

# 概念イメージ, 概念定義を通してみる生徒の理解

## ～一次関数を事例として～

前田 陽子

指導教官: 溝口達也

### I. 研究の目的と方法

「理解している」とはどのような状態をいうのだろうか。テストなどで問題が解けると理解していると捉えられがちであるが, 問題を解くことができたならその生徒は理解している, 問題を解くことができなかつたなら, 理解していないという二分法でよいのかという疑問から「理解」を考えるに至った。

本研究では, 望ましい理解の状態へと変容させるための指導への示唆を目的とする。そのために次のような方法をとる。まず, 従来行われてきた理解に関する研究を吟味することにより, 成果および問題点を整理する。そして, 明らかになった問題点を解決するために, Vinner の提案している概念イメージ, 概念定義を導入する。Vinnerらの研究に基づき本研究における概念定義, 概念イメージを定義する。導入した概念定義, 概念イメージにより理解を捉える枠組みを構築する。そして, 構築した枠組みを用いて事例を考察する。事例を考察する際, 生徒のイメージ, 定義を把握するために質問紙調査を行う。調査の結果より, 生徒の理解を捉え, 望ましい理解の状態とはどのようなものかを明示する。そして, それを受けて指導への示唆を得る。

### II. 本研究の構成

#### 第1章 研究の目的と方法

- 1.1 問題意識・動機
- 1.2 研究の目的と方法
- 1.3 研究の意義

#### 第2章 理解に関する先行研究の成果と課題

- 2.1 従来の理解モデルの概観
- 2.2 知識間の関係

#### 2.3 コンパートメンタリゼーションの先行研究

#### 2.4 不整合の具体的事例

### 第3章 概念イメージ, 概念定義による理解の特徴づけ

- 3.1 概念イメージ, 概念定義
- 3.2 概念イメージ, 概念定義の関係
- 3.3 概念イメージ, 概念定義による理解を捉える枠組み

### 第4章 事例的考察

- 4.1 一次関数における理解の状態を捉える枠組み
- 4.2 質問紙調査
  - 4.2.1 調査の目的と調査問題
  - 4.2.2 調査対象と調査方法
  - 4.2.3 調査結果の考察
- 4.3 指導・支援

### 第5章 研究の結論と今後の課題

- 5.1 研究の結論
- 5.2 今後の課題

#### 引用・参考文献

資料: 調査問題における子どもの回答  
(1 ページ35 字×30 行, 55 ページ)

### III. 研究の概要

研究の目的を達成するために, 次のような研究課題を設定した。

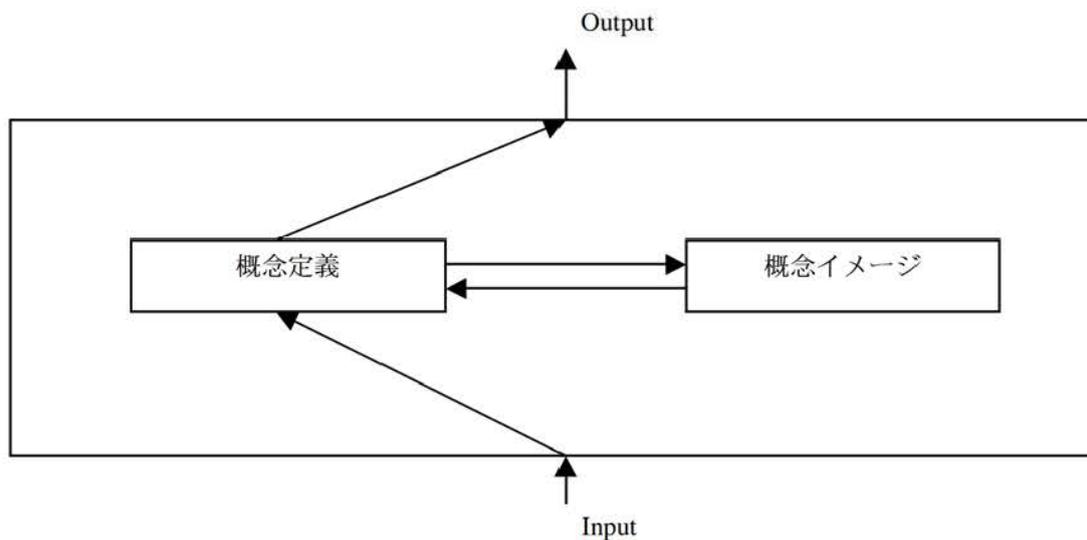
- 研究課題1; 理解に関する先行研究を吟味する
- 研究課題2; 概念イメージ, 概念定義により理解を特徴付ける
- 研究課題3; 望ましい理解とはどのようなものなのか

