修士論文要約【鳥取大学数学教育研究，第6号，2004】

数学的問題解決における Intuitive Rule の同定

Identification of Intuitive Rule in Mathematical Problem Solving：“0 is nothing”

松岡　由布子

指導教官：溝口達也

I.　研究の目的と方法

（研究の動機）

数学の問題解決場面において，教師が予想しない反応を子どもが示すことがある。また，ある課題に対して誤った解答について，何か確信をもってその誤りを正しいとすることがあり，その誤りを指摘しても他の異なる場面において，まだなお同じ誤りを繰り返す傾向がみられる子どもがいる。例えば，次のような問題解決場面において，以下の誤りがしばしば確認される。

> [問] ある商品の定価を，原価の 20%の利益を期待して設定したが，全く売れなかったため，バーゲンセールで定価の 20%引きで再度売り出すことにした。
> 損益はどのようになるだろうか。
>
> ―― 原価の 20%を足して，次に同じ 20%を引くのだから，差し引きすると損益はちょうど 0 になる。

このような反応の表出は特定の内容領域に限られず，また学年にともなって全く消失してしまうということはない。

では，特定の内容領域に限られないこのような反応や確信の要因として何が考えられ得るか。

Fischbein(1999)は，「現象に対する人の直観的理解は，多くの場合科学的解釈とは異なっている。そしてこの直観的理解は暗黙的であれ公然的であれ，確かに存在して」(p.14)おり，科学と数学におけるコンセプションの多くが直観的であるとし，しかし「客観的事実と直観的解釈は完全には区別され得ない」(p.13)と述べている。

このことから，特定の内容領域に限られない課題に対する反応を，直観的理解に起因するものとして捉えると，課題に対して特に誤った解決を導く際に影響している要因や，繰り返される誤りの要因を，特定の内容領域や学年に限らないで同定することが期待し得る。

（研究の目的と方法）

これまでの数学的問題解決場面における生徒の誤りに関する我が国の研究は，「つまずき」と称して議論されることがその多くであり，それらは特定の内容領域における概念やミスコンセプションを想定したものである。例えば，数と式領域における生徒の誤りはその内容領域固有の概念やミスコンセプション，また学習内容に対する理解の不十分さが原因であるといったように，課題に対する生徒の反応に表出している誤りについての解釈と，その誤りに対する支援についての考察が特定の内容領域に限られたかたちで為されている。これらのアプローチは，特定の内容領域における特定の課題に対する生徒の誤りの起因を明らかにし，さらにそれらに対する教育的手立てを特定することを目的としており，領域に依存した，教材レベルでの支援のあり方を問うものである。

このようなアプローチによると，生徒の示す様々な誤りに対してそれぞれの手立てを用意する必要がある。つまり，ある誤りについてはそれに対応する手立てを，またある誤りについては別の手立てを，といったように，領域ごと，さらには課題ごとに誤りに対する起因を特定していかなければならないのである。しかし一方で，表出している反応を，特定の領域における概念やミスコンセプション，不十分な理解によって引き出された誤りとする従来の方法だけでは，十分に解釈し得ない反応が表出する問題解決場面がある。そのような反応，換言すると，問題解決場面における判断に影響している生徒の本来の直観的な容認に対しては，領域に依存した手立てでは解決し得ない。このような誤りに対しては，特定の領域内の誤りとして一時的に応急的に修正するのではなく，誤りをその根源から科学的に解釈し，意図的な計画的な教育的介入を行うことが必要

である。

そこで本研究では，Stavy と Tirosh の提唱する intuitive rule の視点から，生徒の誤りの起源を共通領域における生徒の本来ある直観的な容認(直観力／本能的な判断力)として捉え，これまでは無計画に調整が行われてきたであろう生徒の本来ある直観的な容認に対して，intuitive rule を生徒に意識化させ，その克服を支援するといった意図的な介入への示唆を目的とする。

Tirosh ら(2000)は，「研究者と教師が，科学と数学における特有の場面に対する生徒たちの不適切なリアクションを予測することを可能にさせるべき」だとし，生徒たちの課題に対する反応を予測し，説明するための理論として，intuitive rule の理論を提案している。彼らは直観的な推論の特徴をもつとする intuitive rule の働きから，科学や数学の課題解決における誤った理解(mis-understunding)について考察を行っており，その中で intuitive rule は特定の内容領域に関わらず様々な課題解決の際に行われる判断に頻繁に適用されていると述べている。また，彼らは intuitive rule の理論を用いた数学教育の改善を示唆しており，それは生徒たちに対して intuitive rule の克服をいかに支援していくかというものである。

