正負の数の乗法に関する生徒の認識

－数直線による意味づけの可能性－

山村裕二

指導教官：矢部敏昭

Ⅰ．研究の目的と方法

今日の正負の数の学習指導の方法については様々な工夫がなされており，数学的には一見わかりやすいもののように思われる。その立式及び計算においても，達成度としては高い割合で可能なものとして挙げられる。しかし，理解の側面からみた場合，「できるけれどもわからない」といった生徒の実態もしばしば報告されている。つまり，ここに教授的な要請が存在するのである。

このような問題点は，数概念の獲得の過程に起因するものである。すなわち，正の整数及びゼロまでの数概念の獲得は，具体的な大きさの概念に付随させたものである。この過程に基づいて負の数を導入し，数概念を有理数体に拡張する際，正負の数の加法・減法については意味づけを為すことができ得る。しかし，その乗法・除法については障害をもたらすのである。とりわけ，正負の数の乗法において，(負の数)×(負の数)が「ないものにないものをかけるとある状態になる」ことは理解し難いものなのである。

加えて，このことを理由に意味理解を軽視し，計算の手続きによって解のみを得ることができても，正負の数の教育的意義は達成され得ないのである。従って，正負の数についても意味理解を重視した論理的な見方に基づく学習が必要なのである。また，このためにすべての演算に適用できる単一のモデルが求められるのである。

ここで，正負の数の概念形成における単一のモデルとして数直線を活用することを提案する。なぜならば，数直線は実数を表象する唯一のモデルであり，その乗法における有用性についても多く述べられてきているためである。例えば，杉山(1986)は，「数直線を用いての乗法の意味の解釈は，乗法の意味を小数や分数の場合にも整数の場合と同じ意味で捉えることができ，無理なく意味の拡張ができるというメリットがある」として，数直線の活用による乗法指導における可能性を示唆しているのである。このように乗法に関する概念形成において，数直線モデルは意味の拡張の側面においても立式の根拠としても有効に働きうる可能性を持っているのである。従って，正負の数の乗法においても，その有用性を吟味し，概念形成のために位置づけることは価値のあることであると考える。

以上より，本論文は現行の正負の数の乗法における概念形成の問題点を補うものとして，数直線モデルによる概念形成の可能性について言及する。その際，この可能性に関連する課題を設定し，それらを追究することを目的とする。

本研究の方法は，理論的な基礎として，正負の数における概念形成に関する文献，及び教授・学習などの指導法に関する文献の考察を行う。また，中学校第１学年の教科書を考察することによって，正負の数の乗法の概念形成における問題点を抽出するものとする。さらに，その問題点を補うための数直線モデルについての可能性に関する調査研究における課題を設定し，それに対応した調査問題を作成する。そして，この調査結果を基に，正負の数の乗法の数直線による概念形成における考察を行うものである。

よって，本論文は以下のように構成される。まず，第２章においては，杉山(1986)の言明を基に，現行の正負の数の学習指導を考察するための視点を設定する。そして，その視点に基づいて，そこに内在する問題点を抽出し，その問題点を補うものとして数直線によるモデルを提案する。３章においては，この数直線モデルの可能性に関する調査研究における課題を設定する。そして，この課題に基づいて調査問題を作成し，生徒の実態を調査する。その方法は質問紙調査によるものとする。この結果を４章において考察する。その考察の方法は，まず調査問題の結果から調査対象の全体としての傾向を分析する。次に個々の生徒の様相に着目し，調査研究における課題に沿った考察を行う。最後に

5章においては，4章の考察から述べることができる教授法への示唆を抽出する。そして，本論文の全体としてのまとめを行い，今後の課題を述べるものとする。

Ⅱ．本論文の構成

Ⅲ．研究の概要

1．先行研究の考察

上述したが，教科書における正負の数の導入の方法は，一般的に具体的な場面を用いているものがほとんどである。このような場面による展開の仕方によって，正負の数の演算への意味づけが十分に為され，本当にわかるという状態につながるのであろうか。そこで，具体的な場面を用いた事例に基づく正負の数の指導を吟味し，そこに内在する問題点を顕在化する必要があると考える。

1.1.考察の視点の設定

まず，教科書における展開の問題点を顕在化させるために，具体的な場面を用いて数概念を導入する場合の問題点を考察する視点を設定する(杉山，1986)。その視点とは次の4点である：

