

砂時計型ニューラルネットワークを用いた時系列信号の適応的雑音除去

吉村 宏紀・清水 忠昭・井須 尚紀・菅田 一博
 知能情報工学科

A Noise Reduction Adaptable to Time Series by Use of Sandglass-type Neural Network
 Hiroki YOSHIMURA, Tadaaki SHIMIZU, Naoki ISU, Kazuhiro SUGATA

Department of Information and Knowledge Engineering, Faculty of Engineering,
 Tottori University, Tottori, 680 Japan
 E-mail: rocky@ike.tottori-u.ac.jp

Abstract: The multilayer perceptron called Sandglass type Neural Network (SNN) has the same number of units in input layer and output layer and has less units in hidden layer than units both in input layer and output layer. In this paper we clarified the properties of a noise reduction filter using SNN. The properties were derived basically by use of the result that the output signal of SNN could be given by Karhunen-Loeve approximation of input data matrix. Here, we evaluated the improvement value of signal to noise ratio for the optimum number of hidden units. The noise reduction filter was assured to be effective and stable by the computer experiments using sinusoidal signal corrupted by white noise.

Key words: Neural network, noise reduction, KL transformation, time series

1. はじめに

観測された信号から雑音成分を低減することは、音声認識、地震波の解析、周波数推定などにおいて基本的かつ重要な問題である。従来、このような雑音の低減問題に対してさまざまな対処策が試みられてきた。Kumaresanらは周波数推定問題に対して、特異値分解を用いたKL近似によるフィルタリングを行うことにより、低SN比で少ないデータ点数からも高い推定精度を得られる方法を提案した[1]。KL近似によるフィルタリングは雑音低減を行うための有効な手法であると考えられるが、基本的にオンライン処理は不可能であり、オフラインで処理することになる。

一方、ニューラルネットワークは音声認識、画像認識などのパターンマッチング以外にも、適応デジタルフィルタの観点から近年注目を集めており、雑音除去フィルタとしてもさまざまな応用がなされている[2]。本研究では、砂時計型ニューラルネットワーク（以下、SNN）を用いて、観測信号から雑音成分を除去する砂時計型ニューラルネットワーク雑音除去フィルタ（Sandglass type Neural network Noise Reduction Filter : SNNRF）を提案する。SNNとは、画像圧縮を行うためにCottrelらによって提案されたニューラルネットワークで、入力層および出力層の

ユニット数を同数とし、中間層のユニット数を入力層および出力層のユニット数よりも少なくした構造を持つ[3]。SNNは教師信号を入力信号と等しくして学習を行い、入力層および出力層よりも少ない中間層のユニットの出力信号を利用することにより、画像、脳波などの情報圧縮に応用されている[4]~[6]。

本研究で提案するSNNRFの雑音除去の原理は、学習後のSNNが最適状態下においてKL変換と等価な処理となる[7]~[9]ことから導かれている。SNNの中間層のユニット数を観測信号に含まれる信号成分の共分散行列のランクとすることで最適なフィルタが構成されることをまず示した。SNNRFは学習時において、教師信号を入力信号と等しくして学習を行うので、教師信号に所望信号を必要としない。本研究で提案するSNNRFの構成方法はKL近似によるフィルタリングと等価な方法であるが、学習アルゴリズムとして逐次最小2乗アルゴリズムを応用した高速学習法[10]を用いており、逐次学習を行うことによりオンライン処理を可能とした。本研究では雑音除去フィルタとしての有効性を示すために、雑音除去の対象となる観測信号に白色雑音下の単一正弦波信号を用いて、雑音の除去を行った。また、学習後の結合加重を解析することにより、SNNRFが雑音成分を低減するフィルタ特性となっていることを示した。

2. 砂時計型ニューラルネットワークを用いた雑音除去フィルタ

2.1 砂時計型ニューラルネットワーク雑音除去フィルタ(SNNRF)の構造

SNNRFの模式図を図1に示す。SNNの構造は、3層階層型ニューラルネットワークとし、入力層のユニット数をN個、中間層のユニット数をP個 ($P < N$)、出力層のユニット数をN個とする。しきい値ユニットは設けない。ユニットの応答関数は線形関数とする。これは、学習過程においてlocal minimumに陥ることを回避するためである[9]。図1に示すように、観測信号 $x(k)$ は入力層の最下のユニットに順次入力され、1時刻過ぎる毎に遅れ要素を通して1つ上のユニットへと入力される。学習は観測信号 $x(k)$ が入力される毎に行い、結合加重が修正される。以後、観測信号が入力されたときの、SNNの入力層の全ユニットに入力されている信号を入力信号と呼び、入力信号と教師信号の組を学習信号とよぶ。但し、入力信号と教師信号は同じ信号である。

