

半空間蒸発流に対する擬定常解の存在とその構成について

大西 善元

鳥取大学工学部応用数理工学科

On the construction of pseudo-steady state solutions
to half-space evaporation or source flows

Yoshimoto ONISHI

Department of Applied Mathematics and Physics, Faculty of Engineering,
Tottori University, Tottori 680-8552, Japan
E-mail: onishi@damp.tottori-u.ac.jp

Abstract: In dimensionally degenerate source flow problems in an infinite space such as half-space evaporation flows or source flows, the steady state solutions which satisfy the specified conditions at the boundary surface and at infinity do not exist. This is a well known fact. So far, the common understanding of this phenomenon of solution non-existent would be that the flow field of such kind never attains the steady state because the shock wave, which is produced at the same time with the onset of the evaporation process or source flow at the surface of the boundary, still remains and keeps propagating in an infinitely far field even after an elapse of infinitely large times. Of course, the transient or unsteady solution, in a strict sense, should surely exist. However, with the consideration of only the existence of shock wave at infinity, the transient solution after an elapse of infinitely large times, which is called here the pseudo-steady state solution, can not be properly constructed. The present study reveals that, in addition to the shock wave, the contact region (contact surface in Euler terms, i.e., inviscid flows) also plays an important role in the formation of the flow field at all times. The contact region and the shock wave initially produced at the same time with the onset of the flow keep moving and propagating indefinitely in time and space, persisting forever at infinity. With the persistently existing contact region following the shock wave properly taken into account at infinity, one can construct a set of solutions, which might be considered to be the one for its virtually steady state. This is what the present study is concerned with.

Key words: Nonexistence of the steady state solutions, Construction of pseudo-steady state solutions, Half-space evaporation or source flows, Fluid Dynamic Formulation, Phase changes

1. はじめに

半空間における蒸発流 (例えば、平面凝縮相あるいは円筒状凝縮相界面での蒸発過程により形成される半無限または無限空間への1次元蒸発流) に対しては、凝縮相界面での条件と無限遠での条件を同時に満足する定常解は存在しない。

このよく知られた事実は、流れ場の形成時、つまり、ある初期状態からの流れ場の形成時に生成された衝撃波が無限時間経過後でも無限遠方領域を伝播し続けているからであると説明されている。これに基づけば、無限遠方での衝撃波の存在を考慮すれば、無限時間経過後の流れ場に対する支配系の解、これを擬定常解 (pseudo-steady solutions) と呼ぶことにするが、を構成できるはずである。しかしながら、衝撃波の存在だけでは、無限時間経過後の流れ場に対する擬定常解の構成はできない。というのは、境界面 (凝縮相界面) 上と無限遠での与えられた状態に対して、衝撃波のみが存在すると考えた場合、境界面から衝撃波に至る广大

な流れ場領域、つまり、衝撃波背後の領域であるが、これを、一応、領域 (2') とすると、領域 (2') そのものは時間と共に拡大するものの、支配系の解として得られる領域 (2') での流体力学的諸量は空間的には一様となり、衝撃波背後の状態 (圧力 P_2 、速度 u_2 、温度 T_2) と境界面上での与えられた条件を、一般的には、満足できるとは限らないからである。例えば、平面凝縮相からの1次元蒸発流の場合、衝撃波背後の状態を規定する諸量の1つ、例えば、圧力 P_2 が何らかの方法で与えられたとしたならば、そこでの速度 u_2 および温度 T_2 は、境界面上での与えられた条件から、一意的に決まってしまう。また、与えられたこの同じ圧力 P_2 に対して、 u_2 と T_2 は、与えられた無限遠での条件の下に、Rankine-Hugoniot の条件として知られる衝撃波条件 (Liepmann-Roshko [1] 参照) から一意的に決まる。異なる条件から定められた衝撃波背後の状態 (圧力 P_2 、速度 u_2 、温度 T_2) は、当然ながら、圧力 P_2 を除けば一般的には一致することはない。したがって、境界面上と無限遠点での与えられた状態に対して、衝

撃波背後の状態と境界面上での状態を繋ぐ架け橋となる領域が存在しなくてはならない。この領域が接触領域(非粘性流体の場合においては接触面と呼ばれている)なのである。接触領域は、前述の流れ場領域(2')を、境界面から接触領域までの領域(3)と接触領域から衝撃波までの領域(2)とに分ける。つまり、流れ場の初期形成と同時に生成された衝撃波とそれに追隨してその背後に形成される接触領域もが、無限の時間経過後も、消滅することなく無限遠領域を伝播し続けていると考えるべきなのである。この状況を模式的に表わすとすれば Fig. 1 のようになる。衝撃波の存在

