卒業論文要約【鳥取大学数学教育研究，第６号，2004】

生徒の数学的思考に着目した論証指導に関する研究

－教材分析とその展開－

山田　慎一
指導教官：矢部敏昭

Ⅰ．研究の目的と方法

本研究の目的は，中学校第二学年において指導されている論証指導について，生徒の考える筋道に着目して教材分析を展開し，論証指導の問題点を明らかにするとともに，教材開発を行うものである。

そのために本研究の方法としては，第一に，和田義信氏の主張する“mode of thought”に着目して，生徒の考える筋道を検討するものである。第二には，論証指導の問題点を踏まえた教材分析を行うものである。第三には，具体的な事例を取り上げて，生徒の考える筋道に即した教材展開例を作成するものである。

Ⅱ．本論文の構成

（１ページ40字×40行，60ページ）

Ⅲ．研究の概要

3.1　論証指導における生徒の考える筋道

3.1.1　考え方への着目

教育の現場において，指導のねらいが，計算で答えを出すことや証明で結論を導くことが重要視され，その過程で，どういう“mode of thought” を考えているのかやどんな“mode of thought” を伸ばそうとしているのかがはっきりしていない指導が多いと思われるため，もっと“mode of thought” つまり，思考や考え方を考える必要がある。さらに，計算の答えを出すことや証明の結論を導くことは，その過程における“mode of thought”が，十分に理解して利用できれば，難しいことではないと思った。

3.1.2　“mode of thought”とは

“mode of thought”ということ，つまり，考え方に目をつけるべきであるということです。思考，考えること，これは個々の事実が大事ではなくて，もう少し“mode of thought”に目を付けるべきではないかということなのです。

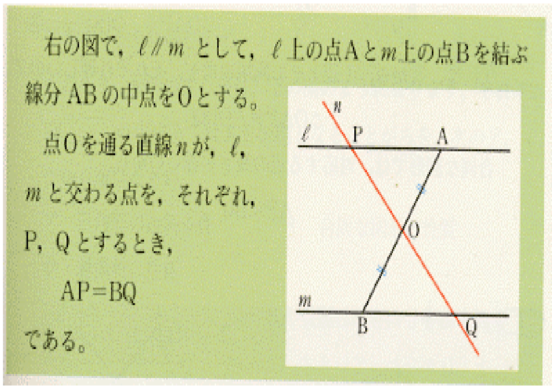
“mode of thought”ということを考えるときに，演繹，帰納という二つのものが必ず出てくる。それが，必ずきっかけとなっています。そして，演繹からは新しいものは出てこない。我々がものを考えていくときには，必ず〝inductive〝な方から始まってまいります。その帰納するときに，まずもって何がおこるかは，〝observation〝観察からはじまる。我々の実際の学習指導の中では，〝observation〝がどこに指導されているか，答を出すことだけに終始いたしております。observation，そこには，直観の問題が出てきます。必要に応じては，実験が行われるようになる。一般化をするためには，そのままではいけませんので，作業活動をするためには，ある意味において実験をする必要がある。そういういわゆる一連のこの思考と

いうものを頭において，“mode of thought”というものを考えていかなくてはいけない。つまり，学習することや〝observation〝観察するうえで予想されることやわかったことを，一般化することや確かめるために，実験や証明などをしていく過程の思考や“mode of thought”というものが大事である。つまり，学習することや〝observation〝観察するうえで予想されることやわかったことを，一般化することや確かめるために，実験や照明などをしていく過程の思考やその思考の様式である“mode of thought”というものが大事である。

ギリシャ人は，“mode of thought”とか，あるいは〝idea〝などを非常に強調いたしましたのは，為政者あるいは知識人というものは，具体的な「あらわれ」に目を奪われないでその背後にあるもの，それを読み取る力を期待いたしました。つまり，一つ一つの問題にとらわれるのではなくて，その問題の後ろにあるもの，それを問題たらしめているもの，あるいはその解法の後ろにあるもの，それを見通していくことであると言い換えられる。本研究は，以上の解釈で“mode of thought” を用いるものである。

3.2　合同条件と証明の進め方

教材分析例


右の図で，$\ell /\!/ m$ として，ℓ 上の点Aと m 上の点Bを結ぶ線分ABの中点をOとする。点Oを通る直線 n が，ℓ，m と交わる点を，それぞれ，P，Qとするとき，

AP=BQ

である。

（1）教科書の証明

条件よりｌ〃m だから平行線の錯角は等しいので

∠OAP=∠OBQ－①，∠OPA＝∠OQB

また対頂角だから，∠AOP=∠BOQ－②

点Oは，線分 AB の中点だから OA=OB－③

①,②,③より，１辺とその両端の角がそれぞれ等しい

∴△OAP≡△OBQ

合同な図形では対応する辺の長さは等しい

∴AP=BQ

（2）試行錯誤

なぜ三角形に着目できるのか

少なくとも条件からは，三角形は示されていない。

どのように考えたら三角形に着目できるのか。

平行線に線分 AB,PQ を引いたのだから，錯角が等しいので，∠OAP=∠OBQ，∠OPA＝∠OQB

対頂角だから，∠AOP=∠BOQ

線分 AB の中点だから　AO=BO

これらの条件を図に書き込んだら，ようやく２つの三角形△OAP と△OBQ が見えてくる。

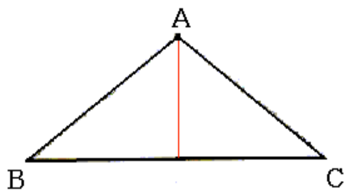
（3）証明終了後における分析･考察

今回の証明によりAP=BQが示されたので，四角形APBQは AP〃BQ,AP=BQ より，1 組の向かい合う辺が〃で勝つ長さが等しいので，平行四辺形である。また，△OAP≡△OBQ だから合同な図形では対応する辺の長さは等しいので，OP=OQ である。

