卒業論文要約【鳥取大学数学教育研究，第４号，2002】

中学校における数学的問題解決に関する研究
-状況的学習論に基づくアプローチを視点として-

梅實　幸子
指導教官：溝口達也

Ⅰ．研究の目的と方法

現在行われている数学的問題解決は，日常とのつながりを重視しながらも弱いように感じる。そのため，生徒たちの身近な事象を取り上げた問題も，「数学という教科」の中に持ち込んでしまうと，生徒たちにとってはたちまち難問へと変わってしまうように思われる。そこで，生徒たちが数学的問題解決を行う際に，**日常**を取り入れたらもっとうまく問題解決ができるのではないかと考えた。よって本研究では，以下の研究課題を解決することを目的とする。

●現在行われている数学的問題解決の問題点は何か。

●状況的学習とは何か。また，その目指すものは何か。

●状況的学習論に基づく数学的問題解決とは具体的にどのようなものか。

・「日常」の文脈で数学的問題解決を行う重要性とは何か。

・数学的問題解決に「日常」を取り入れるメリットは，数学的問題解決のどういった場面で表れるのか。

そのための方法として，まず生徒たちが現在どのような状況において数学的問題解決行っているのか，研究者たちの述べているもの，中学校学習指導要領(平成10年12月)，教科書(啓林館平成９年度用改訂数学・啓林館平成14年度用数学)の分析を行い，改善していくべき問題点を挙げていく。

それらの問題点の改善を図るために，本研究では問題解決の行われる「状況(situation)」に注目した「状況的学習」に焦点を当て，「状況的学習」とは何か，またその中心概念である「正統的周辺参加」とは何か，明らかにする。

そして，先行研究の考察を行い，筆者なりの状況的学習論に基づいた新しい数学的問題解決の枠組みと事例を提案する。

Ⅱ．本研究の構成

(１ページ35字×30行，41ページ)

Ⅲ. 研究の概要

3.1　数学的問題解決の改善の必要性

3.1.1　問題点の指摘

現在の数学的問題解決について，研究者たちは「教師も生徒も，数学は知識のかたまりとして受け取るものだ，という考えをもつ傾向がある」と述べている。このような考えにより，教師は理解することを犠牲にして，手順の定められた手続きの習得を強調したり，生徒たちが考え出した問題解決方針を評価していなかったりする (Lave, et al. , 1989)。また，生徒たちは，自分たちが持っている数学的資源を役立てていなかったり，問題解決のプロセスを統制していないまま，問題解決に飛び込んでいったりしている (Resnick , 1986)。

このような問題点に関して日本においてはどうなのか，「日常や実生活」と「学校数学」との関連性に焦点を当てて分析を行った。中学校学習指導要領 (平成 10 年 12 月)・教科書 (啓林館平成 9 年度用新訂数学・平成 14 年度用数学) では

生徒の身近な事象を取り上げる ･･･ ①

↓

生徒は数学を身近に感じる ･････ ②

↓

生徒は主体的・積極的に事象を
数学的に処理しようとする ･･･ ③

といった流れを学校数学に持たせたいようである。しかしその実現は完全になされているとは言い難い。

＜①に関する問題点＞

教科書 (啓林館平成 9 年度用新訂数学) では，「単元とびら」において，また教科書 (啓林館平成14 年度用数学) では「生活と数学」において，コラム的に実生活や身近な事象が取り上げられている。しかし，肝心な学習の中身にはさほど取り入れられていないように感じる。

＜②に関する問題点＞

領域では特に数量関係の「関数」において「身のまわりの具体的な事象」との関連を図ることが重視されている。しかし，教科書に載せられている問題は，題材としては身近なものかもしれないが，問題提示の仕方は身近なものなのかどうか疑問である。この不自然さゆえに，生徒たちは提示された問題が自分たちの「身のまわりの具体的な事象」であると意識しにくいのではないだろうか。

したがって，現在の数学的問題解決は結局③にまで至っていない，あるいは，①，②を通り越して③のみを強調するなどといったことになっている可能性がある。このような事態が先に述べた研究者たちの指摘する問題点を招くと考えられる。

3.1.2　数学的問題解決の改善の方向性

3.1.1 で指摘した問題点の改善の方向性を示したいと思う。

- ●生徒たちが数学の有用性や身のまわりで数学が使われていることを感じられるように，コラム的に数学と日常の関連性を紹介するのではなく，学習の教材そのもので活用するようにする。
- ●学校数学を特別なものとしてではなく，身近に感じることで，生徒たちが自主的に積極的に数学的問題解決を行うために，活動の機会が得られるような問題を提示する。そうすることで，生徒たちから数学は知識のかたまりであり，受け取るものだという考えを取り除くようにする。

