

# 高等学校におけるテクノロジーを利用した 新しい数学教育に関する研究 グラフ電卓を活用して

横山 大輔  
指導教官：溝口達也

## ・研究の目的と方法

近年，テクノロジーは機能が多様になり，性能も高くなってきた。数学教育でも用いられるようになってきており，代表的なものとして，「電卓」「グラフ電卓」「関数電卓」「コンピュータ(Cabri Geometry のような作図ツールなどのソフトやインターネット上でのプログラムの利用)」などが挙げられる。ただ，それらが実際授業の中で用いられる場合は少ないように思う。手で計算することに価値があるとし，授業でテクノロジーが使われることに拒否感があるというのが現状のようである。

本研究では高校数学での代数・関数分野を中心に開発していくものとし，『グラフ電卓』について研究を行うことにした。

グラフ電卓には，高価である，操作方法を覚える必要がある，入試で使われないため授業での取り込みにくさ，などデメリットが挙げられるが，グラフ電卓にはグラフ電卓のよいところがあり，グラフ電卓から学ぶことは必ずあるはずである。本研究では，先行研究を行い考察することによって，グラフ電卓の有用性や，活用の場を見出し，グラフ電卓があるのが当たり前であるような新しい数学教育を提案していきたいと考える。

## ・本論文の構成

### 第1章 研究の目的と方法

#### 1.1.問題意識・動機

#### 1.2.研究の目的と方法

### 第2章 先行研究の考察

#### 2.1.グラフ電卓の機能

#### 2.2.先行研究の実行

##### 2.2.1.缶の問題に関する教材

##### 2.2.2.イチローのヒット数を求める

##### 2.2.3.ソメイヨシノの開花予想

### 第3章 グラフ電卓の有用性

#### 3.1.グラフ電卓を用いての変化

#### 3.2.グラフ電卓を前提とした学習

### 第4章 グラフ電卓を活用した教材の開発；

#### ローン返済に関する教材

### 第5章 研究の結論

#### 5.1.本研究で得られた結論

#### 5.2.残された課題

最後に

参考・引用文献

(1 ページ34 字×33 行，40 ページ)

## ・研究の概要

### 3.1.グラフ電卓の機能

グラフ電卓には一般的な電卓としての計算機能や，関数電卓のような数学関数の計算のほか，グラフ電卓特有のものとして次のような主な機能がある。(本研究で用いたグラフ電卓はTI-73)

- ・統計データを入力し表を作成する(LIST)。コンピュータの表計算ソフトのように，既にあるデータを用いたいいわゆる関数での入力も行える。
- ・LIST にあるデータの中から2つを取り出し，それぞれをx-y座標の値とし 点を打つ(PLOT)。
- ・LIST に入力した統計データをグラフ化することができる。散布図，折れ線グラフ，絵グラフ，棒グラフ，円グラフなど。
- ・式を入力する(但し変数はxの1つのみ)(Y=)。
- ・PLOT した点を x-y 座標上に表示する(GRAPH)。
- ・入力した関数式のグラフを x-y 座標上に表示する(GRAPH)。
- ・表示した点やグラフ(の式)をなぞり，座標値を表示する(TRACE)。
- ・表示したグラフのx座標，y座標を表として表示する(TABLE)。
- ・表示したグラフのウィンドウ内での倍率を変えることができる(ZOOM)。

- PLOT した点からそのグラフに直線を引き、傾きを変えながら近似式を手動により求める (MANUAL-FIT)。
  - PLOTした点からその近似式を自動で求める。
    - $y = ax + b$  (一次関数)
    - $y = ax^2 + bx + c$  (二次関数)
    - $y = ab^x$  (べき関数)
- 今回用いたグラフ電卓で近似できる式は次の 3 通り。

### 3.2. グラフ電卓の有用性

先行研究、「缶の問題に関する教材」、「イチローのヒット数を求める」、「ソメイヨシノの開花予想」を自分で実際に行うことで、グラフ電卓の有用性や、グラフ電卓を活用する際の前提とする項目を次のように考えた。

グラフ電卓を前提として進めるならば、課題の思考の過程が、用いない場合と同じでは意味がない。今まで活用してきたもので解決に向かっているわけなので、わざわざ、グラフ電卓を持ち出す必要はない。使用したとしても、機械による変換などにより時間的な短縮がされるだけであり、考え方は今までと変わっていないのである。