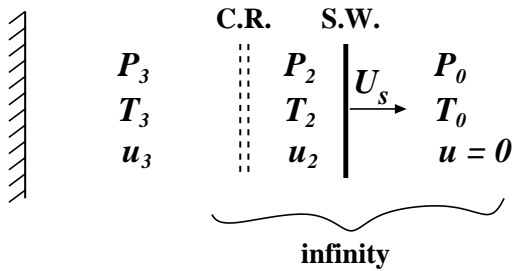


Fig. 1: A schematic view of an evaporation flow field in a half-space at infinitely large times. The shock wave (S.W.) and the contact region (C.R.) are at infinity in the order drawn. The specified conditions at infinity are that $P = P_0$, $T = T_0$ and $u = 0$.

というこれまでの認識に加えて、この接触領域の存在を考慮すれば、無限時間経過後の流れ場に対する解は一意的に決まる。ここでは、前述の半空間における蒸発流に対する擬定常解の構築を考えてみた。相変化は系の強い非平衡性に起因するため、相変化に伴うこの種の流れ問題は本来は気体論方程式(例えば、BGK方程式[3])に基づくべきである。しかし、ここで用いた支配系は Onishi *et al.* [2] によって提案された蒸発・凝縮問題に対する「流体力学的定式化」である。この流体力学的定式化は、相変化に伴うこの種の問題に対して、気体論方程式に基づく結果と同等の結果を与え、かつ、通常の流体力学的レベルで取り扱い可能としている点が大きなメリットとなっている支配系である。ここでの同じ問題を、ある静止平衡状態を初期条件とする初期値問題として、流体力学的定式化に基づいて数値シミュレーションを行ってみた。その結果と擬定常解との比較も行っており、この擬定常解は、厳密な意味での定常解ではもちろんないが、無限時間経過後の全流れ場領域を記述する解で、定常解に準じる解と考えてよいであろう。何故ならば、無限時間経過後の流れ場の様子は、凝縮相(あるいは物体)から無限遠点の手前までの広大な領域において、時間的には最早変化しない状態となるからである。もちろん、この領域は、その内部の流れ場の一様性を保持しつつ、時間と共にいつまでも膨張し続けているのである。

2. 問題の定式化

ここでは、蒸気とその凝縮相からなる1次元の単一気体2相系を考える。気相領域を $x > 0$ 、凝縮相は平面形状をもつとしてその領域を $x < 0$ とする。 x は凝縮相界面上に原点をもつ座標である。初期に、この2相系は温度 T_0 で静止平衡にあり、その状態での気相の圧力および密度を、それぞれ、 P_0 および ρ_0 としておく。ある瞬間 $t = 0$ で、凝縮相の温度を急に T_W へと上昇させたとする。これによって、凝縮相界面で蒸発過程が生じ、同時に生成された衝撃波およびそれに追隨する接触領域が、それらの伝播過程を通して、気相中に非定常な流れ場を形成していく。無限時間経過後は、無限遠点を除く全領域で気体の運動は実質的には定常と見做せるような振る舞いを呈するであろう。ここでは、このような流れ場を蒸発・凝縮相問題に対する支配方程式系としての流体力学的定式化 [2] に基づいて調べる。その定式化によれば、前述のような無限時間経過後の流れ場に対して、方程式は

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial x} &= 0 \\ u \frac{\partial u}{\partial x} &= -\frac{\partial P}{\partial x} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \\ u \frac{\partial T}{\partial x} &= \kappa \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

そして、凝縮相界面 ($x = 0$) と無限遠 ($x \rightarrow \infty$) での境界条件は、それぞれ

$$\left. \begin{aligned} \frac{P - P_W}{P_W} &= C_4^* \frac{u}{(2RT_W)^{1/2}} \\ \frac{T - T_W}{T_W} &= d_4^* \frac{u}{(2RT_W)^{1/2}} \end{aligned} \right\} \quad \text{at } x = 0 \quad (2)$$

および

$$\left. \begin{aligned} P &\longrightarrow P_0 \\ T &\longrightarrow T_0 \\ u &\longrightarrow U_0 = 0 \end{aligned} \right\} \quad \text{as } x \rightarrow \infty \quad (3)$$

