

# 数学教育における オープンアプローチによる指導の研究

澤 幸治

指導教官：矢部敏昭

## ．研究の目的と方法

学校数学で取り扱われている内容は，個々の内容を部分的に取り上げ，それを問題という形で子どもに提示し，厳密な論理や推論によってその問題を解く，というものである。これが，多くの子どもに数学は難しいものであると思わせていると考えられる。学校数学では，出来上がった数学を子どもに受動的な立場から学習させているところに問題がある。数学をつくっていく立場から指導するには，帰納的，実験的，体験的な展開を工夫すべきである。また，指導にあたって取り扱う問題において，学力の高い子どもにも低い子どもにも学習できる程度の質や量を保障しなければならないし，取り扱う問題も子どもの興味，関心を考慮して多様なアプローチができる問題であることも大切である。そして，その問題を子どもの興味や関心によって，次々に発展させ，拡張していくことができる。このように子どもが興味や関心をもって学習できる内容，指導法が必要である。それには，取り扱う問題が多様なアプローチのできるものでなければならない。そこで，私は，「オープンアプローチによる指導」を取り上げ，文献を読み進め，オープンアプローチとはどのような指導法なのかを，数学的活動に着目しながら述べ，最後に，中学校数学の教科書の中で扱われている教材を取り上げ，「オープンアプローチ」にもとづいた教材開発をしていきたい。

## ．本論文の構成

- 第1章 オープンアプローチによる問題とは
  - 学校数学をとりまく問題
- 第2章 オープンアプローチによる指導とは
  - 2-1 オープンアプローチとオープンエンドアプローチ
    - (1) オープンエンドの問題とは

(2) オープンな問題とは

2-2 オープンアプローチによる数学的活動

(1) 数学的活動のレベル

(2) 数学的活動の種類

第3章 オープンアプローチによる数学的活動の考察

3-1 未完結な問題による数学的活動

3-2 問題の発展的取り扱いによる数学的活動

3-3 問題の多様な解決による数学的活動

3-4 数学的場面による数学的活動

第4章 オープンアプローチによる指導の考察

4-1 オープンアプローチによる指導で目指すもの

4-2 子どもと数学的活動に関わっているとは

第5章 オープンアプローチによる指導の検討

引用・参考文献

おわりに

(1ページ40字×36行，42ページ)

## ．研究の概要

ふつうの算数・数学の授業で取り上げられる問題に対する解答は，正答が誤答のいずれかであり，正答は一つしかない。島田茂氏は，オープンエンドの問題とは，正答がいく通りにも可能になるように条件づけた問題としている。そのようなオープンエンドの問題を課題として，そこにある正答の多様性を積極的に利用することで授業を展開し，その過程で，既習の知識・技能・考え方をいろいろに組み合わせる新しいことを発見していく経験を与えようとするやり方をオープンエンドアプローチという。

しかし，ここでの問題点は，適切な“オープンエンドの問題”の開発が非常に難しく，従って，この問題が開発できなかったら，オープンエンドアプローチによる授業が行えないことにある。そこで，オープンな問題だけでなく，ク

ローズの問題（正答が一つしかない問題）を指導の仕方、解決の仕方を多様にする、また、問題が問題を生む、つまり発展させることができる見方や考え方を取り入れること、さらに、多様な解決をさせた後で子どもの学力に応じた、より一般性のある解法にまとめあげていくことを通して、数学的活動の楽しさを知ることができる指導の展開を考えていく。この指導の展開が「オープンアプローチ」だと思われる。

