

数学パズルの教材化とその活用性

中祖 寛子

指導教官: 矢部敏昭

研究の動機と目的

私は幼稚園のときからジグソーパズルやT字パズルで遊ぶことに興味を持っていた。小学校にあがると、基本的な平面図形に触れていくにつれて「算数はパズルみたいだ」と感じ算数を面白い、楽しい科目だと認識するようになった。つまり、私の中ではパズル=楽しい、算数=パズルということから算数=楽しいという気持ちが生まれてきたように思われる。そして、この気持ちが大学になった今でも続いているということは、私にとってパズルというのは大きな宝だったように感じる。

そこで、小学校教育における算数の授業でパズルを活用することができたならば、算数を楽しみ、面白いと感じる子供たちも増えるのではないかと考えるにいたった。ここから、パズルがどのような点で算数・数学と通じているのか、またどのようにパズルをとらえれば授業に取り入れることができるだろうか、ということの研究していきたくなった。また最終的には、パズルというものをどのような視点でとらえ、どのように提示していけば算数科の教材として扱えるのかを研究の目的として、この研究題目を決めたのである。

また、私の読んでいたパズルの書物に次のようなことが書いてあった。『私は黒板に直角三角形と各辺を一边とする正方形を書き、次のように言った。「斜边上の正方形が、他の辺上の正方形よりも大きな面積を持つのは明らかです。さてこれらが金の延べ棒でできているとし、大きな正方形1つか、小さな正方形2つか、どちらかをあげるといわれたとしましょう。皆さんはどちらを選びますか?」興味深いことには、学級の半分の生徒は大きい正方形1つといい、他の半分は小さい正方形2つといった。本当の議論はここから始まる。どちらのグループもどちらも差がないと教わったときに、同じく興味を示したからである。偉大な数学者が感じた驚

きも、また偉大な数学の教育者が伝えることのできる感動もこの種のものである。このようにする方法は、特に初歩の学生たちに対する場合、ゲーム、パズル、パラドクス、手品のトリック、および数学遊戯の奇妙な題材以外によい方法を知らない。』(マーチン・ガードナー著「アリストテレスの和と確立の錯覚」より)

この言葉に共感と感動を覚えた私は、この言葉をもっと確実に理解してみたいと感じたので

本論文の構成

序章 はじめに

- (1) 研究の動機と目的
- (2) 研究の方法

第一章 数学パズルとは

- 1 数学パズルとはなにか
- 2 いくつかの数学パズルについて

第二章 数学パズルの考察

- 1 サム・ロイドの作ったパズル
- 2 消えた妖精のパズルの原理
- 3 悪魔のパズルの原理

第三章 数学パズルの教材化に向けて

- 1 タングラムとは
- 2 タングラムの教材化
 - 1 教材化のための視点設定
 - 2 導かれる数学的考察
 - 3 学年での位置付けと活動

第四章 本研究のまとめと課題

- 1 まとめ
- 2 課題

引用参考文献

1 ページ 37 × 41 33 ページ

・研究の概要

第一章 数学パズルとは

パズルと一言でいっても世界中にはさまざまな数学パズルが存在している。そこで研究の対象となる数学パズルを明確にするために、いろいろな数学パズルに触れることがまず必要となる。そこで数学パズルの誕生、数学パズルとクイズや数学の問題の違い、また数学パズルの中での分類を研究していくこととなった。

第二章 数学パズルの考察

買い手の注意をひきつけるために、安いおまけをつけて商品を宣伝することは、どの国でもごく普通に行われている。そうして、そうしたおまけにはしばしば数学パズルを用いたものがある。米国で数学的なおまけを創案したもっとも有名な人物がサム・ロイド(1841-1911)であるといわれている。彼はフィアデルフィアで生まれた有名なパズルの大家で、チェス問題の発案者でもあった。

ロイドの作り出したパズルの中でも特に『悪魔のパズル』に興味を持った私は、『悪魔のパズル』の原理を探ることとなった。なぜなら、パズルの原理を探ること、それはすなわちその数学パズルによって導かれる数学的でないように考察することとつながると思われたからである。

では原理を探るといことは実際にはどのようなことをしていくのか。あくまでも、数学的な内容を考察するための活動であるため、パズルを数学の世界に引き込んでくる必要がある。パズルを点や線、またグラフや表などであらわすことがパズルを数学の世界に引き込む第一歩である。そうして得られるパズルの原理、それこそが数学的な内容なのである。

