

テクノロジーを活用した数学教育に関する研究

園田 光世

指導教官：溝口達也

I. 研究の目的・方法

本研究の目的は、従来の学年ごとの教科書の学習内容に合わせてコンピュータを活用するのではなく、コンピュータを活用した時にどのような学習内容が考えられるのかを示すことによって、コンピュータの利用が前提としてあるような数学教育を提案することである。そこで次のような課題を設定する。

- ・ 従来コンピュータ利用を利用した研究がどのように行われてきたか。
- ・ コンピュータを利用する上で、どのような環境がよいのか。
- ・ 動的幾何ソフト（以下 DGS）にはどのような機能や有用性があるのか。
- ・ DGS の利用が前提としてあるような教材の開発。

上に設定した課題の解決のために、テクノロジーと教材開発の論文（藤井、2001）などによる先行研究の考察から、従来のコンピュータの利用に関する背景や問題点を吟味し、続いて、Principles and Standards for School Mathematics（NCTM、2000）などから、コンピュータを扱う上での機能・有用性を数学教育の立場から捉え、DGS を利用する上で必要な視点を見出す。見出した視点をもとに、コンピュータを使った事例を考察し、教材を開発する。

II. 論文の構成

第1章 研究の目的と方法

1-1 研究の目的

1-2 研究の目的と方法

第2章 テクノロジーの環境

学校現場におけるテクノロジーの環境

第3章 コンピュータの活用と課題

3-1 先行研究の考察

3-2 Principles and Standards for School Mathematics に基づく視点

第4章 動的幾何ソフト・Geometric Constructor

4-1 Geometric Constructor の開発経緯

4-2 Geometric Constructor の機能

第5章 動的幾何ソフトを前提とした教材の開発

5-1 平面図形に関する指導内容

5-2 九点円の定理を用いた教材開発

第6章 研究のまとめと課題

6-1 研究のまとめ

6-2 今後の課題

引用・参考文献

(1 ページ 35 字×30 行、31 ページ)

Ⅲ. 研究の概要

(1) Principles and Standards for School Mathematics に基づく視点

① どのような単元の指導計画にするか

テクノロジーが前提としてある事を考えれば、教科書ではそれぞれ別々の関係としてある内容でも、関連性があることを発見できる。それにより、従来の教科書にそった学習内容による指導計画とは、異なってくる。

② 生徒にどのように操作させるか

コンピュータのソフト一つとっても多くの機能が備わっている。しかし、実際授業で利用した時には、すべての機能を利用するわけではない。生徒の問題解決によって、必要な操作は異なる。

③ どのような発問をするか

生徒はコンピュータを使い、一人で探求を行うため、教師が意図していない方向へ生徒が行ってしまうことが考えられる。問題場面の発問の仕方によって、生徒がどう操作するのかかわからない、あるいはコンピュータを使う必要がない事になってしまう。

④ どのように評価するのか

生徒がソフトの操作を行う過程を見ることにより、問題解決や思考の過程を見ることができる。それによって、従来見えにくかった生徒の活動や考え方が見えやすくなり、見えにくかった点の評価を可能にする。

(2) 指導計画について

学習指導要領の改訂によって、数学Aには、三角形の重心や円の性質の一部（二つの円、外接円、内接円、接弦定理の性質など）といった中学校で扱われていた内容が移行されている。

しかし、学習指導要領や教科書は、コンピュータの利用は考えられていない。本研究では、コンピュータの利用を前提としているため、従来の学習指導とは異なる DGS を利用した指導

計画を考える。

<単元の指導計画>

平面図形（全18時間）

- ・ 三角形と比・・・4時間
- ・ 三角形の五心・・・5時間
- ・ 三角形の比の定理・・・4時間
- ・ 円に関する定理・・・2時間
- ・ 方べきの定理・・・1時間
- ・ 2つの円・・・1時間
- ・ 九点円の定理・・・1時間

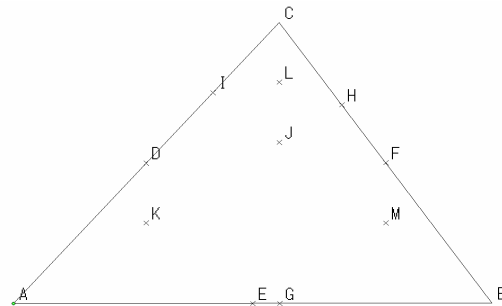
従来の指導計画とは異なり、傍心・垂心、九点円の定理を加えた。

(3) 九点円の定理を用いた教材開発

「九点円の定理」

問：三角形ABCの各頂点、三角形ABCの各辺の中点、各頂点から下ろした垂線の足、垂心、各頂点と垂心と間の中点、といった13の点がある。これらの点を使ってできる図形にどのようなものがあるか。また、なぜその図形ができる理由を考えよ。

このとき生徒は、以上のように述べた作図を行う作業から取り掛かるのではなく、問題用の図は教師があらかじめ用意しておき、ファイルの読み込みだけにする。

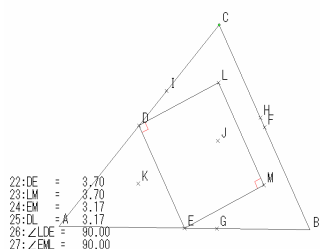


生徒が行う操作としては、測定機能では長さや角度、四角形や円を作図する作図機能、そして、頂点などを動かしたりする変形機能のみを使う。しかし、作図の点においては、「作図」の中の「円」の中に「内接円」、「九点円」、などといったものがあるが、これらの機能は、使わないように留意する必要がある。