①一般化の数学的根拠
②根拠を与える場面・位置づけ
③存在する問題
④問題解決を補うもの

視点①は，ある特定の具体的場面で数学的な概念を導入する場合，その導入の仕方が何に根拠を検討するというものである。また，その場面において得られた数学的概念が，すべての場面に適用することができるかどうかの根拠も必要となる。

視点②では，視点①で要請された根拠が，学習の過程において，どこで，どのように盛り込まれているのかを検討しなければならないというものである。

視点③では，その具体的場面において必要とされた根拠を明らかにし，その学習過程での位置づけを検討しても，なお残る問題点を考察するというものである。

視点④は，視点③で抽出された問題点を解決するために何が必要であるのかを検討するというものである。このことによって，よりよい理解の状態に達することができ，概念を進化させることができると考える。

また，これら4つの視点には順序性があり，必然的にこの段階は議論されなければならない。なぜならば，理解するとは，新しい知識が既有

の知識に同化され，または調節され，それらが均衡を保つ状態のことである。そのために，まず既習と未習の区別を付けるための段階として，未習の確認に視点①，既習の確認に視点②があり，そして，互いの整合性を十分に保つために，視点③によって不十分な点を考察し，視点④によって必要十分にしようと試みるからである。

1.2.現行の指導に基づく考察

教科書註1）における正負の数の乗法の導入及びその展開は，1)（負の数)×(正の数)，2)（正の数)×(負の数)，3)（負の数)×(負の数）の順に行われる。以下で，４つの視点に基づき，この導入の方法に対しての問題点を抽出する。

1.2.1.一般化の数学的根拠

1)における展開の方法は同数累加の考えに基づいたものであり，そのために乗数は整数に限られている。つまり，１）における根拠は，正の整数の乗法における最初の意味である同数累加の考えによるものである。このように 1)における展開の仕方は理論的なものではなく，生徒たちにとって比較的容易に予想できる累加の見方を適用し，それから「(負の数)×(正の数）の計算は絶対値の積に負の符号を付ける」という計算の約束を導こうとするものである。

2), 3)については，この段階の生徒たちには困難であるという理由から，ここでも理論的な意味づけを避け，やはり「(正の数)×(負の数）の計算は絶対値の積に負の符号を付ける」，または「(負の数)×(負の数）の計算は絶対値の積に正の符号を付ける」という計算の約束を導くために，外挿法によって拡張するものである。つまり，2),3)における根拠は，既習の数において成り立っていた原理・法則をそのまま成り立つようにしたいという，いわゆる“形式不易の原理”における要請である。

1.2.2.根拠を与える場面・位置づけ

1)における根拠である同数累加の考えは，次のように与えられている：

$$2\times3=2+2+2=6 \text{ であるから，}$$

$$(-2)\times3=(-2)+(-2)+(-2)=-6$$

さらに，この結果の－６が－（２×３）に等しいという根拠から，計算の約束として「(負の数)×(正の数）は絶対値の積に負の符号を付ける」としている。

2), 3)における根拠である「正の数の範囲で成り立った原理・法則・規則性が，負の数に拡張されても成り立つ」は，乗数が１ずつ変化すると，積は同数ずつ増加する，もしくは減少することをもって与えられている。

1.2.3.存在する問題

1)において，この同数累加の考えは，小学校第２学年における乗法の最初の見方である。この見方は，小学校第５学年及び６学年において，正の整数に小数，または分数をかける際，基準とする大きさと割合から，その割合に当たる大きさを求める演算として拡張されている。しかし，この考えは数の範囲が正負の数に拡張されると適用されなくなる。つまり，乗法の意味の拡張に沿った正負の数の乗法の意味づけが為されていないということが問題点として考えられ得る。

2), 3)における問題点は“形式不易の原理”を用いてもよいとする根拠が明確ではないという点である。加えて，この方法では正負の数の乗法に関する理論的習得は何ら為されないまま終わってしまう。