2.2 SNNによる雑音成分の除去

本節では、KL変換の理論を用いることによって、SNNが雑音除去フィルタとなることを示す。KL変換とは、信号の共分散行列の固有ベクトルを変換係数とした直交変換であり、変換符号化において最適な変換方式であることが知られている[11]。中間層のユニット数をP個としたとき、SNNの学習後の出力信号は第P主成分までのKL近似によって得られた信号と等しくなる。ここで、第P主成分までのKL近似とは、第P主成分までの変換係数を用いたKL変換、さらにKL逆変換を行うことを意味する。SNNの学習誤差（1出力ユニットあたりの平均誤差2乗和）は、式(1)で与えられる[9]。

[性質1]

$$E(P) = \frac{1}{NT} \sum_{t=1}^T \left| \mathbf{Y}^{(t)} - \mathbf{X}^{(t)} \right|^2 = \frac{1}{N} \left(\text{tr} \mathbf{R}_x - \sum_{i=1}^P \lambda_i \right) \quad (1)$$

$\text{tr} \mathbf{R}_x$: \mathbf{R}_x のトレース ($\text{tr} \mathbf{R}_x = \sum_{i=1}^N \lambda_i$)

P : 中間層のユニット数

$\mathbf{X}^{(t)}$: t (t=1, ..., T) 番目の入力信号

$\mathbf{Y}^{(t)}$: t (t=1, ..., T) 番目の出力信号

但し、 \mathbf{R}_x は入力信号 $\mathbf{X}^{(t)}$ (t=1, ..., T) の共分散行列、 λ_i

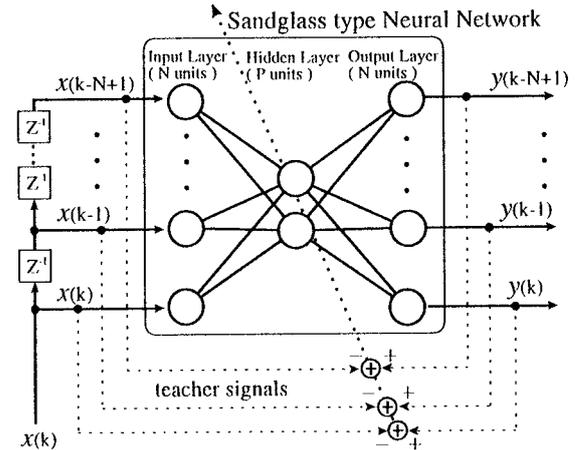


図1 砂時計型ニューラルネットワーク雑音除去フィルタの学習モデル

は \mathbf{R}_x の固有値 ($\lambda_1 \geq \dots \geq \lambda_N \geq 0$) である。また、 $\mathbf{X}^{(t)}, \mathbf{Y}^{(t)}$ はともに N次元ベクトルである。

いま、SNNの学習の対象として以下のような信号を考える。

$$x(k) = s(k) + e(k) \quad k = 1, 2, \dots \quad (2)$$

ここで、 $x(k)$ は観測信号、 $s(k)$ は信号成分 (原信号)、 $e(k)$ は雑音成分である。 $e(k)$ は平均値0、分散 σ_e^2 のガウス性白色雑音とする。

まず観測信号の共分散行列の固有値を求める。信号成分の共分散行列を \mathbf{R}_s 、雑音成分の共分散行列を \mathbf{R}_e で表すと、雑音成分をガウス性白色雑音と仮定しているので、信号成分と雑音成分には相関がなく、そのため観測信号の共分散行列 \mathbf{R}_x は、

$$\mathbf{R}_x = \mathbf{R}_s + \mathbf{R}_e \quad (3)$$

となる。但し $\mathbf{R}_x, \mathbf{R}_s, \mathbf{R}_e$ はともに $N \times N$ の行列である。 \mathbf{R}_x は対称行列であるので、 \mathbf{R}_x の固有値は適当な直交行列を用いて対角化することによって求まる。 \mathbf{R}_x を対角化するための直交行列を \mathbf{U} とおくと、

$$\mathbf{U}^{-1} \mathbf{R}_x \mathbf{U} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & & & 0 \\ & \lambda_2 & & \\ & & \dots & \\ 0 & & & \lambda_N \end{bmatrix} \quad (4)$$