で与えられる。ここで、 $C_4^* = -2.132039$ 、 $d_4^* = -0.446749$ で、そして、 u 、 P 、 T は、それぞれ、気体の速度、圧力、温度である。 ν は気体の動粘性係数、 κ は温度拡散係数で、共に、一定としておく。(2)式における T_W は凝縮相の温度、 P_W はその温度に対する飽和蒸気圧力で、これら2つは次の Clapeyron-Clausius の関係式

$$\frac{P_W}{P_0} = \exp \left\{ -\Gamma \left(\frac{T_0}{T_W} - 1 \right) \right\}, \quad \Gamma \equiv \frac{h_L}{RT_0} \quad (4)$$

で結ばれている。ここで、 h_L は単位質量当たりの潜熱で、 Γ は $\Gamma \equiv h_L/(RT_0)$ で定義される無次元パラメーター(潜熱パラメーターと呼ばれている)である。

3. 擬定常解の構成

さて、支配方程式系 (1) から、その一般解として、直ちに

$$\left. \begin{aligned} u &= U_0^* = \text{const.} \\ P &= P_0^* = \text{const.} \\ T &= T_0^* + C \exp\left(\frac{U_0^* x}{\kappa}\right) \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

が得られる。ここで、 U_0^* 、 P_0^* 、 T_0^* および C は任意定数で、凝縮相界面での条件 (2) と無限遠での条件 (3) から、当然ながら、定められるべきものである。注意すべきことは、ここで考える蒸発流に対しては、任意定数 U_0^* は正、つまり、 $U_0^* > 0$ でなければならない。したがって、任意定数の C は、解の発散を抑えるために $C = 0$ でなければならない。したがって、蒸発流に対しては、(1) の解は

$$\left. \begin{aligned} u &= U_0^* \\ P &= P_0^* \\ T &= T_0^* \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

で与えられることになる。しかしながら、(6) で与えられた蒸発流に対する解は、明らかに、指定された境界条件 (2) と (3) を同時に満足することはできない。

しかしながら、もし、実質的に無限遠と見做せる遙か遠方での条件が、仮に

$$\left. \begin{aligned} P &\rightarrow P_3 \\ T &\rightarrow T_3 \\ u &\rightarrow U_3 \quad (U_3 > 0) \end{aligned} \right\} \quad \text{as } x \rightarrow \infty \quad (7)$$

で、しかも、 P_3 、 T_3 および U_3 が次の関係式

$$\left. \begin{aligned} \frac{P_3}{P_0} &= 1 + C_4^* \frac{U_3}{(2RT_W)^{1/2}} \\ \frac{T_3}{T_0} &= 1 + d_4^* \frac{U_3}{(2RT_W)^{1/2}} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

を満たすような定数であったとすれば、蒸発流に対する所望の解は、(6) より

$$\left. \begin{aligned} u &= U_0^* = U_3 \\ P &= P_0^* = P_3 \\ T &= T_0^* = T_3 \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

で与えられることになる。つまり、後述する 1 つの問題を除いて、与えられた境界条件 (2) と (3) を満たす支配方程式系 (1) の解となろう。この問題とは、 P_3 、 T_3 および U_3 と無限遠で与えられた実際の条件 (3) での諸量 P_0 、 T_0 および $U_0 (= 0)$ との間に物理的に合理的な関係が存在するか否かということである。無限遠領域において衝撃波のみが存在すると仮定した場合

には、これらの P_3 、 T_3 および U_3 は衝撃波背後の諸量と考えるとよい。そうすると、これらの諸量は

$$\left. \begin{aligned} \frac{P_3}{P_0} &= 1 + \frac{2\gamma}{\gamma+1} (M_s^2 - 1) \\ \frac{U_3}{c_0} &= \frac{2}{\gamma+1} \left(M_s - \frac{1}{M_s} \right) \\ \frac{T_3}{T_0} &= \left\{ 1 + \frac{2\gamma}{\gamma+1} (M_s^2 - 1) \right\} \frac{2 + (\gamma-1)M_s^2}{(\gamma+1)M_s^2} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

なる Rankine-Hugoniot の関係式 (衝撃波関係式) を満足せねばならない (Liepmann-Roshko [1] 参照)。ここで、 M_s は $M_s \equiv U_s/c_0$ で定義される衝撃波 Mach 数で、 U_s と c_0 は、それぞれ、衝撃波の伝播スピードと無限遠での状態での気体の音速である。音速 c_0 の定義は $c_0 \equiv (\gamma RT_0)^{1/2}$ で与えられる。しかし、この仮定の下では、未定な P_3 、 T_3 および U_3 に加えて、さらなる未知量である衝撃波 Mach 数 M_s の 4 個に対し、それらが満たすべき関係式が、(8) と (10) 式より、5 個存在することになり、条件過剰となる。つまり、衝撃波の存在のみでは擬定常解の構築はできないことが分かる。