さらに，どの段階においても数直線を取り扱う意義は生産的ではなく，数学を創るという立場のものではない。

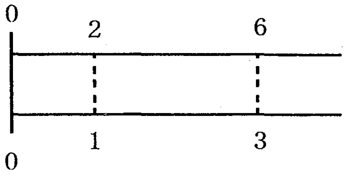
1.2.4.問題解決を補うもの

以上のような問題点から言えることは，「教科書における展開の仕方は，演算の約束を導くための“用具的理解註2)”のみに重点を置くものであり，“関係的理解註2)”を引き起こす理論的習得が為されるようなものにはなっていない」ということである (Skemp,1976)。

数学を教えることは，数学を易しく解説し約束を暗記させるものではなく，生徒たちが数学を創る立場に立ち，対象としている教材のねらいを十分にふまえ，数学を学ぶ過程から生徒の意味及び価値付けを援助するものである。

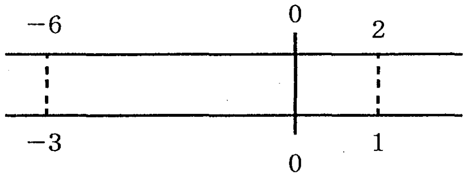
このような視点から，実数を表象するモデルである数直線を用いた正負の数の乗法に関する概念形成を提案する。それは次のようなものである：

乗法を割合としての見方によって意味づけるならば，例えば「２×３」は，「２を１と見たとき，３にあたる大きさが２×３である」となる。これを２本の数直線によって表現すると例.1のようになる。



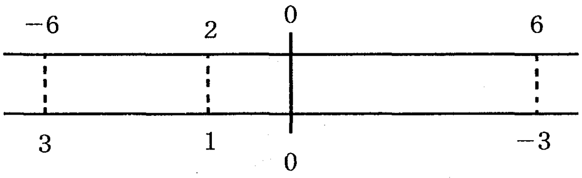
例.1　2×3の場合

この割合としての見方を乗数が負の数に拡張された場合にも適用する。例えば，乗数が－３になった場合は，被乗数２を１と見たとき，－３にあたる大きさが２×（－３）となり，例.1の数直線を左に延長することによって対応させることができる(例.2)。



例.2　2×(－3) の場合

被乗数が負の数，例えば「(－２)×３」，「(－２)×(－３)」の場合も同様に考える。この場合，下の数直線は左側が必然的に正の数の側となり，右側が負の数の側となる(例.3)。



例.3 (－2)×3，(－2)×(－3) の場合

２．調査問題の開発

正負の数の乗法に関する概念形成において，数直線を活用することは価値のあるものである。しかし，これによる生徒たちの意味づけの可能性については調査の必要がある。

2.1.調査研究における課題の概要

調査すべき課題については，４つの視点に基づいて教科書における正負の数の導入・展開を考察した際に，そこから抽出することができた問題点に対して数直線を用いて意味づけすることの可能性を探るものである。

具体的には，調査研究における課題(調査課題)は次の４点にまとめることができる：

- 調査課題１
  正負の数の乗法に関する割合としての見方の可能性
- 調査課題２
  割合としての見方を数直線に表し，解の存在を確認することの可能性
- 調査課題３
  数直線から正負の数の乗法の割合としての見方を読み取ることの可能性
- 調査課題４
  正負の数の乗法を数直線によって意味づけることの可能性

それぞれの調査研究における課題の関連は図.4のようになっている。

これら４点の調査研究における課題に従って，調査問題を作成する。調査問題については資料として後に載せるものとする。

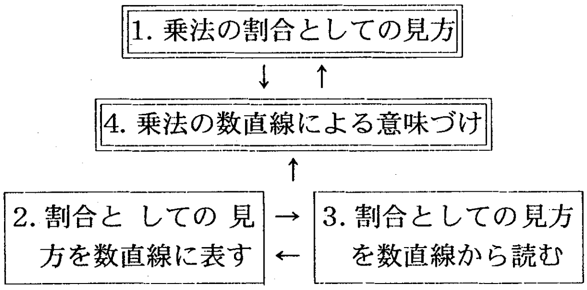


図.4 調査課題の関連

2.2.調査問題の設定と調査課題との関連

調査問題と調査課題との関連は，表 .5 のようになっている。調査問題［Ⅱ］は，正負の数の乗法における割合としての見方に関するものなので調査課題１が対応する。調査問題［Ⅲ］は，この見方を数直線に表現し，数直線を正負の数の乗法の意味づけに活用することの可能性に関するものであるので，調査課題１，２，４が対応している。調査問題［Ⅳ］は，正負の数の乗法の割合としての見方を表している数直線から数量の関

