

# 小学校算数科における図形の見積りに関する研究

## －図形の見積りの認知モデルの構築－

山脇雅也

指導教官：溝口達也

### I. 研究の目的と方法

見積りは、その果たす役割の重要性や有用性から、既に算数科の授業のなかに確固たる地位を確立している。そしてそれは、「数と計算」の領域に限らず、様々な領域において取り入れられている。しかし、実際の授業においては、計算見積りや量の見積りに比べ、図形の見積りが学習活動に生かされている機会は少なく、さらに、図形の見積りに関して文献、資料を調べてみると他の見積りに比べてあまり研究が進められていないようであった。このようないきさつで図形の見積りに興味を抱き、研究をする事にした。

本研究の目的は、学習者が図形の見積りをどの様に行うかを明確にすることである。そして計算見積りにおいて数感覚、量の見積りにおいて量感といった感覚が関係するように、図形の見積りにおいても何らかの感覚が関係すると考え、それを「図形感覚」と名付け、具体的にどの様なものであるか示すことである。また、この「図形感覚」が図形の見積りの過程においてどの様な局面で、どの様に作用し得るか指摘することである。

そのために、本研究では以下のような方法をとる。まず、図形の見積りについての基本的な考え方を文献の検討により整理する。これを踏まえて、本研究における図形の見積りの事例を特定する。そして、これらの事例を考察するにあたり、考察の観点を設定する。さらに、これらの観点を総合的にとらえるために、図形の見積りの認知モデルの構築を試みる。この構築された認知モデルにおける分析を通して、「図形感覚」がいかなる局面で、どの様に作用し得るかを指摘する。最後に、これらの議論をもとにして、図形の見積りに関する教授学的示唆を試みる。

### II. 本論文の構成

#### 1. 研究の目的と方法

##### 1.1 本研究の動機

##### 1.2 本研究の目的と方法

#### 2. 図形の見積りについての基本的な考え方

##### 2.1 見積りとは

##### 2.2 図形領域における見積りとは

#### 3. 図形の見積りについての認知モデル

##### 3.1 図形の見積りの具体例を考察するための基本的な枠組み

###### 3.1.1 図形の見積りを考察する観点

###### 3.1.2 「観察」

###### 3.1.3 「思考実験」

###### 3.1.4 「洞察」

##### 3.2 図形の見積りの具体例の認知モデルの構築とその考察

###### 3.2.1 展開図の見積りの例

###### 3.2.2 池の見積りの例

###### 3.2.3 乗用車の見積りの例

###### 3.2.4 具体例の認知モデルの考察

#### 4. 図形感覚に焦点をあてた図形の見積りの認知モデルの考察

##### 4.1 図形感覚の構成要素

##### 4.2 認知モデルから指摘される図形感覚

#### 5. 研究の結論

##### 5.1 本研究から得られた結論

##### 5.2 本研究における教授学的示唆

##### 5.3 今後の課題

### III. 研究の概要

#### 1. 図形の見積りについての基本的な考え方

物事のあらましを考え予想を立てる活動が一般に「見積り」といわれる。算数科において「見積り」というとき、その活動の対象や方法が数量や図形の内容にかかわるものである。つまり、算数にかかわる問題の場で適切な判断をしたり、能率的な処理の仕方を生み出すなど創造的な活動をする際に、数量や図形についてのおよその大きさや形をとらえ予想を立てる活動

ということができる。

本研究では、この「見積り」について特に図形領域におけるそれに焦点を当てた。そして、単に「図形の見積り」とし、次のようなことが含まれる「見積り」のこととしたい。

- (1) 図形の構成や分解を見通すこと。
- (2) 複雑な図形を見たとき、その特徴を大づかみにとらえ、概形に表すこと。

それぞれの具体的な事例として以下のようなものがあげられる。

- (1) の具体的な事例
  - ・立方体の展開図を表す。
  - ・立方体を切断したとき、その切り口がどのような形か見通す。など。
- (2) の具体的な事例
  - ・池の形をその特徴をとらえて、台形と見る。
  - ・平面上の二直線の位置関係をおよそ平行と見る。など。
- (1) と (2) が組み合わさった具体的な事例
  - ・乗用車の形の特徴をとらえて、台形と円がそれぞれ二つ組み合わさった形と見る。
  - ・日本地図の特徴をとらえて、基本図形の組み合わせで表す。など。

