

コンピュータを活用した 幾何教材の開発に関する一考察

津田 華奈子

指導教官：矢部敏昭・溝口達也

I. 研究の目的と方法

現代社会は情報化社会と言われており、コンピュータ無しでは語れないところまで来ている。この社会の情報化はとどまるところを知らず日々進化していつている。この傾向は学校教育においてもそうである。このような社会の変化に主体的に対応できる資質を養うためにコンピュータなどの情報手段を活用する能力と態度の育成が図られる必要がある。その際、情報化のもたらす様々な影響についても配慮しなければならない。この情報化のもたらす様々な影響は「情報化の光と影」と言われている。その中の「影」の部分について以下にあげる。

- ・機械を使えば何でもできるという錯覚にとられる。
- ・一つのことを自分の手を使ってひとつひとつ成し遂げていこうとする態度が少なくなる。
- ・自分の目や自分の見方で自然や社会を見ようとする態度が少なくなる。
- ・知的想像力を鈍化する。
- ・間接的な経験にのみ依存して直接的なふれあいを忌避するようになる恐れがある。

私はコンピュータを導入するにあたって、上記の「影」の部分になるべく当てはまってしまうこと、かつ、誰もが簡単に利用できること、生徒の気持ちをぐっと引きつける目新しさがあること、現在の図形の学習方法とかけ離れていないことを条件とした。そこで出会ったのが図形学習ソフト「カブリ」である。この「カブリ」を用いることによって図形の授業にどのような変化が与えられるのか、「カブリ」の特徴を生かして考察していくものとする。

II. 本論文の構成

1. 中学校における図形教育

- 1.1 図形教育の意義
- 1.2 図形教育の指導内容の概観

1.2.1 学年別の指導内容

- 1.2.1.1 第1学年の内容
- 1.2.1.2 第2学年の内容
- 1.2.1.3 第3学年の内容

2. 図形教育の問題点とコンピュータの活用

2.1 図形教育の問題点と課題

2.2 コンピュータを活用した幾何教材の現状

2.3 幾何教材の開発に関する課題

3. 幾何教材ソフト「カブリ」

3.1 「カブリ」の誕生とその背景

3.2 「カブリ」の特徴と機能

4. 「カブリ」の活用例と教材開発

4.1 実際の活用例

4.2 幾何教材の開発

5. 今後の課題

III. 研究の概要

1. 中学校における図形教育

「なぜ、図形教育がなされるのか」このことは、図形は、数・量とともに、算数・数学の重要な指導内容を構成しており、それは、身の回りの事象は「形」という観点から考察することが数学科の大切な使命であると考えられているからである。

図形教育を行う目的は、主に2つある。私たちは身の回りの事象をとらえるのに図形の知識をよく使っている。このように図形の知識を与えることで、児童・生徒がそれを使って考えることができるようになることが目的の1つである。

もう1つは、自分で図形の性質を見つけてそれが成り立つことを論証できるように思考能力を高めることである。

そして、これらの目的を達成するために、中学校数学科では、次のような図形領域の指導目標をあげている。

1. 平面図形及び空間図形についての基礎的な概念や性質についての理解を深め、それを活用する能力を伸ばす。

2. 図形に対する直観的な見方や考え方を伸ばすとともに、図形の性質を数学的な推論の方法によって考察する過程を通して、論理的に考察する力を伸ばす。

中学校数学科ではこれらの目的、目標をふまえて、以下のような指導内容が取り上げられている。指導内容を学年別に見てみると、

まず、第1学年では大きく2つに分けて平面図形と空間図形を学習する。平面図形では、目的に応じて見直しをもって図を正しくかく能力を伸ばすことが重要である。このことは、図形の学習のための基礎的な技能として重要であるとともに、図をかくという操作的な活動によって図形に対する興味や関心を引き起こすことにも意義がある。さらに、基本的な作図について工夫したり、与えられた条件を満たす図形を作図したりする操作を通して、図形概念や性質についての理解を一層明確にすることにもなる。また、図形を移動の見地から考察し、その見方によって図形の性質をとらえることを通して、図形に対する見方を一層豊かにする。このような指導がなされるような指導内容になっている。