調査課題 / 調査問題	1	2	3	4
［Ⅱ］	○	－	－	－
［Ⅲ］	○	○	－	○
［Ⅳ］	○	－	○	○
［Ⅴ］	○	－	－	○

表.5 調査問題と調査課題の関連

係を読み取り立式するものなので，調査課題１，３,４に対応するものである。調査問題［Ｖ］については，正負の数の乗法を生徒自身が意味づけるものであるので，とりわけ調査課題１，4に対応するものである。調査問題［Ⅰ］については，調査課題の事前調査として位置づけるものである。

2.3.調査対象と調査方法

本調査は鳥取県内の国公立中学校第１学年から第３学年の生徒，総計 422名を対象として，1999年７月中旬に行ったものである。調査の方法は，４枚の問題用紙からなる質問紙調査を通常の授業時間内の約３０分間を利用して，授業を担当する教師に依頼し実施した。

本調査問題が指導的になっているのは，生徒たちが乗法について数直線を用いて意味づけるという経験をおそらくしてきていないであろうと予想されるためである。さらに，このような意味づけをすることによって，生徒たちの正負の数の乗法に関する認識にどのような効果が現れ，概念にいかなる変容をもたらすのかを調べることに焦点化することができると考えるためである。

３．調査結果の考察

調査結果の考察について，本稿では調査問題における対象全体の傾向の考察をもとに，正負の数の乗法における数直線の活用と概念形成の可能性について，調査課題に沿った考察を述べるものとする。調査課題の考察は，その性質上調査課題２,３,４,１の順に進める。

3.1.調査課題２について

調査対象全体の考察を行うことによって，次の３つの示唆を得ることができた：

示唆１　正負の数の乗法における割合としての見方を数直線に表す際に，被乗数を１と見ることには困難さが生じる

示唆２　被乗数が負の数の場において，２本の数直線の方向性が反対になることには困難さが生じる

示唆３　乗数を取ることができれば，解の存在を確認することは問題ではない

これらの示唆に対して，個々の生徒の様相をもとに考察を加えるものである。

示唆１について，(正の数)×(負の数)の場は調査問題［Ⅲ］(1)に対応している。ここでは被乗数を１と見る際の１は数直線上に呈示しておいた。もしこの意味を理解しているならば，乗数である－４を取ることができるはずである。しかし，誤答例の多くは，被乗数３を１とみて，その１をあらかじめ数直線上に表しているにも関わらず，下の数直線の１目盛りを１として乗数を表しているものであった。また，上の数直線に，やはり１目盛りを１として，乗数－４を表しているものもいた。これらは被乗数である３を１と見ているのではなく，依然として１目盛りを１と見ているものである。また，(負の数)×(正の数)の場である調査問題［Ⅲ](3)は，段階を踏んで数直線上の乗法の割合としての見方を表現するようになっている。被乗数－３を１と見て，それを数直線上に表現することは，どの学年においてもかなり高い割合で可能であった。しかし，数直線上に１と表せていても，(正の数)×(負の数)の場と同様に乗数である５を表すことができていないものもあった。例えば，被乗数である－３を１と表すことができているが，それに関係なく下の数直線の１目盛りを１とし，乗数５を表しているものである。すなわち，これは形式的に１を数直線上に表現したのみであろうと推測される。つまり，調査問題［Ⅲ](3)においても，数直線上に１を表せたとしても，それが被乗数を１と見ることができているとは言えないということであると考える。数直線上に１を表すことが被乗数を１と見ることにつながっていないということは，(負の数)×(負の数)の場である調査問題［Ⅲ](4)においても現れていた。ここでは，割合としての見方を数直線に表すための段階を付けずに，生徒の思考過程を問う形になっている。調査問題［Ⅲ](3)において，その真意を理解せずに形式的に１を表していたものは，「かけ算をすると　15になるから」や「(－３)×(－５)＝15になるから」といった計算によって，その積である15を四角で囲っていた。また，被乗数を１と数直線上に表すことができていても，乗数である－５を表せていないものもいた。このことからも，割合としての見方を数直線上に表現する際に，被乗数を１と見ることへの困難さが指摘できると考える。言い換えると，数直線上に１と表現できたとしても，被乗数を１と見ることができているとは限らないといえる。以上の考察をまとめると，次の示唆１'が得られる：