これを受けて本研究では，問題解決場面において影響を与え判断基準となっている要因について，intuitive rule の視点から捉えることで，特定の内容領域に限られない広い範囲において生徒の反応の要因を教師が予測可能となることを期待する。さらに，このような生徒の反応や返答に対して，適切な学習支援を行っていく一つの示唆を与えられることが続けて期待される。

II.　論文の構成

（1 ページ 35 字×30 行，74 ページ）

III.　研究の概容

3.1 Fischbein に基づく本研究における「直観」

ここで，本研究における「直観(的)」については，直観についてその機能や起源に基づいていくつかに分類しているFischbein(1987)の直観に依ることとする。Fischbein は機能に基づく分類のうちの一つに，自明，確信，自己一貫として容認される様々な事実に対する解釈や概念作用として，肯定的直観(affirmatory intuitions)を示しており，特定の文化において共通して形成されるものであったり，生活・活動によって個々に獲得される解釈であったりするとしている。また，起源に基づいては，一次的直観(primary intuitions)と二次的直観(secondary intuition)の2 つに分類しており，前者は全ての人の経験に基づいて発達するもの(ただし文化的差異に影響される)，後者は自然な経験ではなく，教育的介入を通じて獲得されるものとしている。このようなFischbein の示す直観をもとに，本研究におけるintuitive rule を直観的反応の背後に共通するものとして位置づける。

（以上，第2 章）

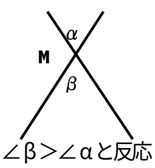
3.2　Stavy, Tirosh の提唱する intuitive rule

科学的に無関係な様々な課題に対して，子どもたちが同じタイプの反応を示すという事実から，Tirosh らはそのような同じタイプの反応を引き出した課題の共通点を，科学的内容ではなく課題の外的な特徴にあると指摘した。また，課題の外的な特徴によって引き出されたとされる同じタイプの反応を，直観的な反応であるとし，これらの反応の背後に共通するものをintuitive rule としている。彼らの理論の前提には，人の反応が科学的枠組みや概念よりも，しばしば主に無関係な外的要因に頼ったものであり，このことを容認することは難しいということが挙げられる。

Tirosh らによると，これまでに以下の 3 つのintuitive rule が確認されている。

―“More A-More B”

異なる2 つの対象の量$B(B_1=B_2$または$B_1<B_2)$の比較課題において，比較には無関係な量$A(A_1>A_2)$に基づいて直観的に$B_1>B_2$と誤った反応を促すintuitive rule



∠αと∠βの比較において，∠βを成す線分は∠αを成す線分よりも長いことから，

∠β>∠αと反応

“More A(線分の長さ)-More B(角の大きさ)”

$\frac{4}{6}$ □ $\frac{2}{3}$

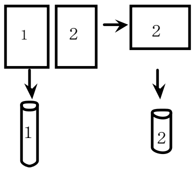
分数の大小比較において，分母分子それぞれ,4 は 2 よりも 6 は 3よりも大きいことから,

$\frac{4}{6}>\frac{2}{3}$ と反応

“More A(分母分子の大きさ)-More B(分数の大きさ)”

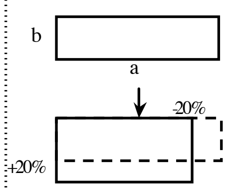
―“Same A-Same B”

異なる2 つの対象の量B $(B_1\neq B_2)$の比較課題において，比較には無関係な量$A(A_1=A_2)$に基づいて直観的に$B_1=B_2$と誤った反応を促すintuitive rule



同等の紙をまるめてつくった 2 つの円柱の体積の比較において，紙の面積が等しいことから，円柱 1 と円柱 2 の体積は等しいと反応

“Same A(面積)-Same B(体積)”



辺 a の長さを 20%短くし辺b の長さを 20%長くしたときの，もとの長方形と変形後の長方形の周囲の長さの比較において，増減の割合が等しいことから，周囲の長さは等しいと反応

“Same A(増減の割合)-Same B(周囲の長さ)”

―“Everything can be divided”

対象の連続分割課題や連続減少課題において，主題領域(数学，物理科学，生化学)に関わらず，有限を想定した反応よりも無限を想定した反応を促すintuitive rule