となる。式(4)において、右側の対角要素が固有値である。このとき、 \mathbf{U} における第i列は λ_i に対する固有ベクトルとなる。KL変換における第i主成分の変

SNNの入力層のユニット数(タップ数)はN個であるので、厳密には観測信号 $x(k)$ が時刻 $k=N$ となるまでは、入力層の全ユニットに観測信号が入力されず、学習を行うことができない。そのため、オンライン処理は時刻N以後となる。

また学習アルゴリズムとして、一般に用いられている誤差逆伝播学習法(BP法)の適用は、勾配型の学習法の1つであるため学習の収束に時間がかかり、多くの観測信号データが必要となる。本手法では、高速な収束特性を有する逐次最小2乗法(RLS法)を応用した高速学習アルゴリズム(以後、RLS学習と呼ぶ)を用いる[10]。

3. 白色雑音を含む正弦波からの雑音除去

3.1 問題の設定

SNNRFの有効性を示すために、以下のような信号を対象に計算機実験を行う。

$$x(k) = s(k) + e(k) \quad k = 1, 2, \dots, L \quad (10)$$

$$s(k) = \sum_{i=1}^M A_i \sin(\omega_i t_k + \theta_i) \quad t_k = k\Delta t \quad (11)$$

$e(k)$: 平均値0, 分散 σ_e^2 のガウス性白色雑音
ここで、 Δt はサンプリング間隔(周期), ω_i ($\omega_i = 2\pi f_i$)は角周波数である。 A_i は振幅, θ_i は初期位相を表す。

3.2 最適な中間層のユニット数

[定理5]

白色雑音下の単一正弦波の雑音除去に最適な中間層のユニット数は2個となる。

[証明]

信号成分として、周波数 ω_1 の単一正弦波(式11において、 $n=1$)を考えたとき、共分散行列 \mathbf{R}_s は、

$$\mathbf{R}_s = \begin{bmatrix} \mathbf{r}_1 \\ \mathbf{r}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{r}_N \end{bmatrix} = \frac{A_1^2}{2} \begin{bmatrix} 1 & \cos(\omega_1 \Delta t) & \dots & \cos((N-1)\omega_1 \Delta t) \\ \cos(\omega_1 \Delta t) & 1 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \cos((N-1)\omega_1 \Delta t) & \dots & \dots & 1 \end{bmatrix} \quad (12)$$

となる。 \mathbf{r}_k ($k=1, \dots, N$)は周波数 ω_1 の正弦波の離散系列となることから、 $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2$ に係数 a_k, b_k を掛けることにより、

$$\mathbf{r}_k = a_k \mathbf{r}_1 + b_k \mathbf{r}_2 \quad k = 3, \dots, N \quad (13)$$

$$a_k = -\frac{\sin((k-2)\omega_1 \Delta t)}{\sin(\omega_1 \Delta t)} \quad b_k = \frac{\sin((k-1)\omega_1 \Delta t)}{\sin(\omega_1 \Delta t)} \quad (14)$$

と表せる。式(13)(14)より、線形独立なベクトルの数は2であるからランクは2である。(証終)

[定理6]

正弦波が白色雑音下に正弦波が m 個含まれておれば、中間層のユニット数を $2m$ 個とすれば最適である。(証略)

4. 実験による検証

これまで、SNNRFの雑音除去能力に関して、理論的に議論を展開してきた。理論と実際の整合性を検証するために、以下に示す信号を用いて計算機実験を行い、SNNRFの雑音除去能力を評価した。

$$x(k) = A_1 \sin(\omega_1 t_k + \theta_1) + e(k) \quad k = 1, 2, \dots, 65 \quad (15)$$

ここで、 $A_1=1, \omega_1=2\pi f_1$ [rad/s], $f_1=3/(16\Delta t)$ [Hz], $\Delta t=1$ [s], $\theta_1=-\pi/2$ とし、 $e(k)$ は平均値0, 分散 σ_e^2 のガウス性白色雑音とした。実験に用いたSNNの入力層および出力層のユニット数は16個とした。

4.1 SNNRFの雑音除去能力

図2に中間層のユニット数が2個のときの、学習後の実験結果の1例を示す。図2(a)はSN比5[dB]の学習信号(入力信号)、図2(b)は学習後の出力信号である。図2(c)は入力信号に含まれる信号成分を表わしている。さらに図3(a)および図3(b)に入力信号(学習信号)および学習後の出力信号の平均振幅スペクトルを示す。信号成分の周波数はグラフ上の離散周波数 $3/16$ [Hz]($\omega=3/8\pi$)である。図3(a), (b)に示すように、出力信号は雑音成分が低減されていることが分かる。

