卒業論文要約【鳥取大学数学教育研究，第 5 号，2003】

数学に対する興味に関する研究
－思考実験を手がかりにして－

沢田 慶子
指導教官：溝口達也

Ⅰ．研究の目的と方法

数学（計算）の成績が世界でトップクラスである日本の子どもが，突出して数学嫌いであることが第 3 回国際数学・理科教育調査において指摘されている。本研究は，「数学に興味のない子どもにどうしたら興味を持たせることができるのか」，また「もし子どもが数学に興味を持ったならどのような働きかけでそれを継続させることができるのか」について，思考実験を手段として子どもの興味を喚起する方法を考えていくことを目的とする。

そのために次のような方法をとる。まず，和田義信氏と John Dewey の興味に関する文献から，一般的に述べられる「興味」について吟味し，数学に対する興味の状態を定義する。また Dewey の文献を解釈し，興味が喚起される過程を図示でまとめることで，どのように興味が喚起され，継続されていくのかを検討する。続いて思考実験に関する文献から，興味を喚起させるための手段として本研究に則した思考実験を新たに解釈し直す。解釈し直したものが，興味が喚起される過程を図示したもののどこに位置づけられるかを踏まえた上で，思考実験を授業に取り入れるときの問題を提案し，そのときの教師の支援について考察する。提案した問題のアプリオリ分析から，数学に対する興味の喚起のための思考実験を用いた指導への示唆を得る。

Ⅱ．本論文の構成

（1 ページ 35 字×30 行，47 ページ）

Ⅲ．研究の概要

研究目的を達成するために以下の課題を設定し，解決を試みた。

（課題 1）一般的に「興味」と言われるものは何か。

・「数学に対する興味」とはどんな状態を指すか。
・どのような過程で興味が喚起されるのか。

（課題 2）思考実験とは何か。

・興味を喚起させ，それを継続させるにはどのように思考実験を用いるか。

（課題 3）思考実験を用いて，子どもの興味を喚起させるような具体的な指導を提案する。

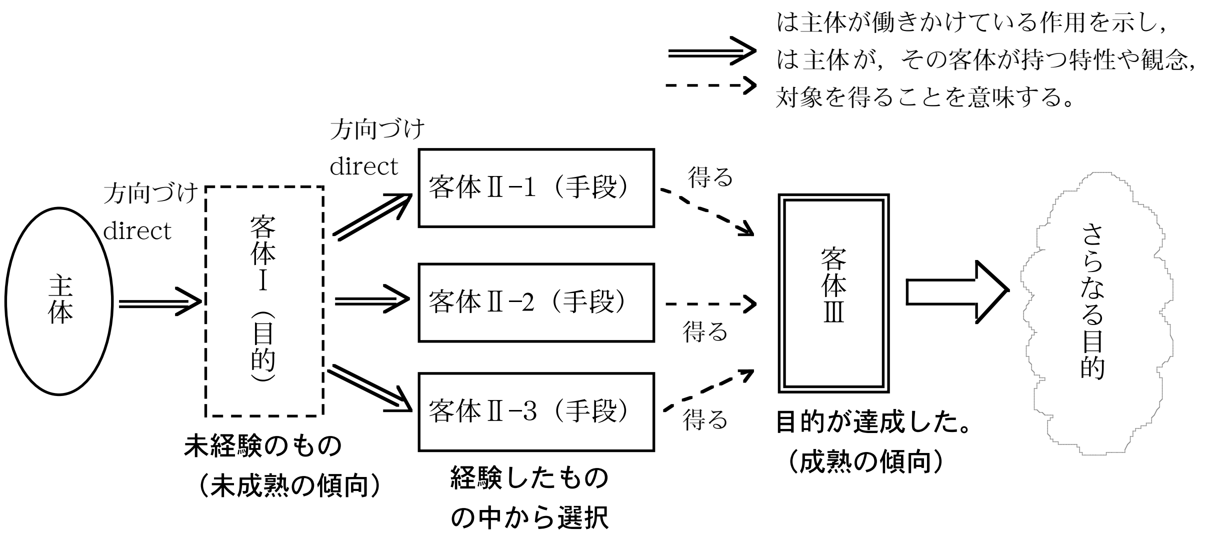
まず課題 1 に答えるために和田義信氏と John Dewey の興味論の考察を行った。そして和田氏の言明に基づいて，本研究における数学に対する興味の状態を「数学の問題を解決することを目標とし，この目標を達成しないではいられない状態」と定義した。このとき，数学の問題を解決しようとする態度があるかどうかを吟味して興味の状態を捉えるため，結果として正しい解答が出せたかは問題とならない。

続いて Dewey の提案する興味を，主体と客体の相互性，媒介された興味，中間的段階を踏まえながら整理し，「自己表出の一形態である興味が喚起される過程」として図示した【図 1】。これを基に，どのように興味が喚起され，継続されていくのかを検討した。図を用いて Dewey の提案する興味を説明すると以下のとおりである。