そこで、同じ無限遠にはあるものの、衝撃波の遙か後方に接触領域が存在すると仮定し、 P_3 、 T_3 および U_3 を (8) 式を満たす諸量で、かつ、接触領域の背後の状態に対応する流体力学的諸量であるとすれば、これらの諸量と衝撃波背後の諸量 P_2 、 T_2 および U_2 との間には

$$\left. \begin{aligned} P_3 &= P_2 \\ U_3 &= U_2 \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

なる関係式が成り立ち (一般的には、 $T_3 = T_2$ は成り立たない)、同時に、 P_2 、 T_2 および U_2 は、次の Rankine-Hugoniot の関係式

$$\left. \begin{aligned} \frac{P_2}{P_0} &= 1 + \frac{2\gamma}{\gamma+1} (M_s^2 - 1) \\ \frac{U_2}{c_0} &= \frac{2}{\gamma+1} \left(M_s - \frac{1}{M_s} \right) \\ \frac{T_2}{T_0} &= \left\{ 1 + \frac{2\gamma}{\gamma+1} (M_s^2 - 1) \right\} \frac{2 + (\gamma-1)M_s^2}{(\gamma+1)M_s^2} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

で、衝撃波 Mach 数 M_s を通して、無限遠での指定された状態 (3) と結ばれていることになる。このように、衝撃波に加えて接触領域の存在を仮定した場合には、(8)、(11) および (12) 式より、 P_3 、 T_3 、 U_3 、 P_2 、 T_2 、 U_2 および衝撃波 Mach 数 M_s の 7 個に対して、同数の関係式が存在し、これら 7 個の未定の定数は、境界面上と無限遠で与えられた実際の条件 (2) と (3) の下に、一意的に確定する。

次に、これらを確定させてみよう。まづ、(11) 式を考慮して、(8) と (12) 式から、与えられた界面の温度

比 T_W/T_0 とその飽和蒸気圧力比 P_W/P_0 に対して

$$\left. \begin{aligned} \frac{P_3}{P_0} &= \frac{P_W}{P_0} \left\{ 1 + C_4^* \left(\frac{\gamma}{2} \right)^{1/2} \left(\frac{T_0}{T_W} \right)^{1/2} \frac{U_3}{c_0} \right\} \\ \frac{P_3}{P_0} &= 1 + \frac{2\gamma}{\gamma+1} (M_s^2 - 1) \\ \frac{U_3}{c_0} &= \frac{2}{\gamma+1} \left(M_s - \frac{1}{M_s} \right) \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

を得る。上の (13) 式の第 3 番目の関係式から、 M_s を U_3/c_0 でもって

$$M_s = \frac{\gamma+1}{4} \frac{U_3}{c_0} + \sqrt{\left(\frac{\gamma+1}{4} \right)^2 \left(\frac{U_3}{c_0} \right)^2 + 1} \quad (14a)$$

あるいは

$$M_s = \tilde{\alpha} + \sqrt{\tilde{\alpha}^2 + 1} \quad \text{with} \quad \tilde{\alpha} \equiv \frac{\gamma+1}{4} \frac{U_3}{c_0} \quad (14b)$$

のように表わし、(13) 式の第 1 と第 2 の関係式に代入して、それらの同等性を考慮すれば、 $\tilde{\alpha}$ に対する次の代数方程式

$$\begin{aligned} 1 + \frac{2\gamma}{\gamma+1} 2\tilde{\alpha} \left(\tilde{\alpha} + \sqrt{\tilde{\alpha}^2 + 1} \right) \\ = \frac{P_W}{P_0} \left\{ 1 + C_4^* \left(\frac{\gamma}{2} \right)^{1/2} \frac{4}{\gamma+1} \left(\frac{T_0}{T_W} \right)^{1/2} \tilde{\alpha} \right\} \end{aligned} \quad (15)$$

