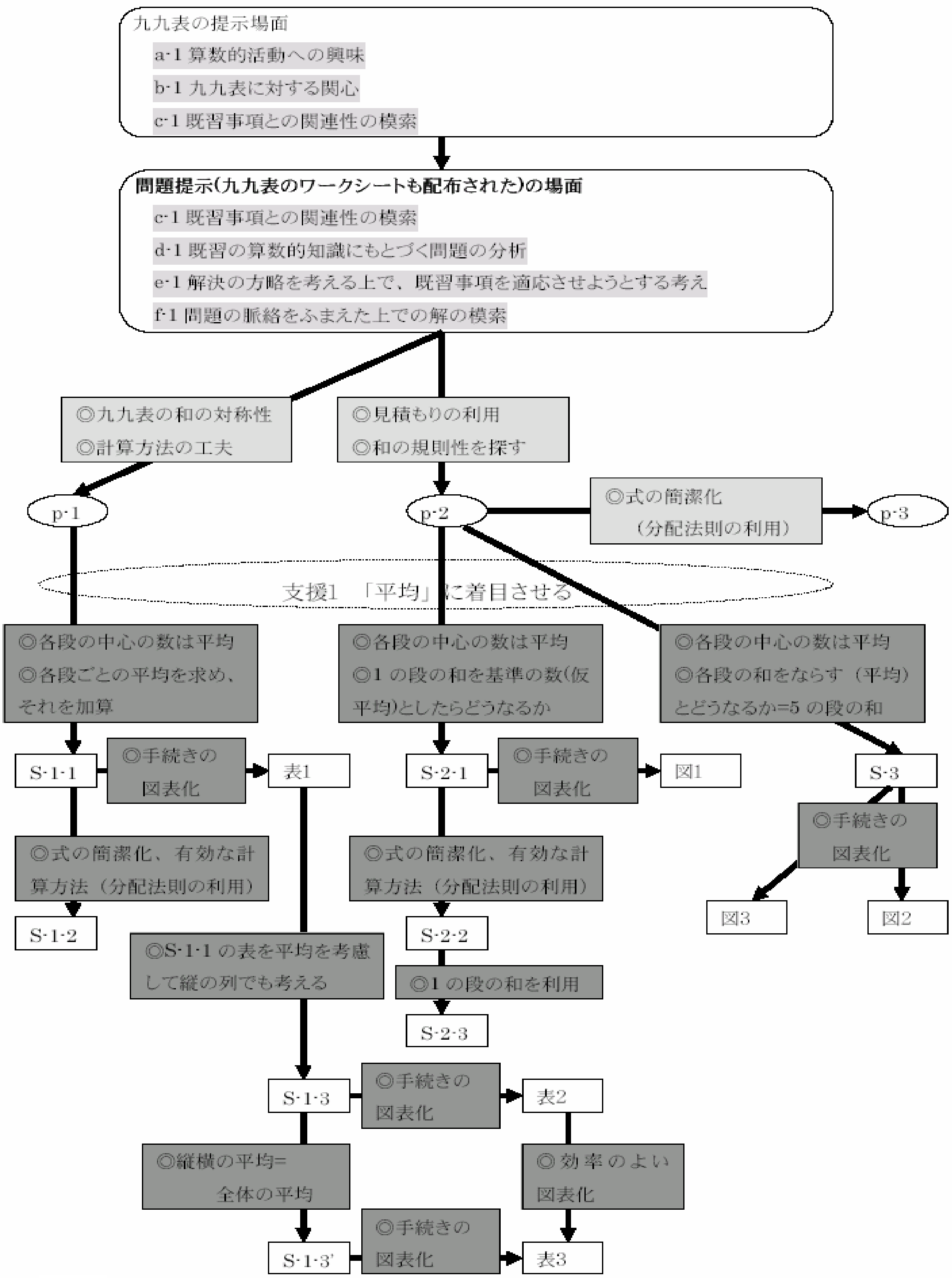

図2 **Ⅳ．２．２で扱った解法が自力解決で引き出されたと仮定した場合の児童の精神的過程**

(灰色の枠内が児童の精神的活動における疑問)

＜主要引用・参考文献＞

・F.K.Lester 他 (1983)
算数の問題解決の指導　金子書房

・R.R.Skenp　(1973)
数学学習の心理学　信曜社

・溝口達也　(2003)
問題解決と評価―算数・数学教育論―
西日本法規出版

・G.Polya　(1954)
いかにして問題をとくか　丸善