オープンアプローチによる指導のアイデアは、ヘルバルトが理論と実践の仲介におく「タクト」と、デューイの「知性化」による。ヘルバルトは、教育の理論と実践を結び合わせようとする際に、「タクト」という言葉を両者の間に入れている。「タクト」とは、「敏感さ」「機才」などという意味である。したがって、「タクト」とは「臨機の働きや力」と言い換えることができる。実践への準備は、理論によって行われる。この理論による実践への準備というのは、実践の進め方や方法についての準備ではなく、実践にたずさわる人間自身の心の働きの準備のことである。例えば、数学の内容について十分な教材研究をしておいても、いざ授業になると、教師の予想もしなかった回答や発言、質問が出てきて、とっさにその場で、どう対処してよいかわからない場合がある。このような時、子どもの意見を無視したり、先送りしないで、「臨機応変」な処置をとることが大切である。つまり、準備とは、実践場面でのどのような状況や問題に直面しても、これらを受けとめ、理解し、判断し、決定する心の働きとして、いつでもひとりで作用するまでに身につけた理論のことである。ヘルバルトは、教師のこのような教育的心術を形成することによって、教育の理論と実践との結合を実現しようとしたのである。また、デューイは、問題とは困惑、混乱、疑問など精神的に苦しい立場に陥った場合におき、この問題の原因をつきとめ、さらに解決を模索し、実行し、そして、検証する。この一連の思考活動を「反省的思考の本質的な機能」といい、その中で、特に重要な働きをするものは、問題は何か、を意識するところにあると言っている。ここでの過程が「知性化」である。オープンアプローチによる指導では、問題に自由度が与えられ、子どもの興味、学力に応じて、ある程度自由に学習できる幅があると同時に、集団によって考えを洗練する場と教師による適切な指導が導入され、一人ひとりの学力に応じる、個性豊

かで創造的な学習が可能となるよう工夫されている。オープンアプローチによる指導は、子どもの活動に開かれていると同時に数学的活動に開かれている。子どもが学習したい内容を教師が授業で取りあげ、それらをもとに指導の展開を工夫すれば、そこでは子ども自信が関与している内容が取り扱われ、子どもの問題として成立する。これが、子どもに開かれた指導の特徴である。多様で一般性のある解決が保障されている展開が、数学的活動に開かれている指導であると言える。教師が数学を子どもに指導するということは、子ども一人ひとりが、各自の興味・関心によって、数学の内容を理解し、発展させることを助成するということである。ところが、教師の一方的な指導になってしまえば、指導する内容がいくら数学的価値を内在していても、それは子どもに開かれた指導とはいえないし、また、学力の劣る子どもに合わせ、低次元一面的な数学的活動に終わるなら、それは、子どもにも数学的活動にも開かれた指導とはいえない。

子どもと数学的活動の両方に開かれている指導とは、子どもの発想や考えを取り上げ、それを数学的活動として位置づけながら発展させ、できることなら、あまり数学に興味を示さない子どもが進んで学習し、よりよい数学的活動を行うことができるように助成することである。

具体的なオープンアプローチによる指導として、負の数の導入場面を考える。

平成10年度中学校数学科学習指導要領によると、正の数・負の数について、「数を正の数と負の数にまで拡張し、数の概念について理解を深める」とある。また、下記の観点から指導を展開すべきだともかいてある。

減法がいつでも可能になるように数の範囲を拡張すること

正の数と負の数をを用いることによって、これまで別々の式で表していた加法と減法を統一的に表すことができること

反対の方向や性質を表す数として、正の数と負の数が使われること

以上のような観点から、導入方法をみていく。

平成9年度「新訂数学1年」では身近な温度計をつかって導入を図っている。しかし、中学校学習指導要領 数学編 にもあるように、ここでの導入では負の数の必要性を知るには不十分であると考えられる。また、子ども自身が問題をも自分の問題として捉え、考えることが重要であ

る。それには、子どもが既習の内容ではあてはまらない、という不整合を感じることができる問題であることが必要であると考え。教科書に見られるように、最初から考えることなしに、0より小さい数を負の数という、のように負の数の存在を認めてしまえば、子どもは不整合を感じることもないであろうし、さらに、負の数の必要性も感じられなくなってしまうと考える。では、どのような導入がよいのだろうか。

すでに述べたが、正の数・負の数について、学習指導要領に、「数を正の数と負の数にまで拡張し、数の概念について理解を深める」とある。すると、ここでは安易に正の数、負の数の意味を理解させるだけでは不十分であると考え。これまでの数概念の理解をふまえて、生徒自らが負の数の必要性を感じて数を拡張、考察していくように指導を展開し、その過程において正の数、負の数に関する基本的な理解を確実にすることが重要である。小学校では、整数、少数及び分数に関する四則演算とその意味、そしてそれらを取りまとめた数としての理解がなされてきている。この単元で初めて「数を正の数、負の数にまで拡張して数の概念を深める」ことになるのだが、どのようにして新しい数をつくり出していくのか、その考え方が大切である。そこで、その数の拡張に関する考え方を、無理にならない程度で、可能な限り子どもに体験させてやりたいと考える。しかし、いくらかの問題はある。