が得られる。これより、与えられた T_W/T_0 と Γ (あるいは、 P_W/P_0) に対して、 $\tilde{\alpha}$ すなわち U_3/c_0 が一意的に決まる。この U_3/c_0 の値でもって、(8)、(11) および (12) 式より、所望のその他の諸量 P_3 、 T_3 、 U_3 、 $P_2 (= P_3)$ 、 T_2 、 $U_2 (= U_3)$ および M_s の値が一意的に決まることになる。結局、ここでの問題の無限時間経過後 ($t/\tau_0 \rightarrow \infty$) の流れ場に対する 擬定常解 は

$$\left. \begin{aligned} u &= U_3 \\ P &= P_3 \\ T &= U_3 \end{aligned} \right\} \quad \text{for} \quad 0 \leq \frac{x}{L} \leq \left(\frac{\gamma}{2} \right)^{1/2} \frac{U_3}{c_0} \frac{t}{\tau_0} \quad (16)$$

$$\left. \begin{aligned} u &= U_2 \\ P &= P_2 \\ T &= T_2 \end{aligned} \right\} \quad \text{for} \quad \left(\frac{\gamma}{2} \right)^{1/2} \frac{U_3}{c_0} \frac{t}{\tau_0} \leq \frac{x}{L} \leq \left(\frac{\gamma}{2} \right)^{1/2} \frac{U_s}{c_0} \frac{t}{\tau_0} \quad (17)$$

$$\left. \begin{aligned} u &= 0 \\ P &= P_0 \\ T &= T_0 \end{aligned} \right\} \quad \text{for} \quad \left(\frac{\gamma}{2} \right)^{1/2} \frac{U_s}{c_0} \frac{t}{\tau_0} \leq \frac{x}{L} \quad (18)$$

で与えられることになる。ここで、 L は $L \equiv (\sqrt{\pi}/2) l_0$ で定義される長さのスケールで、 τ_0 は $\tau_0 \equiv L/(2RT_0)^{1/2} = l_0/(8RT_0/\pi)^{1/2}$ で定義された時間スケールである。 l_0 は無限遠の状態 (あるいは、ある初

Table 1: Results obtained for the values of $P_3 (= P_2)$, $U_3 (= U_2)$, T_3 , T_2 and $M_s \equiv U_s/c_0$ for various given values of T_W/T_0 with $\Gamma \equiv h_L/(RT_0) = 11$.

T_W/T_0	P_W/P_0	P_3/P_0	U_3/c_0	T_3/T_0	T_2/T_0	M_s
1.01	1.115	1.051	0.030	0.998	1.020	1.020
1.02	1.241	1.101	0.058	0.996	1.039	1.040
1.03	1.378	1.151	0.086	0.995	1.058	1.059
1.04	1.527	1.201	0.112	0.994	1.076	1.077
1.05	1.688	1.250	0.137	0.993	1.094	1.095
1.06	1.864	1.298	0.160	0.993	1.110	1.113
1.08	2.259	1.392	0.205	0.993	1.143	1.146
1.10	2.718	1.482	0.245	0.995	1.172	1.177

期状態としてもよい) における気体分子の平均自由行路で、その定義は $l_0 = (\mu_0/P_0) (8RT_0/\pi)^{1/2}$ で与えられる。したがって、長さのスケール L は気体分子の平均自由行路の程度となっており、時間スケール τ_0 は分子間の衝突に要する時間の程度となっている。ついでながら、 $l_0 \sim 0.1 \mu\text{m}$ で、 $c_0 \sim 300 \text{m/s}$ 程度であれば、 $\tau_0 \sim 0.3 \times 10^{-3} \mu\text{s}$ 程度の極めて小さい値となる。以上の解に加えて、 M_s の値より、衝撃波の伝播スピードも $U_s = M_s c_0$ として決まる。衝撃波はこの伝播スピード U_s で、無限遠をさらに無限遠へといつまでも伝播し続けているのである。接触領域は、全体として、流れと共にそのスピード $U_3 (= U_2)$ でゆっくりと無限遠へ向け、拡散によってその領域を広げつつ、動き続ける。さて、一例ではあるが、(16) – (18) 式における諸量の値を表にしたものを Table 1 に載せた。代数方程式 (15) を単に数値的に解いて得たものである。例えば、 $T_W/T_0 = 1.03$ 、 $\Gamma = 11$ ($P_W/P_0 = 1.378$) の場合の流れ場では、無限時間経過後でも衝撃波は無限遠を $U_s = 1.059 c_0$ なるスピードで伝播し続けていることが分かる。このときの流れ場および接触領域の速さは $u = 0.086 c_0$ 程度となっている (次節の Figs. 2 と 3 も併せて参照)。