「ある線分を 2 等分し，その半分のうちの 1 つをさらに 2 等分する。このように 2 等分し続ける。この手続きに終わりはあるか」という課題において，無限を想定する(点も分割することができる)ことから，手続きに終わりはないと反応

「銅線」の連続 2 等分割の課題において，無限を想定する(原子も分割することができる)ことから，手続きに終わりはないと反応

“Everything (線分，銅線…) can be divided”

（以上，第3 章第1 節）

3.3　intuitive ruleの克服

生徒の本来ある直観的な容認(直観力／本能的な判断力)や様々な経験や認識を根源とする，直観的な判断力は自然なかたちで人の潜在意識の中に潜んでおり，獲得された知識に匹敵する効力をもつ。その結果，直観的な判断力は，従来の学校における学習指導(formal instruction)に勝ってしばしば誤った反応を導くというように，そのような学習指導によって獲得された知識を越えて適用される。このことは直観的な反応を導くintuitive ruleにおいても同様にいえる。しかし，年齢や指導にともない知識の多くが発達し強固されることによって，生徒たちはintuitive ruleの適応範囲と適用の境界に気づくようになるが，様々な他の状況において，非常に強い効力をもつintuitive ruleの影響は完全にはなくならない。また問題解決場面において，それまでに獲得された知識を用いるとともに，intuitive rule の理論で解釈され得るような直観的な容認の影響によって解決の方向へ至るといった，intuitive rule が問題解決において効果的な影響を与えるということも起り得る。さらに，数学教育の一般的な目標の一つとして，生徒たちの批判的な思考(critical thinking)の支援が挙げられるが，このように生徒たちが考えを批判的に確認し，自身の疑問を常にもつことを支援することは，intuitive rule の効力を容認し克服することに相通ずる。

以上述べたように，本来ある直観的な容認として存在し続け，学習指導によって既に獲得された知識に反して直観的な反応を導く intuitive rule は決して消失してしまうことはなく，問題解決場面において様々なかたちで影響を与えている。だからこそ，課題に対する反応において強い効力を示し潜在意識に存在しているものとしてintuitive rule を容認し，克服していくべきである。

(以上，第3 章第2 節)

3.4　我が国の数学教育における意義

intuitive rule の理論を展開する中で，Tirosh らは代替的コンセプション（alternative conception）と表された多くの反応は，様々な共通したintuitive rule から発展すると解釈され得るとしている。代替的コンセプションは，ある同じ現象を説明するための概念が，異なった文化的な背景のもとでそれぞれ異なった形で形成されることを意味しており，このような代替的コンセプションの発展源となるのが intuitive rule である。そして，文化的背景を含む代替的コンセプションの発展源であるintuitive rule や，外的な特徴によって活性化されるintuitive rule によって引き出された反応においても，同様にそのような文化的背景が影響していると考えられる。また，特定の文化や日常経験の影響を受けて形成されたり，教育的介入を通じて獲得されたりといった直観との関連性からも，intuitive rule における文化的背景の影響の存在は否定できない。

このような代替的コンセプションや直観における文化的背景の影響の関連性から，問題解決場面で表出する様々な反応について，その反応がある特定の文化固有のものとして捉えることができる。

Tirosh らはイスラエルの子どもたちを対象とした調査により上記の3 つのintuitive rule を同定しており，そのうちの“More A-More B”と“Same A-Same B”については我が国においてもその存在が確認されている(岡花, 2002)が, 文化的背景をもつintuitive rule について，イスラエルとは異なる日本の文化的背景において新たにどのようなintuitive rule が同定し得るのか，また教授においてはintuitive rule を考慮した支援のあり方とはどのようなものであるのか，検討すべきである。

(以上，第3 章第3 節)

3.5　intuitive rule を用いた事例の考察

―intuitive rule“0 は無である”―

先行研究によって，これまでに3 つのintuitive rule が同定されてきたが，本研究においては我が国の文化的背景のもとに形成されているであろう代替的コンセプションの存在を仮定し，その発展源であるintuitive rule を新たに同定するために，実際に，我が国の数学教育における問題解決場面ではどのような反応が確認されるのか，またそれらの反応に対して，従来成されてきた，特定の内容領域におけるコンセプションや概念，内容の理解の不十分さから生じる反応として捉える解釈ではなく，intuitive rule の理論を用いることによりいかに新たな解釈が成し得るか，事例を用いて考察を行った。