グラフ電卓は、今までの教材に使用するようではいけない。つまり、いままでの単元や教材をより早く、より簡単に理解しようとするために利用するのは、行われていることは今までと変わらないし、グラフ電卓を活用しているとは言えない。グラフ電卓は「理解」するために使うのではなく、「思考」するために使われるべきである。そうすれば、今まで行われていなかった新しい数学が見えてくるのではないだろうか。

グラフ電卓を用いる大きな特徴としては、「表」、「式」、「グラフ」が簡単に表示の切り替えができ、また、表や式の変更がすぐさまグラフに反映することであろう。LIST による表を作ったところでは、数値としてそのデータを見ることができる。ここではそれぞれの大小は見ることができるが、全体の推移や規則のようなものは一瞬では判断しがたいだろう。ここで、グラフでの表示を行うと全体の姿が視覚的に見ることができる。なんらかの一定性が見えてくるかもしれない。数値的表現と代数的表現を相互に利用することによって、より多くの思考・予測が行われると考える。

グラフ電卓を使えば、式を入力すればグラフを表示することができ、それぞれの点での座標を表示することもできる。つまり、式からグラフを描くということはここでは重要なことではない。そ

のグラフを使って何を考えるということのほうが重要なことになってくる。

思考の道具としてグラフ電卓を用いるので、まだ学習していない単元が含まれていても、グラフ電卓を用いることによって解決に導いていくことができる。こうなれば、考えられる方向はさらにまた、グラフ電卓ということで、関数関係の範囲が多く扱われることになるだろうが、当たり前に関数になってしまうようなものは、実際の生活の中には少ないものである。新たなテーマを題材にしていこうとしていく場合、規則的な変化をするものばかりではない。そのような完全に規則的でないものを考察・試行錯誤していく場合、今までのような紙と鉛筆だけの作業では困難が多くなっていく。ここでは、機械の力というものを使うことが決して悪いことではない。

このようなことを考え、生活社会の中から教材を見つけ出し、数学と社会とのつながりが見えてくるような題材で進めていけるようにしていきたい。

### 3.3. グラフ電卓を活用した教材

ローン返済に関する教材である。あるローン会社から 100 万円を借りた際の、返済回数による返済額の見積りは以下のようにになっている(表 1)。ここから、グラフ電卓を用い、ローン返済に関する規則的なもの、そうではないものなど、試行錯誤しながら、様々に考察してみる。試行錯誤の中で教材として用いることができるかどうかも考えていく。何らかの結果として予想されるものは、今のところ次のようなものである。

- 返済回数によって、支払総額だけでなく、ほかに得になるような考え方は出来ないのか。
- ここから考えられる、別の料金での返済はどのようになるのか。

支払回数	1 回目	2 回目以降
6	170,700	170,500
12	87,400	86,900
18	60,700	59,000
24	47,100	45,100
30	38,100	36,800
36	34,400	31,200
42	28,600	27,300
48	27,500	24,300
54	25,500	22,000
60	21,900	20,200

表1：100 万円を借りた際の返済金額の変化  
様々な操作・思考を重ねる中で、次のようなデータを新たに得る。様々なものをグラフで表して

みる(グラフ略)。

L1	L2	L3	L4	L5	L6	L7	L8
支払回数	1回目	2回目以降	支払合計額	手数料分	手数料/回数	1回目/回数	2回目/回数
6	170700	170500	1023200	23200	3866.67	0.1707	0.1705
12	87400	86900	1043300	43300	3608.33	0.0874	0.0869
18	60700	59000	1063700	63700	3538.89	0.0607	0.0590
24	47100	45100	1084400	84400	3516.67	0.0471	0.0451
30	38100	36800	1105300	105300	3510.00	0.0381	0.0368
36	34400	31200	1126400	126400	3511.11	0.0344	0.0312
42	28600	27300	1147900	147900	3521.43	0.0286	0.0273
48	27500	24300	1169600	169600	3533.33	0.0275	0.0243
54	25500	22000	1191500	191500	3546.30	0.0255	0.0220
60	21900	20200	1213700	213700	3561.67	0.0219	0.0202