また、空間図形では、空間図形に対する認識を深め、空間図形の見方やとらえ方を豊かにすることは、中学校での図形指導の大きなねらいの1つであるので、それを達成するための主要な内容が扱われる。ここで学習する空間図形の性質は第2学年以降のいろいろな場面で必要とされ、利用される。

次に、第2学年においては、学年の目標に「基本的な平面図形についての理解を深めるとともに、図形の性質の考察における数学的な推論の意義と方法を理解し、推論の過程を的確に表現する能力を養う。」と示されているように、論理的に筋道を立てて正しい推論を行うことができるようにするとともに、その推論の過程を正しく表現できるようにすることが重要なねらいである。この数学的推論の意義や方法を理解してこれを用いる学習は、第2学年から本格的に始まる。数学的推論には、帰納・類推・演繹の3つの方法がある。

その推論の根拠とする事柄として平行線の性質、三角形の合同条件、三角形の相似条件などが考えられる。この根拠となる事柄の平行線の性質、三角形の合同条件及びこれらに基づいた推論によって考えられる三角形や平行四辺形の性質や条件や、相似について取り上げる。これ

らの学習を通して図形についての理解を深めるとともに、論理的な思考力を伸ばすような内容にする。

次は、第3学年においては、第2学年に引き続いて、論理的に思考したり表現したりする能力を一層伸ばすような内容が取り上げられている。その内容は大きく2つに「円」と「図形の計量」に分けることができる。

「円」においては、円の対象性を根拠に、円と直線、及び円と円の位置関係について考察し、直観的な扱いを通して接線の存在を認める。また、この円周角の定理などをもとにして数学的な推論によって円の性質について考察する。

「図形の計量」においては、直角三角形の3辺の長さの関係、扇形の弧の長さや面積の関係、球などの基本的な立体の表面積や体積を取り扱う。図形の性質を計量の面から考察する。このような学習を通して図形概念や性質の理解は深められる。

中学校数学科ではこのような内容が取り上げられる。

2. 図形教育の問題点とコンピュータの活用

現在、図形教育、中でも論証や証明が子供たちから嫌われている。その理由は様々あるが、一番多くあげられるものは、子どもにとって図形の授業がとにかく面白くないという点である。その次に多くあげられるのは分らないという点である。

この「とにかく面白くない」を私は現在の図形教育が子供たちの興味を持てる内容ではないこと、また、体得しにくい教材・教材内容であると捉えた。

また、このような傾向は中学校の2、3年生の証明の学習が始まった頃から強くなることや論証は苦手だが図形の学習自体は面白かったという生徒もいることから考えて、生徒にとっては証明が学習のネックになっていると受け取ることができる。それでは、証明のどこが嫌悪感を抱かせるのだろうか。

その前に証明とはどのようなものであるのだろうか。証明には集団の中で伝える役割と自分が正しいことを確認したり、納得したりする手段の2つの目的がある。一般には、後者の方が知られている。しかし、前者のような機能として証明をとらえていくことも大切と考えられる。自分で見つけたこと、正しいと確認したことを他の人に正しく伝えるために証明する。そのためには、先に「自分で見つけること」が大切な活動となる。

これらのことより、現在の証明の学習の指導には次のような問題点が考えられる。

1つめは成り立つことを先に教えてしまう、すなわち発見感がない点である。もう1つは、作図の負担である。

ここでは、後者の作図の負担に対してのコンピュータの活用を考える。この作図問題において、私は現在の紙と鉛筆での環境とあまりかけ離れず、しかも、形を変えたり自由に操作できる機能をコンピュータに期待する。まず、現時点ではどのようなコンピュータの活用がなされているのかを調べてみた。