4. 数値シミュレーション解析

擬定常解のチェックのため、この問題を、ある一様な初期条件から出発する初期値問題として、流体力学的定式化 [2] に基づき、シミュレーション解析を行い、形成された流れ場の時間的推移過程を追ってみた。具体的には、初期条件として、(3) で指定した無限遠での条件と同じものをとってある。この初期値問題に対しては、支配系としての流体力学的定式化は、本来の形である非定常な圧縮性 Navier-Stokes 方程式と気体論解析から導かれた凝縮相界面での適切な条件 [4] から成る。この適切な条件とは (2) 式と同じものである。この流れ場における流体力学的諸量は、次の無次元特性パラメーター

$$\left. \begin{aligned} \frac{T_W}{T_0} & \quad (\text{凝縮相界面温度比}) \\ \Gamma & \quad (\text{潜熱パラメーター}) \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

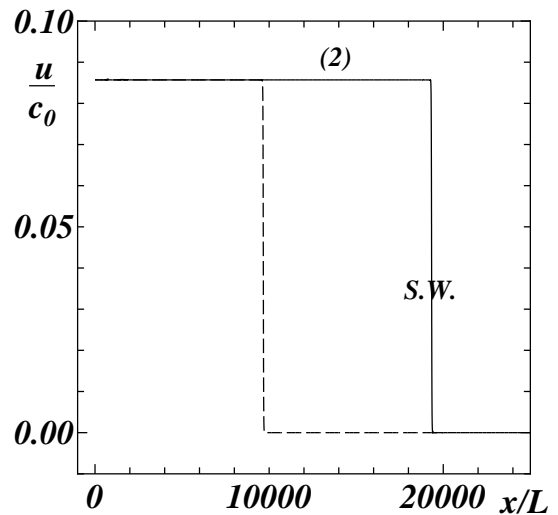
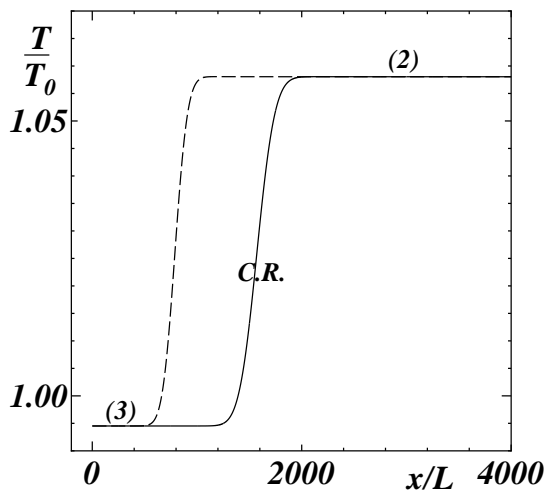
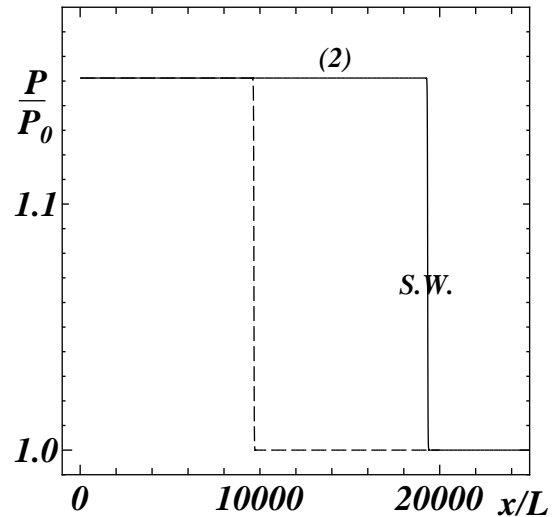
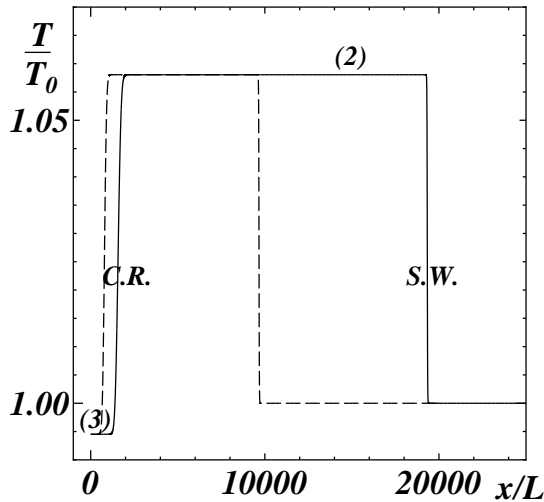


Fig. 2: Temperature distribution T/T_0 of an evaporation flow from the plane condensed phase at times $t/\tau_0 = 10000$ (dashed lines) and 20000 (solid lines). $T_W/T_0 = 1.03$, $\Gamma = 11.0$ ($P_W/P_0 = 1.378$). These results are calculated based on the *fluid dynamic formulation* [2] starting from a uniform initial state corresponding to the one given in Eq.(3). The symbols **S.W.** and **C.R.** indicate the shock wave and the contact region, respectively. The symbol **(2)** indicates region (2) between the shock wave and the contact region and the temperature in the region is T_2 . The symbol **(3)** also indicates region (3) between the contact region and the boundary surface and its temperature there is T_3 . **Graph below:** enlarged graph of the region $0 \leq x/L \leq 4000$.