## 2. 図形の見積りについての認知モデル

「図形の見積り」を考察する上で漠然と考えるのではなく、観点を定めて、それに沿うように考察することにしたい。そこでNCTMによる「学校数学におけるカリキュラムと評価のスタンダード」を参考にし、「図形の見積り」に關係する「幾何」が含まれる項の記述の中の「観察」「実験」「洞察」という語に注目した。これらは見積りを行う主体（子ども）の側に問われるものであり、図形の見積りの様相を把握する上で重要であると思われるからである。

3つの観点はおよそ次のようなこととする。

「観察」：図形の見積りに必要となること、手がかりとなることを既習事項や既有経験をもとに見ること。単に客観的に見ることではない。

「実験」：「思考実験」のこととする。前提から得られた実験仮説をもとにして、演繹論理または擬演繹的な論理によって帰結される実験のこと。擬演繹的とは図によって説明がつくといった、子どもの水準に応じておよそ演繹的であると認められることをいう。

「洞察」：所与から帰結を引き出す推論の一

形式として規定するもの。ひらめきとか、見通しとかいう漠然とした意味として用いるものではない。

これらの観点をを用いて、「与えられた乗用車の図をその乗用車の形をとらえて、台形と円がそれぞれ二つ組み合わさった形と見る」という乗用車の見積りの例を考察すると、次のようになる。

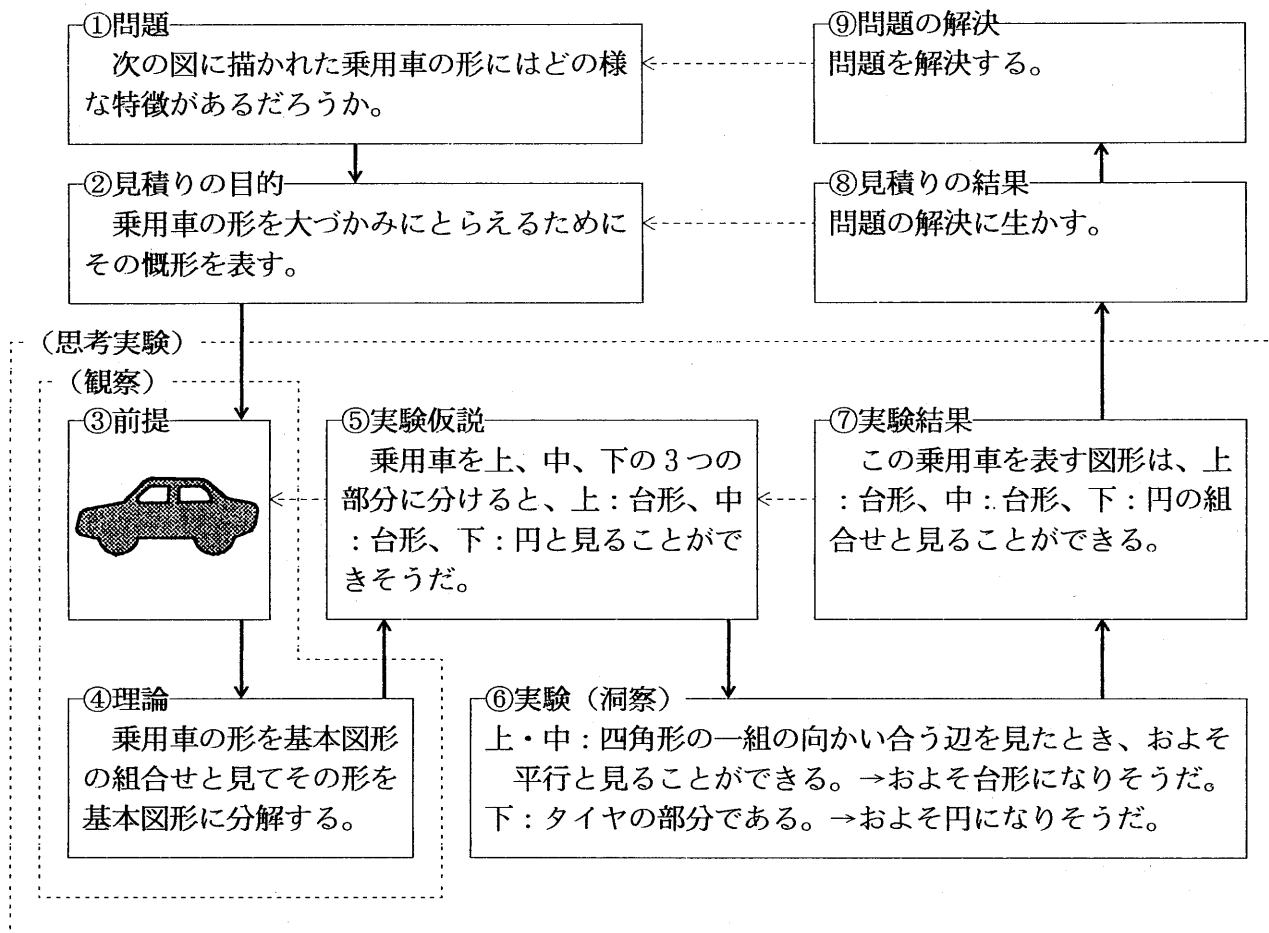
「思考実験」としてとらえると、〈前提〉となるのは、与えられた乗用車の図であると思われる。そして、その図を基本図形の組み合わせと見て、その形を基本図形に分解することを〈理論〉として、上の部分を台形、中の部分を台形、下の部分を円と見るのである。このように三つに分けそれぞれを台形や円と見なすことが〈実験仮説〉であろう。〈実験〉は上の部分の場合、四角形の一組の向かい合う辺を見たとき、およそ平行と見ることができることから、およそ台形となりそうながいえる。これは、「一組の向かい合う辺が平行な四角形は台形である。」という演繹論理をうけた擬演繹的な推論によるものであろう。中の部分も上の部分と同様にしていえる。下の部分は、乗用車のタイヤというものに対する概念として、「タイヤをある方向から見ると円である。」ということが経験的に発想されたと思われる。これにより、およそ円となりそうなが擬演繹的な推論として得られられそうである。こうして〈実験結果〉として、上と中の部分は台形、下の部分は円と見ることができそうなが得られる。