示唆１' 正負の数の乗法における割合としての見方を数直線に表す際に，乗数を正し

い位置に取ることができているかどうかは，被乗数を１と見ることに依存する

示唆２については，乗数が負の数の場における困難さである。これは，たとえ被乗数を１と見ることができていても，数直線自体の認識が引き起こす障害であると考える。つまり，数直線は右側が増加方向であり，左側が減少方向であるという認識である。例えば，(負の数)×(正の数) の場である調査問題［Ⅲ］(3) においては，被乗数である－３を１と見ているにも関わらず，下の数直線の右方向に５を取ったものもいた。さらにこれに加えて，基準点を原点ではなく，１と取った点を基準としているもの，また，１を表した点を考慮して，原点以外の基準点を決めているものもいた。これらは被乗数である－３を１と見て，数直線上にそれを表すことができているが，数直線は右方向が正の側であるという認識が存在するために生じたものであると考えられる。(負の数)×(負の数) の場である調査問題［Ⅲ］(4) においても，同様の誤りをする生徒が得られた。いずれの場合も計算結果と割合としての見方を数直線に表した際の解の位置が異なることに気づき，困難さを示していた。以上より，次の示唆２' が得られる：

示唆２' 被乗数が負の数の場において，２本の数直線の方向性が反対になることへの困難さとしては，次の３通り存在する；

i) 原点を基準に右側を正，左側を負とするもの

ii) 原点に関係なく，被乗数を１と表した点を基準として，そこから右側を正，左側を負とするもの

iii) 原点に関係なく，被乗数を１と表した点を含めて原点以外の基準点を決めて，そこから右側を正，左側を負とするもの

言い換えると，このような誤りをする生徒にとっては，原点は何ら意味を為していないということができる。すなわち，これらの生徒は，数直線の認識に関して原点が基準点であるということよりも，原点をもとに右側が正の数の側，左側が負の数の側であるという認識の方が強固なものになっていると考えられる。

示唆３については，これまで述べてきた示唆１及び示唆２の考察から考えることができる。つまり，乗数を数直線上に表現することができているならば，被乗数を１と見ることができているということである。乗数を表現することができれば，その積は乗数を表した点の上の位置に対応するので，解の存在を確認することができるのである。

3.2.調査課題３について

これは，調査問題［Ⅳ］に対応するものである。ここでは，全体の割合としての考察から次の２つの示唆が得られた：

示唆４　数直線に表現された正負の数の乗法の割合としての見方を読み取ることは，それを表現することより比較的容易である

示唆５　割合としての見方を読み取ることに関しては場に依存しない

これらは，調査問題［Ⅳ］において「できている」と判断される生徒の割合が非常に高かったことから示唆されるものである。この２点の示唆は基本的に同種のものであると考える。なぜならば，それまでの調査問題において，被乗数を１と見ることができているかどうかに関わらず，また１と見ることができていても，数直線の強固な認識によって乗数を取ることができていないにも関わらず，数直線に割合としての見方が表現されているならば立式できているからである。つまり，これらの示唆は次のようにまとめることができる：

示唆４' 数直線をもとに立式できるからといって，正負の数の乗法の割合としての見方を理解しているとは限らない

つまり，立式できているからといって，数直線に表現された２数量の関係が必ずしも的確に把握されているかどうかは疑問であるということである。また，示唆５に関しては，例えば数直線上の右上の数値を被乗数，左上の数値を乗数として乗法で立式すればよいと推測されるものもあった。この考え方に立てば，調査問題［Ⅳ］(1)(2) においては正しく立式することができるが，(3) においては誤った式が得られる。このように，数直線から被乗数を確認し，かつ乗数を確認して立式しているものとはいえないものもあるのである。従って，数直線上に表現された式を読み取ることに関しては，(正の数)×(負の数) の場であっても，(負の数)×(負の数) の場であっても，それほど差はないと考えられるのである。