3.5.1 「数と式」領域における事例から

式の計算において，次のような誤りがしばしば確認される。

> **(i)** $\mathbf{n+0=n}$　　$\mathbf{n\times 0=n}$
>
> **(ii)** $\dfrac{a}{a}=\mathbf{0}$

これらの誤りを領域固有の概念に照らしてみると，次の点からそれぞれ解釈される。

> (i)0 を含む加法と乗法の混同について
>
> (ii) 分数の約分，または除法について

しかし，これらの課題における共通の特徴である“0”についてこれらの誤りを照らしてみると，上記と

は異なった解釈がし得る。

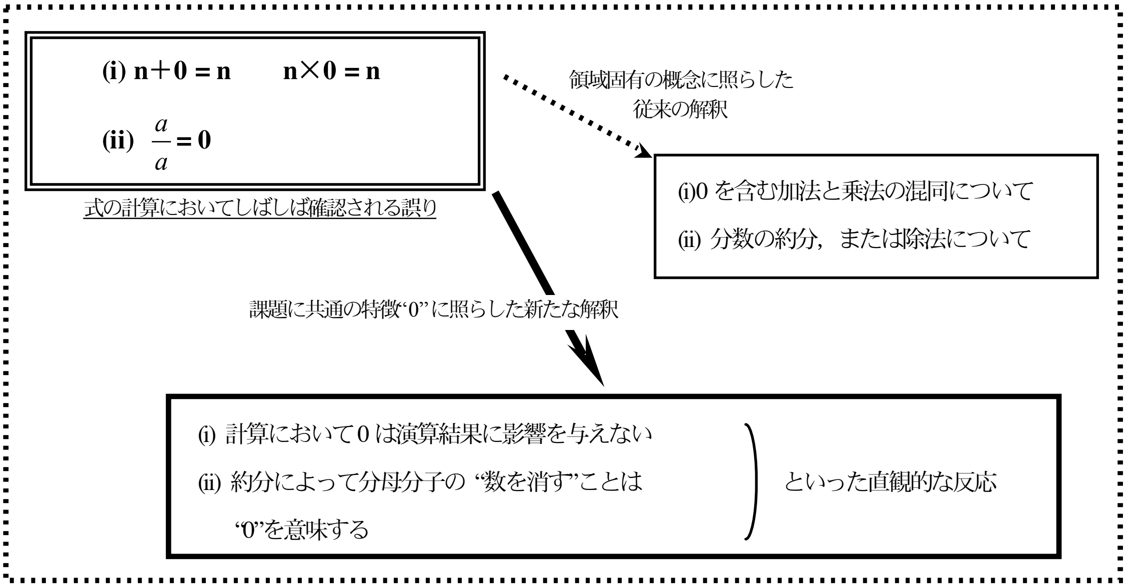
(i)計算において0は演算結果に影響を与えない
(ii)約分によって分母分子の “数を消す”ことは“0”を意味する

これらの課題の共通の特徴は“0”であるが，ここでの“0”の示す意味として，“影響を与えないという無”，もしくは “存在しない(消えている)という無” が挙げられる。そして，これらの課題において“0 は無である”という直観的な反応が引き出されていることがうかがえる。

このような直観的な反応は自明であり，また課題に無関係な外的な要因に頼っていることから intuitive rule の特徴をもっているといえる。さらに「intuitive rule は自信と忍耐をともなって使用され(それと矛盾した正規の学習(formal learning)に関わらずしばしば存続している)，包括的な属性(attributes)(異なる状況においてそれを適用する傾向にある)と威圧(coerciveness)(代替は受諾し得ないとして除外される)をもつ」(Stavy & Tirosh,2000)ことから，直観的な推論における intuitive rule の非常に強い効力をうかがうことができる。

また，直観的な反応を導く個々の様々な経験や認識を特定したり統制したりすることは不可能ではあるが，それらから発生するであろう個々がもつ共通認識は，実際に表出する直観的な反応の中に intuitive rule の視点からみることができる。

では“0 は無である”という直観的な反応の中の共通認識はどのようなものだろうか。“0”の一般的な意味合いとして“零：数えるべきものが一つもないこと，まったく空であること，から(広辞苑第二版)”，“ゼロ：全く無いこと，差し引いて何も残らないこと，皆無(同上)”がある。数の意味合いとしては，例えば十進位取り記数法において“0：それぞれの位を単位とする数が存在しないときに記入する数”とされている。 “0”に対するこのような共通認識に基づいて，“0 は無である”という直観的な反応が引き出されているとすれば，このような直観的な反応は「数と式」領域に限られたものではなく，他の領域においても“0”を外的な要因として含む課題であれば，“0 は無である”という直観的な反応は引き出され得ることが予想される。