まず研究課題 1 に対して、従来行われてきた理解研究を吟味し、問題を整理した。そこで挙げられた問題点は、子どもたちの理解の様相（理解の状態）、理解の過程（理解しつつある過程）の両方を十分に記述することができなかったことである。また、藤井齊亮氏の研究より、知識間の関係は整合的な関係と非整合的な関係などに分けることができた。それをもとに、事例を取り上げたとき、整合・不整合が理解を考える上で一つの観点になり得た。そこで、整合・不整合を観点として理解を捉えることにした。（以上 第 2 章）

理解とは、個人的で内面的なものなので、直接捉えることは難しい。そこで研究課題 2 に答えるために、先行研究であげられた問題点を解決できらるであろう理解を特徴付ける枠組みを構築する。人がある概念に対して内に秘めているものを言語とイメージという二つの側面から見ることによって、学習過程で起こる現象を分析しようとする Vinner らの研究がある。この研究に基づき、子どもの内面にあるものをイメージと定義という 2 つの側面から見ることによって、理解の状態を明らかにすることができると考えた。そこで、理解を捉えるために概念イメージ、概念定義を導入した。ここでは、Vinner らの研究に基づいて、概念イメージを人が心の中である概念に対して持つ

イメージとし、図や映像などの狭義で扱う。また、概念定義を概念を特定するために使われた言語形式とし、曖昧な記述は含めないとする。そして、イメージと定義の整合・不整合を理解の状態を捉える観点の一つとした。

理解を捉える上で、概念イメージと概念定義の関係を Vinner の述べる望ましい問題解決、課題実行の過程を基に吟味した。Vinner は、望ましい問題解決、課題実行の過程として 3 つの関係をあげている。そこで、理解を捉える際にはどのような関係が望ましいのかを考えるために、3 つの概念定義、概念イメージの関係の図に具体的な問題を当てはめることを通して考察を行った。また、Vinner は望ましい概念形成の状態は概念イメージと概念定義が相互に関係する状態であると述べている。以上のことから、定義とイメージの相互的な関係を見ることによって、理解の状態を見ることができると考えた。しかし、Vinner の図示では理解しつつある過程を記述することができない。そこで、本研究においては概念イメージ、概念定義の相互的な関係に着目し、相互作用を詳細に表すことで、理解しつつある過程をも示すことができると考えた。次の図は、概念イメージと概念定義の関係を図示したものである。