以上のような点を重視するために，学習の行われる「状況」が**日常**を含んだものとなるようにする。

3.2　状況的学習

Lave, J. と Wenger, E. の提案する「状況的学習」は，日常というフィールドで学習が行われている徒弟制からだされた「正統的周辺参加」を中心概念とした学習の見方で，学習とそれが生起する社会状況との関係に焦点を当てたものである。学習とは個人の頭の中で行われるものではなく，「社会的実践」の一部であるとする。つまり，学習を命題的知識の獲得や蓄積と定義するのではなく，学習者が「実践共同体」へ「参加」するその過程にこそ学習が生起するのだと想定している。これにより，いままでの与えられる学習から，自ら加わっていく学習へと視点を移している。

3.3　状況的学習論に基づく数学的問題解決の枠組み設定

当初，筆者は**日常**の価値を認めてはいたが，**日常**と学校とはそれぞれに成り立っているものと考えていた。そのため，図 1(次頁参照) に示すように，数学的問題解決が行われる学校に**日常**を取り入れることで現在の数学的問題解決の改善を図ることを目標にしていた。ここで言う**日常**とは，我々が生活している学校以外の世界のことを指している。

しかし，Lave, J. は「生徒と教師にとって，学校もまた**日常**の一部である」とし，新しい日常の見方を提案している。これにより，**日常**の定義は図 2 のように拡張されると思われる。