3.5.2 「関数」領域における事例から

関数 y = 2x について，x のそれぞれの値に対応する y の値を求め，次に示す空欄に書き入れるという学習場面において，実際に確認された生徒の反応を事例として，“0”に関する直観的な反応の存在を仮定することにする。

x	…	-3	-2	-1	0	1	2	3	…
y	…								…

比例の式である y = 2x について，x ，y のそれぞれ対応する値を求めるために，表に示されている x の値を適宜 y = 2x の式に代入し，y の値を求め，表を完成させていく中に，次のように表に書き入れた生徒が確認された。

x	…	-3	-2	-1	0	1	2	3	…
y	…	-6	-4	-2	☒	2	4	6	…

表の中のx = 0に対応するy の値を書き入れる空欄には×印があった。そこで，この生徒に，なぜ×印を書き入れたのかをたずねた。以下がそのときのやり取りである。

T：なんでここの欄は×なの？
S：だって，ないから
T：ないって？
S：ない
T：x = 1，x = 2 とか, そういうときは(y の値が)あるけど…
x = 0 のときは？
S：ない
T：2×0 (のときのy の値)はないの？
S：0 だけど(0 になるけど)ない
T：“0”っていう値はあるんだよ
S：…

この生徒は, y = 2x の式に, 表に示されているx の値を次々と代入し，それに対応するy の値を，x = 0以外の他の値においては求めることができている。y = 2x の式に，x の値を代入することで対応するy の値を求めることができるということも理解されている。しかし，なぜ，x = 0 のときのy の値については「ない」という判断を下したのであろうか。

次時の学習内容である反比例においても同様に，与えられた式から x のそれぞれの値に対応する y の値を求め，表の空欄に書き入れるよう，教科書には示されているが，反比例の表においては，あらかじめx = 0 のときのy の値の欄には×印が書き込まれた，以下に示すような表を用いている。そのような反比例の表との類似による混同から，比例における表にもx = 0 のときのy の値の欄には×印を書き込んだと解釈することもできる。

x	…	-3	-2	-1	0	1	2	3	…
y	…				☒				…

しかし，生徒とのやり取りの中に，x = 0 のときのy の値を，y = 2x の式にx = 0 の値を代入することによって求めていることをみることができる。そのようにして，x = 0 に対応する y の値を求めることができているにも関わらず，y の値の存在を否定していることについては，上で述べたような反比例との混同による誤りとは十分に解釈し得ない。生徒の「0 だけど(0 になるけど)ない」という発言は，“0は存在していない”という直観的な反応から引き出されたものであることは自明である。このことから，“0”となる y の値を表に示す，表すということに対して，×印を用いることにより，その値の存在を示すことを否定していることについて，“0 は存在していない”，“0 は無である”という直観的な反応が引き出されていると解釈し得る。

以上，「数と式」，「関数」領域のいくつかの事例をもとに考察において，“0”を外的な要因として含む課題において確認される誤りを“0 は無である”という直観的な反応から引き出されたものとして，従来とは異なる解釈を試み，新たにintuitive rule“0 は無である”を同定するに至った。さらに，二次方程式の例題において，その妥当性の吟味を行った。

3.5.3　二次方程式の例題

$$\mathbf{x^2 - 6x = 0}$$
$$\mathbf{x(x-6) = 0 \qquad x = 6}$$

二次方程式の解を求める課題において，上記のような誤りがしばしば確認される。このような誤りは通常，領域固有の問題として，二次方程式に対する理解の不十分さから生じる誤りとして解釈される。例えば，式変形後の「x(x－6)＝0」において，「(x－6)=0」への着目のみに終始してしまいもう一方の方程式である「x=0」へ注意が向かないということが, 誤りに対する解釈の一つとして挙げられる。また，「(x－6)=0」については方程式として認められるが，「x=0」については解を求めるための方程式として認められないということも，解釈の一つである。しかしここで，先に仮定したintuitive rule“0は無である”の視点からこの誤りを考察すると，解 x=0 に注意が向かなかったために生じた誤りといった従来の解釈とは異なり，解 x=0，6 を導いているにも関わらず生じた誤りとして，捉えることができる。

