

数学教育における図形教材の

コンピュータ活用の可能性

「Cabri ソフト」を用いて

青山 佳那子

指導教官：矢部敏昭

・研究の目的と方法

本研究は、コンピュータのどのような活用によって、どのようなことが可能になるのかという、コンピュータ活用の可能性について、特に、数学教育の図形領域に焦点をあて、考察することを目的とする。

その方法として、まず、コンピュータ活用のプラス面だけでなく、マイナス面をも理解した上で、文献を読み、4つの活動である、「みる」活動、「探索し、発見する」活動、「観察し、実験する」活動、「いつでも成り立つ理由を考える」活動に焦点をあて、事例の考察をする。その事例の考察から導かれた諸課題を元に、中学校の教科書に位置づけられている教材をとりあげ、「Cabri ソフト」を用いるとどのような活動が可能になるのかについて考察する。その活動を踏まえ、新たな教材開発として、「Cabri ソフト」独特の教育的価値を求め、自分自身で活動を展開してみる。そして、その活動が、これからの図形教育にどのような影響を及ぼすのかについて考察する。また、さらなるコンピュータ活用に向けての今後の課題も述べる。

・本論文の構成

第1章 はじめに

1-1 研究の動機

1-2 研究の目的と方法

第2章 コンピュータ活用の「光」と「影」

2-1 コンピュータ活用の「光」

2-2 コンピュータ活用の「影」

第3章 コンピュータ活用による活動例の考察

3-1 「みる」活動事例の考察

(1) 活動例 (2) 活動例の考察

3-2 「探索し、発見する」活動事例の

考察

(1) 活動例 (2) 活動例の考察

3-3 「観察し、実験する」活動事例の考察

(1) 活動例 (2) 活動例の考察

3-4 「いつでも成り立つ理由を考える」活動事例の考察

(1) 活動例 (2) 活動例の考察

第4章 コンピュータ活用の可能性

4-1 事例の考察から導かれた諸課題

4-2 コンピュータ活用教材の開発に向けて

(1) 「平行線と線分の比」教材

(2) 「1点から一定の距離にある点の集合(円)」教材

(3) 「1直線から一定の距離にある点の集合(平行)」教材

第5章 コンピュータソフト「Cabri」を用いた教材開発

Cabri ソフト独特の教育的価値を求めて

5-1 教材開発の視点

5-2 「対称移動」教材の開発

5-3 「四角形の包含関係」教材の開発

第6章 これからの図形教材への提言

6-1 図形ソフトの図形教育への影響

6-2 今後に残された課題

引用・参考文献

(1ページ 40字×36字 57ページ)

・研究の概要

これまでの先行研究から、図形ソフトは、図形学習が『「知識を授与される場」から「知識をつくる場所」』になることが期待されている。知識をつくるとは、簡単に言えば、生徒が自分

でしてみたいことを図形ソフトを利用して試し、その結果をみることで、自分なりの図形の知識を構成していくということであるが、この「知識を自分でつくりあげる」活動には次の4つの活動が見出されている。

「みる」活動

「探索し、発見する」活動

「観察し、実験する」活動

「いつでも成り立つ理由を考える」活動

今回はこの中の「探索し、発見する」活動について述べる。

「探索し、発見する」活動とは、「みる」活動である、作図した図の点や辺、またはその図形を様々に動かし、その図が連続的にそして動的に変わっていくことを通して、図形の様々な性質をみる活動をもとにさらに様々な場合について探り求め、図形の性質を発見する活動である。

《活動例》

ABCD の各辺の中点を結んでできる四角形の性質を調べてみようという問題がある。中点をとってそれらを結ぶと図1のようになる。辺 AB、BC、CD、DA の中点をそれぞれ、点 E、F、G、H とする。

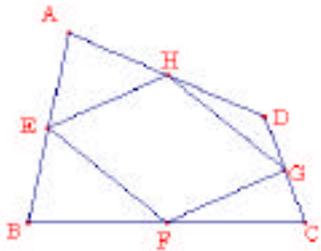


図1 各辺の中点をとる

図1で示した ABCD の頂点のどれかをつまんで、ドラッグして様々な場合を探ってみると、向かい合う辺がいつも平行を保ちながら動くので、EFGH が平行四辺形になっていそうなのが発見できる。