今後は，今までの**日常**と区別するために括弧つきで「日常」と書くことにする。

この新しく定義した「日常」において数学的問題解決を行う「状況的学習論に基づく数学的問題解決の枠組み」を示す (図 3，図 4)。

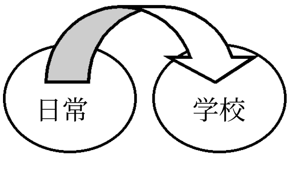


図 1

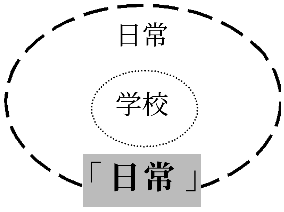


図 2

状況的学習論に基づく数学的問題解決の枠組み

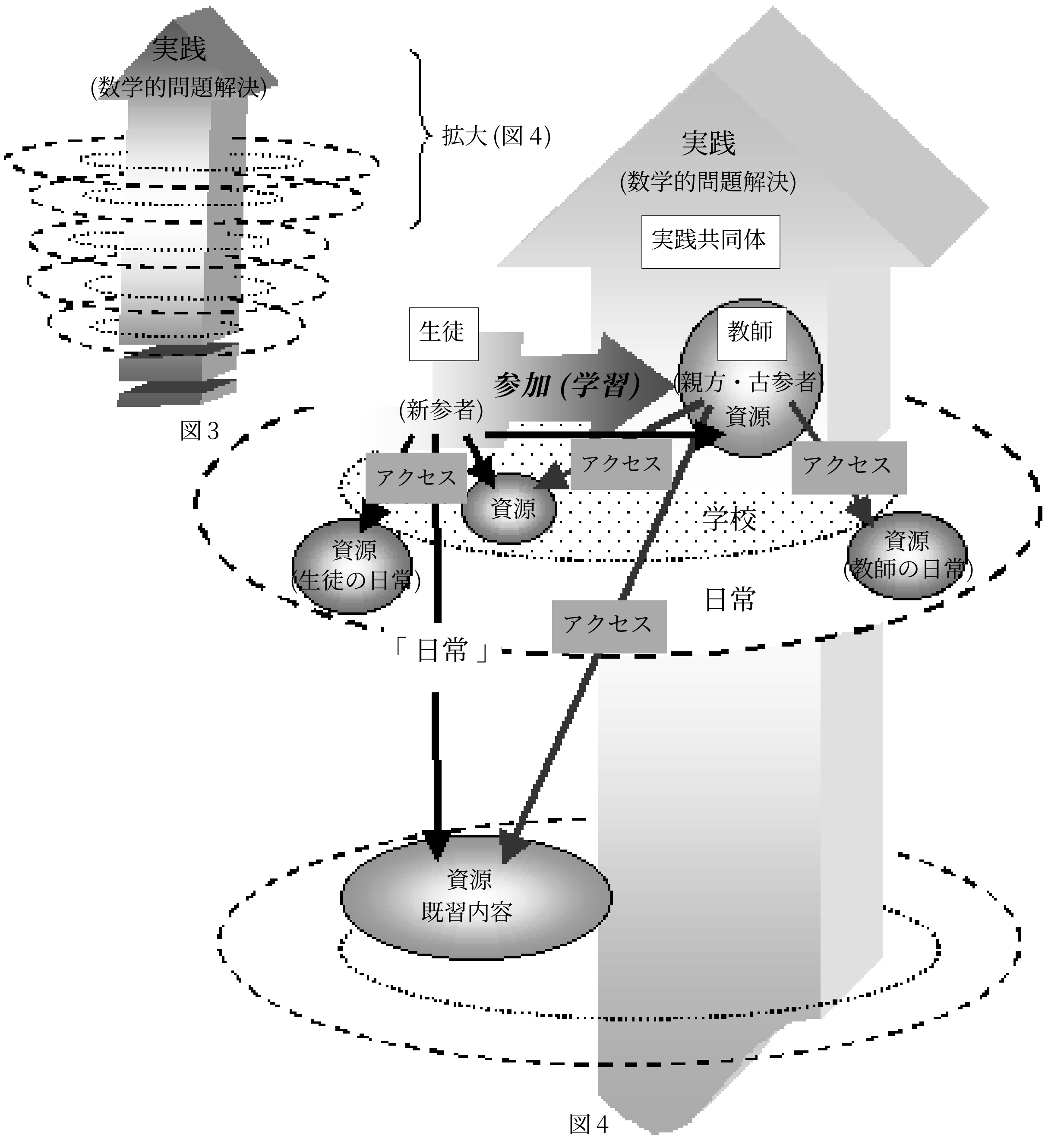


図 3

図 4

(1) 実践 (数学的問題解決) を矢印で表したのは，学校で行われている実践 (数学的問題解決) は，切り取られたように用意された実践ではなく，日常の一部分として，日常という流れのあるところからたまたま引っ張り出して実践としている，ということを表現したかったからである。
(2) 実践 (数学的問題解決) は，先ほど定義した「日常」という状況において行われていくのである。「日常」は実践が進むにつれ，次第に上へと上がっていっているが，これは Lave, J.らが作り出した状況的学習論の中心概念である「正統的周辺参加」を表している。当初は正統的且つ周辺的だが，次第に関わりを深め，複雑さを増してくる。つまり，「正統的周辺参加」から「十全的参加」への移り変わりを表現しているのである。
(3) 教師は「親方」として「新参者」である生徒が成長できるように，「参加」の仕方をうまく設定する必要がある。なぜならば，この「参加」の過程の中に「学習」が位置付けられているからである。
(4) また教師は「古参者」として実践共同体に参加することが望ましい。なぜならば，このとき教師もまた学習者となり，習熟した技能でもさらに上へと変化させる可能性を持つからである。
(5) 生徒は，学校での既習内容や日常での経験，実践共同体での仲間の考え，親方・古参者としての教師の意見など様々な「資源」に「アクセス」することが可能でなければならない。ここで言う生徒にとっての「資源」とは，問題解決の手段となるものである。
(6) 教師も生徒同様，様々な「資源」に「アクセス」できなければならない。ここで言う教師にとっての「資源」とは，教材を作る上でヒントとなるもののことである。
(7) 生徒にとっての「資源」と教師にとっての「資源」は，質的な違いではなく，「アクセス」の仕方に違いがある。
(8) 教師は教材つまり，生徒らが参加する実践を考える際，「人工物 (実践のテクノロジー) の透明性」の確保をしなくてはならない。すなわち，生徒らが「なぜ，この実践でこの人工物を用いるのか」(人工物の意義を理解する)，「どのように，この人工物を使うのか」(学んだことを利用する) が一体となった実践を考える必要がある。
(9) Lave, J.らは，学習を「アイデンティティの形成過程」だとしているが，このためには (8) の「人工物 (実践のテクノロジー) の透明性」と合わせて「実践について語ることと実践の中で語ることの両方を含んだ“語ること”を学ぶ」ことも重要だと述べている。したがって，生徒らには互いに考えを深め合えるような議論の場や，解決法の発表の場などを持つようにさせたい。

この「状況的学習論に基づく数学的問題解決の枠組み」に沿って，単元「一次関数」における事例を次に示す。

3.4 「一次関数」における事例の展開 ～一次関数の利用～

問 題（啓林館§4 一次関数の利用より）
K 市の水道料金は，使用量が 10 m^3 から 30 m3 までの範囲では，一次関数になっています。ある家庭の水道料金は，6 月は 18 m^3 使って 1950 円、8 月は 26 m^3 使って 3150 円でした。10月の使用量が 21 m^3 であったとすると，水道料金はいくらですか。