ここでの研究の結果、『悪魔のパズル』の原理には線分の一対一対応が隠されていたことが明確となった。

第三章 数学パズルの教材化に向けて

数学パズルの教材化にあたって、私は『タングラム』というパズルを取り上げることにした。なぜならば、小学校の算数教育においていくつもの教具がでてくる。児童が教具に親しむまでの時間、遊びによって数学の内容とはかけ離れている時間が長いのではないだろうかと考えた私は、6年間通して使える教具はないだろうかと思うに至ったのである。6年間の中で繰り返し使うことで児童は既習の事項を思い返し、すべての学習内容にもつながりを感じることがで

きるのではないかと考えたのである。

タングラムとは中国で生まれた図形分割パズルの1つである。研究の結果『タングラム』と一言で言っても様々な種類のもが存在することがわかった。そこで、その中でも、最も有名な『チャイニーズパズル』を取り上げて教材化していくこととした。

タングラムの特徴として、まわす・ずらす・ひっくり返すといった作業を実際に子ども達が活動を通し体験できる事が挙げられる。図形を実際に構成したりする活動の意義には次のようなことが考えられる。

- ・図形概念や用語などの理解の助けとなる。
- ・判断の根拠としたり、説明しにくい場合に言葉の代わりにしたりすることができる。
- ・図形に関する問題解決の際に、問題を把握したり、解決の見通しを立てたりすることができる。
- ・図形の性質などを発見したり、それを確かめたりすることができる。
- ・知識を獲得したり、技能の習熟したり維持したりすることができる。
- ・図形を考察する観点や方法を習得することができる。

これをタングラムというパズルをつかって具体的な図形についての観察や構成などの活動を通して、様々な性質を見つけたり調べたりしていくことの手助けとしていきたい。またこれは、図形についての理解を深めるうえでの重要な活動だと考える。

また、各学年の教科書には必ずと言っていいほど、合同な図形・基本的な平面図形で構成された図形の敷き詰めを載せている。これはタングラムに見られるいくつかの平面図形を合成し一つの平面図形を作り上げているすなわち、平面のしきつめという点で似ていたのではないだろうか。ではなぜ、各学年の教科書には平面図形の敷き詰める活動が取り入れられているのだろうか？

平面図形を敷き詰める活動のねらいには、「幾何模様の美しさを味わうこと。」「平面の広がりについて理解すること。」「図形に関する性質を見出す事。」などがある。また、小学校指導要領算数編にはこうある『基本的な図形について理解する上でも、図形を敷き詰めたり、敷き詰められた図形を観察するなどの活動は大切である。』

そこで、タングラムを小学校での図形の学習

の素地的活動としてとり入れられていきたと考えた。

考察によって『チャイニーズパズル』で導かれる数学的な内容として、図形に親しむための形づくり、図形の移動、面積の求積公式についての吟味などが考えられた。そこで、第一学年「形づくり」第三学年「基本的な平面図形」第五学年「平面図形的面積」での具体的な活用法について論じていくことにした。

(1) 第一学年 形づくり

1) 図形についての理解の基礎

身近な立体についての観察や構成などの活動を通して、図形についての理解の基礎となる経験を豊かにする。

ア ものの形を認めたり、形の特徴を捉えたりすること。

イ 前後、左右、上下などの方向や位置に関する言葉を正しく用いて、ものの位置を言い表すこと。

低学年は、図形概念を形成するための準備段階である。児童は就学以前から、ものの形や大きさ、位置などについてさまざまな経験をしてきている。これらの経験を生かしながら、次第に、ものの色、大きさ、位置、材質に関係なく形を認め、形の特徴についてとらえることができるようにすることがこの学年のねらいである。

第一学年においては、身の回りにある立体を観察や構成に対象とし、実際にそれらをてにとったり、それらを用いて形作りをしたりするなどの活動が大切である。そして図形に対する親しみと関心を喚起しながら、図形についての理解の基礎となる経験を豊かにしていく。

2) 活動とタングラム活用の目的

タングラムの切片を用いて、身の回りにある具体物の形を作ったり、作った形から逆に具体物を想像するなどの活動を通して、形に着目できるようにする。もちろんこのとき必ずしも7つの切片すべてを使わなくてもよいものとする。また、形を示してそれと似ている具体物を集めたりするなどの活動は、具体物から形を抽象するのに有効である。