以上の考察をもとに，調査課題２と調査課題３の関係について，次のようにまとめることができる：

数直線から正負の数の乗法の割合としての見方を読み取ることは，その見方を数直線に表すことに依存する

3.3.調査課題４について

調査課題４は，とりわけ調査問題［Ⅴ］における生徒の様相をもって判断し得ると考える。なぜならば，正負の数の乗法に関して，数直線上において被乗数を１と見ることは割合としての見方によるものであり，また，被乗数との関わりで乗数を数直線上に正しく位置づけることも乗法の割合としての見方によるものだからである。つまり，被乗数を１と見ること，そして乗数を数直線上に正しく取ることという２点の困難さを克服し得たならば，調査課題２及び調査課題３については可能であると判断でき，また，(負の数)×(負の数)＝(正の数) になる理由が説明できると考えるのである。言い換えると，調査課題４である正負の数の乗法の数直線による意味づけは，正負の数の乗法の割合としての見方を数直線上に表すこと，及び，その割合としての見方を数直線から読み取ることによって可能になるといえるのである。

以上より，調査課題４については次のようにまとめることができる：

正負の数の乗法を数直線によって意味づけることの可能性は，被乗数を１と見て，その割合にあたる乗数を数直線上に正しく位置づけることをもって達成し得る

言い換えると，調査課題４は調査課題２及び調査課題３に依存し，これらの課題の達成をもって可能であると判断できると考える。

3.4.調査課題１について

調査課題１は正負の数の乗法を数直線によって意味づけることを通して，割合としての見方に変容することができるかどうかを探るものである。従って，ここでは調査問題［Ⅰ］と調査問題［Ⅴ］における生徒の様相を比較することによって考察を進める。

例えば，最初は計算の決まりによって理由づけを行っている生徒がいた。しかし，この生徒は調査問題［Ⅴ］においては，(－２)×(－５)＝10を割合としての見方によって数直線に表現し，10は正の数であることに着目して(負の数)×(負の数)＝(正の数) になる理由を説明していた。このような説明をするに至った生徒たちは，調査課題２及び調査課題３において，正負の数の乗法の割合としての見方を数直線に表現し，また読み取ることができていたものである。さらに，調査課題４である正負の数の乗法を数直線によって意味づけることをもって，(負の数)×(負の数)＝(正の数) になる理由を説明している。上述したが，正負の数の乗法を数直線によって意味づけるとは，被乗数を１と見ることができ，その被乗数との関わりで乗数を数直線上に位置づけることが必要不可欠である。ここで注目すべきことは，被乗数を１と見ること，また乗数を正しく数直線上に取ることは，乗法の割合としての見方そのものであるということである。すなわち，調査問題［Ⅴ］において正負の数の乗法を数直線によって意味づけることができ，(負の数)×(負の数)＝(正の数) になる理由が説明できたものは，乗法の割合としての見方ができており，このことによって正負の数の乗法に関する認識が変容していると考えることができるのである。

しかし，調査問題［Ⅲ］及び［Ⅳ］において十分理解しているであろうと思われる生徒であっても，調査問題［Ⅰ］と［Ⅴ］において，同種の意味づけをしているものもいた。例えば，“－”の数が偶数個である，もしくは奇数個であることをもって，正負の数の乗法を意味づけているものや，具体物と結びつけることによって説明しているものである。このような生徒は調査課題４について，可能であろうと判断されるものである。従って，このような生徒にとっては，正負の数の乗法に関して数直線のよって意味づけることよりも，上記の意味づけの方が認識の上で強固なものとして存在していると考えられる。このことは割合としての見方への認識の変容に対する一つの障害になり得るものであると考える。言い換えると，調査問題［Ⅰ］と［Ⅴ］において認識に変容が見られなかったのは，それまでの学習において形式化された正負の数の乗法の概念に関する認識の強固さが存在するためであり，割合としての見方が認識されていないためではないと考える。従って，やはり調査課題４が可能であれば，調査課題１についても可能であろうと考える。言い換えると，正負の数の乗法の割合としての見方が認識され得ないならば，数直線によって割合としての見方を意味づけることはできないともいえる。よって，以上のことをまとめると，次のようになる：