社会全体が高度に発達した情報化社会へと移行してきている。そのため、生徒の今後の社会生活を考えてみても、初等、中等教育の段階からコンピュータに慣れ親しませることは必要なことと考えられる。コンピュータによる教育は時代の流れである。教育にコンピュータの必要性が感じられている。

では、その利用について中学校数学科の立場から見てみると、問題の練習を繰り返させるドリル、演習型やコンピュータに教師の代行をさせるチュートリアル、様々な実験をコンピュータを用いて時間を短縮し、かつ正確にするシュミレーションなどがある。このような使い方をCAI (Computer Assisted Instruction) と言う。そして実際のコンピュータを用いた授業では市販や教師が作ったソフトが使われている。このような状況下ではコンピュータを扱いきれなければ、なかなか取っ掛かりにくいのが現実であると思われる。そのことから、誰もが気軽に利用できるソフトウェアの存在が望まれる。

3. 幾何教材ソフト「カブリ」

先にあげた問題点に対応するものとして図形を動的にとらえることができ、かつ紙と鉛筆と類似の環境を提供するソフトウェアを取り上げることにした。それは図形ソフト「カブリ」である。

このソフトは1985年、フランスのグルノーブル大学のJean-Marie Labordeらによって創作された幾何のためのラフブックである。これは幾何の特性やそれらの関係について調べることができる。1988年にはカブリはEducation Trophyを与えたアップル社によって初版が公告された。そして翌89年には文部省の支援によりフランスの教育市場において入手できるようになる。そして、多くの国々や、Mac版やMS-DOS版でも入

手できるようになっていった。このカブリのプロジェクトが異なる分野や種々の能力の研究者、教育者によって再編成された実験室において誕生したことは、カブリの歴史を辿っていく上で重要なことである。そのカブリも最初の型はすでに次の新しい型「カブリII」にその席を譲っている。

次に、このフランス生まれの「カブリ」の日本への導入はどのようにして行われたのか。カブリの日本語版は1988年に筑波大学とグルノーブル大学との間の大学間協定で研究が始まり、1993年に完成した。MS-DOS版の英語の部分カタカナにし、さらに漢字表現、日本の機種への対応と「カブリ」の変換が行われ、その結果日本でも広範囲で「カブリ」の使用が可能となった。

このような経過で日本での教育利用が現実のものとなった「カブリ」とはどのようなものなのか、その特徴について操作性、画面の構成、柔軟性の3つの観点から捉え、簡単に説明する。

まず操作性については、図形の学習に必要な基本の作図がメニューで用意されている。

そのメニューをマウスで選び、作図位置を画面上に指定するだけで作図ができる。そして、図形上の点をつまんで図形を動かすことができる。その際、メニューは使わず、直接点をつまむ。また、作図操作の手順は、コンパスと定規で行う場合とほとんど同じである。であるから、普段行っている作図感覚でコンピュータ上で作図ができる。反対に、コンピュータで行った作図練習はコンピュータの無い学習環境でも役に立つ。今述べたことは、カブリの重大な特徴であると私は考える。なぜならば、それはコンピュータ導入時の円滑さにつながると考えるからである。

画面の構成については、画面は分かりやすく、白紙と道具が与えられた環境と考えることができる。

道具はメニュー形式で示されている。また、線分や角の測定値はその横に表示され、図形を変形したとき、線分が伸び縮みするたびに、動きにしたがって変更される。よって、測定値の変化を図の変化と同時に見ることができる。

次に柔軟性については、コンピュータを用いる環境と言っても、基本となるものは紙と鉛筆、コンパス、定規と同様の道具が与えられているのであるから、中学校の図形のほとんどの単元を扱うことができる。また、途中でコンピュータからの指示がないので、自分で考え、自由に作図したり変形したりできる。