Fig. 3: Pressure P/P_0 and velocity u/c_0 distributions of an evaporation flow from the plane condensed phase at times $t/\tau_0 = 10000$ (dashed lines) and 20000 (solid lines). $T_W/T_0 = 1.03$, $\Gamma = 11.0$ ($P_W/P_0 = 1.378$). Note that the pressure and the velocity do not recognize the existence of the contact region.

を与えれば、無次元時間 t/τ_0 と無次元座標 x/L の関数として一意に決まる。潜熱パラメーター Γ の代わりに、温度比 T_W/T_0 に対する飽和蒸気圧力比 P_W/P_0

を指定してもよい。Figure 2 にかんがりの時間経過後の温度分布を示す。この図から推察できるように、時間経過と共に無限遠 ($x/L \rightarrow \infty$) へ向け、衝撃波 (S.W.) が伝播していき、それに追従する形で接触領域 (C.R.) も流れと共に動いていくことにより、凝縮相界面と接触領域 (C.R.) との間の一様領域 (3) と接触領域 (C.R.) と衝撃波 (S.W.) との間の一様領域 (2) が時間と共に拡大していく。しかし、これら 2 つの領域が時間的に、それぞれ、一様な割合で拡大していくことを除けば、時間経過と共に、温度分布は (その他の諸量も同

じであるが) 基本的には同じような形状をとるであろうことが見て取れる。このような1次元問題においては、生成された衝撃波は界面からのエネルギー補給により、減衰することなく無限遠へ向かって伝播し続けるのである。因みに、この計算結果における衝撃波Mach数の値は $M_s = 1.0587$ で、Table 1での理論結果 $M_s = 1.058$ と非常によく一致していることも分かる。接触領域は、流れ場の速度で動くため(流されるため)、その運動中に拡散機構が顕在化し、領域自身の時間的拡大を伴いつつ、衝撃波に比べれば非常にゆっくりとした速さで無限遠へ向かって運動を続ける。しかし、温度分布のグラフからも推察できるように、接触領域も、衝撃波と同様、無限時間経過後でも消滅することはない。これは、接触領域を「押し流す流れの力」の方が接触領域のもつ拡散能力(接触領域の先端部分では流れの方向へ、その後端部分では流とは逆方向へ拡散する)よりも勝っているためである。因みに、この「押し流し」の速度は、接触領域全体としてもっている速度であるが、今の場合、 $u = 0.0857c_0$ の程度となっている(Table 1 および Fig. 3 参照)。同じ流れ場を圧力分布と速度分布を通して見たのが Fig. 3 である。圧力場と速度場は接触領域を認識できないため、それらの図では接触領域(C.R.)は当然ながら現れていない。

さて、擬定常解の構築過程からも分かるように、(16)–(18)で与えられた解は、無限時間経過後の解に限定されたものではない。流れ場中に接触領域と衝撃波が存在している限り、有限の時間に対しても成り立つ。異なる点は、接触領域と衝撃波それぞれの位置と互いの位置関係および接触領域の(広がり)幅である。そして、接触領域は衝撃波背後の状態と凝縮相界面近傍の状態とを適切に繋ぐ領域として、通常は、必ず存在する(「Taylor condition」と呼ばれる条件を満たす特別な状況下では陽には現れないが)。有限時間のときには、当然ながら、接触領域と衝撃波は凝縮相界面から有限の距離にあり、それらを温度分布を通して見たものを、一例として、Fig. 4に示した。この図は、かなりの時間経過後(無次元時間 $t/\tau_0 = 20000$)のときの接触領域(C.R.)と衝撃波(S.W.)の凝縮相界面からの位置を示すと同時に擬定常解(実線)とこの節での数値解(破線)との比較も併せて示したものである。どのような有限の時間においても、この図で示したような擬定常解と数値解との良い一致が見られる。ついであるが、ここでの擬定常解においては、接触領域および衝撃波の厚さ(あるいは幅)は、当然ながら、考慮していない。それらが「存在する」という事実だけを考慮しているのである。