正負の数の乗法を数直線によって意味づけることができれば，正負の数の乗法に関する割合としての見方についても可能であり，また，そ

の逆も成り立つ

Ⅳ．研究の結論

本研究で得られた結果をまとめると以下のようになる：

(1) 現行の正負の数の乗法指導を考察するために４つの視点を設定し，それらに基づいて問題点を抽出した。また，この問題点を補うものとして数直線モデルを提案した。

(2) 調査問題を４つの調査研究における課題に基づいて考察した結果，数直線上に被乗数を１と表すことができていても，それを１と見ることには困難さが存在することを確認した。また，数直線の認識に関して，数直線の右方向が正の数の側であり，左方向が負の数の側であるという強固さが存在することが示唆された。この認識は数直線において原点が基準点であるという認識よりも優位なものであった。

(3) 乗数を数直線上に正しく取ることは，上述した２つの困難さに依存しており，乗数を正しく取ることができれば解の存在を確認すること，また，数直線から式を読み取ることは容易であった。しかし，割合としての見方の可能性については，これらの困難さを克服し，それを表現することが重要であった。

(4) 数直線による意味づけよりも，それまでの学習によって形式化してきた計算の決まりや具体物に結びつけようとする認識が強固に存在し，これによって変容に至らなかったものもいた。

今後の課題は次の通りである：

(1) 本研究は正負の数の乗法の関係的理解のために数直線モデルについての可能性を考察したものであるが，他にも有用なモデルがあるかもしれない。

(2) 本研究は質問紙調査という量的研究の方法を採ったが，インタビュー調査等による質的研究によって，さらなる生徒の様相を調査する必要がある。

(3) 本研究において，数直線による正負の数の乗法の意味づける際のいくつかの困難さを指摘したが，その困難さを克服するための条件を実証的検証によって明らかにする必要がある。

(4) 本研究において，正負の数の乗法を数直線によって意味づけることでは，その認識に変容をもたらさなかったものも得られた。これは学習者の数学に対する認識及び態度に関わるものである。従って，この改善のための授業構成に関わるモデル案の検討が必要である。

註

1) 本研究における教科書とは，啓林館によって発行されている「新訂数学１年」（平成９年度用）である。

2) “関係的理解”とは，知的学習によって得られる理解であり，“用具的理解”とは週間学習によって得られる理解である。

引用・参考文献

杉山吉茂 (1986). 公理的方法の考えに基づく算数・数学の学習指導. 東洋館出版.

福森信夫他 (1996). 新訂数学１年. 啓林館.

Skemp,R.R. (1976). Relational Understanding and Instrumental Understanding. *Mathematics Teaching*, No77, December, pp.22-26.

資料　調査問題

（調査用紙１）

［Ⅰ］次の質問に答えてください。絵や図を使ってもかまいません。

(1) 「(－３)×２＝－６」になる理由を説明してください。

(2) 「(－３)×(－２)＝６」になる理由を説明してください。

（調査用紙２）

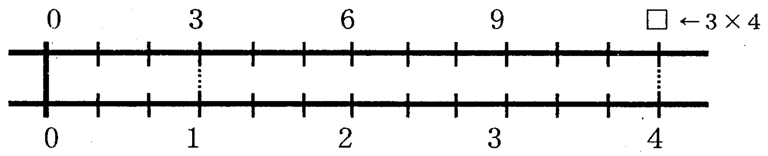
［Ⅱ］次の質問に答えてください。

(1) ２×３の意味は，「２を１と見るときに，３にあたる大きさ」を表しています。
（「２を１と見るときに，３にあたる大きさ」とは，大きさが２であるものを１とするならば，３になる大きさが２×３である，ということです。）
では，２×(－３)の意味は，何を表していると言えばよいでしょう。

(2) (－２)×３の意味は，「－２を１と見るときに，３にあたる大きさ」を表しています。
では，(－２)×(－３)の意味は，何を表していると言えばよいでしょう。

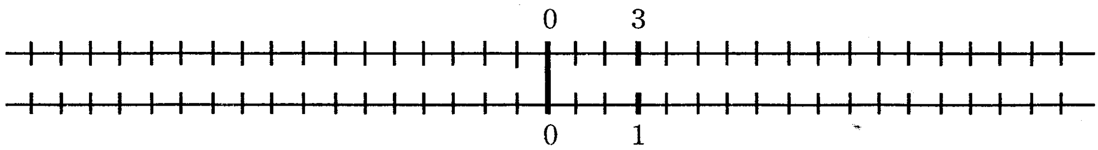
(3) 『○×△の意味は，「○を１と見るときに，△にあたる大きさ」を表している』という意味がわかりましたか？下のどれかを○で囲んでください。
（はい　　どちらかというとはい　　どちらかというといいえ　　いいえ）