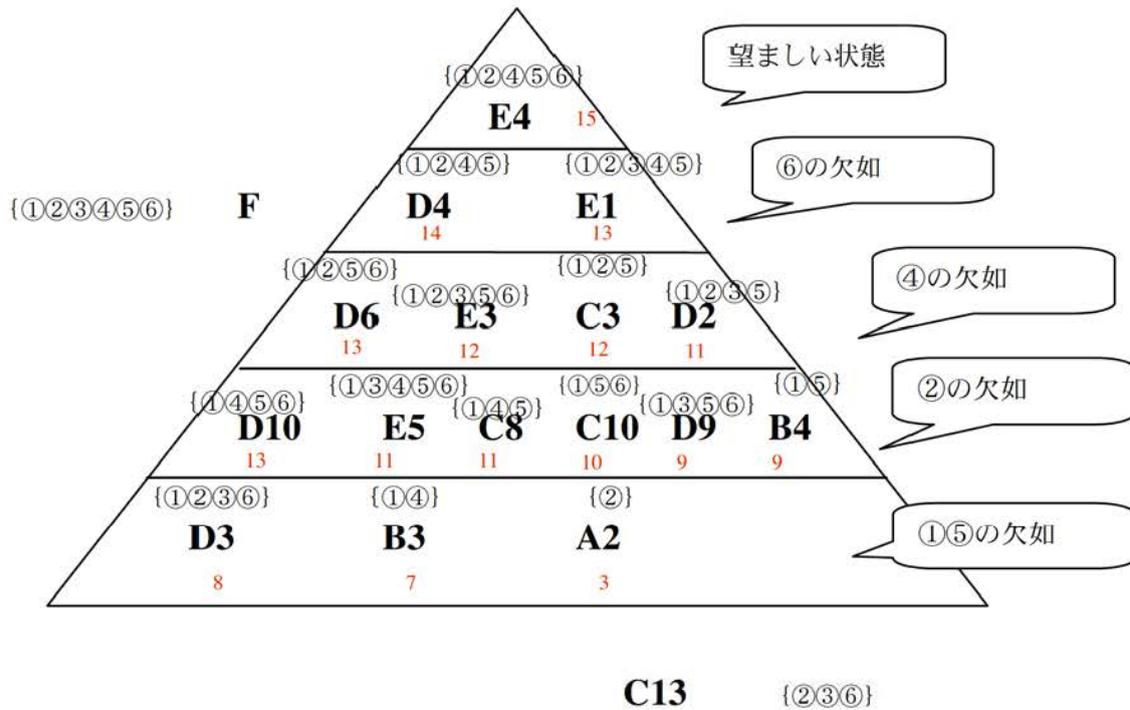
これらをもとに、概念イメージ、概念定義による理解を捉える枠組みを構築した。以上は、研究課題 2 に答えるために行った。（以上 第 3 章）

そして研究課題 3 に答えるために、構築した枠組みを用いて一次関数についての事例的考察を行った。ここで一次関数を扱ったのは、Vinner らの研究において関数を扱った事例が多かったため、

本研究においても関数を取り上げることにしたからである。考察を行う前に、子どもの実態を把握するため、中学校第 2 学年を対象に、質問紙調査を実施した。調査の実施により、個々人が秘めているイメージ、定義を明らかにすることができた。調査の結果から機械的に分類し、望ましい状態を位置づけ、段階付けを行った。その際、イメージ

にレベルを設定した。これをもとに、望ましい状態と比べどのイメージが欠如しているのかを明示することが可能になった。欠如しているイメージを観点として、段階付けを行い下図のピラミッド型に図示することができた。この図示から、望ましい状態とのかけ離れ方を見ることができる。(F

という分類は、イメージが欠如しているのではなく、行き過ぎたイメージがあるためピラミッド型の枠外に位置づける。また、C13については子どもの問題の読み間違いという可能性があるため、取り扱わないとする。)



また、各段階について概念定義と概念イメージ、数学的な定義（本研究においては、社会的に共有される定義）と概念定義の整合・不整合を見ることにより、望ましい状態とはどのような状態であるかを明らかにし得た。

以上のように課題を解決したことで、次のように指導・支援を行うことができると考える。子どもの理解を概念イメージ、概念定義で表すことによって、理解の状態を記述することができる。そして、数学的な定義と整合している定義、イメージを望ましい状態として位置づけ、比べることによって子どもの理解の状態において欠如しているイメージ、定義を特定することができる。つまり、子どもの理解の状態を把握することができるといえる。また、概念定義と概念イメージの相互関係を詳細に表すことによって、理解しつつある過程も記述することができた。そして、理解の状態及び理解の過程を把握したことにより、望ましい状態へと変容させる指導・支援に生かすことができ

ると考える。そこで、ピラミッド型の各段階の概念イメージ、概念定義を望ましい状態へと変容させるための指導・支援を提案する。Vinner は論文（1991）で次のように述べている。「生徒をより高い知的な段階へ高めるためには、認識矛盾を起こすことが必要である。」この記述に基づき、本研究において、不整合が起きていることを認識させることが、より望ましい状態へ高めることにつながると考える。たとえば、不整合を認識することによって、定義を見直すことになり数学的な定義に整合するように高められたとする。そして、定義が高められることによって、相互的な作用によりイメージも高められると考えられ、望ましい状態に近づいていくといえる。したがって本研究では、子どもに不整合を認識させることによって、数学的な定義と概念定義、概念定義と概念イメージが整合するように指導・支援することが望ましいと考える。(以上 第4章)