人が自己表出していく中に，興味の状態がとらえられる。自己表出には初期の不完全な段階（客体Ⅰ）と後期の完成段階（客体Ⅲ）との間に区別を含み，そこに中間的段階（客体Ⅱ）が存在する。後期の完成段階へと導くのが「衝動」，「活動の自発的な衝迫性，ないし傾向性」であり，それらの様態の違いを認めることによって興味の内実が規定される。つまり客体Ⅰや客体Ⅱに働きかける力が弱いと，興味を持っていないと判断される。

この図示において，見通しを持っていなければ先に定義した「数学に対する興味」の喚起に困難を生じるため，興味を持っていない子どもは客体Ⅱの部分が欠けていると解釈した。一方，見通しを持っていれば数学の問題を解決するという目標を達成しやすくなると考えられる。

（以上　第 2 章）



【図 1. 自己表出の一形態である興味が喚起される過程】

続いて課題 2 に答えるために，金子務氏の言明から示唆を得て，思考実験の性質を明らかにした。思考実験は，単にあれこれと思いをめぐらすことではなく，思いにいろいろと条件をつけて思考上で反応を見ることである。例えば，「ある日自分を含めて世界が 1000 倍になっていたら，それを実験的に見つけられるか」という問いに答えようとしても，実際に自分の手を動かしての実験は不可能である。このときの思考実験は「実験・実測が不可能な場合」と解釈できる。また，この他に「実験・実測を補う場合」にも思考実験が行われると一般的に考えられている。しかし本研究では学習者が現実に実験できるか否かは問題とならないとするため，加えて「具体的な操作などの活動の意図を明確にする場合」も思考実験として考えられる。このときも思考上で実験を展開することに変わりはない。

また数学に興味のない子どもは客体Ⅱが欠けていると 2 章で解釈したことにより，思考実験を客体Ⅱに位置づけ，興味の喚起の方法としての関連性を強めた。このように位置づけることで，生徒は客体Ⅰがすでに思考実験を展開しているような問題を解決していくのではなく，一

般的な問題について思考実験を用いて解決していくことになる。

（以上　第3章）

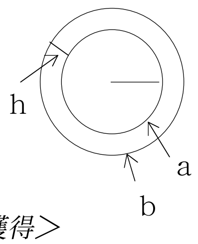
課題3に対しては，「実験・実測が不可能な場合」における思考実験の問題を提案し，それに対するアプリオリ分析を行った。問題は「円の面積がπr^2であることを利用して，$C=2\pi r$が成り立つことが証明できるだろうか。ただし，Cはこの円周の長さである。」というものである。この問題に対して，まず本研究の枠組みである「自己表出の一形態である興味が喚起される過程」の客体Ⅱに考えられる客体を列挙した。これによって教師が生徒にどんな支援を与えたらよいのかについて言明できる。

指導の展開は以下のとおりである。客体の獲得のための支援を挙げた上で，いかに思考実験を展開していくのか，その概要を述べる。

> 客体Ⅰ【問題】
> 円の面積がπr^2であることを利用して，
> $C=2\pi r$が成り立つことが証明できるだろうか。ただし，Cはこの円周の長さである。

教師はまず，半径がわずかに異なる円aと円bのそれぞれの円の中心を一点で固定したもの（図ア）を提示し，円aと円bの面積を考えさせる。･･･（①）

（図ア）



＜客体Ⅱ－1の獲得＞

図アについて，大きさの異なる2つの円が重なってできているとする考え方

次に，図アについて2つの円からできたと解釈する他の見方を考えさせる。円の差から成る帯に着目すると，円aを中心とする考え方，円bを中心とする考え方の2通りがある。まず帯を使って図アを説明させる。

＜客体Ⅱ－2Aの獲得＞

（円aを中心とする考え方）

円aに帯を巻きつければ，円bの面積とほぼ等しくなる。

先と同様に，円bを使って円aを説明させることで客体Ⅱ－2Bの獲得に導く。

＜客体Ⅱ－2Bの獲得＞

（円bを中心とする考え方）

円bから帯を切り取れば，円aの面積とほぼ等しくなる。

①で求めた円の面積から，正確な帯の面積を導き出す。帯の面積＝円b－円aとなり，
帯の面積＝$\pi(2rh+h^2)$　が見出される。

ここで，円周が太い帯からできていると考えさせる。つまり今まで2つの円としてとらえていた図アを，1つの円から成るものとしてとらえ直す。円周に幅があると見なすことで，課題の解決に必要な円の面積と円周という2つの要素を関連させることができる。

＜客体Ⅱ－1Aの獲得＞

円aと円bの面積の差が小さければ小さいほど，2つの円の周の長さは似てくる。

これより，得られた客体を利用して思考実験を展開する。まず大前提の設定である。これは客体Ⅱ－2に相当する。

＜客体Ⅱ－2の獲得＞

図アについて，2つの円の間にできる帯に着目し，帯を長方形と見なす考え方（大前提）

帯が長方形の面積「縦×横」として表されるとき，2種類の長方形が想定されることに気づかせる。つまり一辺が円aの円周である長方形，一辺が円bの円周である長方形の2つである。大前提に基づいて小前提を設定し，推論の結果を解釈する。