5. おわりに

ここで考えた蒸発流の場合と同様、例えば、一定温度の平面壁からの吹き出し流の場合においても事情は同じで、定常解は存在しない。吹き出し流の場合には、無限遠では(3)と同じ条件であるが、境界面上での条件は、(2)に代わって、次のように指定することにな

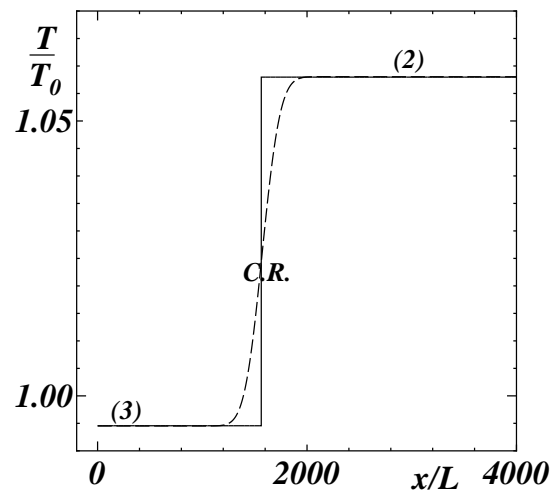
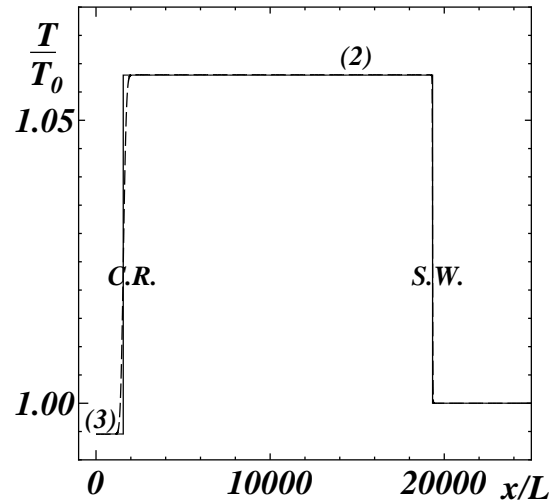


Fig. 4: Temperature distributions T/T_0 of an evaporation flow of a vapor from its plane condensed phase at a fairly large time $t/\tau_0 = 20000$. $T_W/T_0 = 1.03$, $\Gamma = 11.0$ ($P_W/P_0 = 1.378$). **Graph below:** enlarged graph of the region $0 \leq x/L \leq 4000$. **Solid lines:** present pseudo-steady state solution given by Eqs. (16) – (18). **Dashed lines:** present numerical analysis starting from a uniform initial state corresponding to the one given in Eq.(3).

ろう:

$$u = U_*, \quad T = T_* \quad (20)$$

ここで、 U_* と T_* は、それぞれ、境界面上での流体の吹き出し速度 ($U_* > 0$) と境界面の温度である。この場合においても、無限遠で衝撃波のみの存在だけでは、擬定常解の構成はできない。未知定数の個数4個に対して5個の関係式が存在することになるからである。無限遠において、衝撃波に加えてその背後に接触領域の存在を考慮する必要があるのである。そうすれ

ば、蒸発流の場合と同様、擬定常解が一意的に構成できることが分かる。

この研究に対して、宇宙科学研究所情報解析センターの支援を受けた。

参考文献

- [1] H.W. Liepmann and A. Roshko: *Elements of Gasdynamics* (Galcit Aeronautical Series), John Wiley & Sons, Inc. New York, USA (1957). Chap. 3
- [2] Y. Onishi, T. Tanaka, D. Ichieda and H. Miura, "On the treatment of strong evaporation and condensation flows of a vapor at the fluid dynamic level – Fluid dynamic formulation for phase change problems –,” *Rarefied Gas Dynamics* to be published. [あるいは、大西善元:「蒸発・凝縮過程を伴う非平衡流とその解析法」第 50 回理論応用力学講演会講演論文集 (パネルディスカッション PD5-3: 2001 年 1 月) pp. 61–64.]
- [3] P.L. Bhatnagar, E.P. Gross and M. Krook, A model for collision processes in gases. (I) Small amplitude processes in charged and neutron one-component systems. *Phys. Rev.* **94**, 511–525 (1954).
- [4] Y. Onishi and Y. Sone: Kinetic theory of slightly strong evaporation and condensation – Hydrodynamic equation and slip boundary condition for finite Reynolds number –. *J. Phys. Soc. Japan* **47**, 1676–1685 (1979).

(受理 2007 年 10 月 1 日)