(i) 数をペアノの公理に基づいて順序対として定義したいが、子どもにはまだそれを考えるだけの素地ができていない。

(ii) 負の数の定義で、初めから負の数や負の符号の存在を認めるのではなく、子どもに無理なく、可能な限り、拡張の意図や考え方を興味深く、強く印象づけるような導入方法を見出す。

( ) に関しては、 $1 - 2$ などは、自然数の順序対による拡張の発想を生かして、 $1 - 2$ の形のままで検討させ、理解を容易にする。( ) に関しては、 $1 - 2 = -1$ と負の数をいきなり持ち出すことは避け、もしも減法が可能だとすれば、その結果として考えられる(数直線を用いて)「0よりも小さい数」の中にもいろいろな種類があって、 $1 - 2$ 、 $2 - 3$ などのように、「0よりも1小さい数」、 $1 - 3$ 、 $2 - 4$ などのように、「0よりも2小さい数」というように同値と考えられる数の集合とその存在を体験させてから、

負の数の定義に進む。その後で、温度計など実生活の中で、ある基準に対して反対の量を示したり、反対の操作を表したりするのに便利であることや、それが実際に多く用いられていることを体験させる。また、これまでにしばしば体験してきた数直線も、正・負の数への拡張を通して初めて完成する。数直線は、数の視覚的な表現手段であるため、この数直線は、このあとの数の演算を理解するのに非常に有効な手がかりとなるため、数直線に関する基本的な認識も、ここで確立していきたい。具体的な導入方法としては、(自然数) (自然数)が自然数にならない場合があることを想起させる。ここで、子どもは数の拡張の必要性を感じることができるのではないだろうか。ここが、温度計を使った導入方法とは違って、負の数の必要性を感じることができる場面だと考える。次に、教科書のように、0より小さい数を $-$ (マイナス)を使って定義する。ここまでの流れで、上に挙げた、減法がいつでも可能になるように数の範囲を拡張する、という観点に基づいた指導が可能であると考え。そして、最後に、反対の方向や性質を表す数として、正の数と負の数が使われる、という例として温度計を挙げる。

以上のような導入方法で、教科書にはない、子ども自身が不整合を感じて、問題を自分の問題として捉え、数の拡張の必要性を感じることができる指導が展開できると考える。

## ・ 研究の結果

本研究のねらいは、学校数学にオープンアプローチというアイデアを指導に導入することであった。従来の算数・数学科の指導は、内容をできあがっているものとして指導していることが問題であった。しかし、オープンアプローチによる指導で、子どもと数学的活動の両面に同時に開いていく多様なアプローチを行うことが可能になる。また、従来の学校数学では、いきなり数学の論理性や抽象性、形式性を指導し、その結果、多くの子どもが算数・数学を理解することができなかった。この展開をオープンアプローチによる指導で緩和し、子どもの学力差に応じる指導を可能にしたものである。従って、一人ひとりの学力や興味などに応じる多様な考えができるであろう。

しかし、本論文では教材開発がまだまだ不十分なため、教材開発がこれからの課題である。また、子どもが理解したとはどういうことか。

そして、その程度を特定する仕方を解明して、子どもが理解し定着する過程も今後の課題である。

#### ・ 主要引用・参考文献

- (1) 能田伸彦「オープンアプローチによる指導の研究」東洋館出版，1983・7・25，p158
- (4) 青山庸「問題を発展的に扱う数学科の指導」東洋館出版，1986・11・25，p15
- (6) 川口延「算数科における問題解決学習と系統学習」金子書房，p52
- (11) ヘルバルト「一般教育学」三枝孝弘訳，明治図書，1960，p 68
- (12) 高久清吉「教育実践の原理」共同出版，1969，p 99

#### 参考文献

- ・ 能田伸彦，「オープンアプローチによる指導の研究」東洋館出版 1983・7・25
  - ・ 島田茂「算数・算数科のオープンエンドアプローチ」みずうみ書房 1977・8・1
  - ・ 阿部浩一など「新・中学校数学指導講座，2．数」金子書房 1978・7・31
  - ・ 中学校学習指導要領，数学編，平成 10 年度版文部省
  - ・ 新訂，数学 1 年，平成 9 年度版，啓林館
  - ・ 新訂，算数 4 年下，平成 12 年度版，啓林館
  - ・ 高久清吉「教育実践学 教師の力量形成の道」教育出版 1990・11・15
-