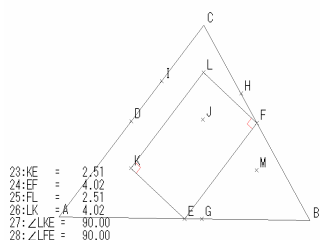
また、軌跡の機能や測定の数式は使わない。

この中で生徒は、以下のような関係を見出すことが考えられる。

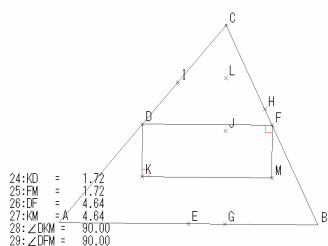
- 四角形EDLM (図1-1), EKLF (図1-2), KDFM (図1-3) は長方形である。
- 線分LE, DM, KFを直径とする円(九点円)ができる。(図2-1)
- 正三角形のとき、九点円は内接する。(図3-1)
- 二等辺三角形のとき、九点円は1辺と接する。(図4-1)
- 直角三角形のとき、直角である頂点を通る。(図5-1)



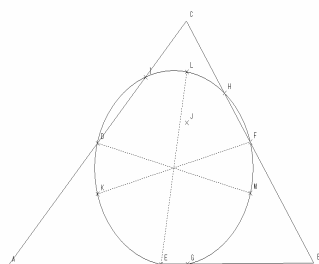
(図1-1)



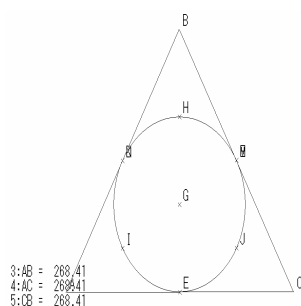
(図1-2)



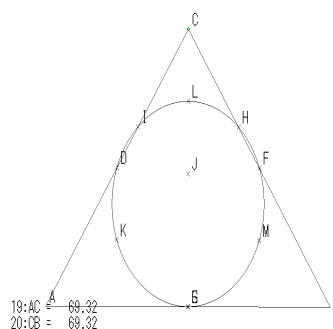
(図1-3)



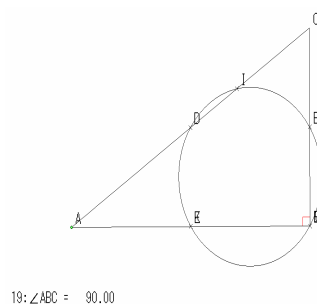
(図2-1)



(図3-1)



(図4-1)



(図5-1)

この教材では、発見した事象を根拠として、証明の見通しが立てることができる。例えば、九点円は以下のように長方形などの発見した事象で証明ができる。

長方形EDLMから、ELを直径とした同一円周上に点E, D, L, Mが存在していて、EKLF, KDFMも同様にいえるので、点D, E, F, K, L, Mは同一円周上にあることがいえる。

次に、点G, H, Iは垂線の足だから、 $\angle FHK$, $\angle DIM$, $\angle EGL$ はいずれも直角なので、点G, H, Iもこの円周上にある。

従って点D, E, F, G, H, I, K, LMの九つの点は同一円周上にある。

(3) 研究の結果

本研究では、「コンピュータ利用を前提とする数学教育とは」ということから、コンピュー

タ利用が前提である環境を想定し、その中で、生徒がコンピュータを自分の手足のように様に使いこなし、コンピュータを使える環境のことを考えた。そして先行研究の考察より、コンピュータを利用する上で、

- ・教科書のようにあらかじめ数値が決まったものではなく、生のデータを利用できる。
- ・普遍的なものが顕在化され、さまざまな命題を発見できる。

などといった有用性があり、

- ・生徒に発見した事象に対する根拠を考えさせる活動
- ・テクノロジーを導入することによって、教材そのものの変化、コンピュータの導入による教材の系列や配当学年の変化、教科書の変容が起こる可能性がある。

という課題を見出した。

そして、その考察と「Principles and Standards for School Mathematics」を基にして教材開発の上で4つの視点を見出した。

教材を開発する上で、ソフトがほぼ無料で手に入れることができ、ソフトを各パソコンにインストールしなくも、オンライン上で利用できるという利点から、DGSをGCにした。学校現場で教材に全く費用がかからないのはかなり大きい。そこでGCを実際に自分で操作しながら、ソフトの機能を調べた。

また、教材開発では、数学Aの平面幾何の内容を参考にして、コンピュータ利用を前提とした授業の指導計画を作成した。それにより従来の学習指導の内容以外にも触れる事ができた。

第三章において、コンピュータ利用を前提とした上での教材開発の四つの視点を見出したが、その中でも評価についての視点が課題として残った。第三章で述べたように、コンピュータを利用しているからこそ、見えてくる活動というのがあり、GCの機能においても「作図手続きのデータ」・「作図データの再生」というのがあり、その機能によって、生徒の活動を見ることができ、評価することができるのだが、今後の課題とする。

また、本研究では、一つの単元の指導計画を考えたが、本研究の立場で実践していこうとするならば、今の学習指導のカリキュラムはコンピュータ利用を考えていないので、カリキュラム自体から考えていかねばならない。

GCの教材開発の中でも、座標平面上での複素数への利用などさまざまな利用方法が残っている。それらの機能を利用して、数学Aの内容に止まらず、コンピュータにしかできない新しい教材の開発を行いたい。

主要引用・参考文献

- ・「GCを活用した図形の指導」 飯島康之著
明治図書 (1997)
- ・「Principles and Standards for School Mathematics」 NCTM (2000)
- ・「テクノロジーと教材開発 (1) 小学校・中学校」 東京学芸大学論文発表会
藤井齊亮 (2001)