「観察」の観点からこの見積りをとらえると、与えられた乗用車の図を漠然と見るのではなく、基本図形の組合せと見ているところであろう。一つの基本図形として見るのではなくいくつかの基本図形の組合せであろうと見ているのである。これは「思考実験」の〈前提〉、〈理論〉の部分に相当している。

また「洞察」については、上と中の部分の場合「四角形の一組の向かい合う辺を見たとき、およそ平行と見ることができ」を所与に、「台形となりそうだ」という帰結を導き出すところであろう。そして下の部分は、「タイヤの部分」ということを所与に、「円になりそうだ」という帰結を導き出すところであろう。これらはいずれも「思考実験」の〈実験〉の部分に相当している。

以上のことを基にすると、乗用車の見積りの例はの認知モデルは図1のようになる。この認

図1. 乗用車の見積りの認知モデル



※ → : 思考の流れ      -.-> : 評価

表1. 図形感覚を考えるための枠組み

1 図形に関する知識と、 図形をうまく扱うこと	1.1 図形の概念についての理解	1.1.1 対象概念と性質
		1.1.2 関係概念と規則性
	1.2 図形の見方やとらえ方に対するセンス	1.2.1 ものの形の特徴
		1.2.2 図形的な美しさ
2 図形に関する知識と、 図形をうまく扱うこと を適用すること	1.3 ベンチマークシステム	1.2.3 ベンチマークとの比較
		1.3.1 数学的なシステム
		1.3.2 個人的なシステム
	1.4 図形の操作の効果についての理解	1.4.1 図形の移動
		1.4.2 分解/構成
		1.4.3 変形
	2.1 多様な考え方をうまく利用するための論理	2.1.1 類推的な考え方
		2.1.2 帰納的な考え方
	2.1.3 演繹的な考え方	
	2.2 感覚的に見方や考え方、あるいはその結果を吟味する徴候	2.1.1 見方や考え方の合理性が分かる
		2.1.2 結果の合理性が分かる

※

ベンチマークシステム…図形をとらえて判断するための社会一般的なかつ個人的なシステムのこと  
 図形の操作と効果…図形への操作（移動、分解、構成、変形）の意味と効果について理解すること  
 合理性…得られた解決が場面の状況に矛盾していないかどうかを判断するための注意力と能力のこと