4.2 中間層のユニット数と雑音除去能力の関係

図4に、SNNの中間層のユニット数を1個から4個に可変にした場合の、学習後の出力信号のSN比について示す。ここでは、出力信号のSN比を以下のように定めた。

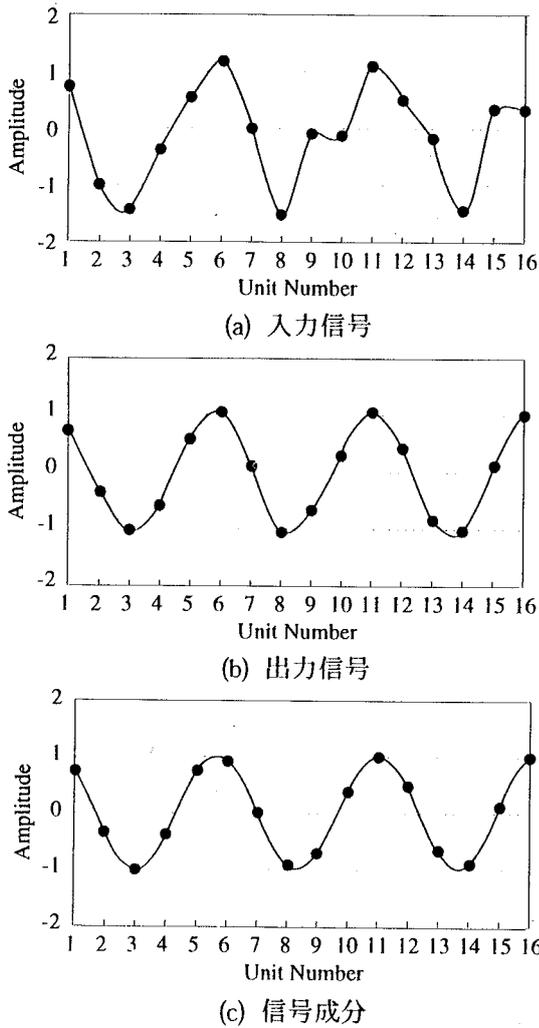


図2 SNNRFによる雑音除去の1例

$$SN_{out} = 10 \log_{10} \left(\frac{1}{T - \tau + 1} \sum_{t=\tau}^T \frac{|s^{(t)}|^2}{|Y^{(t)} - S^{(t)}|^2} \right) \quad (16)$$

但し、 $Y^{(t)} = [y(t), \dots, y(t+N-1)]$
 $S^{(t)} = [s(t), \dots, s(t+N-1)]$
 $\tau = 11$

である。 $Y^{(t)}$ はt番目の出力信号、 $S^{(t)}$ はt番目の入力信号に含まれる信号成分である。 $S^{(t)}$ 、 $Y^{(t)}$ はともにN次元ベクトルである。また、式(15)より $k=1, \dots, 65$ としたので、全学習信号の数 $T=50$ である。

図4に示されている各中間層のユニット数に対する出力信号のSN比は、異なる雑音成分の学習信号を30系列作成し、それらの出力信号のSN比の平均値を示している。学習に用いた入力信号(学習信号)のSN比は5[dB]とした。