また、測定機能を用いることでも、同じような発見をすることができる。図1の EFGH の各辺の長さを測定すると図2のようになる。

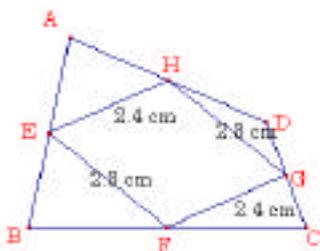


図2 測定した場合

図2のように EFGH の各辺を測定し、頂点 A,B,C,D のいずれかをつまんで、ドラッグして、様々な場合を探ってみると、いつでも向かい合う辺の長さは等しそうなことから、EFGH が平行四辺形になっていそうなのが発見できる。

さらに、様々な場合を探索していくと、生徒は「偶然」次のような場合に出会ってしまうことも考えられる。

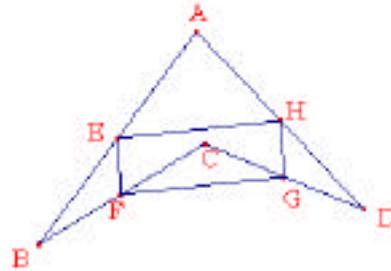


図3 凹四角形の場合

上記の図3のように EFGH は、ABCD が凸四角形でなく、凹四角形であっても平行四辺形になっているのである。この場合の発見は、

EFGH がいつでも平行四辺形になるということの証明のために中点連結定理を利用することに生徒が気づくための契機を与える。つまり、凹四角形に変形したことで、ABD と、CBD が見えてきて、補助線 BD をひけば、中点連結定理が使えそうだと気づくことであろう。実際、補助線 BD をひき、頂点 C をもとの凸四角形の位置に戻すと、教科書でよく取り上げられている次の図4が現れる。

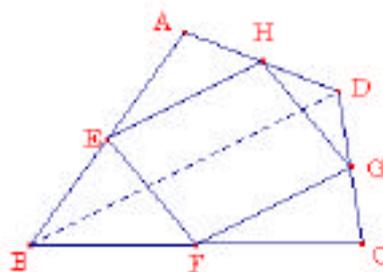


図4 点Cを凸四角形の位置に戻した場合

あるいは、補助線を引かなくても、図5のように点 C を線分 BD 上に移動させることで、ABD をつくり、証明することもできる。

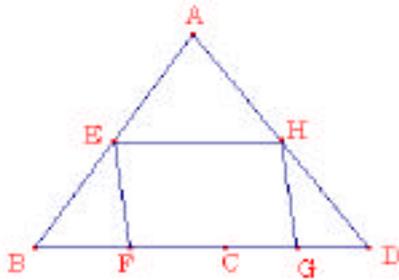


図5 点Cが線分BD上にある場合

さらに、図2'のように、図2に、対角線BDを引いたとする。BDの長さを測ると、線分EHのちょうど2倍になっており、平行になっていそうだと思い、ツールを使って確かめるとやはり平行になっている。もう一方の対角線ACについて同様のことをしてみると、やはりこれらのことが言えることから、中点連結定理を発見できるのではないだろうか。