知モデルによると、先に述べた図形の見積りの条件はそれぞれ次のところに表れている。まず条件(1)は④理論において「乗用車の形を基本図形の組合せと見て、その形を基本図形に分解する。」のところであろう。次に条件(2)は⑤実験仮説において「乗用車を上、中、下の3つの部分に分けると、上：台形、中：台形、下：円と見ることができそうだ。」のところであろう。

### 3. 図形感覚に焦点をあてた図形の見積りの認知モデルの考察

上記の例の考察で、タイヤの部分なので、経験から円になりそうだという帰結が導き出せるとした。しかしこの推論は、擬演繹的なものであり論理的必然性が要請されるものではない。このような箇所こそ図形に関係する感覚によって理由付けられるのではないかと考えた。そこで本研究ではこのような図形についての感覚を「図形感覚」と名付け、図形の見積りの過程においてどの様にはたらいっているか指摘したい。

そこで、「図形感覚」を記述し評価するための枠組みを、数感覚における枠組みを参考に、図形の見積りを考える上で沿うように言い換えて作成した。(表1参照)

乗用車の見積りの認知モデルに「図形感覚」の枠組み(表1)をあてはめると「図形感覚」として次の箇所が指摘される。

- ・乗用車の形を基本図形の組合せと見て、その形を基本図形に分割する。(④理論)

これは、乗用車の特徴をとらえて、類似した特徴をもつ基本図形の組合せと見なすことによって、数理的に処理しやすくしようとするものである。そして、基本図形への分割を見通したものである。よって、1.2.1 ものの形の特徴、1.4.2 分解/構成によるものと考えられる。

- ・乗用車を上、中、下の3つの部分に分けると上：台形、中：台形、下：円と見ることができそうだ。(⑤実験仮説)

これは、それぞれの部分を台形や円と見ることができそうと判断したものである。またこのとき、その判断が確からしいことも感覚的に吟味している。よって、1.3.2 個人的なシステム、2.2.1 見方や考え方の合理性が分かるによるものと考えられられる。

- ・上・中：四角形の一組の向かい合う辺を見たとき、およそ平行と見ることができ。下：タイヤの部分である。(⑥実験)

上・中の部分はおよそ台形と見なし、一組の向かい合う辺の関係から、台形概念を擬演繹

的な論理によって導き出しているものである。よって、1.1.1 対象概念と性質、1.2.1 ものの形の特徴、2.1.3 演繹的な考え方によるものと考えられる。下の部分は、タイヤの部分であることを理由に円となりそうなことを導き出した推論である。よって、1.3.2 個人的なシステムによるものと考えられる。

- ・この乗用車を表す図形は、上：台形、中：台形、下：円の組合せと見ることができ。(⑦実験結果)

これは、実験仮説に対して矛盾がないかを判断しなければならない。よって、2.2.2 結果の合理性が分かるによるものと考えられる。

#### IV. 研究の結果

本研究では、上記の「乗用車の見積りの例」の他に、それぞれの条件を満たす、「展開図の見積りの例」「池の見積りの例」を考察した。この三つの事例を比較すると、思考の流れがほぼ同じである認知モデルとなった。これらの認知モデルに着目すると、次のような示唆が得られる。

- ・第2章で与えた「図形の見積り」の条件を見いだすと、条件1は④理論に、条件2は⑤実験仮説において表れていた。
- ・「図形感覚」がはたらく箇所は、④理論、⑤実験仮説、⑥実験、⑦実験結果であった。また、今後に残された課題として次の様なことがあげられる。
- ・考察した事例が限定されたものであり、一般性に欠けること。
- ・作成した「図形感覚」を考えるための枠組みにおいて、各構成要素が「図形感覚」をすべて覆い尽くしたものでないこと。
- ・より豊かな「図形感覚」を培うためには、どのような活動または教授が必要であるか。

#### 主な参考・引用文献

- 伊藤説明ほか.(1995). 小学校算数実践指導集2 豊かな数感覚を育てる数の指導. 日本教育図書センター.
- 能田信彦ほか監修.(1997). 21世紀への学校数学の創造. 筑波出版会
- 伊藤説明.(1987). 問題解決における洞察についての一考察. 愛知教育大学学会誌, 第29号.
- 清水静海.(1992). 「見積り」指導のねらいと主な内容について. 新しい算数研究, No.259.