［Ⅲ］まず，説明を読んでから，質問(1)～(3)を順に答えてください。
３×４の意味は，「３を１と見るときに，４にあたる大きさ」を表しています。
これは，下のように２本の数直線を使って表すことができます。



これは，「３を１と見るとき」の３を上の数直線上に，１を下の数直線上に取っています。
そして，下の数直線上の４にあたる大きさを，上の数直線上の□で示しています。

(1) ３×(－４)の意味を，２本の数直線を使って表しましょう。
①－４はどこに取ればよいでしょう。下の図に示してください。
②３×(－４)の答えはどこになるでしょう。下の図に□で示してください。



（調査用紙３）

(2) もう一度聞きます。『○×△の意味は「○を１と見るときに，△にあたる大きさ」を表している』という意味がわかりましたか？下のどれかを○で囲んでください。

（はい　　どちらかというとはい　　どちらかというといいえ　　いいえ）

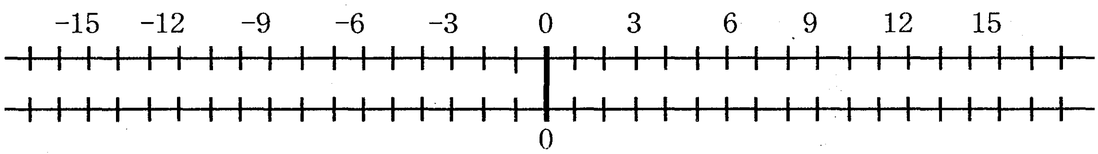
(3) (－３)×５の意味を，２本の数直線を使って表しましょう。

(－３)×５の意味は，「(－３)を１と見るときに，５にあたる大きさ」を表しています。

①「(－３)を１と見るとき」の１は，下の数直線でどこに取ればよいでしょう。
下の図に示してください。

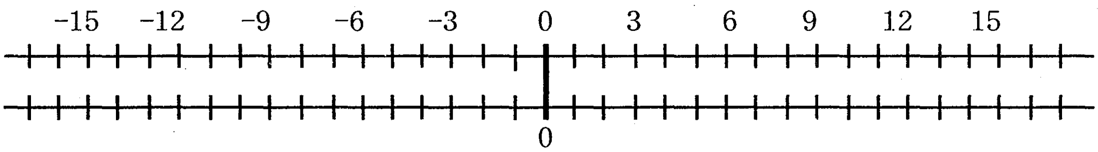
②「５にあたる大きさ」の５は，下の数直線でどこに取ればよいでしょう。
下の図に示してください。

③(－３)×５の答えはどこになるでしょう。下の図に□で囲んでください。



(4) (－３)×(－５)の意味を，２本の数直線を使って表しましょう。

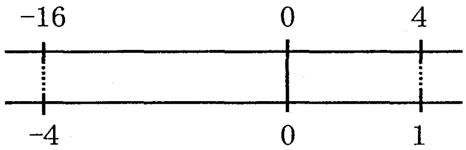
それから，その答えを□で囲んでください。また，どのように考えたか説明してください。



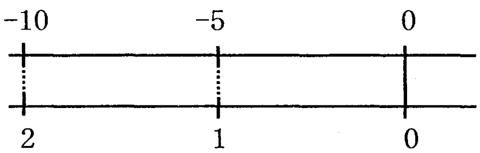
（調査用紙４）

[Ⅳ] ゆう子さんは，ある式を見て，下のような数直線 (1)～(3) を書きました。

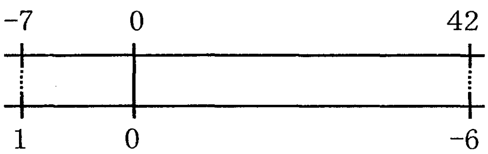
ゆう子さんはどんな式を見たのでしょう。その式を書いてください。

(1)


式＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

(2)


式＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

(3)


式＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

[Ⅴ](負の数)×(負の数)＝(正の数) になる理由を説明してください。

例を挙げたり，図で示したりしてもかまいません。