#### IV. 研究の結果

理解に関する先行研究を吟味した結果あげられた問題点は、子どもたちの理解の様相（理解の状態）、理解の過程（理解しつつある過程）の両方を十分に記述することができなかつたことである。そこで概念イメージ、概念定義を導入し表すことによって、理解の様相を記述することが出来る。そして、概念イメージ、概念定義の相互関係を詳細に表すことによって理解の過程をもあらわすことができる。

また、概念イメージにレベルを設定することによって、望ましい理解との離れ方を明らかにすることができる。離れ方が明らかになることによって、どんなイメージが欠如しているのかを把握することができる。

そして、一次関数の事例から望ましい理解の状態とは概念イメージと概念定義、かつ、概念定義と数学的な定義が整合である状態ということができるのではないだろうか。

本研究においては指導・支援に関して、子どもに不整合を認識させることによって、数学的な定義と概念定義、概念定義と概念イメージが整合するように定義、イメージの見直しにつながるのではないかと考える。

本研究では、一次関数を事例として生徒の理解を捉えることを試みた。しかし、概念イメージ、

概念定義は個々人によって異なるため、理解の状態、理解の過程をすべて表すことはできなかつた。また、概念イメージと概念定義は単元によって異なるため、一般的な理解の状態、理解の過程を言明することはできない。今後、概念イメージ、概念定義の枠組みを用いて他の事例についても考えていくことが課題といえる。

#### 主要引用・参考文献

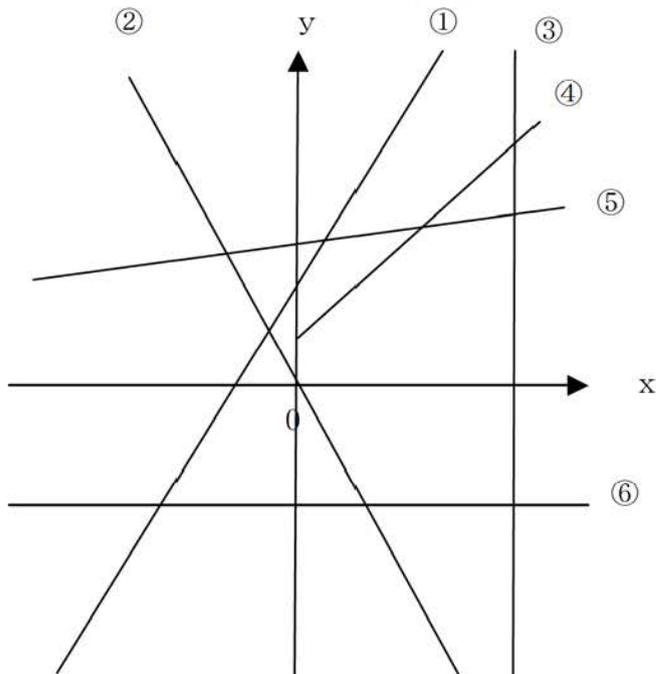
- Vinner, S. (1991). The role of definitions in teaching and learning of mathematics. In D, Tall (Ed.), *Advanced mathematical thinking*. pp.65–81. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Tall, D. & Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. *Educational Studies in Mathematics*, 12(2), 151–169.
- Tall, D. (1988). Concept image and concept definition, [url:http://www.warwick.ac.uk/staff/David.Tall/pdfs/dot1988e-concept-image-icme.pdf](http://www.warwick.ac.uk/staff/David.Tall/pdfs/dot1988e-concept-image-icme.pdf).
- 松尾七重. (2000). 図形指導の改善. 東洋館出版社. pp.102–145

---

#### (資料) 質問紙調査

質問 1 一次関数はどんなものですか。

質問 2 次のグラフは一次関数といえますか。



( )