思考実験①

一辺が円aの円周である長方形を考える。（小前提）

円aの周りに長方形を巻きつけたときぴったりくっつけられないことから，帯を長方形と見なすことに問題があり，大前提が棄却される。

また，**h×（円aの円周）≦帯の面積**という関係式が見出される。

思考実験②

一辺が円bの円周である長方形を考える。（小前提）

思考実験①と同じ要領で，円aの周りに一辺が円bの円周である長方形を巻きつける。そのとき円aの周りで長方形がひだを作ってしまうことから，帯を長方形と見なすことができない。よって大前提が棄却される。このとき見出される関係式は，**帯の面積≦h×(円bの円周)**である。

以上より

h×(円 a の円周)≦帯の面積≦h×(円 b の円周)

という関係が得られる。円 a, b の面積の差から求めた帯の面積を代入し，不等式の全ての辺を正の値である h で割ると，以下の式が求められる。

(円 a の円周)≦2 π r＋ π h≦ (円 b の円周)

この不等式から円周を求める式を考えさせる。このとき客体Ⅱ－1A の考え方を用いて近似の考えへと発展させる。

2 つの円の面積の差を小さくしていき，帯の幅を 0 に近づけていくと，不等式の右辺と左辺が限りなく近づいてくると考えられる。このとき不等式の真ん中の部分をみると，h によらない項である 2 π r はそのままだが，π r は h がだんだん小さくなると 0 に近づいていく。よって真ん中の辺は 1 つの辺と見なされた円 a と円 b に挟み込まれ 2 π r となり，C=2 π r の式が得られる。

(以上　第 4 章)

課題 1，2，3 をふまえ，提案した問題に対するアプリオリ分析を行うことによって，次のような教授への示唆を得た。

藤井斉亮氏の言明からも明らかなように，具体的な操作などの活動はややもすればその目的が明確化されず，活動自体の価値が半減してしまい，活動後の展開も豊かなものにはなりえないと言える。一方，「もし～ならば，～ではないだろうか」と主要な部分を思考に則して明らかにしようとする思考実験は内的な操作活動であるため，活動後のふりかえりが豊かなものになり得る。指導の際に思考実験を行うための条件，すなわち客体Ⅱを獲得するよう教師が導くことによって，課題の解決への糸口を子どもは見出すことができるようになり，興味を持って取り組むことが可能となる。つまり見通しを持った問題解決が行えるようになる。このとき注意しなければならないのは，提示された問題に応じて，多々ある客体Ⅱのそれぞれを独立したものとして扱うのではなく，相互に関連を持たせることである。そうすることによって単独では見出しにくい客体（思考実験を展開するために必要な条件となる客体Ⅱ）も見出せるようになるであろう。また，得られた客体Ⅱを利用して思考実験を展開するよう働きかけることが興味の喚起，さらには継続した興味のために重要である。問題解決に思考実験を繰り返し導入することで，最初は支援を必要としていた子どもも，教師の支援なしに自ら思考実験を展開できるようになると推察されるからである。思考実験を通して，問題解決に見通しを持てるようになった子どもはその場限りの興味でなく，さらなる目的を生み出し，数学そのものに興味が持てるようになると思われる。

(以上　第 5 章)

Ⅳ．研究の結果

問題解決に見通しが持てない子どもを「数学に興味がない子ども」としたとき，思考実験を用いることによって，子どもは問題解決に見通しが持てるようになり，数学に対する興味の喚起と継続した興味を考えていくことができる。

教授の際，次の二点に注意しなければならない。1 つは興味の喚起につなげるために，思考実験を行うための条件を獲得するよう教師が導く必要があるということ，2 つめに，獲得した客体を用いて思考実験を展開することが，数学に対する興味のために重要であるということである。

研究を行い，次のような課題が残された。本研究では，数学に対する興味の状態を規定し，それを喚起させるために思考実験を手段として，「実験・実測が不可能な場合」についての具体的な指導を提案した。今後，思考実験が行われる他の場面についての分析を行い，興味の喚起のために思考実験を用いることの一般化を計る必要がある。

またアプリオリ分析に基づく実証的な研究を行い，理論的考察と実証的考察から子どもの興味を喚起するための思考実験の有効性を確かめなくてはならない。

主要引用・参考文献

・ 和田義信. (1948). 数学教育概論Ⅰ. 数学教育講座第 3 巻 基礎項目. 吉野書房.

・ Dewey, J. (松野安男 訳). (1987). 民主主義と教育. 岩波書店.

・ 藤井斉亮. (1995). 実験（思考実験）・実測の指導. 小学校算数実践指導全集　第 1 巻, 第 2 節, pp.107-117. 日本教育図書センター.

・ 金子務. (1986). 思考実験とは何か―その役割と構造を探る―. 講談社.