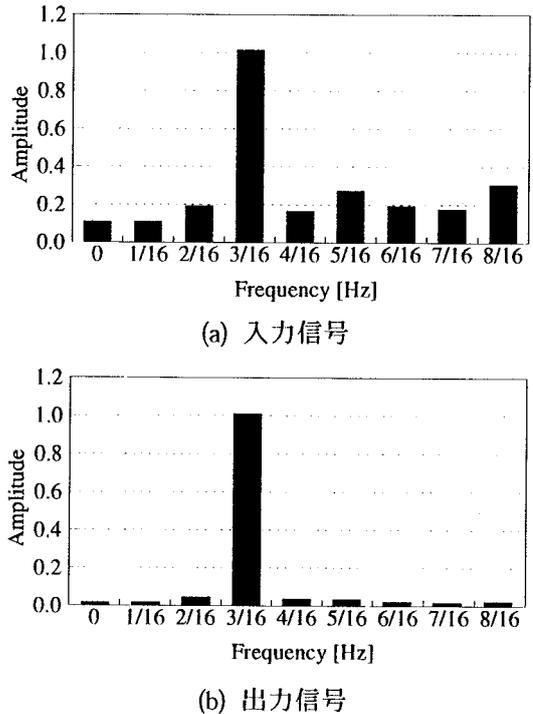


図3 入力信号及び出力信号の平均振幅スペクトル

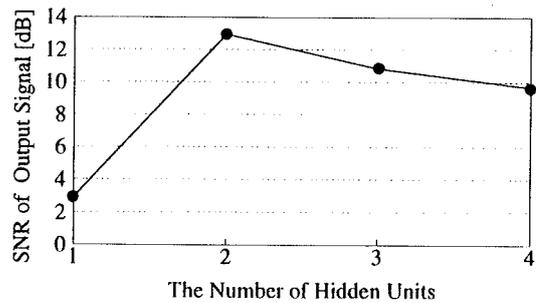


図4 中間層のユニット数に対する出力信号のSN比

図4より、中間層のユニット数が2個の場合が最もSN比を改善していることが分かる。中間層のユニット数が3個、4個となるにつれてSN比が低下するのは、雑音成分の情報しか持たない第3、第4主成分の情報が結合加重に反映されるためである。中間層のユニット数が1個の場合、SN比を悪化した。これは、第1主成分までの情報のみが結合加重に反映され、第2主成分まで必要とする信号成分の情報をすべて反映することができないために、信号成分の情報を欠如したからである。以上より、図4の結果は2.2節および3.2節の議論と一致していることが分かる。

4. 3 学習信号のSN比と雑音除去能力の関係

学習信号に用いる入力信号のSN比がSNNRFの雑音除去能力に及ぼす影響を調べるために、中間層のユニット数が2個のSNNを用いて、学習信号のSN比が-5[dB]から20[dB]の各々の場合について、異なる雑音成分の学習信号を30系列作成し学習を行い、出力信号のSN比を調べた。図5に各SN比の入力信号(学習信号)に対する学習後の出力信号のSN比の平均値を示す。図5より、入力信号のSN比が5~20[dB]において、出力信号のSN比の平均値は定理4で与えられる理論的限界値 $10\log_{10}(N/P)=10\log_{10}(16/2)\doteq 9.03$ [dB] 近くまで改善がみられた。理論的限界値との差は、逐次的な行っているために、学習初期に対するSN比の改善度が小さかったことに起因する。入力信号の各SN比で作成したすべての学習系列で、出力信号のSN比は入力信号のSN比を下回ることにはなかった。以上の結果より、SNNRFは安定した雑音除去フィルタであると言える。

4. 4 学習後の結合加重の解析

学習後の結合加重からSNNのフィルタ特性について考察する。SNNの出力層のユニット数はN個であるが、出力層の各ユニットに注目すると、SNNはN入力1出力のFIRフィルタと見なせる。このときのフィルタ係数は、ユニットの応答関数を線形関数としているので、入力層から中間層への結合加重行列と中間層から出力層への結合加重行列をかけることにより得られる。図6に中間層のユニット数を2個とした場合と、4個とした場合の8番目の出力層ユニットの出力の振幅特性を示す。図6には示していないが出力層のどのユニットについても振幅特性は図6とほぼ同じ概形となった。図6(a)に見られるように、中間層のユニット数が2個の場合は、信号成分と同じ周波数にピークを持つ特性となっている。このことから、SNNは信号成分を通過させ、雑音成分を低減した信号を出力するフィルタとなっていることが分かる。図6(b)より、中間層のユニット数が4個の場合も信号成分と同じ周波数にピークを持つ特性となっている。しかし、遮断したい周波数帯域を比べると、中間層のユニット数が2個の方が良い特性となっており、中間層のユニット数が4個の場合よりも最適な雑音除去フィルタとして働くことが分かる。これは、定理3および図4の結果とも一致する。