3.3　三角形

教材分析例

AB=AC の二等辺三角形△ABC を AB,AC が重なるように折る。このとき∠B=∠C を示せ。



（1）条件からの試行錯誤

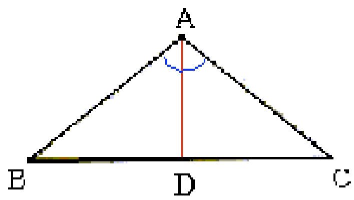
AB,AC が重なるようにして折った折り目の BC 上にある点を D とする。条件よりAB=AC

AD は∠BAC を二等分する。∴∠BAD=∠CAD

これらの条件から構成される２つの三角形△ABD と△ACD で考える

（2）教科書の証明

∠A の二等分線を引き，BC との交点を D とする。



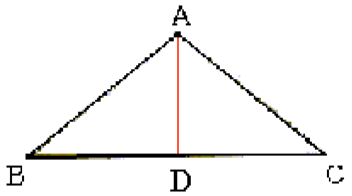
△ABD と△ACD で，

∠BAD=∠CAD･･････①

AB=AC　　　･･････②

AD=AD　　　……③
①,②,③から，２辺とその間の角がそれぞれ等しいので，△ABD≡△ACD
よって，∠B=∠C

（3）試行錯誤
底辺BCの中点をDとする。∴BD=CD
条件よりAB=AC
頂点AとBCの中点Dを結ぶ。
これらの条件から構成される2つの三角形△ABDと△ACDで考える
証明）
底辺BCの中点をDとする。



△ABDと△ACDで
底辺BCの中点だから　BD=CD――①
条件より　AB=AC――②
共通な辺だから　AD=AD――③
①,②,③から，３辺がそれぞれ等しいので，
△ABD≡△ACD
合同な図形の性質より，∠B=∠C

（4）証明されたことから考えられること
～二等辺三角形の底角～
二等辺三角形の２つの底角は等しい
△ABD≡△ACD から，合同な図形の性質より BD=CD ∠ADB=∠ADC，∠ADB＋∠ADC=180°だから，∠ADB=∠ADC=90° つまり，AD⊥BC
～二等辺三角形の頂角の二等分線～
二等辺三角形の頂角の二等分線は，底辺を垂直に二等分する

Ⅳ．研究の結果

4.1　本研究のまとめ

本研究は，「論理的思考力をどのように伸ばすか」について考え，論理指導をどう展開するかを考察してきた。そこで，一般的に指摘されている論証指導の問題点をふまえて，証明するということがどのような試行錯誤や問題の分析によって証明が作り上げられていくのという点に着目し，“mode of thought”というものをもとにして，本研究を進めてきた。

そこで，第２章において，論証指導の問題点について述べた。第１節の「証明の必要性を感じない」ということで，証明の指導の最初の方で扱われる命題の内容が直感的にわかりやすく，正しいとわかっているのになぜ証明するのかということや「‥‥を証明せよ」というように結論を明示していること，さらに証明が何をしているのか，目的だけでなく，方法がわからないということなどが考えられた。また，第２節の「証明の難しさ」についてで，生徒の中には，教科書に示されている証明のとおりに考えを進められると思い込んでいるものがいたり，できあがった結果を見せるだけで，その結果が得られるまでの思考過程が示されていないこと，生徒ができあがった記述しか見せられず，できあがったものしか知らずにそれを作り上げる考え方(思考)，考える過程を知らされていないことなどが考えられた。これらからいくつかの問題点をふまえて，第３章の第１節にある，“mode of thought”というものに着目して考えた。“mode of thought”とは，計算の答えを出すことや証明の結論を導く過程における思考や考え方の様式であると考えた。このことが“mode ofthought”というものが，いかに大事なものであるか分かった。また，“mode of thought”というものを，どのように取り上げていくかが大切であると思った。

第４章･５章で啓林館の教科書中学２年数学の単元「図形と証明」,「図形と合同」に挙げられている証明問題の教材分析を行った。そこで，教科書では省略されている部分である，生徒の考え方や思考(筋道)を試行錯誤として取り上げた。どういう思考や考えを持って，三角形に着目できるのかやどういう補助線を引けばよいかなどを考えるべきだと思うからである。

4.2　今後の課題

今回，第２章については，第１節の「証明の必要性を感じない」ということと第２節の「証明の難しさ」についてのいくつかの問題点などを考慮したうえで，第 3 章で取り上げた“mode of thought”に着目して考えていき，第 4 章･5 章の教材分析においても“mode of thought”を念頭において考えてきたので，第 2 章の第 3 節「証明の必要性とその意味」の部分の解釈が不十分であったし，証明の必要性を感じさせるためのいくつかの方法について，すべてにおいて考察したわけでもなかったし，考察した中でもあまり深く考えることができなかった。

第３章で取り上げた“mode of thought”について，“mode of thought”とは，計算の答えを出すことや

証明の結論を導く過程における思考や考え方の様式であると考えたけれども，まだ何が，“mode of thought”なのかはっきりしないところや分からないところがあるので，もっと詳しく考えていきたい。

第４章･５章では，もっと“mode of thought”というものを考えて，試行錯誤の部分をもっと発展させていく必要があると感じた。

主要引用･参考文献

杉山吉茂. (1986). 公理的方法に基づく算数･数学の学習指導. 東洋館出版社

平成 14 年度用・中学校　数学　啓林館

三省堂辞書

国語小事典