問題文の初めから，「水道料金は“一次関数”になっている」ことが述べられている。これは，水道料金のデータの一部分を切り取ったように持ってきて問題を作っているために，書かざるを得なくなったものと思われる。「一次関数」という文脈に参加してきた生徒ら自身に「この事象は一次関数になっている」ということに気付かせるような問題提示にするには，実際の使用料金請求書などを資料として生徒に与えた方がよいのではないか。こうすることにより生徒たちは，「水道料金は基本料金と使用量に比例する部分との和である，したがって一次関数と考えればよいのだ。」ということに気付きやすくなると思われる。また「使用量が 10 m 3 から 30 m 3 までの範囲では」とあるが，電気料金などでも使用量の範囲で料金が変わってくる。それらを省略せずに問題に入れることにより，定義域が日常ではどのように使われているかも見られるのではないか。そして，一つの事象から何種類かの関数を見出すことができ問題に広がりが出るのではないか。

問 題

K 町の水道料金は、資料のような請求書により請求されます。今月の使用量はおよそ 28 m３であった。今月の水道料金を請求書がくる前に、前もって銀行に振り込みたいのだが、いくら入れておけばよいだろうか？

(資料)


水道料金のお知らせ
１３年　８月分
設置場所
飯里１２３
お名前
梅實　様

お客様番号　000002070 - 000
検針日　13年　9月　4日
口径　13 mm

今回指針	496 m³
前回指針	459 m³
旧メーター使用量	0 m³
使用水量	37 m³
水道料金（予定）	3,260 円
内訳　基本料金	400 円
使用料金	2,706 円
消費税相当額	154 円

水道検針者 森山


口径別基本料金

口径別	基本料金	口径別	基本料金
13 mm	400円	30 mm	1,500円
20 mm	750円	40 mm	2,700円
25 mm	1,000円	50 mm	10,000円

使用料金（1 m につき		
	11 m³未満	60円
	11～301 m³未満	78円
	301 m³以上	96円

料金に関する問題は，この他にもたくさん日常にあふれている。これらを利用し,「一次関数という人工物の意義を理解すること」と「一次関数という人工物を利用すること」すなわち,「人工物 (実践のテクノロジー) の透明性」が生徒らにもっと感じられるような問題を考えてみたい。

そこで今度は，ただ一通りの料金プランしかないようなものではなく，複数の料金プランを持つものを考えてみた。例えばインターネットプロバイダがこれにあたる。複数の中から選択する際，使用時間にあった，お得なプランはどれか考えさせるような問題を提示することにする。

問 題

資料 (省略) にあるようにインターネットプロバイダにはたくさんの料金プランがあります。これからお客様のご要望を聞き，一番お得なプロバイダを推薦してあげてください。その際，どのようにお得なのか説明もしてあげてください。

まず，生徒自らが資料の中から必要なデータを探し，処理しようとする，そんな状況を問題により設定することが，状況的学習の大きな目標である「参加」を促すと考えたので，この問題ではそのようなスタイルをとった。

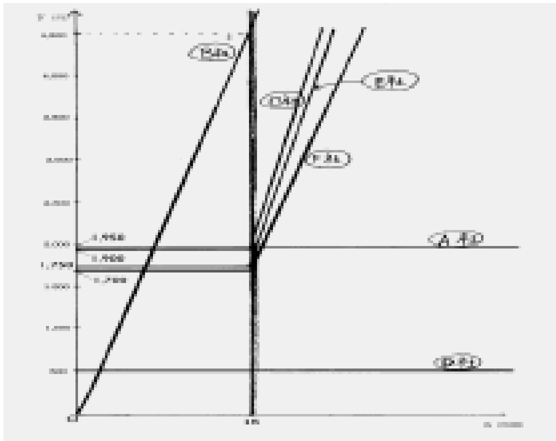
また，考察のポイントとして「人工物 (実践のテクノロジー) の透明性」をあげているが，これは次のような生徒の活動を期待しているからである。

予想される生徒の活動例

月に 15 時間ぐらい使いたいという場合

A 社:たっぷりコース (1950 円/月，使い放題)
B 社:ベツベツコース (5 円/分)
C 社:ナチュラル
(15 時間まで 1750 円超過分 7 円/分)
D 社:A コース (500 円/月，使い放題)
E 社:15 時間プラン (1900 円/月超過分 8 円/分)
F 社:プラン B
(15 時間まで 1700 円超過分 3 円/分)