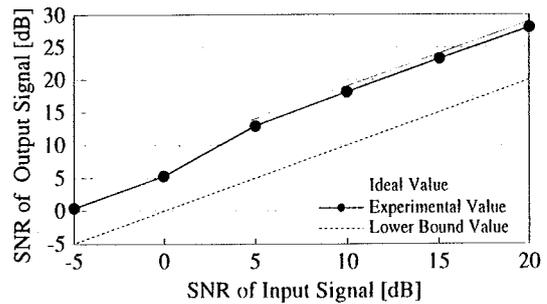
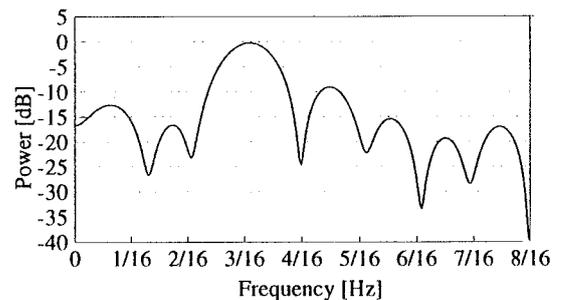
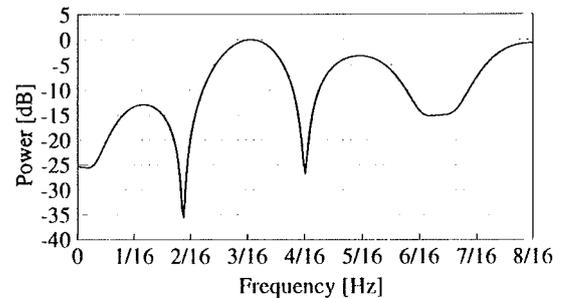


図5 入力信号(学習信号)のSN比に対する出力信号のSN比



(a) 2個(中間層のユニット数)



(b) 4個(中間層のユニット数)

図6 SNNRFの振幅特性

5. おわりに

砂時計型ニューラルネットワークが最適状態下でKL近似と等価な処理を行う性質を利用することにより、雑音除去フィルタとして有効に働くことを示した。SNNRFは、中間層のユニット数を信号成分の共分散行列のランクとすることにより、SNNRFが構成されることを理論的に示した。提案したSNNRFはオンラインでの処理を可能としているため、実時間の雑音除去を必要とする問題への適用に有効である。

計算機実験の結果から、出力信号のSN比が入力信号のSN比を大幅に改善し、安定した雑音除去フィルタとなることが示された。また、学習後の結合加重を解析することにより、SNNRFは信号成分と同じ周

波数に最も高いピークを持つフィルタ特性となることが分かった。本論文では単一正弦波を信号成分として計算機実験を行いSNNRFの評価を行ったが、今後音声信号などの実際の信号に対しても適用して行きたい。

参考文献

- [1] D.W. Tufts and R. Kumarean : "Singular Value Decomposition and Improved Frequency Estimation Using Linear Prediction", IEEE Trans., ASSP-30-4, pp.671 - 675 (1982).
- [2] 荒川 薫, 原島 博 : "バックプロパゲーションによる階層型ニューラル非線形フィルタの設計", 信学論(A), J74-A,3, pp.421 - 429 (1991-03).
- [3] G.W. Cottrell, P. Munro and D. Zipser : "Image compression by back-propagation : An example of extensional programming", Advances in Cognitive Science,3, pp.208 - 240, Ed. Sharkey N.E., Norwood, NJ : Ablex (1988).
- [4] 曾根原登, 川人光男, 三宅 誠, 中根一成 : "ニューラルネットによる画像データの圧縮 (Neuro-CODEC) の検討", 信学技報, IE88 - 62 (1988)
- [5] 長坂保典, 岩田 彰, 鈴木宣夫 : "ニューラルネットワークによる長時間心電図の特徴抽出と情報圧縮", 信学技報, MBE88 - 91 (1988-12).
- [6] 入江文平, 川人光男 : "多層パーセプトロンによる内部表現の獲得", 信学論 (D - II), J73 - D - II,8, pp.1173 - 1178 (1990 - 8)
- [7] Bourlard H. and Kamp Y. : "Auto-association by multilayer perceptrons and singular value decomposition", Biol. Cybern., 59, pp.291 - 294 (1988)
- [8] 舟橋賢一 : "3層ニューラルネットワークによる恒等写像の近似的実現についての理論的考察", 信学論(A), J73-A,1, pp.139 - 145 (1990-01).
- [9] Baldi P. and Hornik K. : "Neural networks and principal component analysis : Learning from examples without local minima", Neural Networks, 2, pp.53 - 58 (1989).
- [10] Scalerò R. S. and Tepedelenlioglu N. : "A Fast New Algorithm for Training Feedforward Neural Networks", IEEE Trans. Signal Process., 40, 1, pp.202 - 210 (Jan. 1992).
- [11] Chen W. H. and Smith C. H. : "Adaptive Coding of monochrome and color images", IEEE Trans. Common., COM-25, 11, pp.1285-1292 (1977-11).