表2：作業の中で作ったLISTのモデル

ここで特にL1とL6を座標に表してみる。

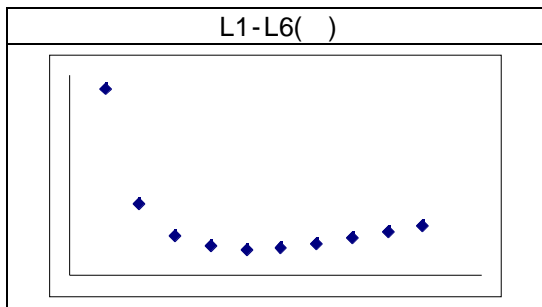


図1：支払回数と手数料1回分の相関

ここで、なんとなく放物線のような変化の仕方である事がわかる。今は最大が60回であるが、もしこのような変化を続けていくと予想すると、60回以上で返済する場合は、さらに多くなるであろうし、返済回数も多いのに加え、手数料もより多く支払うことになってしまう。

例えばここで、新たに「なぜ、30回のときが一番手数料が少なくなるのだろう」と言うような疑問が出てくる。

図1での近似式を出してみる。

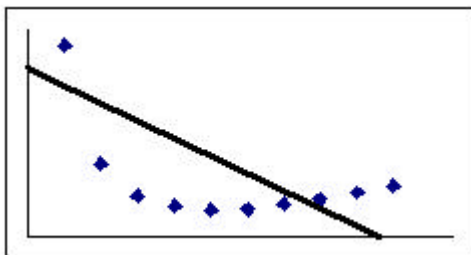


図2：1次関数での近似

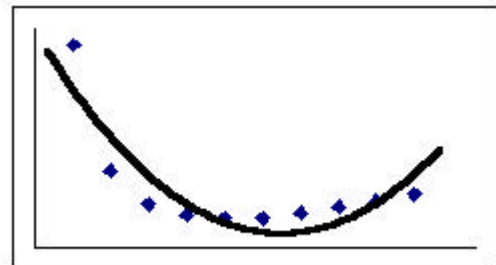


図3：2次関数での近似

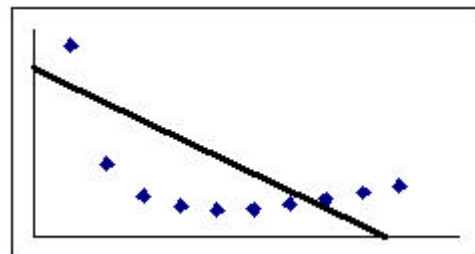


図4：べき乗関数での近似

その近似の結果は次のようになる。

$$\text{一次関数： } y = -3.22x + 3671.8$$

$$\text{二次関数： } y = 0.27x^2 - 21.35x + 3895.2$$

$$\text{べき乗関数： } y = 3674.4 * 0.99^x$$

この3通りの近似では、グラフを見る限り「これは近い」言えるようなものはないが、どれかといえば、二次関数での近似が中では近い。一次関数とべき乗関数のグラフはこの範囲ではよく似て

いる。

そのほか、今のデータから他の借り入れ金額の際の返済金額なども考えてみる。

### ・研究の結果

本研究は、グラフ電卓を「思考の道具」として教材を開発を目標とし、先行研究を実際に行い、その中でグラフ電卓の有用性や活用を見出し、新しい数学教育を開発してきた。そこで、第4章のような教材を提案した。考察はまだ行うことはできると思うが、一つの教材に対し、様々な疑問が生まれ、様々な結論や、課題の提示の仕方を考えられると思う。

教材の開発はとどまる所がない。いくらでも考えることができる。今回難しく、教材として出来なかったものの中に、「生命保険に関する教材」がある。いずれ考えるであろう生命保険について、高校生活の中で考えても無駄なことにはならない。今後、教員として進んだあとにも、このような教材の開発を行い、グラフ電卓がいっそう浸透するように励みたい。

### 主要参考・引用文献

東京学芸大学教育学部 杉山吉茂 代表

『高度情報化社会に対応する数学カリキュラムの開発に関する総合的研究』より

pp.5-24

藤井斉亮

「事象のグラフ化を活用した教材事例の検討」

pp.25-38

熊谷光一

「教材開発の視点：素材から教材へ

- 缶の問題をてがかりにして - 」

pp89-96

松本新一郎

「中学校におけるグラフ電卓を利用した

教材開発と実践」

『Visualization in Teaching and

Learning Mathematics』(1991)

pp.77-86

E.Paul Goldenberg

「The Difference Between Graphing Software and Educational Graphing Software」