4. 教材開発

このような特徴を持つカブリであるが、実際に図形の指導に活用するとどのようになるのだろうか。

実際の活用例をいくつか見てきて、どの例にも共通していたことは図形を動かす操作が含まれている点であった。この図形を動かす操作は図形が変化していく様子を観察、発見する授業を行うことができる。

また、あげた活用例はいずれも次の3つの課題に分類できることが分かった。1つめは、作図課題。これは性質や関係の理解を支援すると考えることができる。次は、探求課題。自由に図を変形させ、測定値の変化を観察しながら、定理や図形の関係を生徒自らが経験的につかむ課題は、非常に生徒の興味をひき、いろいろな考えがあることを学び、面白い結果が得られる課題である。もう1つは、証明課題。証明問題を行った場合、測定値を利用したり、動的な扱いをして、その不変な部分の観察を行うなど帰納的な証明を行うことができる。これらカブリを用いることによって生まれる利点を取り入れることに注意して教材開発を行った。

以下に作成した活用例を示す。

例) 三角形と外接円

- ・対象学年：中学校3年生
 - ・単元：円
 - ・目的：三角形とその外接円の間にある関係を探る。
 - ・問題
 - 1. 円とその円が外接円となるような $\triangle ABC$ を作図し、点をいろいろ動かして $\triangle ABC$ と外接円の関係を探りなさい。その際、次の3点に着目して探求しなさい。
 - ・着目点1：円の中心と三角形の頂点に着目したとき。
 - ・着目点2：円の中心と三角形の辺に着目したとき。
 - ・着目点3：三角形が直角三角形となるのはどのようなときか。
 - 2. 問題1で見つかった $\triangle ABC$ と外接円の関係のうち、どの関係を用いれば外接円が作図できるかを話し合いなさい。また、その作図方法を探りなさい。
 - 3. カブリの「履歴」を使って、自分が予想した作図方法を確認しなさい。
- この問題は教科書では、問題文に「操作的・

発見的な活動を用いるものではないか。」と思わせる表現が入っている。しかし、実際の指導となると教師が一方的に説明してそれを生徒が理解する、トップダウン的指導が予想される。これに対して、カブリを用いた指導は生徒自らの操作で試行錯誤できると考える。

生徒自らの操作で試行錯誤しながら問題に取り組むことは、理解がより深まるのではないかと考える。それは、誰でも聞き覚えたことよりも、自らの経験から学んだことの方が身に付きやすいからである。

また、私は生徒の考える能力というものは環境さえ与えれば無限の可能性を持つものであると考える。そう考えると、「カブリ」という動的な幾何の環境を与えてやれば、自ら操作を行い考察していく中で問題に示されている以上の性質や関係の発見も期待できるのではないだろうか。

このように、生徒の幾何の世界を広げる手段としての「カブリ」の利用を期待したい。

IV. 研究の結論

この研究で次のようなカブリを用いる利点があった。

- ・今までの受動的な授業から自ら学ぶ授業へと変えることができる。
 - ・抽象的な図形の世界をより現実の世界に近づけることができる。その結果、図形を身近に感じることができるようになる。
 - ・図形を動的に扱うことができるので、扱うことのできる図形の範囲が広がる。
 - ・誰でも使うことができるソフトなので、コンピュータを用いた授業が行いやすい。
- また、今後に残された課題として以下のものがあげられる。
- ・参考にした資料が古い、または少なかったため、考え方が偏ってしまった可能性がある。

主要引用・参考文献

- 能田伸彦, 中山和彦(編著). (1996). 自ら学ぶ図形の世界：先生・生徒・コンピュータが作る新しい授業. 筑波出版会.
- 文部省.(1988).中学校指導書 数学編.大阪書籍.
新訂 数学1年～3年 平成9年度用 啓林館
- Balacheff, N. & Kaput, J. J. (1996). Computer-based learning environments in mathematics. Bishop, A. J. et al. (eds.) *International Handbook of Mathematics Education*, 469-501, Kluwer Academic Publishers.