3) 提示の方法

タングラムの7つの切片で正方形を構成した状態で児童に配布する。なぜならば、正方形を構成しているものとして、7つの切片を手にとって実感できることが児童にとって興味関心を引き出す最初の第一歩と考えるからである。

4) 場面設定

第一学年「形づくり」の初期段階で提示することがよいと思われる。なぜならば、児童にとって直線やかたどられたタングラムの切片は思考に取り入れやすいことの反面、実際の日常生活には円形のものも多く存在する。そのことを児童自ら気づき、タングラムの切片だけではいろいろなものをあらわすことに困難が生じることを発見してほしいからである。

(2) 第三学年

1) 活動と活用の目的

図形を構成する要素に着目して、正方形、長方形、直角三角形について知り、それらを書いたり、作ったり平面上で敷きつめたりすることで、各図形を構成している要素に着目しながら基本的な平面図形について理解できるようにすることがねらいである。

第二学年では「四角形は四本の直線で囲まれた形」として学習している。第三学年ではさらに直角と辺の長さについて着目することを通して、正方形と長方形について理解できるようにする。そのために、タングラムを用いて辺と辺の長さを実際にあわせてみること、切片と切片を重ね合わせる事で辺の長さや角の大きさの違いに気づかせることが可能だと考える。

2) 提示の方法

7つの切片を分解した状態で提示する。今までに敷き詰め学習を済ませている児童は自発的に辺の長さや角度に着目しているいろいろな平面図形を作っていくものと考えられる。

3) 場面設定

この学年では、正方形にはさまざまな大きさのものがあるが、形はすべて同じであること。一方長方形は、たてと横の長さの組み合わせでさまざまな形ができるが、どれもみな四つの角がある四角形である。また直角三角形は正方形や長方形を対角線で2つに分けることによってできる特別な形であるということを学習するであろう。

そこで、この学年でのタングラムの活用は、学習のまとめとして、児童に実際に今まで学んできたことを手にとって、確かめてもらうことがタングラムの活用として最適なのではないだろうか。そのうえで辺の長さや角の大きさに着目できたならば、第四学年での学習である角度の学習へのつながりにもなると考える。

・研究の結果

本研究の大きな柱は「数学パズルの教材化と活用法」というものである。

「数学パズルの教材化と活用法」を考えると必要であることは、対象となるパズルの原理を知りを探り理解するとともに、教材化のための視点を設定し、そこから導かれる数学的内容を考察し、そして学年での位置付けと、その具体的な算数的活動等を研究することである、ということが本研究で得た事柄の中でもっとも重要であることの1つだと思われる。

パズルの原理を知るとはどういうことなのか。パズルを研究するにあたっての視点はこういった方向から得るものであるのか。

今回の研究では、三つのパズルに対しての研究にしか及ばなかったが、今回取り上げたパズルを元にして教材化するために検討してきた視点というものは、今回の三つのパズル以外のパズルに対しても有効なものだと考える。教材化を考えたときの視点には、そのパズルを理解すること、教材化のための視点を設定すること、そしてどの学習内容で活用できるのかを明確にすること、そして活用するときの目的、提示方法、場面設定、そして学習内での活動をじっくりと研究することが必要であることが本研究で得た2つ目の点である。

課題としてはこのたび「タングラム」を取り上げて、教材化にあたっての活用法を考えたのだが他のパズルの教材化はできないのだろうか。またタングラムにおいては、各学年でのタングラムの位置付け、今回の研究で対象とした各学

年での実施、実践にも取り組んでいきたいと考えている。

主要引用・参考文献

マーチン・ガードナー著 アリストテレスの和と確立の錯覚

ジェリー・スローカム/ジャック・ボタマンス著
パズルの世界

小学校学習指導要領解説 数学編 平成11年度 文部省発行

高木茂男著 「Play

Puzzle」平凡社

芦ヶ原伸之訳 「100%楽しめる手づくりパズル」 東京図書出版

啓林館算数教科書 第二学年下

P. 2 ~ 11

第四学年下

P. 2 ~ 11

第五学年上

P. 2 ~ 11

第五学年下

P. 2 ~ 11

第六学年上

P. 2 ~ 15

上野富美夫編集「数学パズル事典」東京堂出版