解x=0，6 を導いているにも関わらず，解はx=6のみであるとする誤りをintuitive rule“0 は無である”を用いると次のように解釈し得る :“x=0 という解は解として存在しない”といった直観的な反応である。

以前, 筆者が実際に関わった場面なのだが，どちらか一方の解が 0 になる連立方程式(二元一次方程式)の解を求めるといった次に示すような場面で, ある生徒が一方の解(0 以外の整数)を求めたところ, もう一方の解が0 になることに気づき，「これ(解)は0でいいのか」と確認を求めてきた。

$$\begin{cases} -3x + 4y = 6 & \cdots\cdots\ (1) \\ 9x - 8y = -18 & \cdots\cdots\ (2) \end{cases}$$

$$\begin{array}{lrl} (1)\times 2 - (2) & & \\ \quad -6x + 8y = 12 & & x = -2 \text{ を}(1)\text{に代入} \\ \underline{+)\quad 9x - 8y = -18} & & -3\times(-2) + 4y = 6 \\ \quad 3x \quad = -6 & & 6 + 4y = 6 \\ \quad\quad x = -2 & & 4y = 0 \\ & & y = \ ? \end{array}$$

また,同じ連立方程式の解を求める場面において,加減法を用いて一方の文字の係数をそろえ解を求めようとしたところ，右辺の項が符号の異なる絶対値の等しい数になったために，右辺の値を求めることができず，「この場合はどうすればよいのか」とたずねてくる生徒がいた。あるいは，そのような求められない右辺の値から自身の計算間違いを疑ったのであろうか，手順を変え，もう一方の文字の係数をそろえ，再び解を求めようとする生徒もみられた。

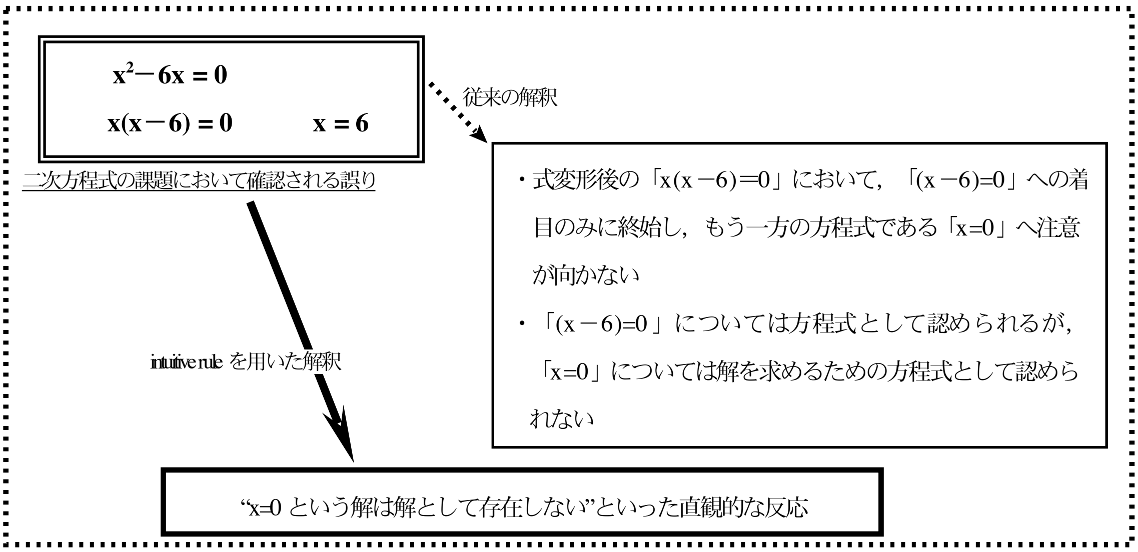
このとき初めて解が0になるような連立方程式に遭遇したために生じた疑問とみることもできるが，解が0になることを導いているにも関わらず，それを解として認めることに抵抗があったと捉えることができる。それは，0 は解として成立するのかという疑いや，成立が疑わしい0を解とすることへの抵抗であり，“解 0”に対して，その存在を疑うという反応は，“解0 は解として存在しない”という直観的な反応であると解釈し得る。

$$\begin{cases} -3x + 4y = 6 & \cdots\cdots\ (1) \\ 9x - 8y = -18 & \cdots\cdots\ (2) \end{cases}$$

$$\begin{array}{l} (1)\times 3 - (2) \\ \quad -9x + 12y = 18 \\ \underline{+)\quad 9x - 8y = -18} \\ \quad\quad\quad 4y = \ ? \end{array}$$