グラフ



式

x 分，y 円とする
A：y＝1950
B：y＝5x
C：y＝1750（0≦ｘ≦900）
y=7(x－900)+1750（ｘ>900）
D：y=500
E：y=1900（0≦ｘ≦900）
y=8(x－900)+1900（ｘ>900）
F：y＝1700（0≦ｘ≦900）
y＝3(x－900)+1700 (x>900)

表

社名	A	B	C	D	E	F
料金	1950	4500	1750	500	1900	1700

生徒は相手に説明するにあたり，まず自分が様々なプランについてどのような関数になっているのか理解しなければならない。この過程で「一次関数という人工物を利用すること」が達成できると考えた。また相手に説明する過程で，式を使うのか，表を使うのか，グラフを使うのか，それは自由であるが，どういう説明をするときに何が適しているか自然に分かってくると思われる。そこで一次関数に限らないが，関数の学習で出てくる「式・表・グラフ」を単に並列的に捉えるのではなく，お互いを関係付けながらそれぞれの利点に気付くことができると思われる。これが「一次関数という人工物の意義を理解すること」につながるのではないかと考える。このような活動を通して，「熟練のアイデンティティ」を形成するために重要だといわれている「人工物(一次関数)の透明性」が感じられるようになるのではないかと考えた。また，他者に説明する活動を通して(これも「熟練のアイデンティティ」を形成するために重要だといわれているが),「実践について語ることと実践の中で語ることの両方を含んだ“語ること”を学ぶ」ことにつながるのではないだろうか。

Ⅳ．研究の結果

中学校学習指導要領(平成10年12月)や教科書(啓林館平成9年度用新訂数学・啓林館平成14年度用数学)では「生徒の実生活や日常での体験・経験」などを重視した数学の指導を行うことにより，生徒たちが数学を身近に感じ，主体的・積極的に事象を数学的に処理できるようになることを目標としていた。このような目標を受け，教科書(啓林館平成9年度用新訂数学・啓林館平成14年度用数学)では，日常での事象を学校数学に取り入れようとしていた。しかしその取り入れ方は，コラム的であったり，生徒たちにはそれを自分たちの日常として実感することが困難であるような問題場面であったりすることが明らかとなった。

これらの問題点の改善を図るにあたって，本研究では「状況的学習論」に焦点を当てたわけだが，まず数学的問題解決を行う「状況」を今までの学校数学から，**日常**に学校での生活を含めた「日常」へと移行した。こうすることで，生徒たちは日常生活で使われている数学への「アクセス」が可能となった。さらに数学的問題解決を行う際に「アクセス」できる「資源」も増加したことになる。

また，数学的問題解決の状況を「日常」に置いたことは，生徒たちのみならず，教師にとってもメリットが表れた。なぜならば，教師が教材を考える際に「アクセス」する「資源」に広がりが出たからである。

「実践」への「参加」なくして学習は起こらないと状況的学習論はいう。新しく実施される学習指導要領でも，数学的活動などによる生徒たちの自主的・主体的，そして積極的な活動が期待されている。このことは，状況的学習論流に言い換えると，与えられる学習から自ら加わって行く学習へと視点を移すことが期待されているということではないだろうか。「日常」をフィールドとした数学的問題解決を行うことで，これら学習指導要領や教科書の目指すところが達成できると考える。

本研究は，現在の日本の数学的問題解決における問題点の指摘を，中学校学習指導要領(平成10年12月)および教科書(啓林館平成9年度用新訂数学・啓林館平成14年度用数学)の範囲でしか行っていない。しかし，この他にも分析の対象となるもの(例えば，実際数学の授業でどのような数学的問題解決が行われているのか等)があると思われる。

また，このような複数の現状分析をもとに，本研究で示した数学的問題解決の事例以外にも提案できると思われる。今後さらに生徒たちが数学を日常の中にあるものと感じ，活用することができるよう，教材を開発していくことが課題となる。

主要引用・参考文献

・Jean Lave and Etienne Wenger. (1991). Situated learning Legitimate Peripheral Participation(佐伯胖訳『状況に埋め込まれた学習 正統的周辺参加』産業図書株式会社 1993)

・Jean Lave, Steven Smith and Michael Butler. (1989). Problem Solving as an Everyday Practice. research ajender. pp61-81

・Jill Adler. (1996). Lave and Wengerユs social practice theory and teaching and learning school mathematics. Proceedings of the 20th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (Spain), Vol.2 .pp2 - 3－2 - 10

・Jean Lave. (1988). Cognition in Practice, Cambridge University Press (無藤隆他訳『日常生活の認知行動　ひとは日常生活でどう計算し，実践するか』新曜社 1995)