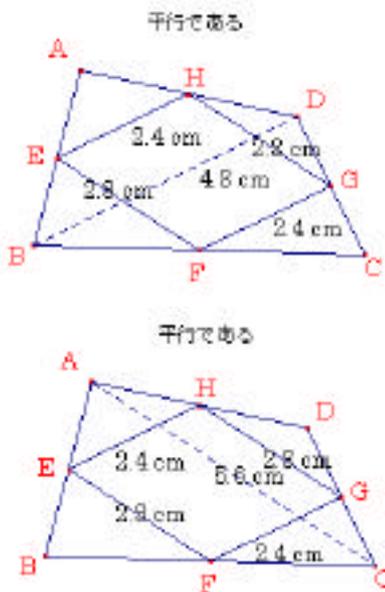


図2' 中点連結定理を発見する活動

・研究の結果

本研究により、以下に述べる7つのことが、図形ソフトの図形教育への影響として考えられる。

() 図により図形の性質の確認と理解を深めることができる。

現在、図形ソフトの利用法として、教師が作図して準備した図形を生徒が動かして性質

などを発見し、図形概念の理解や証明に役立てようとしていることが多いが、このような利用法だけでなく、生徒自身が図形ソフトの作図ツールを利用して自由に作図できるようになれば利用価値が高まるのではないかと。作図中心の授業の実践によると、教師が想像もしないような発想がでてくることがわかったようである。このことは生徒に構想力や想像力を育てることができるのではないかと。

() Cabri のような図形ソフトを用いて図形の性質を示すことによって、性質の持つ一般性を生徒が「目で見ることができ、性質を確信することができる。

() 探求的・発見的な学習ができる。

伝統的な図形の授業では、定理や性質を先に教師が示し、それを生徒が証明するという展開で進めることが多かったと思われるが、図形ソフトを用いることによって、生徒が自由に図形を動かす中において、自ら定理や性質を発見したり、知識をつくりあげることができる。

() 証明への意欲や、証明を書くときの根拠を得ることができる。

図形ソフト自身は決して証明を与えることはできない。反例を示すことはできても、性質が必ず成り立つことやその理由を示すことはできない。しかし、図を様々に動かすことによって、ある性質を「いつでも成り立つ」と確信した生徒にとっては、証明は「いつでも成り立つこと」を保証するためではなく、「なぜそうなるのか」の説明のために証明をしたいというように、証明への意欲がわくと思われる。また、図を動かす中で、証明への根拠を得ることもある。

() 図を変形することができる。

Cabri ソフトでは、図が作図手順によって与えられた図形の性質を保存しながら、生徒の前で図が変形していく。合同なもの、相似なもの、同じ長さのもの、比が一定なものなど、変形に対して不変な性質が視覚的に表現される。これによって、性質の持つ一般性や、探求的、発見的な学習ができる。

() 軌跡を示すことができる。

多くの人にとって、図形の変形における点の軌跡などをイメージすることは難しいだろう。しかしながら、Cabri では基本的な機能として、点の軌跡や図形の変化の軌跡を表示できるようになっている。動的に図形を捉

える時に、動いた後はどうなっているのだから、こういった軌跡の見方考え方をのばすことができるのではないだろうか。

() 従来の指導順序の再検討をするのかもしれない。

生徒が自ら知識を作り上げていくためには、指導内容はもちろん、指導順序を変える必要があると思われる。

以下に今後に残された課題を述べる。

本章 6 - 1 () で、証明への意欲や、証明を欠くときの根拠を得ることが出来ると述べたが、一方で、Cabri 上では、ある性質があたりまえの事実として提示されるので、証明をしなくてもいいのではないかと証明の必要性を感じなくなる恐れがあり得る。そこで、生徒の証明に対する意識を調査してみる必要があるのではないだろうか。例えば、「証明とはどうすることなのか」、また、第 3 章 3 - 1 の「みる」活動に出てきたが、円周角が一定なことを見て、「これで証明できたといえるか」などである。この意識調査を行うことで、図形ソフトの改善

うかという視点も大切であると思われるので、しなければならぬ点が出てくるかもしれない。

また、平成 14 年度からは新しい指導要領に基づき指導がなされるが、指導する内容だけでなく、本章 6 - 1 () で述べたが、指導順序の再検討、すなわち、生徒が自ら知識をつくりあげていくことができるように指導順序を考えることが必要とされているのではないだろうか。それは、近年、子どもたちに「生きる力」を育てる教育がなされつつあるが、本当に自ら考え、自ら知識を作り上げていくためには、さらなる生徒の自主性が必要となると考えるからである。

主要引用・参考文献

- ・清水克彦・垣花京子編著 「コンピュータで支援する生徒の活動」明治図書 1999
- ・能田伸彦編 「自ら学ぶ図形の世界」筑波出版会 1996 . 10 . 1