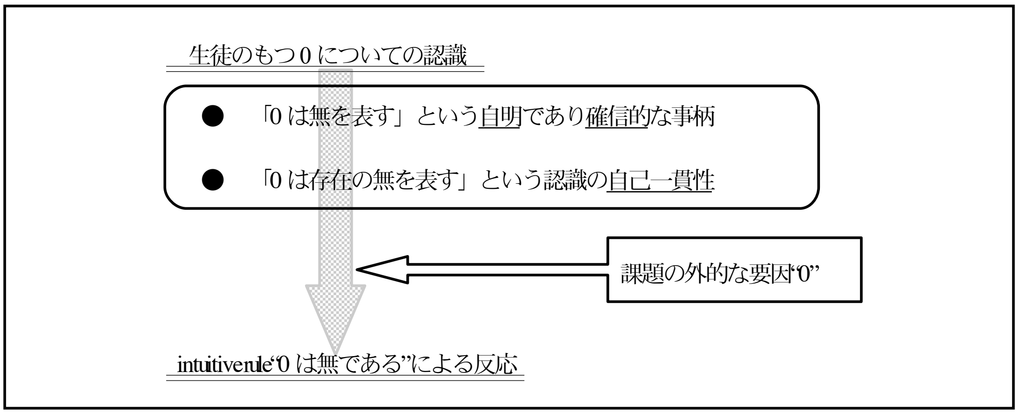
このように，連立方程式の課題において，“解 0”に対して“解として存在しない”という直観的な反応をみることができるのだが，上記の二次方程式の課題においても同じような直観的な反応が確認されることから，intuitive rule“0は無である”の存在がさらに明らかにされる。

このようなintuitive ruleを用いた解釈によると，誤りの根源について，従来考えられてきたような内容領域の理解の不十分さによるものではなく，生徒の本来ある直観的な容認(直観力／本能的な判断力)によるものとして捉えることができる。その結果，表出している誤りに対して従来成されてきた教育的手立ての再考が必要となる。



このようなintuitive ruleを用いた解釈によると，誤りの根源について，従来考えられてきたような内容領域の理解の不十分さによるものではなく，生徒の本来ある直観的な容認(直観力／本能的な判断力)によるものとして捉えることができ，その結果，表出している誤りに対して従来成されてきた教育的手立ての再考が必要となることが示された。

また，intuitive rule“0は無である”の同定について，我が国の文化的背景のもとに形成されているであろう生徒の0についての認識と，Fischbeinの自明，確信，自己一貫といった直観に示される特性から定め得るとした。



生徒の0についての認識と，同定基準となる自明，確信，自己一貫

(以上，第4章)

3.6　intuitive ruleを用いた支援

intuitive ruleの理論を用いることで，これまで，一時的，応急的に対処されてきたであろう生徒の誤りを捉え直し，誤りの背景にある克服すべき本来ある直観的な容認を認識することを促すことができる。直観的な反応やそれらを導くintuitive ruleにおいてもその効力を完全には制御することはできないし，そのように否定的なものとして捉えることは決して望ましいことではない。そこで，intuitive ruleの克服は生徒自身に認識され，自ら克服していくことが望ましいが，このような活動を教師が支援するためにはまず教師自身がintuitive ruleの効力を認識し，克服の価値を見出さなければならない。intuitive ruleの効力を認識しその克服を支援する立場の教師が，領域固有の誤りとしてだけではなく共通領域において解釈され得る誤りとして容認していくことで，特定領域に限られず表出する誤りにみられる一貫性によって，複数領域における誤りを予測することが指導において可能となる。また，根本的なintuitive ruleの克服とは，生徒自身がintuitive ruleの効力を意識しながら，考えを批判的に確認し，自身の疑問を常にもつことであり，したがってintuitive ruleの克服に対する支援は，そのように生徒の意識レベルでのあり方を問うことになる。

本研究において新たに同定されたintuitive rule“0は無である”の克服に対する支援のあり方としては，生徒たちのもつ0についての認識について，我が国の文化的背景と照らし合わせて捉える必要がある。0についての認識は，Fischbeinの一次的直観と二次的直観の視点から，自然な経験によるものと，教育的介入によるものとに分類することができ，なかでも教育的介入である学校数学における0についての指導については，生徒の0についての認識の形成に与える影響と，その認識とintuitive rule“0は無である”との関係を考慮する必然性が生じる：学校数学における教育的介入と日常生活における経験によって形成された0についての認識と，0を含む課題に対する反応に表われるintuitive rule“0は無である”との強い関係が指摘され得た。したがって，intuitive rule“0は無である”を導くであろう生徒の0についての認識に対し，教師自身が教育的介入によってその形成を助長しているということと，形成された0についての認識によって，0を含む課題においていつでもintuitive rule“0は無である”は導かれ得るということを，教師自身がまず自覚することがintuitive rule“0は無である”の克服に対する支援にとって重要となる。

(以上，第5章)

IV.　研究の結果

本研究では，StavyとTiroshの提唱するintuitive ruleの視点から，生徒の誤りの起源であり，問題解決場面において影響を与え判断基準となっている要因を共通領域における生徒の本来ある直観的な容認(直観力／本能的な判断力)として捉え，我が国において新たに同定し得るintuitive rule“0は無である”の存在の可能性を確認した。

この新たなintuitive ruleの存在は我が国のみに限られず，異なる文化的背景をもつ他国においても存在し得るかもしれない。しかし本研究は，我が国に限った独自のintuitive ruleの同定を目的とするよりも，我が国の文化を背景としたときにその影響を受けていると考えられ得るintuitive ruleを同定することを狙ったものである。

我が国において実際に表出している生徒の誤りに対して，これまで無計画に調整が行われてきたであろう生徒の本来ある直観的な容認をintuitive ruleの理論を用いると解釈し得ること，そしてintuitive ruleの理論を用いることで共通領域において表出するであろう生徒の誤りを予測することが可能となることが示された。

直観的な推論の特徴をもち，課題の外的な特徴によって活性化されるintuitive ruleは，問題解決の際に行われる判断に頻繁に適用されており，その効力は従来の学校における学習指導(formal instruction)の後も完全に消失してしまうということはない。したがって本研究では，生徒の誤りに対して，特定の内容領域に限られた概念やミスコンセプションを想定した支援のあり方を提起するのではなく，生徒自身がintuitive ruleの効力を認識し克服していけるような支援のあり方を提起した。

V. 残された課題

直観的な反応を促すintuitive ruleについて，我が国の文化的背景において新たに同定し得る intuitive ruleを「数と式」，「関数」領域から見出すことができたが，他の領域においては未確認である。

“0 は無である” という直観的な反応を導くintuitive ruleの根源には，“0”に対する共通認識の存在が無くてはならないが，明示することはできていない。また，直観的な反応は自明であることからintuitive ruleの同定に至ったが，同定基準や同定手続きにおいて，更なる追究をする必要がある。

先行研究によって，intuitive ruleの克服を促すような支援のあり方はいくつか示されているが(teaching by analogy, conflict teaching approach, attention to relevant variables)，実際に我が国の数学教育において，どのような支援のあり方が望ましいか，特に本研究で新たに同定され得たintuitive rule“0 は無である”を克服するための支援のあり方をより詳細に検討していくことが今後追究していくべき課題である。

VI. 主要引用・参考文献

・Ruth Stavy and Dina Tirosh. (2000). *How Students (Mis-)Understand science and Mathematics INTUITIVE RULES*

・Efraim Fischbein. (1987). *Intuitition in science and mathematics: An educational approach,* D. Reidel, Dordrecht, The Netherlands. pp.3-14., pp.57-71.

・Efraim Fischbein. (1999). *Intuitions And Schemata In Mathematical Reasoning.* Educational Studies in Mathematics, 38. pp.11-15.

・Dina Tirosh, Ruth Stavy, and Pessia Tsamir. (2001). *Using the Intuitive Rules Theory as a Basis for Educating Teachers.* Making Sense of Mathematics Teacher Education, pp.73-85.

・ウエスト/パインズ. 進藤公夫監訳. (1994). *認知構造と概念転換 Cognitive Structure and Conceptual Change.(1985).* 東洋館出版社. pp.192-201.

・岡花和樹. (2002). *中学生の直観ルールの実態についての考察* 全国数学教育学会発表資料.

・高澤茂樹.(2002). *数学教育における直観ルールの研究―指導における直観ルールの意味―.* 全国数学教育学会発表要項.

・高澤茂樹.(2003). *数学教育における直観ルールの研究―その数学指導上の意味について―.* 全国数学教育学会誌. 数学教育学研究第9巻. pp.37-45.

・文部省. *小学校学習指導要領解説算数編.*(H11.5).